








Helios asystuje przy narodzinach Mitry ze skały (Hawarte, Syria, IV w. n.e.) – odkopywał Autor artykułu ze str. 8.

SPIS TREŚCI NUMERU 8 (435)

Jak działa Słońce? <i>Marcin Kiraga</i>	str. 1
Zegar słoneczny <i>Jan Gaj</i>	str. 4
Ogniwa słoneczne <i>Konrad Dziatkowski</i>	str. 6
Uwaga! Słońce <i>Piotr Zalewski</i>	str. 7
Co starego pod Słońcem <i>Michał Gawlikowski</i>	str. 8
Orbity zamknięte w zagadnieniu trzech ciał <i>Andrzej Palczewski</i>	str.10
 Zadania	str.11
 Wielkie znaczenie małego otworu. Korzenie fotografii <i>Anna Ludwicka</i>	str.12
Barwy ze Słońca <i>Grzegorz Derfel</i>	str.14
Aktualności	str.16
Informatyczny kącik olimpijski (33): Inspektor <i>Tomasz Kulczyński</i>	str.17
 Poznajemy właściwości tarcia. Część IV: Tarcie w cieczach i gazach <i>Stanisław Bednarek</i>	str.18
 Księżycy Hipokratesa <i>Joanna Jaszewska</i>	str.20
 Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej	str.21
Klub 44	str.22
Patrz w niebo: Co planeta może zrobić gwieździe?	str.24
Sierpień	str.24
Zielony promień <i>Piotr Zalewski</i>	str.25

Miesięcznik *Delta* – matematyka, fizyka, astronomia, informatyka jest wydawany przez Uniwersytet Warszawski przy współpracy towarzystw naukowych: Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego, Polskiego Towarzystwa Astronomicznego i Polskiego Towarzystwa Informatycznego.

Komitet Redakcyjny: dr Piotr Chrzastowski-Wachtel, dr Krzysztof Ciesielski – wiceprzewodniczący, prof. dr hab. Bożena Czerny, dr Andrzej Dąbrowski, prof. dr hab. Krzysztof Diks, prof. dr hab. Jan A. Gaj – przewodniczący, prof. dr hab. Jerzy Ginter, dr Piotr Goldstein, dr Zofia Gołąb-Meyer, prof. dr hab. Paweł Idziak, dr Agnieszka Janiuk, dr Marcin Kiraga, dr hab. Andrzej Majhofer, dr hab. Zbigniew Marciniak, dr hab. Zygmunt Mazur, dr Adam Michalec, dr Zdzisław Pogoda, prof. dr hab. Wojciech Rytter, dr hab. Paweł Strzelecki.

Redaguje kolegium w składzie: Marcin Adamski, Wiktor Bartol, Ewa Czuchry, Maria Donten-Bury, Tomasz Idziaszek, Krystyna Kordos – sekr. red., Marek Kordos – red. nac., Tomasz Kwast, Agnieszka Majczyzna, Jakub Radoszewski, Anna Rudnik, Krzysztof Rudnik, Witold Sadowski, Krzysztof Turzyński – z-ca red. nac., Piotr Zalewski.

Okładki: Emilia Bojańczyk.

Adres do korespondencji:

Instytut Matematyki UW, Redakcja „Delt”, ul. Banacha 2, pokój 4020, 02-097 Warszawa, e-mail: delta@mimuw.edu.pl tel. 22-55-44-402.

Skład systemem \TeX oraz rysunki techniczne wykonała Redakcja.

Wydrukowano w Drukarni Greg, ul. Konstruktorska 4, 02-673 Warszawa.

WARUNKI PRENUMERATY W FIRMIE AMOS

01-785 Warszawa, ul. Broniewskiego 8A (tel. 22-639-73-67)

internet: www.amos.waw.pl e-mail: biuro@amos.waw.pl

Wpłaty przyjmowane są non-stop, do 10. dnia miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty. **Okres prenumeraty wynosi co najmniej trzy miesiące.** Cena jednego numeru w 2010 roku wynosi 4 zł. Przy wpłacie prosimy o zaznaczenie okresu prenumeraty.

W prenumeracie zagranicznej (też przez okres **co najmniej trzech miesięcy**) cena numeru w 2010 r. wynosi 8 zł. W przypadku życzenia dostawy priorytetowej odpowiednią dopłatę ponosi zamawiający.

Uwaga! Dla zamawiających minimum 10 egzemplarzy każdego numeru AMOS funduje dodatkowo jeden egzemplarz pisma.

Konto AMOS-u: PKO BP SA I O/W-wa, nr 11 1020 1013 0000 0502 0004 0584

WARUNKI PRENUMERATY W RUCH-u

internet www.ruch.com.pl infolinia 804-200-600

Cena prenumeraty w 2010 roku wynosi 4 zł za egzemplarz.

1. **Prenumerata krajowa:** wpłaty przyjmują jednostki kolportażowe „RUCH” SA właściwe dla miejsca zamieszkania. Termin przyjmowania prenumeraty: do 5. każdego miesiąca poprzedzającego okres rozpoczęcia prenumeraty.

2. **Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę:** informacji o warunkach prenumeraty i sposobie zamawiania udziela „RUCH” SA Oddział Krajowej Dystrybucji Prasy, 01-248 Warszawa, ul. Jana Kazimierza 31/33; tel. 22-5328-731 (prenumerata płatna w walucie obcej), -816, -734, -819 (prenumerata płatna w PLN w kasie Oddziału lub na konto w banku PEKAO SA IV O/Warszawa 68 1240 1053 1111 0000 0443 0494), infolinia 800-1200-29.

3. **Prenumerata opłacana za granicą:** przelewem na nasze konto SWIFT banku: PKOPPLPWWA4; w USD PEKAO SA IV O/W-wa IBAN PL54 1240 1053 1787 0000 0443 0508; w EUR PEKAO SA IV O/W-wa IBAN PL54 1240 1053 1978 0000 0443 0511; kserokopię polecenia przelewu należy przesłać faksem pod numer +48-22-5328-731.

Numery archiwalne (od 1987 r.) można nabyć w Redakcji osobiście lub listownie.

Strona internetowa (streszczenia, artykuły archiwalne, linki itd.):

<http://www.mimuw.edu.pl/delta>

Wydawca: Uniwersytet Warszawski

Cena 1 egzemplarza 4 zł

W następnym numerze:
Więzienie Hilberta

Jak działa Słońce?

Marcin KIRAGA*

Od tysięcy lat ludzie zdają sobie sprawę z ogromnego znaczenia, jakie Słońce ma dla ich życia. Obserwowali cykl dnia i nocy, śledzili cykl pór roku, w którym przyroda na naszych szerokościach budziła się do życia wiosną, rozkwitała latem i zamierała zimą. Nie powinno nas dziwić, że w większości starożytnych społeczności i cywilizacji Słońcu oddawano cześć boską. W dzisiejszych czasach zależność ludzi od Słońca niewiele się zmniejszyła. Wiele dziedzin naszego życia jest uzależnionych od poprawnego działania satelitów, linii energetycznych czy sieci telekomunikacyjnych. Te urządzenia techniczne mogą być narażone na uszkodzenia w wyniku procesów związanych z aktywnością magnetyczną Słońca. Z tego powodu jest ono przedmiotem nieustannych badań i nasza wiedza o nim jest znacznie większa niż kiedykolwiek przedtem. Wymienienie wszystkich zjawisk obserwowanych na Słońcu lub z nim związanych, nawet bez próby choćby krótkiego ich opisu, prawdopodobnie przekroczyłoby objętość tego artykułu. W związku z tym ograniczę zakres omawianych problemów do tych najważniejszych i, jak się wydaje, dobrze zrozumianych. Należą do nich odpowiedzi na pytania: dlaczego Słońce świeci, jakie jest źródło jego promieniowania, jak jest zbudowane i co się z nim stanie w przyszłości.



Faraon Echnaton z rodziną składa ofiarę swemu bogu Atonowi, czyli tarczy słonecznej. Promienie Słońca, każdy zakończony ludzką dłonią, symbolizują jego opiekę nad władcą (patrz str. 8).

Na początku warto zebrać informacje o podstawowych parametrach Słońca, które dość łatwo można otrzymać z obserwacji.

Słońce jest najjaśniejszym obiektem na naszym niebie. Obecna wartość stałej słonecznej, czyli strumień energii promieniowania przepływającej w ciągu 1 sekundy przez 1 m^2 powierzchni ustawionej prostopadle do kierunku rozchodzenia się promieniowania w odległości jednej jednostki astronomicznej, wynosi 1365 W/m^2 . Można porównać to ze strumieniem energii geotermalnej, której źródłem jest nasza planeta i który jest rzędu 100 mW/m^2 . Wewnętrzne ciepło Ziemi zapewniłoby powierzchni naszej planety średnią temperaturę rzędu 35 K . Słońce jest więc głównym źródłem energii dla zjawisk zachodzących na powierzchni naszej planety.

Średnica kątowna Słońca wynosi około $32'$ (minut łuku), co w przeliczeniu na radiany wynosi $0,0093$. Przez długi czas ludzie nie znali odległości od Słońca, ale już starożytni mieli świadomość (począwszy od Arystarcha z Samos), że jest ona dość duża i że Słońce jest większe od Ziemi. Od połowy XVIII wieku nasza odległość od Słońca znana jest już z dość dużą dokładnością (z błędem względnym rzędu dwóch procent). Obecnie przyjęta długość wielkiej półosi orbity Ziemi wynosi około $149,6 \text{ mln km}$. Jeżeli znamy odległość, to łatwo możemy obliczyć wartości podstawowych parametrów Słońca. Promień widocznej tarczy słonecznej (fotosfery) wynosi 696 tys. km (jest 109 razy większy niż promień Ziemi). Masa Słońca wynosi blisko $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ i jest ponad 330 tys. razy większa niż masa Ziemi. Słońce jest więc ponad 1000 razy masywniejsze od Jowisza, największej z obiegających je planet. Blisko 74% masy zewnętrznych warstw Słońca stanowi wodór, trochę mniej niż 25% hel i około $1,5\%$ pierwiastki cięższe niż hel, które przez astronomów nazywane są „metalami”. Spośród „metali” najwięcej jest tlenu (45%), węgla (17%), żelaza (9%), siarki (7%), neonu (7%), azotu (5%), krzemu (4%) i magnezu (3%). Masa samego żelaza znajdującego się w materii słonecznej jest ponad 500 razy większa niż masa Ziemi i jest tego rzędu co masa wszystkich otaczających Słońce planet. Możemy wreszcie wyznaczyć obecną jasność Słońca, która wynosi około $3,84 \cdot 10^{26} \text{ W}$.

Fakt, że Słońce nie zmienia na naszych oczach w znaczący sposób swoich rozmiarów, jest dowodem, że znajduje się ono bardzo blisko stanu równowagi hydrostatycznej. Siła grawitacji działająca na materię słoneczną jest równoważona przez rosnące w głąb ciśnienie. Gdyby tej równowagi zabrakło, charakterystyczny czas zmian, jakim podlegałoby Słońce, byłby rzędu $(R^3/GM)^{1/2}$, czyli mniej niż pół godziny. Ponieważ znamy masę i rozmiary Słońca, więc stan równowagi hydrostatycznej umożliwia podanie ograniczenia wartości średniej temperatury w jego wnętrzu, a także minimalnej wartości ciśnienia centralnego. Tak więc już w XVIII wieku ludzie wiedzieli, że średnia temperatura wnętrza Słońca wynosi kilka milionów stopni.

Słońce traci energię głównie na skutek emisji promieniowania elektromagnetycznego. Jeżeli nie byłaby ona uzupełniana, to już po kilku

* Obserwatorium Astronomiczne,
Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski



Szamasz wylania się zza gór na wschodnim horyzoncie. Relief z Hatry w Iraku, wielkiego sanktuarium boga-Słońca w II-III wieku n.e. (patrz str. 8).

milionach lat (a zapewne dużo prędzej) Słońce musiałoby w zauważalny sposób się zmienić. Mechanizm produkcji energii na Słońcu przez długi czas był zagadką. W XIX wieku ludzie zdawali sobie sprawę, że wiek Ziemi wynosi co najmniej kilkaset milionów lat i że jej istnienie związane jest z obecnością Słońca. W związku z tym trudno było wytłumaczyć, w jaki sposób Słońce może świecić, nie zmieniając w znaczny sposób swoich rozmiarów i jasności.

Można zrobić bilans energetyczny dla Słońca. Jeżeli przyjmiemy, że ciało spoczywające w nieskończonej odległości od masy M ma energię równą zero, to energia wiązania grawitacyjnego kuli o masie M i promieniu R jest równa GM^2/R , co dla obecnej masy i promienia Słońca wynosi około $3,8 \cdot 10^{41}$ J. Jeżeli prędkości cząstek tworzących układ w stanie równowagi są znacznie mniejsze od prędkości światła, to – zgodnie z twierdzeniem o wiriale – energia termiczna, związana z energią kinetyczną cząstek, jest co do wartości bezwzględnej dwa razy mniejsza niż energia wiązania grawitacyjnego tego układu. Innymi słowy, jeżeli jakiś obiekt będzie się kurczył, to połowa energii uzyskanej w wyniku tej kontrakcji powinna zostać wypromieniowana, a połowa będzie zużyta na wzrost energii wewnętrznej (energii kinetycznej cząstek). Tak więc Słońce mogłoby świecić z obecną jasnością na koszt energii grawitacyjnej przez czas rzędu $5 \cdot 10^{14}$ s, czyli około 15 mln lat. Po odkryciu oddziaływań jądrowych większość astrofizyków była przekonana, że reakcje termojądrowe powinny stanowić podstawowe źródło energii gwiazd. Z porównania masy jądra wodoru i jądra helu wynika, że przy zamianie wodoru w hel zostaje wydzielona energia równoważna około 0,007 masy spoczynkowej materii, która brała w niej udział. Jeżeli przyjmiemy, że pół masy Słońca będzie mogło wziąć udział w takich reakcjach, to otrzymamy energię $c^2 \cdot 0,007 \cdot 10^{30}$ kg = $6,3 \cdot 10^{44}$ J, co przy obecnej jasności powinno wystarczyć na około 50 miliardów lat. Koncepcja ta była bardzo atrakcyjna, jednak energia termiczna jąder atomowych we wnętrzu Słońca jest zbyt mała, aby dwa protony mogły się zderzyć, a deuteru i helu ^3He jest na Słońcu zbyt mało, aby mogły stanowić długotrwałe źródło energii. Dopiero uwzględnienie efektów kwantowych i zauważenie możliwości tunelowania cząstek przez barierę potencjału elektrostatycznego pozwoliło na rozwiązanie zagadki procesów odpowiedzialnych za produkcję energii we wnętrzu Słońca.

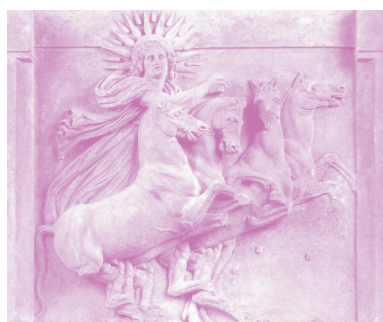
Wiek Słońca i otaczających je planet jest szacowany na około 4,6 mld lat. Warto poznać jego dzisiejszą budowę. W środku Słońca temperatura wynosi 15,7 mln K, gęstość 157 g/cm^3 , a ciśnienie blisko $2,4 \cdot 10^{16} \text{ N/m}^2$. Mimo że w centrum materia słoneczna ma dużą gęstość, to z dobrym przybliżeniem można traktować ją jako gaz doskonały. W centrum Słońca, tam gdzie temperatura jest największa i najszybciej zachodzą reakcje termojądrowe, już ponad połowa wodoru zamieniona jest w hel. Gdy oddalimy się od środka, ciśnienie zaczyna spadać, a wraz z nim gęstość i temperatura. W kuli o promieniu 25% promienia Słońca zawarta jest w przybliżeniu połowa jego masy i produkowane 99% emitowanej na powierzchni energii. Na jej powierzchni temperatura wynosi niecałe 8 mln K, a gęstość około 20 g/cm^3 . Umownie tę kulę nazywa się jądrem Słońca. Powyżej znajduje się otoczka promienista, w której energia wyprodukowana w jądrze przenoszona jest przez fotony, a właściwie przez ich dyfuzję, na którą składają się wielokrotne rozproszenia, absorpcje i emisje. Spadek temperatury powoduje transport energii. Sytuację, w której element objętości gazu otrzymuje energię na skutek przepływu fotonów z gorętszej warstwy i tyle samo energii oddaje warstwie chłodniejszej, nazywamy równowagą promienistą.

Transport energii przez dyfuzję fotonów zachodzi we wnętrzu Słońca do głębokości około 200 tys. km poniżej fotosfery (mniej więcej 70% promienia Słońca). Głębiej nieprzezroczystość materii staje się na tyle duża, że aby fotony mogły przenieść cały strumień energii, temperatura musi spadać na tyle szybko, że niemożliwe jest istnienie stabilnych warstw materii słonecznej (stabilna stratyfikacja). Wtedy, jak łatwo uzasadnić, pojawia się konwekcja. Wyobraźmy sobie, że w gazie temperatura spada szybciej na zewnątrz (w kierunku przeciwnym do przyspieszenia grawitacyjnego) niż w przemianie adiabatycznej, jakiej podlegałyby element gazu wychylany powoli ze stanu równowagi. Jeżeli przesuniemy go w górę, to jego temperatura stanie się większa niż temperatura otoczenia, a gęstość mniejsza i zacznie na niego działać nie zrównoważona siła wyporu skierowana w górę.

Oczywiście, niestabilność pojawi się również, gdy taki element przesuniemy w dół. Jak łatwo zauważyć, w przypadku stabilnej stratyfikacji wypadkowa siła działająca na odchylony z położenia równowagi element gazu będzie skierowana przeciwnie do wychylenia. W warstwie konwektywnej mamy do czynienia z wielkoskalowymi ruchami gazu, które przenoszą energię ku powierzchni. Szczyt warstwy konwektywnej jest na powierzchni widoczny w postaci granulacji: jaśniejszych komórek wypływającego gazu rozdzielonych ciemniejszymi splotami. Ich rozmiary są rzędu 1000 km, a czas istnienia pojedynczej komórki zazwyczaj jest krótszy niż 10 minut. Prędkość gazu niedaleko powierzchni może dochodzić do kilku kilometrów na sekundę, co może być źródłem fluktuacji ciśnienia wzbudzających oscylacje słoneczne.

Istnienie otoczek konwektywnych na Słońcu i innych gwiazdach wiąże się z ich aktywnością magnetyczną. Na powierzchni Słońca widać wiele struktur związanych z istnieniem pola magnetycznego. Jednym z najwcześniej stwierdzonych są plamy słoneczne: obszary, w których silne pole magnetyczne hamuje konwekcję i w związku z tym ilość energii dochodzącej do powierzchni Słońca jest niższa niż w ich otoczeniu. Rozmiary plam mogą być bardzo duże, do około 80 tys. km, i w wyjątkowych przypadkach mogą być widoczne nawet gołym okiem. Obserwacje plam były pierwszym źródłem informacji o rotacji Słońca, którego okres obrotu na równiku wynosi około 25 dni i rośnie do ponad miesiąca w okolicy biegunów. Liczba plam widocznych na powierzchni Słońca zmienia się w przybliżeniu z okresem 11 lat, a okres pełnego cyklu magnetycznego, po którym pojawiają się plamy o tej samej biegunowości, jest dwa razy większy. Niestety, nie znamy jeszcze wszystkich mechanizmów związanych ze wzmocnianiem i transportem pola magnetycznego na Słońcu, czego przykładem był ostatni okres jego niezwykle małej aktywności (w latach 2007–2009), który był dużym zaskoczeniem dla heliofizyków.

Reakcje termojądrowe są przyczyną powolnych, lecz nieuniknionych zmian w budowie Słońca. Zamiana czterech jąder wodoru w jedno jądro helu zmniejsza liczbę cząstek we wnętrzu Słońca. Zachowanie równowagi wymaga więc powolnego kurczenia się jądra naszej gwiazdy, w którym zachodzą reakcje termojądrowe. W efekcie wzrasta tam zarówno gęstość, jak i temperatura, a to z kolei powoduje zwiększenie tempa zachodzenia reakcji termojądrowych. Słońce powoli zwiększa swoją jasność. Za mniej więcej miliard lat będzie ono o około 10% jaśniejsze niż obecnie i ta stosunkowo niewielka zmiana może już spowodować odparowanie oceanów na Ziemi, co uczyni naszą planetę miejscem niesprzyjającym dla życia. Za około 5 miliardów lat wodór w centrum Słońca zostanie wyczerpany i poniżej warstwy palenia wodoru zacznie się tworzenie helowego jądra. Po pewnym czasie jego gęstość wzrośnie na tyle, że elektrony w nim zawarte staną się zdegenerowane, a więc wypełnią wszystkie dostępne poziomy energetyczne aż do pewnej granicznej wartości, nazywanej energią Fermiego. Ruch tych elektronów będzie źródłem ciśnienia potrzebnego do zachowania równowagi hydrostatycznej jądra. Szczegółowe prześledzenie parametrów Słońca na późniejszych etapach jego ewolucji nie jest obecnie możliwe ze względu na utratę masy, która stanie się istotna w fazie czerwonego olbrzyma, a której tempa i wielkości nie jesteśmy w stanie dokładnie określić. Niemniej jednak astrofizycy są zgodni, że przed samym zapłonem helu rozmiary Słońca będą około 200 razy większe niż obecnie, a jasność prawie 3 tysiące razy większa niż dzisiaj. Zapłon helu w zdegenerowanym jądrze gwiazdy jest niestabilny i powoduje wyzwolenie w krótkim czasie ogromnej ilości energii, która w większości jednak pozostanie we wnętrzu i zostanie zużyta na zniesienie degeneracji. Słońce wejdzie w liczący około 100 mln lat okres spalania helu w swoim jądrze. Rozmiary Słońca będą kilkanaście razy większe niż dzisiaj, a jasność kilkadziesiąt razy większa. Wypalenie helu w centrum i powstanie węglowo-tlenowego zdegenerowanego jądra spowodują kolejną fazę wzrostu rozmiarów i jasności do wartości charakterystycznych dla końcowej fazy czerwonego olbrzyma. Następnie Słońce utraci resztę swej otoczki i odsłoni gorące jądro, które stygnąc, osiągnie stadium białego karła. Nastąpi to za około 8 miliardów lat. Wtedy właśnie Słońce zakończy swoje życie jako gwiazda (a więc kula gazu, we wnętrzu której zachodzą reakcje termojądrowe). Stanie się niewielkim obiektem o rozmiarach Ziemi, świecącym jedynie na koszt energii wewnętrznej, a więc w konsekwencji powoli stygnącym.



Helios pędzi po niebie na swoim rydwanie, rzeźba ze świątyni Ateny w Troi, II w. p.n.e.

Mierzenie czasu wymaga wzorca – jakiegoś równomiernie przebiegającego zjawiska. Dzisiaj wykorzystujemy w tym celu drgania pobudzonych atomów cezu, co wymaga sporych umiejętności i odpowiedniej aparatury. Już od tysięcy lat człowiek odczuwał potrzebę mierzenia czasu i wykorzystywał w tym celu różne zjawiska, które lepiej lub gorzej spełniały warunek równomiernego przebiegu. Niewątpliwie do najwcześniej obserwowanych takich zjawisk należą ruch ciał niebieskich, a szczególnie Słońca, które względem Ziemi porusza się dość równomiernie, to znaczy z prędkością kątową w niezłym przybliżeniu stałą. Korzystając z tego, ludzie od tysiącleci konstruują zegary słoneczne. Spróbujmy się przyjrzeć, jak te zegary działają, a może i taki zegar zbudować.

Ruch dobowy Słońca

Jak wiemy od czasów Kopernika, Ziemia wiruje wokół własnej osi, wykonując jeden obrót na dobę. Załóżmy, że stwierdzenie to jest prawdziwe w układzie odniesienia związanym ze Słońcem, co odpowiada rozumieniu doby jako *doby słonecznej*. Wobec tego w naszym, ziemskim układzie odniesienia ruch Słońca odbywa się wokół osi ziemskiej, jak na rysunku 1. Na rysunku tym nie ma Ziemi, za to umieszczono wzdłuż osi ziemskiej pręt. Ten pręt jest typowym elementem zegara słonecznego, a jego cień stanowi wskazówkę tego zegara, która krąży dookoła pręta, wykonując pełny obrót w ciągu doby. (W praktyce dogodniej nazywać wskazówką sam pręt, a nie jego cień, i taką konwencję odtąd przyjmujemy.) Na płaszczyźnie prostopadłej do osi ziemskiej można więc narysować okrąg, a na nim w równych odstępach zaznaczyć kolejne godziny, które będzie wskazywał cień. Oczywiście, o godzinie 12 cień będzie wskazywał południe. Wszystko to przedstawia rysunek 2.

W ten sposób otrzymaliśmy najprostszą wersję zegara słonecznego, czyli

Zegar równikowy

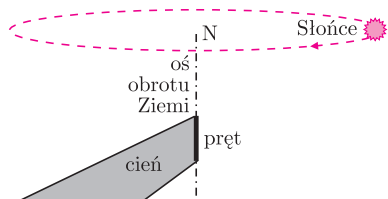
Jego konstrukcja jest najprostszą, ale ma jedną wadę: płaszczyzna równikowa nie jest pozioma, chyba że umieścimy nasz zegar na biegunie. Jeżeli jednak chcemy wykorzystać ten zegar w Polsce, musimy pochylić jego oś w stronę północy (rys. 3), tak żeby tworzyła z płaszczyzną poziomą kąt równy szerokości geograficznej, która, na przykład, w Warszawie wynosi $\Phi \approx 52^\circ$. Wtedy oś zegara będzie równoległa do osi ziemskiej.

Na rysunkach 1 i 2 Słońce znajduje się na pewnej wysokości (kątowej) nad płaszczyzną równika. Jaka jest ta wysokość w rzeczywistości i od czego zależy? Żeby odpowiedzieć na to pytanie, musimy przyjrzeć się dokładniej względnemu ruchowi Słońca i Ziemi.

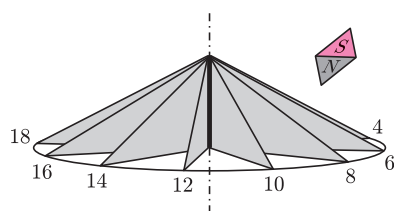
Roczny ruch Ziemi wokół Słońca

Tym razem wróćmy do układu odniesienia wybranego przez Kopernika i zobaczmy na rysunku 4, jak wygląda ruch Ziemi po jej orbicie, którą w przybliżeniu uznamy za okrąg (całkiem spory, o promieniu około 150 milionów kilometrów).

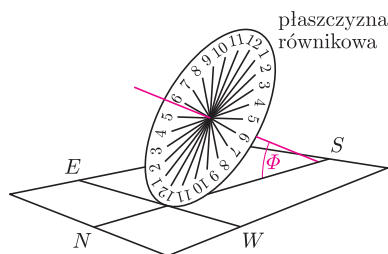
Definiuje się także *dobę gwiazdową*, co odpowiada przyjęciu jako układu odniesienia gwiazd stałych. Różnica między nimi (około czterech minut) wynika z rocznego ruchu Ziemi dookoła Słońca.



Rys. 1. Dzienny ruch Słońca wokół osi ziemskiej i cień rzucany przez pręt ustawiony wzdłuż tej osi.

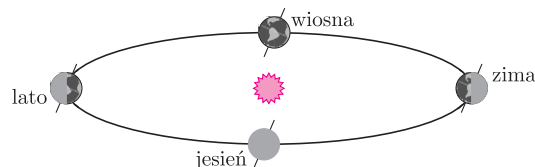


Rys. 2. Dzienny ruch cienia pręta-wskazówki zegara słonecznego (w lecie – Słońce powyżej płaszczyzny równika).



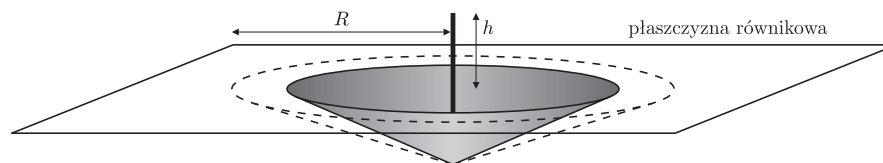
Rys. 3. Ustawienie zegara równikowego.

Ujemnym kątem odpowiada odwrócenie stożka wierzchołkiem w dół, czyli oświetlenie płaszczyzny równikowej od strony przeciwnej – południowej.



Rys. 4. Ruch Ziemi po orbicie wokół Słońca.

Widać, że Słońce raz znajduje się powyżej (od strony północy), a raz poniżej (od południa) płaszczyzny równika. Maksymalny kąt, jaki promienie słoneczne tworzą z płaszczyzną równika, jest kątem nachylenia ϵ płaszczyzny równika do płaszczyzny orbity ziemskiej, i wynosi około 23° . Kąt ten jest równy szerokości geograficznej zwrotników, które, jak wiadomo, ograniczają obszar wokół równika, w którym Słońce może pojawić się w zenicie. To wszystko można wyczytać z rysunku 4. Wróćmy na chwilę do rysunku 2. Widać na nim, że cień górnego końca wskazówki zakreśla powierzchnię (boczną) stożka. W świetle powyższych wyjaśnień łatwo zauważyć, że tworząca tego stożka jest ustawiona do płaszczyzny równikowej pod kątem, który zmienia się w ciągu roku między -23° a 23° .

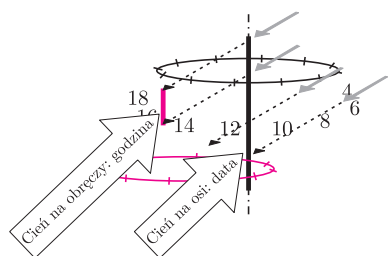


Rys. 5. Stożek cienia dolnego końca wskazówki w dniu przesilenia zimowego. Linia przerywana – miesiąc wcześniej lub później.

*Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

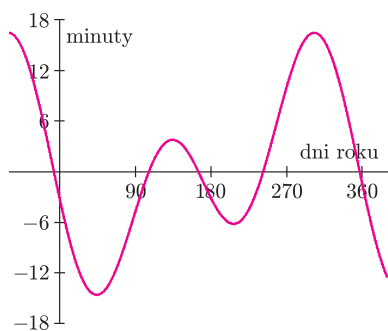


Rys. 6. Zegar równikowy (użyteczny tylko w lecie), wykonany przez firmę Neolit.



Rys. 7. Idea zegara równikowego z dwiema skalami: godzina na pierścieniu i data na przecie.

W ogólności przekrój stożka może mieć kształt elipsy, paraboli lub hiperboli. Ten ostatni przypadek zachodzi, gdy płaszczyzna jest nachylona do podstawy stożka o kąt α większy od kąta Φ między tworzącą stożka a jego podstawą. Warunek ten jest spełniony w Polsce, gdyż dla skali pionowej umieszczonej na ścianie południowej kąt α jest równy szerokości geograficznej, a dla poziomej jest on dopełnieniem szerokości geograficznej do kąta prostego (w Warszawie 52° i 38°), podczas gdy kąt Φ jest zawsze mniejszy od szerokości geograficznej zwrotnika (23°).



Rys. 8. Wykres równania czasu – poprawki, którą należy odjąć od odczytu zegara słonecznego.

Pozostawiam Czytelnikowi wykazanie, że promień R okręgu reprezentującego dzień, w którym Ziemia zakreśliła w swoim ruchu rocznym dookoła Słońca (liczonym od przesilenia zimowego lub letniego) kąt φ , jest powiązany z (liczoną od płaszczyzny tarczy) długością h wskazówki zależnością

$$(*) \quad R = h \operatorname{tg} \varepsilon / \cos^2 \varphi.$$

Fakt ten możemy wykorzystać do narysowania na tarczy zegara okręgów reprezentujących różne daty (patrz okładka), z wyjątkiem, oczywiście, dni równonocy, kiedy Słońce znajduje się w płaszczyźnie równika, a więc stożek redukuje się do płaszczyzny.

W praktyce jednak najczęściej się tego nie robi, ponieważ skończony promień tarczy zegara wyklucza pewne zakresy dat wokół dni równonocy. Widać także, że zegar równikowy z nieprzezroczystą tarczą, na której skala jest naniesiona tylko z jednej strony (rys. 6), jest użyteczny tylko przez pół roku, kiedy Słońce znajduje się po odpowiedniej stronie tarczy.

Rozwiązaniem, które nie ma tej wady, jest zastąpienie tarczy pierścieniem, na którego wewnętrznej powierzchni naniesiono skalę godzinową.

Przy okazji można teraz wrócić do idei połączenia zegara z kalendarzem. Jeżeli pierścień jest pełny, to będzie on rzucał cień na wskazówkę, i to w miejscu określonym przez wysokość Słońca nad płaszczyznę równikową, która, jak wiemy, zmienia się w cyklu rocznym. Możemy więc zaznaczyć na przecie wskazówki skalę dat (dzień i miesiąc), co schematycznie przedstawia rysunek 7.

Skala dat takiego zegara nie jest wprawdzie jednoznaczna (każdemu położeniu cienia pierścienia na przecie – poza skrajnymi – odpowiadają dwie daty w roku), ale jest to problem każdego zegara słonecznego i musimy się z nim pogodzić. Aby wyskalować kalendarz, możemy posłużyć się wzorem (*), w którym h ma tym razem znaczenie wysokości znaku daty na skali przy ustalonym promieniu R pierścienia i jest dodatnie latem, a ujemne zimą.

Inne typy zegarów słonecznych

Zegar równikowy nie jest bynajmniej najpopularniejszym zegarem słonecznym. Znacznie wygodniej jest posługiwać się skalą nie ukośną, ale poziomą lub pionową. Inaczej mówiąc, będziemy musieli stożek z rysunku 2 przeciąć płaszczyzną poziomą lub pionową, a więc w stosunku do osi stożka (równoległej do osi ziemskiej) ukośną. Płaszczyzny określone przez cień wskazówki przetną się z taką skalą wzdłuż prostych, a więc linie reprezentujące kolejne godziny będą nadal proste (choć nie będą już równomiernie rozmieszczone). Jednak linie reprezentujące różne daty nie będą teraz, jak dla zegara równikowego, okręgami, ale jako wynik przecięcia powierzchni stożka ukośną płaszczyzną będą miały kształt hiperbol. Wykreślenie tych hiperbol (znów okładka) nie jest już tak proste, jak narysowanie okręgów o wyliczonych promieniach, proponuję więc skorzystać w tym celu z oprogramowania dostępnego w Internecie, na przykład zaglądając na stronę <http://www.sundials.co.uk/comprogs.htm>

Jak dokładny jest zegar słoneczny?

Oprócz oczywistych czynników wpływających na dokładność takiego zegara, jak staranność wykonania i ustawienia, czy nieostrość cienia, warto zwrócić uwagę na dwa źródła błędów systematycznych. Pierwsze z nich to różnica między czasem oficjalnym, ustalonym administracyjnie dla określonego obszaru geograficznego, a czasem lokalnym, zmieniającym się z długością geograficzną. Tę różnicę najłatwiej uwzględnić dla zegara równikowego, obracając jego tarczę wokół osi wskazówki o odpowiedni kąt, który można wyznaczyć empirycznie przez porównanie z zegarem wskazującym czas oficjalny. Dla zegara pionowego lub poziomego należy wprowadzić odpowiednią poprawkę (cztery minuty na stopień długości geograficznej) do programu obliczającego skalę. Drugim źródłem błędów systematycznych są przybliżenia, które przyjęliśmy, rozpoczynając nasze rozważania. A więc przede wszystkim kołowy kształt orbity ziemskiej. W rzeczywistości ma ona kształt spłaszczonej elipsy. Z tego powodu prędkość kątowna Ziemi na orbicie zmienia się w czasie zgodnie z prawem zachowania pędu: jest największa, gdy Ziemia jest najbliżej Słońca. Prędkości kątowe ruchu orbitalnego i wirowego Ziemi dodają się, i to wektorowo, ponieważ odbywają się wokół różnych osi. Z tego powodu „czas” odmierzany przez zegar słoneczny nie biegnie równomiernie, ale czasem szybciej, czasem wolniej, zależnie od pory roku. Wynikająca stąd niedokładność zegara słonecznego jest całkiem spora – może dochodzić do kwadransa. Poprawka, którą należy uwzględnić, aby od odczytu zegara słonecznego przejść do dokładnego czasu, jest określona przez tzw. równanie czasu, które w formie wykresu (rys. 8) umieszcza się czasem dla wygody na samym zegarze słonecznym.

Ogniwa słoneczne

Konrad DZIATKOWSKI*

Nazwa ogniwa fotowoltaicznego pochodzi od dwóch słów: greckiego słowa *fos* znaczącego światło oraz nazwiska włoskiego uczonego i wynalazcy Alessandro Volty, który jest uważany za twórcę pierwszej baterii.



Skarabeusz z grobu Tutanchamona. Uskrzydłony żuk chrapie, symbol wschodzącego Słońca, toczy przed sobą krąg słoneczny, podobnie jak prawdziwy owad toczy kulę gnoju, by złożyć w niej jaja. Jednocześnie cały motyw da się przeczytać jako Neb-cheper-Re, tronowe imię władcy, który nosił ten klejnot (patrz str. 8).



Rozwiązanie zadania F 770.

Wahadło zaczyna drgania względem punktu zawieszenia z okresem

$T = 2\pi\sqrt{l/g}$ i prędkością początkową v . Początkowa prędkość względem układu odniesienia związanego z Ziemią jest równa zeru. Aby w chwili zatrzymania punktu zawieszenia „zatrzymać” także wahadło, należy tego dokonać w odległości x takiej, że $nT = x/v$, gdzie n jest liczbą naturalną. Stąd

$$v = \frac{x}{nT} = \frac{x}{2\pi n} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Ogniwa słoneczne (fotoogniwa) to urządzenia zdolne w bezpośredni sposób przetwarzać energię promieniowania słonecznego w energię elektryczną. Bardziej precyzyjnie nazywane są ogniwami fotowoltaicznymi, gdyż to właśnie zjawisko fotowoltaiczne – czyli generowanie siły elektromotorycznej pod wpływem promieniowania elektromagnetycznego – leży u podstaw działania tego typu urządzeń. W 1839 roku Alexandre Edmond Becquerel zaobserwował, że poddana działaniu światła słonecznego warstwa chlorku srebra może być źródłem prądu elektrycznego. W szczególnym układzie Becquerela elektroda AgCl była zanurzona w elektrolicie i efektowi fotowoltaicznemu towarzyszyła odpowiednia reakcja chemiczna rozkładająca elektrodę. Jednak najważniejszą obserwacją był fakt generowania prądu elektrycznego pod wpływem światła oraz specyficzna zależność jego natężenia od długości fali promieniowania: fotoprąd mógł być zaobserwowany tylko dla długości fali mniejszych od pewnej wartości progowej. Nasuwa się tu podobieństwo do zjawiska fotoelektrycznego zewnętrznego, w którym elektrony są wybijane z ciała stałego pod wpływem fotonów z zakresu nadfioletowego (energia rzędu kilku elektronowoltów). I chociaż efekt fotowoltaiczny, którego energia progowa wynosi około 1 eV, bywał nazywany efektem fotoelektrycznym wewnętrznym, to odmiennosć obu zjawisk nie ma charakteru wyłącznie ilościowego – inny jest przede wszystkim ich mikroskopowy mechanizm.

Chlorek srebra to półprzewodnik, czyli materiał, który pozbawiony wszelkich domieszek i defektów struktury krystalicznej nie przewodzi prądu w temperaturze zera bezwzględnego. Elektrony całkowicie wypełniające jeden ze zbiorów dostępnych stanów energetycznych (tzw. pasmo walencyjne) nie mogą – pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego – zmienić swojej energii, ponieważ najbliższe wolne stany energetyczne są dopiero w kolejnym, całkowicie pustym zbiorze (tzw. paśmie przewodnictwa). Ten zbiór stanów jest nieosiągalny dla elektronów w warunkach zera bezwzględnego, ale już dla temperatur dodatnich prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w paśmie przewodnictwa jest niezerowe, tym większe, im wyższa jest temperatura i mniejsza jest przerwa energetyczna E_g między krawędziami pasma przewodnictwa i pasma walencyjnego. W analogiczny sposób elektron może być „przeniesiony” z pasma do pasma dzięki światłu, pod warunkiem że energia E_f pochłoniętego fotonu promieniowania elektromagnetycznego będzie nie mniejsza niż E_g – ta ostatnia wartość odpowiada progowej długości fali zaobserwowanej przez Becquerela. Taki „przeniesiony” elektron nie tylko jest swobodnym nośnikiem prądu, ale pozostawia w paśmie walencyjnym nieobsadzony stan – tzw. dziurę pasmową – która również jest nośnikiem prądu, tyle że o dodatnim ładunku.

Wygenerowanie światłem pary elektron-dziura nie czyni jeszcze z półprzewodnika źródła napięcia elektrycznego – w tym celu nośniki o przeciwnych ładunkach muszą być przestrzennie rozseparowane. W doświadczeniu Becquerela było to możliwe dzięki zastosowaniu elektrolitu, którego jony uwalniały z AgCl ładunki jednego rodzaju, podczas gdy przeciwne ładunki pozostawały na elektrodzie. W ogniwach fotowoltaicznych zamiast elektrolitu stosuje się tzw. złącze p-n. Dzięki odpowiedniemu domieszkowaniu półprzewodnika atomami innych pierwiastków można uzyskać materiał, który bez udziału światła będzie miał niezerowe przewodnictwo elektryczne, a liczebność nośników obu rodzajów będzie istotnie różna: materiał z przewagą elektronów nazywany jest półprzewodnikiem typu n, z przewagą dziur – typu p. Złącze p-n to półprzewodnik, którego typ przewodnictwa zmienia się w miarę możliwości gwałtownie, a na granicy rozdzielającej obszary p i n powstaje wewnętrzne pole elektryczne. Gdy na takie złącze pada promieniowanie elektromagnetyczne o energii większej od granicznej i na granicy obszarów p-n generowane są pary fotonosników o przeciwnych ładunkach, wewnętrzne pole elektryczne złącza odciąga dziury w kierunku obszaru typu p, a elektrony w kierunku obszaru typu n. W ten sposób rozdzielone przestrzennie ładunki stają się źródłem różnicy potencjałów, czyli dokonuje się wspomniana na samym początku artykułu zamiana promieniowania elektromagnetycznego na napięcie elektryczne.

*Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

Uwaga! Słońce

Piotr ZALEWSKI

Słońce jest jak ostry nóż – bardzo przydatne, ale łatwo można zrobić sobie lub komuś krzywdę. Słońce ma zewnętrzną temperaturę kilku tysięcy kelwinów. Na szczęście, jest w odległości 150 milionów kilometrów. Wystarczy jednak promienie słoneczne odpowiednio skupić, żeby móc coś podgrzać do bardzo wysokiej temperatury.

Istniejące instalacje naukowe, z których jedną z największych jest piec słoneczny w Odeillo w Pirenejach francuskich, pozwalają na uzyskanie temperatur do czterech tysięcy stopni. Piec zbudowany jest z kilkudziesięciu płaskich, orientowanych paneli, które mogą kierować światło słoneczne na olbrzymie lustro paraboliczne równoległe do jego osi. W ognisku paraboli wstawia się próbkę. Uzyskiwaną temperaturę reguluje się za pomocą stopnia dostrojenia płaskich paneli.

Minimalną wersją takiego pieca jest soczewka skupiająca o średnicy kilku centymetrów, za pomocą której bez trudu można zapalić papier. W obydwu przypadkach, tak zwykłej soczewki, jak i wielkiego pieca słonecznego, ograniczeniem jest rozmiar urządzenia oraz kątowny rozmiar Słońca. Gdy ogniskujemy promienie słoneczne za pomocą soczewki, może się wydawać, że na umieszczonym w ognisku papierze widzimy punkt, który jest tylko trochę rozmyty z powodu niedoskonałości soczewki. W rzeczywistości jest to (owszem, nie całkiem ostry) obraz tarczy słonecznej.

Najsłynniejszą historią, związaną z wykorzystywaniem skupionych promieni słonecznych, jest rzekome używanie ich przez Archimedesesa podczas dwuletniego oblężenia Syrakuz przez Rzymian (214–212 przed Chrystusem) do podpalania okrętów wroga. Zachowane starożytne źródła nic o tym nie wspominają, za to relacjonują genialne użycie maszyn prostych przez obrońców. Pogłoski o zapalających zwierciadłach przewijają się od czasów antycznych, by w końcu znaleźć się wśród średniowiecznych opisów przewag Archimedesesa.

W przewagi te wierzą, wychodząc z założenia, że wystarczy skupić odpowiednio dużo promieni słonecznych, żeby uzyskać dowolnie wysoką temperaturę. W taki mniej więcej sposób wypowiedział się na ten temat[†], na przykład, Roger Bacon w swoim *Opus Majus*.

Sytuacja zmieniła się drastycznie wraz z Kartezjuszem, który w wydanej w 1637 roku *Dioptryce* zwrócił uwagę, że skoro miara łukowa szerokości kątowej Słońca wynosi 1/100, to zwierciadło o takim stosunku średnicy do ogniskowej nie będzie bardziej efektywne niż bezpośrednie promieniowanie słoneczne. W takim razie podpalanie statków na odległość za pomocą zwierciadła należy między bajki włożyć.

Autorytet Kartezjusza stał się wkrótce tak silny, że mało kto próbował go podważać.

Jednym z tych, którzy spróbowali, był, współczesny Kartezjuszowi, jezuita Athanasius Kircher. Doświadczalnie sprawdził, że suma pięciu „zajęczków” w odległości 30 stóp grzeje „nie do wytrzymania”. Z tego doświadczenia wysnuł wniosek, że jeżeli ktoś chciałby coś podpałać na odległość za pomocą promieni słonecznych, to powinien użyć odpowiedniej liczby odpowiednio dużych płaskich lusterek. Następnie udał się na Sycylię, żeby się przekonać, jak duża mogła być odległość, z której Archimedes miałby podpałać

okręty. Z tej inspekcji wynikało, że odległość ta była rzędu 30 dwukroków (rzymskich *pace*), czyli około 50 metrów, co zmieniło istotnie sytuację, zmniejszając domniemaną odległość o rząd czy nawet dwa rzędy wielkości.

W międzyczasie zaczęto używać systemów lusterek, np. do pokazów topienia metali na odległość, choć nie tak wielką, żeby można uznać opowieść o Archimedesie za potencjalnie prawdziwą.

Przełomu dokonał Georges Louis Leclerc de Buffon. Przez prawie pół wieku był dyrektorem *Jardin du roi* w Paryżu. Przedkładał eksperyment nad teorię. Miał czas i pieniądze, żeby poświęcać się swoim pasjom. Jedną z nich było udowodnienie, że historia o archimedesowym palącym zwierciadle mogła być prawdziwa. Buffon rozumiał argument Kartezjusza o skończonych rozmiarach Słońca, ale wskazał błąd w jego wnioskach. Ilość energii (promieni), jaką można skupić za pomocą zwierciadła wklęsłego, jest zależna nie tylko od jego ogniskowej, ale również od jego wielkości. Natomiast prawdą jest, że przy dużych odległościach używanie lusterek wklęsłych zamiast płaskich niewiele pomaga. Należy użyć odpowiednio dużej liczby lusterek płaskich. Ich wielkość powinna być tak dobrana, żeby ich rozmiar kątowy, widziany z podpalanego statku, był mniejszy od rozmiarów kątowych Słońca.

10 kwietnia 1747 roku, po wielu dniach oczekiwania na odpowiednią pogodę, użył zaprojektowanego przez siebie układu 128 lusterek, o rozmiarach 8" × 6", do podpalenia kawałka drewna z odległości 150 stóp (czyli 50 metrów). Zapłon nastąpił natychmiast po skierowaniu na drewno zajęczka, który miał średnicę 16 cali. Później udało mu się to samo z odległości ponad 100 metrów.

Niestety, prawdopodobnie nigdy nie uda się ostatecznie rozstrzygnąć, czy *palące lustro* były przez Archimedesesa używane. Buffon napisał, że jego eksperyment dowodzi, iż nie było to niemożliwe.

W ostatnich kilkudziesięciu latach przeprowadzono kilka eksperymentów z „żołnierzami” kierującymi lustrami na „statek” znajdujący się w odległości kilkudziesięciu metrów, konkludując, że choć można w ten sposób go podpałać, to jest to sposób bardzo niepraktyczny. W dodatku Syrakuzy leżą na wschodnim wybrzeżu Sycylii, co wydaje się ograniczać możliwość użycia takiej broni do przedpołudnia.

Możliwe, że Archimedes używał lusterek nie tyle do efektywnego podpalania okrętów, co w celu potęgowania paniki wywołanej przez inne jego wynalazki, które pozwoliły bronić Syrakuz, dopóki nie zostały one zdobyte podstępem. Równie prawdopodobne jest jednak, że skoro starożytni umieli posługiwać się wklęsłymi lustrami, to historia została po prostu przez kogoś dopisana do osiągnięć Archimedesesa, choć nigdy nie miała miejsca.

W każdym razie niewinne puszczenie zajęczków, odpowiednio skoordynowane, może stać się niebezpieczną bronią. Nie róbcie tego bezmyślnie.

[†] Wszystkie opinie są przytaczane na podstawie cytatów zamieszczonych w artykule: W.E. Knowles Middleton, *Archimedes, Kircher, Buffon, and the Burning-Mirrors*, Isis 52, nr 4 (grudzień 1961), 533–543, <http://www.jstor.org/stable/228646>

Co starego pod Słońcem

Michał GAWLIKOWSKI*

Konwencjonalna mądrość pokoleń twierdzi za Eklezjastą, że nic nowego pod Słońcem. To powiedzenie ma wyrażać przekonanie, że ludzka natura, a zatem i motywy ludzkiego postępowania, są niezienne, a zmiany, jakie obserwujemy wokół nas na co dzień, są w istocie powierzchowne i mało znaczące. Dzisiaj taki pogląd może się wydawać mocno dyskusyjny, chociaż przed wiekami, gdy świat zmieniał się pomału, wydawał się oczywisty. Jedno jest pewne: ludzie innych epok, innych kultur, byli od nas (i od siebie nawzajem) bardzo różni, choć biologicznie tak podobni. Byli tak różni, że ich sposób myślenia bywa dla nas nieprzenikniony. Twierdzenia dzisiejszych uczonych na temat mentalności starożytnych są w rzeczywistości wytworem mentalności dzisiejszej. Mogą się wydawać trafne i odkrywcze, ale nowa moda intelektualna (znacznie bardziej niż nowe fakty) z pewnością prędzej czy później je zakwestionuje. Dlatego każde pokolenie pisze historię od nowa i dlatego każda kolejna wersja jest zwierciadłem epoki, w której powstała. Trzeba o tym pamiętać, gdy staramy się zrozumieć sposoby rozumienia świata w innych epokach.

Z drugiej strony, nie trzeba być uczonym fizykiem, aby zauważyć, że Słońce jest źródłem światła i ciepła, że bez Słońca nie byłoby życia na Ziemi. Ta obserwacja nie mogła umknąć niczyjej uwagi od czasów, gdy się pojawiła zdolność do refleksji, a zatem od początków naszego gatunku. Rzecz oczywista, nic więcej o tych początkach powiedzieć nie można.

Można by sądzić, że ludzie, którzy objaśniali świat wokół siebie na swoje podobieństwo, a więc jako zaludniony przez osobowe siły tkwiące w każdym przedmiocie czy zjawisku natury (to właśnie oznacza termin *animizm*, jaki zwykle kojarzymy z wierzeniami tego typu), powinni właśnie w Słońcu widzieć siłę najpotężniejszą. W dodatku obecność Słońca na niebie, jego codzienna wędrówka ze wschodu na zachód i regularne zmiany jego toru w niezmiennym cyklu pór roku są najbardziej stałym elementem widzialnego świata. Dlatego właśnie ruchy naszej gwiazdy na nieboskłonie stały się uniwersalną podstawą rachuby czasu od najdawniejszych czasów aż po dzień dzisiejszy. Jest więc rzeczą zaskakującą, że w wielu systemach religijnych starożytnych czasów Słońce bynajmniej głównej roli nie odgrywa.

Władcą starogreckiego Olimpu był przecież Zeus gromowładny, podobny w tym charakterze do rzymskiego Jowisza, a także do orientalnego boga burzy, który pod wieloma imionami rządził światem licznych ludów starożytnego Bliskiego Wschodu. Piorunom zwykle towarzyszy deszcz, warunek urodzaju. Dla ludów rolniczych przekonanie, że istnieje siła, która rządzi nieprzewidywalną pogodą, dawało nadzieję, że można sobie tę siłę zjednać. A Słońce przecież świeci zawsze.

Inaczej było tylko w Egipcie. Tam nie padało praktycznie nigdy, a życie i urodzaj zależały od regularnych, corocznych wylewów Nilu, które przychodziły zawsze w środku lata, gdy Słońce stoi najwyżej. Słońce (Re) to zatem najważniejszy bóg Egipcjan, a chociaż wiele innych bogów i bogiń cieszyło się nieraz w ciągu długich dziejów Egiptu większą popularnością, to przecież zazwyczaj się okazywało, że to tylko inne formy tego samego Re.

Re co rano wznosił się więc na nieboskłonie, aby zniknąć na zachodzie i przepłynąć w ciągu nocy pod ziemią na swej świętej łodzi z powrotem na wschód. Każdy król Egiptu był „synem Re”, toteż po śmierci zajmował miejsce w łodzi słonecznej i stawał się tym sposobem zmarłym z bogiem Słońca. Z czasem coraz więcej zmarłych mogło tego samego zaszczytu dostąpić, pod warunkiem dopełnienia odpowiednich obrzędów. Jak wiadomo, cała kultura staroegipska przeniknięta jest myślą o życiu pozagrobowym. Cóż lepiej niż codzienny wschód Słońca mogło wyrazić zwycięstwo nad śmiercią?

Kiedy w XIV stuleciu p.n.e. jeden z władców Egiptu, słynny Echnaton, postanowił zastąpić tłum bóstw czczonych w jego kraju od niepamiętnych czasów jednym tylko wszechpotężnym bogiem i opiekunem, wybrał za przedmiot swej wyłącznej adoracji krąg słoneczny pod imieniem Atona. Ta radykalna reforma wprowadzić się nie przyjęła i Egipcjanie powrócili do wielobóstwa, ale nie odwrócili się od kultu Słońca. Dalej stawiali przed świątyniami obeliski, te wysmukłe ostrosłupy poświęcone Słońcu, które Grecy prześmiewczo nazwali rożenkami (*obeliskos*).

W językach semickich, do których należały akadyjski między Eufratem a Tygrysem, aramejski w Syrii i hebrajski w Palestynie, „słońce” nazywa się *szamasz* lub bardzo podobnie. Tak samo nazywano bóstwo Słońca, ale ten bóg był jednym z wielu i wcale nie najważniejszym. Zgodnie z geografią tej części świata Szamasz pojawiał się o świcie nad górami, a znikał wieczorem nad morzem. Płynąc w dzień po niebie, oświetlał i widział wszystko, uważano więc, że jest sędzią ludzkich uczynków i strażnikiem sprawiedliwości, że gotów jest karać wiarołomców i złoczyńców, podczas gdy przychylności innych bogów zapewniały przede wszystkim formalne obrzędy i ofiary.

Z tych samych powodów irański bóg umów i przymierzy imieniem Mitra przyjął wcześniej charakter solarny (słoneczny). Zachował się hymn do niego, opisujący jak pędzi na wozie ciągniętym przez białe konie i zabija nieprzyjaciół prawdy i dobra. On także jednak był tylko jednym z kilku bóstw podległych najważniejszemu, „Panu Mądrości” (Ahura Mazda), który kieruje nieustanną walką ze swoim bliźniaczym przeciwieństwem, złym Ahrimanem, by go wreszcie całkiem zniszczyć w dniu ostatecznym.

*Instytut Archeologii, Uniwersytet Warszawski

Nie inaczej bywało u innych niż Irańczycy ludów indoeuropejskich. Po grecku „Słońce” to Helios, zarówno gdy mówimy o ciele niebieskim, jak i o osobowym bogu mitologii. W odróżnieniu od innych bogów Helios nie mieszkał na Olimpie i został raczej sztucznie włączony w jego sprawy. Była to więc personifikacja Słońca, podobna do tylu innych, które przedstawiają w greckiej poezji i sztuce zjawiska fizyczne i pojęcia abstrakcyjne pod ludzką postacią. Nie oznaczało to zawsze dosłownej wiary w istnienie takich osób. Mamy raczej do czynienia ze sposobem opisywania świata i z przekonaniem, że jest on ożywiony i rozumny.

Helios przemierzający nieboskłon na konnym rydwanie to osobowy, choć niewidzialny aspekt widzialnej tarczy słonecznej. Rano powstawał z Oceanu, by w Oceanie się pogrążyć na zachodzie, bowiem Grecy uważali, że zamieszkały świat ma kształt okrągłej tarczy otoczonej ze wszystkich stron morzem. Inaczej niż Egipcjanie, nie mieli ustalonego poglądu na temat nocnej drogi powrotnej na wschód. Geograf Eratostenes przyjął za środek ziemskiego kręgu wyspę Rodos. To właśnie tam stał u wejścia do portu słynny posąg Heliosa, uznany za jeden z siedmiu cudów świata kolos rodyjski. Na ogół jednak rzadkie są w Grecji dowody kultu tego boga, wedle niektórych autorów syna Uranosa i Gai (to jest Nieba i Ziemi), a brata księżycowej bogini Selene i „różanopalcej jutrzeńki” Eos. Inni podają inne imiona rodziców, a także kilka imion jego żon, a nawet koni. Miał też syna Faetona, który mimo ostrzeżeń uprosił ojca, by mu pozwolił raz jeden pokierować swoim zaprzęgiem. Mit opowiada, jak źle się ta eskapada skończyła dla młodego woźnicy, który nie był w stanie zapanować nad czterema białymi rumakami. Gdy zbliżył się za bardzo do ziemi, mieszkańcom Afryki pociemniała skóra, a ich kraj zamienił się w pustynię. By zapobiec dalszym nieszczęściom, Zeus rzucił w niefortunnego młodzieńca piorunem. Takie poetyckie opowieści miały oczywiście swój walor dydaktyczny, ale trudno sobie wyobrazić, by wykształceni Grecy brali je dosłownie, choć z upodobaniem je powtarzali i wzbogacali nowymi szczegółami.

Również w Italii Słońce (po łacinie *Sol*) to bóstwo początkowo mało wyraziste i drugorzędne. Rzymianie przejęli zresztą greckie mity z całym dobrodziejstwem inwentarza, nic lub niewiele dodając od siebie. Gdy zamordowany został megalomański cesarz Neron, który wystawił sobie samemu brązowy pomnik wysokości 36 m, jego praktyczny następca Wespazjan przerobił go na posąg Słońca. Wzniesiony obok wielki amfiteatr zyskał używaną do dzisiaj nazwę Koloseum nie od swojej wielkości, ale właśnie od tego kolosalnego posągu.

Tymczasem na Bliskim Wschodzie, który znajdował się pod rzymskim panowaniem, bogów Słońca było wielu, a nawet coraz więcej, a to przez asymilację postaci o innym pierwotnie charakterze. Nosili też różne imiona,

w zależności od miasta czy świątyni, gdzie odbierali hołdy swych czcicieli. Wielu z nich przedstawiano jako wojowników i ubierano w zbroję rzymskiego legionisty, to znaczy w całkiem współczesny uniform najpotężniejszej armii ówczesnego świata. Przypadek sprawił, że największy rozgłos zyskał jednak bożek miasta Emesy (dzisiaj Homs w Syrii), czczony pod postacią wielkiego meteorytu. Jego imię Elagabal, „Bóg-Góra”, przerobiono na Heliogabal i uznano, że to jeszcze jeden bóg-Słońce. Gdy na skutek intryg dynastycznych władcą Rzymu został nieoczekiwanie młody arcykapłan tego kultu, postanowił sprowadzić swego idola do Rzymu i zbudować mu wspaniałą świątynię. Wywołał tylko skandal. Historycy rzymscy prześcigają się w drastycznych szczegółach obyczajowych, niekoniecznie prawdziwych, jednomyślnie potępiając ekstrawagancje władcy, którego przewali imieniem jego boga. Gdy po czteroletnim panowaniu Heliogabala (218–222) został on zamordowany, święty kamień po cichu wrócił do Emesy.

Wkrótce jednak pojawiły się inne próby wywyższenia boga Słońca. Były to jednak zamysły ściśle polityczne, podejmowane w celu ustanowienia kultu wspólnego dla wszystkich poddanych cesarza. Znajdują swój wyraz głównie na monetach, na których naga postać w promienistej koronie, z globem w ręku, nazywana jest *Sol invictus*, Słońce niezwycięzone. Te same atrybuty występują na wizerunkach (ubranego oczywiście) cesarza. Wydaje się, że te próby niespecjalnie się przyjęły wśród szerszej publiczności, ustaliło się jednak święto narodzin Słońca, obchodzone w dniu zimowego przesilenia, 25 grudnia, gdy dnia zaczyna przybywać i nowe światło rozprasza ciemności.

Szczególny był przypadek wspomnianego już Mitry. Ten perski bóg stał się w Rzymie patronem misterii, to jest tajnych obrzędów dostępnych tylko dla wtajemniczonych, wyłącznie mężczyzn, którzy spotykali się w tajemnicy, w podziemnych grotach lub piwnicach, aby spożywać razem obficie zakrapiane posiłki, wysłuchując przy tym opowieści o swoim bogu. My już tych opowieści nie znamy, podobnie jak nie znali ich niewtajemniczeni współcześni. Wiemy jednak z licznych płaskorzeźb, jakie dekorowały podziemne miejsca tych zebrań, że Mitra napotkał na swej drodze przeciwnika w postaci boga Słońca, którego zmusił do oddania mu hołdu, aby następnie w najlepszej zgodzie zasiąść z nim do uczyty. Wreszcie Mitra sam przejmuje epitet *Sol invictus*, Słońce niezwycięzone. Według wielkiego religioznawcy XIX wieku, Ernesta Renana, misteria Mitry miałyby szansę zostać religią światową, „gdyby chrześcijaństwo zostało dotknięte jakąś śmiertelną chorobą”. Tak się nie stało, ale po kultach słonecznych późnego antyku pozostała nam data Bożego Narodzenia. Jak tyle innych obyczajów pogańskich, Kościół przejął także święto zimowego przesilenia, by tym łatwiej przyciągnąć wyznawców dawnych wierzeń. Odtąd już żadnemu zjawisku przyrody nie przypisywano cech istoty nadprzyrodzonej.

Orbity zamknięte w zagadnieniu trzech ciał

Andrzej PALCZEWSKI*

Ludzie od zawsze chcieli zrozumieć ruch ciał niebieskich. Odkrycie przez Newtona zasad dynamiki i prawa powszechnego ciężenia oraz powstały niemal jednocześnie rachunek różniczkowy pozwoliły wreszcie na realizację tego pragnienia. Już w roku 1710 Johann Bernoulli rozwiązał zadanie Keplera, czyli opisał ruch dwóch ciał przyciągających się siłą grawitacji. W naturalny sposób kolejnym problemem stało się rozwiązanie zagadnienia ruchu trzech ciał oddziałujących na siebie siłami grawitacyjnymi. Pierwsze rozwiązanie uproszczonej wersji tego problemu przedstawił w 1767 roku Leonhard Euler. Euler pokazał, że jeśli trzy ciała o skończonych masach są rozmieszczone w pewnej chwili na jednej prostej w odpowiednich odległościach (te odległości są skomplikowanymi funkcjami mas ciał) oraz nada im się właściwe prędkości początkowe, to ciała te będą się poruszały po położonych w jednej płaszczyźnie elipsach, przez cały czas leżąc na jednej prostej (oczywiście zmieniającej się w czasie). Odkryte przez Eulera trajektorie można podzielić na 3 typy odpowiadające różnym wzajemnym położeniom trzech ciał na prostej. Te orbity odkrył niezależnie w 1772 roku Joseph Louis Lagrange, dodając jeszcze 2 rodzaje orbit zamkniętych. Lagrange wykazał, że jeśli w chwili początkowej ciała znajdują się w wierzchołkach trójkąta równobocznego i zostaną im nadane odpowiednie prędkości początkowe, to będą się one poruszały po orbitach eliptycznych w taki sposób, że ich położenia będą zawsze tworzyły trójkąt równoboczny. W ten sposób znaleziono dwie dodatkowe klasy orbit (orbity Lagrange'a można podzielić na 2 typy: gdy ruch odbywa się zgodnie z ruchem wskazówek zegara oraz przeciwnie do ruchu wskazówek zegara). Przez następne 100 lat nie znaleziono żadnych nowych zamkniętych orbit dla zagadnienia trzech ciał.

*Instytut Matematyki Stosowanej
i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski

Postęp nastąpił dopiero, gdy Henri Poincaré zajął się tzw. ograniczonym zagadnieniem trzech ciał. Ograniczone zagadnienie polega na rozpatrywaniu ruchu ciała o pomijalnie małej masie w polu sił dwu ciał o niezerowych masach. W Układzie Słonecznym odpowiada to ruchowi komety w układzie Słońce-Jowisz, albo ruchowi sztucznego satelity w układzie Ziemia-Księżyc – w dalszym ciągu będziemy mówili, że te ciała to słońce, planeta i kometa. Problem istnienia orbit zamkniętych dla ograniczonego zagadnienia trzech ciał można łatwo opisać, jeśli założyć, że słońce i planeta wykonują ruch po orbitach kołowych wokół wspólnego środka ciężkości. Do takiego zagadnienia można wybrać obracający się układ współrzędnych, w którym słońce i planeta są nieruchome (w układzie tym opisane wcześniej 3 rodziny orbit Eulera i 2 rodziny orbit Lagrange'a redukują się do 5 punktów zwanych punktami libracji). Wokół słońca i planety powstaje wtedy obszar zwany obszarem Hilla, którego kształt zależy od pewnej stałej, zwanej stałą Jacobiego i będącej jedną z całek ruchu tego układu. Interesujący nas ruch komety powinien się wtedy odbywać wewnątrz obszaru Hilla. Dla dużych wartości stałej Jacobiego obszar Hilla złożony jest z dwóch rozłącznych owalnych części – jednej wokół słońca, drugiej wokół planety. Jeśli kometa jest w pobliżu słońca, to może się jedynie poruszać po orbitach zamkniętych wokół słońca. Jeśli jest w pobliżu planety, to po orbitach zamkniętych wokół planety. Przy mniejszych wartościach stałej Jacobiego rozłączne obszary wokół słońca i planety łączą się w jeden wspólny obszar. W takim obszarze ruch komety może być niezwykle interesujący: pewna liczba okrążeń słońca, potem ruch

w kierunku planety i pewna liczba okrążeń planety, następnie powrót w pobliże słońca i krążenie wokół niego itd. Wreszcie dla małej wartości stałej Jacobiego obszar Hilla otwiera się na zewnątrz, co pozwala na ucieczkę komety z otoczenia układu słońce-planeta. Poruszanie się komety w zamkniętym obszarze Hilla nie oznacza jeszcze istnienia zamkniętych orbit. Już Poincaré wykazał, że w większości przypadków ruch komety będzie chaotyczny. Tylko dla dostatecznie małej masy planety Poincaré udowodnił istnienie zamkniętej orbity komety, przy czym okrąża ona wtedy jedynie słońce.

Dla ruchu słońca i planety po orbitach eliptycznych (czyli takich, jakie wynikają z rozwiązania zagadnienia dwóch ciał) istnienie zamkniętych orbit komety zostało wykazane przy założeniu dostatecznie małej masy planety przez Jürgena Mosera w 1953 roku (ruch wyłącznie wokół słońca). W 1963 roku Richard Arenstorf wykazał istnienie rozwiązań okresowych, w których kometa mogła krążyć jednocześnie wokół słońca i planety, wykonując skomplikowane pętle. Te wyniki udało się w latach siedemdziesiątych XX wieku rozszerzyć na przypadek komety o niezerowej, ale małej masie (Hadjidemetriou – dla orbit kołowych, Kammeyer – dla orbit eliptycznych) a także na przypadek, gdy ruch nie odbywa się na płaszczyźnie, ale w całej trójwymiarowej przestrzeni.

Badanie istnienia zamkniętych orbit dla zagadnienia trzech ciał zmieniło się zupełnie z chwilą pojawienia się szybkich komputerów. Już Arenstorf, pracując dla NASA i interesując się w rzeczywistości badaniem zamkniętych orbit dla ruchu satelity w układzie Ziemia-Księżyc, nie ograniczył się jedynie do wykazania,

że dla dostatecznie małej masy Księżyca orbity takie istnieją. Przeprowadził on odpowiednie symulacje komputerowe dla rzeczywistych mas Ziemi i Księżyca i wykazał istnienie zamkniętych orbit w tym układzie. Lata siedemdziesiąte i osiemdziesiąte XX wieku przyniosły burzliwy rozwój symulacji komputerowych dla zagadnienia trzech ciał. Obecnie bez wielkiego trudu można znaleźć w sieci strony z apletami przedstawiającymi wizualizację wielu rozwiązań zagadnienia trzech ciał (zwykle dwuwymiarowych).

Zagadnienie trzech ciał ciągle kryje w sobie wiele niespodzianek. Przykładem mogą być symulacje komputerowe, które w 1993 roku doprowadziły Crisa Moore'a do odkrycia nowych orbit zamkniętych: trzy ciała o jednakowych masach oddziałujące siłami grawitacyjnymi poruszają się po tej samej płaskiej krzywej w kształcie ósemki. Zaskakujące komputerowe symulacje Moore'a zostały w 2000 roku potwierdzone dowodem podanym przez Alaina Chencinera i Richarda Montgomery'ego.

Sieciografia, czyli obrazki:

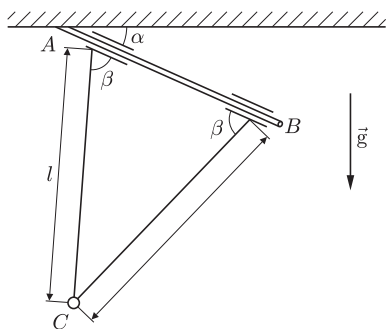
- [1] *Collection of remarkable three-body motions*
<http://faculty.ifmo.ru/butikov/Projects/Collection1.html>
- [2] *Three body problem – Scholarpedia*
http://www.scholarpedia.org/article/Three_body_problem
- [3] *Restricted Three-Body Problem*
<http://sprott.physics.wisc.edu/chaos/3body.htm>
- [4] *Three Body Problem*
<http://astro.u-strasbg.fr/~koppen/body/ThreeBodyHelp.html>

To są strony o bardzo różnym charakterze: na przykład [3] to tylko obrazek (ale fantastyczny!), strona [4] wymaga trochę popracowania, aby umieć uruchomić aplety, ale za to pozwala eksperymentować każdemu, bo można samemu dobrać dane. Strona [1] zawiera 10 ciekawych orbit i już, a [2] (zrobiona przez wybitnego specjalistę z branży) pokazuje kilka naprawdę ciekawych obrazków, między innymi ruch w obszarze Hilla oraz trzy ciała, które się gonią po ósemce.



Zadania

Redaguje Ewa CZUCHRY



F 769. Wyznaczyć okres drgań ciężarka C , zamocowanego przegubowo dwoma lekkimi prętami o długości l do drążka AB , nachylonego pod kątem α do poziomu (rysunek). Przyjmujemy, że $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ABC = \beta$, tarcie zaniedbujemy. Rozwiązanie na str. 24

F 770. Punkt zawieszenia wahadła matematycznego długości l wprawiono momentalnie w ruch poziomy ze stałą prędkością v . Po przemieszczeniu się tego punktu na odległość x został on znowu momentalnie zatrzymany. Dla jakiej prędkości v drgania wahadła, powstające na początku ruchu, zostaną zatrzymane zaraz po zakończeniu ruchu punktu zawieszenia? Przed rozpoczęciem ruchu wahadło było w spoczynku. Rozwiązanie na str. 6

Redaguje Waldemar POMPE

M 1285. Punkt P leży wewnątrz trójkąta równobocznego ABC . Punkty D, E, F są rzutami prostokątnymi punktu P odpowiednio na boki BC, CA, AB . Wykazać, że suma długości odcinków AF, BD i CE nie zależy od wyboru punktu P . Rozwiązanie na str. 24

M 1286. W lewe dolne pole szachownicy 8×8 wpisano liczbę -1 , a w pozostałe pola liczbę 1 . W jednym ruchu możemy zmienić znaki wszystkich liczb występujących w pewnej kolumnie lub wierszu. Rozstrzygnąć, czy można po skończonej liczbie takich operacji otrzymać w prawym górnym polu liczbę -1 , a w pozostałych polach liczbę 1 ? Rozwiązanie na str. 15

M 1287. Rozwiązać w liczbach całkowitych dodatnich równanie

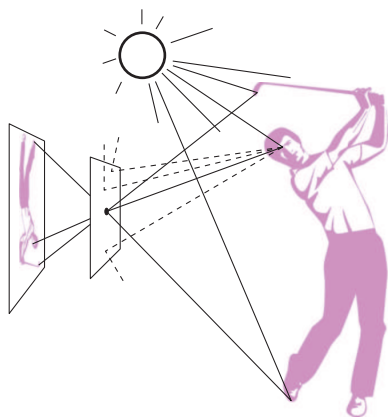
$$x^3 - y^3 = xy + 61.$$

Rozwiązanie na str. 15



mała delta

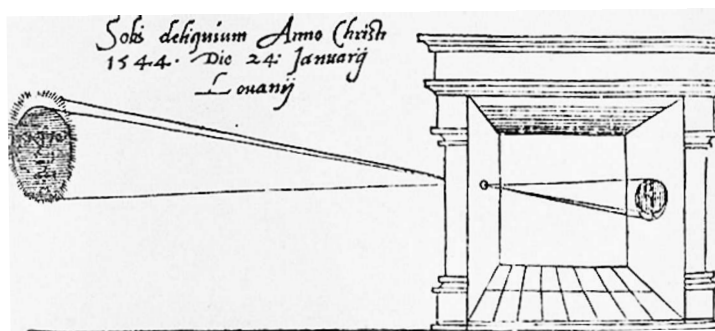
Wielkie znaczenie małego otworu. Korzenie fotografii



W słoneczny dzień wejdź, Drogi Czytelniku, do bardzo ciemnego pokoju (okno musi być zasłonięte całkowicie nieprzepuszczającym światła materiałem, np. tekturą). Zrób okrągły otwór o średnicy około 1,5 cm w zasłonie okna i spójrz na przeciwną ścianę. Co widzisz? Kolorowy, ruchomy obraz świata znajdującego się na zewnątrz okna i to do góry nogami! Możemy to wytłumaczyć następującym zjawiskiem: w zaciemnionym pomieszczeniu promienie świetlne, które wpadają przez mały otwór zgodnie z zasadą prostoliniowego rozchodzenia się światła, nie rozpraszają się, tylko biegną prosto, a na powierzchni przeciwległej do otworka powstaje obrócony obraz przedmiotów będących źródłem padającego światła. Zjawisko to znane było już w starożytności.

To około 2450 lat temu chiński filozof Mo-Ti odkrył powstawanie obróconego obrazu uformowanego przez promienie świetlne przechodzące przez małą dziurkę umieszczoną w ścianie ciemnego pokoju, który nazwał „miejszem zbierania”. W IV w. p.n.e. Arystoteles obserwował odbicie częściowo zaćmionego Słońca – obrazu promieni świetlnych padających na ziemię przez dziury sita lub przez „dziury” powstałe między liśćmi platanu. Z kolei arabski uczyony Alhazen z Basry (965–1039) eksperymentował z pięcioma lampionami znajdującymi się na zewnątrz pokoju i obserwacją ich przez mały otwór. To jemu przypisywany jest pierwszy znany opis ciemni optycznej. Także Leonardo da Vinci zawarł opisy tego zjawiska w swoich notatkach z 1490 roku.

Wiele wczesnych tego typu obserwacji było przeprowadzanych w dużych pokojach, jak ten na ilustracjach holenderskiego naukowca Reinerusa Gemma Frisiusa, pokazujących obserwację zaćmienia Słońca w 1544 r. Jest to prawdopodobnie najwcześniejsze przedstawienie graficzne tego zjawiska.



Rys. 1. Obserwacja zaćmienia Słońca w 1544 r. zilustrowana przez Reinerusa Gemma Frisiusa.

Jakość obrazu znacznie się poprawiła w XVI wieku wraz z użyciem wypukłych soczewek w otworze, a później przez dodanie lustro do odbicia obrazu w dół. Neapolitański naukowiec Giovanni Battista della Porta

w swojej książce *Magiae Naturalis*, napisanej w 1558 r., zachęcał do użycia tego urządzenia jako pomocy do rysowania dla artystów.

Niemiecki astronom Johannes Kepler na początku XVII wieku po raz pierwszy nazwał ten przyrząd, używając łacińskiego terminu *camera obscura*, co znaczy zaciemniona komnata. Stosował go w astronomii do obserwacji plam na Słońcu.

Następnie rozwój camery obscury przebiegał dwiema drogami. Jedną, można powiedzieć, doprowadziła do powstania fotografii. Przenośne pudełkowe urządzenia były pomocą w rysowaniu i odzwierciedlaniu rzeczywistości (rys. 2). W XVII i XVIII wieku używało ich wielu artystów, m.in. Jan Vermeer, Giovanni Antonio Canal (Canaletto), Bernardo Bellotto, Paul Sandby.

Jeżeli chcieli namalować krajobraz, to najpierw szkicowali go – w zależności od budowy opisywanego przyrządu – albo na półprzezroczystym materiale umieszczonym na szklanym blacie, na drodze promieni świetlnych z camery, odbitych od powierzchni lustra (rys. 2(a)), albo na płótnie umieszczonym na stole, na który był rzucany obraz z camery (rys. 2(b)). Pozwalało to z dużą dokładnością naszkicować cały pejzaż, a później przystąpić do właściwego malowania.

Na początku XIX wieku camera obscura była już gotowa (z małymi modyfikacjami i kawałkiem światłoczułego materiału), żeby stać się aparatem fotograficznym.

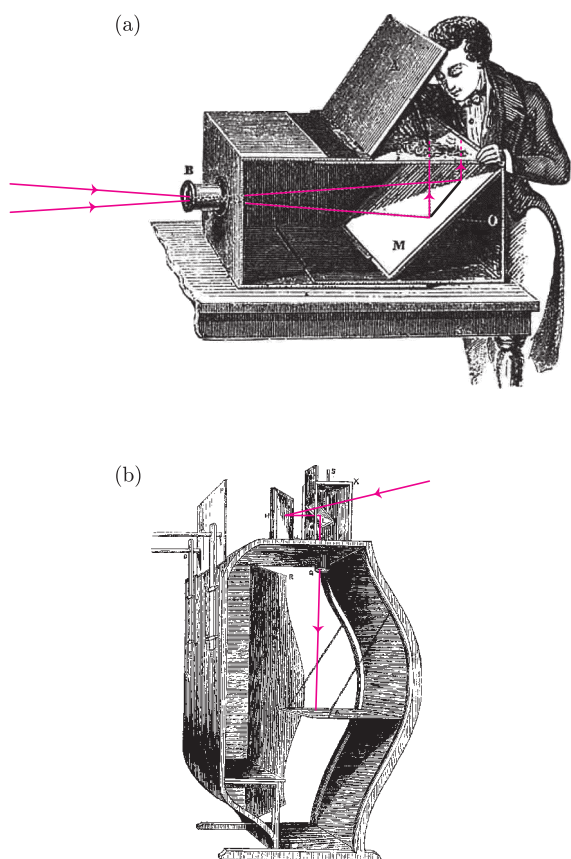
Druga droga, gdzie camera obscura była ciemnym pokojem, była kombinacją edukacji i rozrywki. W XIX wieku z poprawionymi soczewkami mogła rzucać większe i ostrzejsze obrazy. Zaciemnione pokoje, a nawet małe pałacyki stawiane były w pięknych okolicach. Spacerowicze mogli wchodzić do środka i podziwiać widoczny na stole, ruchomy, kolorowy obraz tego, co działo się na zewnątrz dzięki obrotowemu obiektywowi z lustrem, zamocowanemu na dachu.

Dzisiaj camera obscura cieszy się coraz większym zainteresowaniem miłośników fotografii.

Jeżeli chciałbyś, Czytelniku, robić zdjęcia cechujące się miękkością, łagodnymi kontrastami, nieskończoną głębią ostrości i całkowitym brakiem dystorsji, to zachęcam Cię do zabawy fotografią otworkową, czyli fotografią wykorzystującą camerę obscurę. Wszystko, czego potrzebujesz, to pudełko całkowicie czarne w środku, światłoczuły materiał (może być negatyw czarno-biały, kolorowy lub papier światłoczuły) i otwartość na eksperymenty. Wiele niepotrzebnych opakowań może posłużyć jako materiał na aparat. Nie potrzebujesz wiedzy o ogniskowych, naładowanych akumulatorów do aparatu czy dzwigania kilku różnych obiektywów. W dobie obrazu cyfrowego można także zrobić cyfrową camerę obscurę. Istnieją specjalne dekielki z dziurką nakładane w miejsce obiektywu na korpus cyfrowki.

Szczegółową instrukcję, jak zrobić otworkowy aparat fotograficzny, oraz efekty jego użycia, zamieszczamy na stronie www.mimuw.edu.pl/delta w galerii. Życzę ciekawych eksperymentów!

Małą Deltę przygotowała Anna LUDWICKA

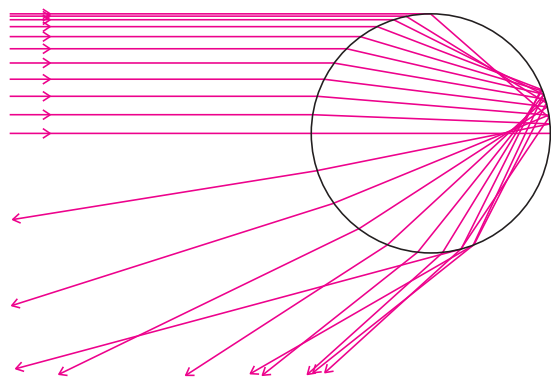


Rys. 2. Przykłady zastosowania camery obscury jako przyrządu pomocnego rysownikom. Ilustracja (a) jest z 1855 roku.

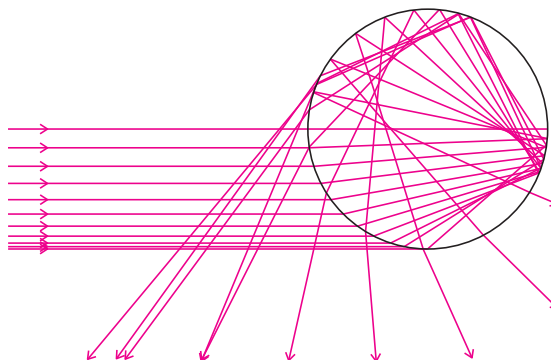
Barwy ze słońca są. A ono nie ma żadnej osobnej barwy, bo ma wszystkie.
 Naturalną ilustracją tego spostrzeżenia zawartego w wierszu Czesława Miłosza jest tęcza. Najpiękniejszą tęczę można zobaczyć po przejściu letniej ulewy, późnym popołudniem. Niskie słońce oświetla wtedy oddalające się chmury i smugi deszczu. Na ich ciemnym, groźnym tle wszystkie barwy wydają się szczególnie jaskrawe. Ponieważ jednak tęcza rzadko ukazuje się w pełnej krasie, warto podać jej szczegółowy opis.

Tęczę można dostrzec, stojąc tyłem do słońca oświetlającego obszar, w którym spadają krople deszczu. Możemy ją zobaczyć w rozpylonej wodzie niesionej powiewem od górskiej siklawy, w kroplach tryskającej fontanny, w kropelkach rosy wiszącej na pajęczynie. Możemy ją wywołać sztucznie, używając – zależnie od okoliczności – rozpylacza lub ogrodowego węża.

Tęcza składa się z dwóch łuków. Ich wspólny środek leży na prostej przechodzącej przez Słońce i oko obserwatora. Można więc powiedzieć, że każdy widzi inną, swoją własną tęczę. Mniejszy łuk ma promień kątowy około 42° . Nazywany jest łukiem pierwotnym. Najbardziej wewnętrzną barwą w tym łuku jest fiolet. Nad nią widać kolejno przechodzące w siebie barwy od błękitu do czerwieni. Łuk większy, zwany wtórnym, ma promień kątowy około 50° . Kolejność barw jest w nim odwrotna, a więc fiolet pojawia się na zewnątrz. Obszar między łukami jest wyraźnie ciemniejszy od reszty nieba. Nosi nazwę ciemni Aleksandra (greckiego filozofa z Afrodyzji żyjącego ok. 200 r. p.n.e.). Łuk wtórny jest zwykle słabiej widoczny, czasem niezauważalny zupełnie. Wewnątrz łuku pierwotnego widoczne są często tak zwane łuki nadliczbowe, których najwyraźniejsze barwy to zielona i różowa. W sprzyjających warunkach widać je także na zewnątrz łuku wtórnego. Wygląd tęczy bywa różny, zależnie od wielkości kropeł wody: duże krople (o średnicy 0,5–1 mm) dają tęczę o jaskrawych barwach, bardzo małe (0,05 mm) dają tęczę prawie białą. Niektóre z wymienionych cech tęczy widoczne są w sposób oczywisty, inne wymagają już pewnej uwagi, jeszcze inne – użycia odpowiednich przyrządów.



Rys. 1

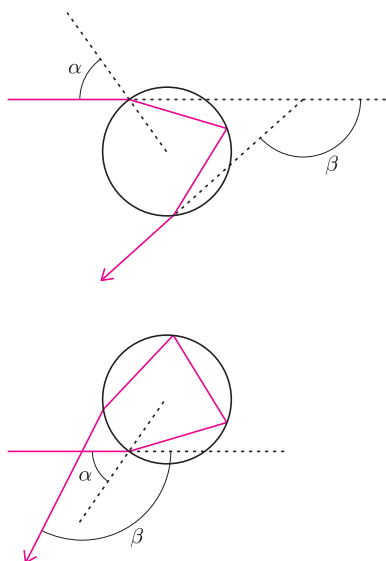


Rys. 2

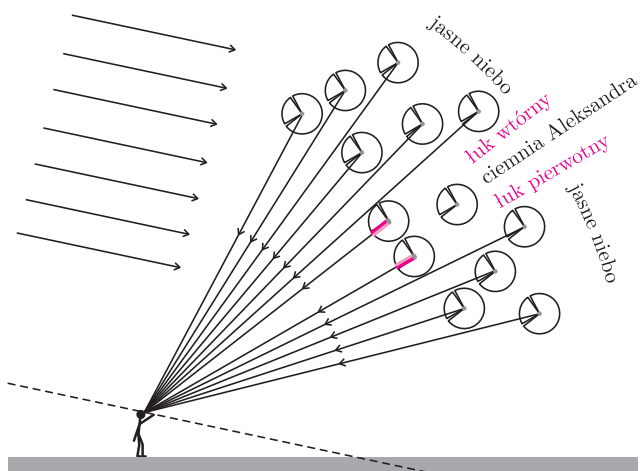
Taką cechą niewidoczną dla nieuzbrojonego oka jest polaryzacja światła tęczy. Jest ono prawie całkowicie spolaryzowane w płaszczyźnie padania. Można to stwierdzić, oglądając tęczę przez fotograficzny filtr polaryzacyjny. Da się go tak ustawić, że tęcza niknie.

Powstawanie tęczy próbowano zrozumieć na każdym etapie rozwoju nauki, począwszy od starożytności. Współcześnie potrafimy wyjaśnić wszystkie jej własności, traktując światło jako falę elektromagnetyczną. Znacznie prostsze jest przybliżone podejście oparte na optyce geometrycznej, podane już w 1637 roku przez Kartezjusza. Bierze się w nim pod uwagę zjawiska odbicia i załamania światła. Zgodnie z tym podejściem tęcza powstaje dzięki temu, że promienie słoneczne, wnikając do kropli, załamują się na jej powierzchni. Następuje przy tym rozszczepienie światła na wszystkie barwy składowe, ponieważ współczynniki załamania każdej barwy nieco się różnią. (Zachęcam do odwiedzenia strony <http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=44> gdzie zademonstrowane są wspomniane zjawiska załamania i odbicia.) We wnętrzu kropli promienie odbijają się wielokrotnie. Przy każdym odbiciu część światła wychodzi z niej. Na rysunku 1 pokazane są drogi kilku równoległych promieni słonecznych padających na kroplę i odbijających się w jej wnętrzu tylko raz. Promienie te tworzą łuk pierwotny. Rysunek 2 przedstawia bieg promieni odbijających się dwukrotnie i dających łuk wtórny. Założono, że są to promienie światła jednej barwy, dla której współczynnik załamania wynosi 1,33. Pokazano promienie padające na jedną tylko połowę kropli. Promienie padające na drugą połowę kierowane są ku niebu i nie są widoczne dla

*Instytut Fizyki, Politechnika Łódzka



Rys. 3



Rys. 4

obserwatora przebywającego na ziemi. Pominięto także promienie odbite i załamane, które w tworzeniu tęczy nie biorą udziału. Kształt łuku okręgu, jaki przyjmuje tęcza, wynika z symetrii względem promienia przechodzącego przez środek kropli. Światło wydostające się z każdej kropli rozchodzi się w bardzo wielu kierunkach, ale nie we wszystkich i jego natężenie nie jest rozłożone równomiernie. Konstrukcje promieni na rysunkach 1 i 2 pokazują, że podczas gdy kąt padania α przyjmuje wszystkie możliwe wartości (od 0° do 90°), to kąt rozproszenia β zdefiniowany na rysunku 3 (mierzony między promieniem padającym na kroplę a wychodzącym z niej) nie spada poniżej $\beta_1 = 138^\circ$ przy jednokrotnym odbiciu i nie przewyższa $\beta_2 = 130^\circ$ przy odbiciu dwukrotnym. Istnieje więc zakres kierunków, w które światło nie jest wysyłane z kropli w ogóle. Z kierunków tych nie dociera do oka żaden promień. Patrząc tam, widzimy pas nierozjaśnionego nieba, czyli ciemnię Aleksandra. Z rysunków 1 i 2 można też wywnioskować, że brzegi tego obszaru powinny być szczególnie jasne, ponieważ z kierunków określonych kątami β_1 i β_2 dochodzi do obserwatora szczególnie dużo światła. To zwiększone natężenie sprawia, że światło rozproszone przez krople tworzy łuki wyróżniające się na tle nieba.

Kąty β_1 i β_2 dla różnych barw różnią się nieco. Dlatego łuki różnych barw nie nakładają się i są widoczne obok siebie jako kolorowa tęcza. Barwy światła dochodzącego z pozostałych obszarów nieba (dla których $\beta > \beta_1$ i $\beta < \beta_2$) mieszają się i w efekcie niebo przybiera tam jaśniejszy odcień.

Rysunek 4 wyjaśnia, jak światło opuszczające krople tworzy elementy tęczy. Pokazano promień biegnące w płaszczyźnie pionowej. Wycinkami kół zakreślono kierunki, w których rozchodzi się światło po wyjściu z kropli. Przedstawiono kilkanaście promieni wychodzących z kropli i trafiających do oka obserwatora. Podobny układ promieni występuje w każdej płaszczyźnie przechodzącej przez oś Słońce-oko, którą zaznaczono linią przerywaną. Wszystkie one składają się na łukową tęczę. Można się o tym przekonać, wyobrażając sobie, co otrzymamy, obracając narysowany układ promieni wokół wspomnianej osi.

W powyższy sposób można wytłumaczyć powstawanie łuków pierwotnego i wtórnego oraz kolejność barw w każdym z nich. Pozostaje jednak niewyjaśnione istnienie łuków nadliczbowych, są one bowiem wynikiem zjawiska zwanego interferencją fal świetlnych, którego w przybliżeniu optyki geometrycznej nie bierze się pod uwagę.

Tęcza budzi zachwyty zarówno wtedy, gdy jest podziwiana jako składnik krajobrazu, jak i wtedy, gdy jest analizowana z punktu widzenia fizyki. Dążenie do zrozumienia tego pięknego zjawiska może być źródłem dodatkowej satysfakcji. Znając mechanizm powstawania tęczy, możemy w pełni zachwycać się subtelnościami jej struktury oraz jej wewnętrzną harmonią.



Rozwiązanie zadania M 1286.

Rozważmy szachownicę S o wymiarach 2×2 zawierającą lewe dolne pole. Zauważmy, że po wykonaniu opisanej w treści zadania operacji iloczyn czterech liczb napisanych w polach szachownicy S nie zmienia się, a zatem będzie on po każdym kroku wynosił -1 . Nie jest więc możliwe, aby doprowadzić do sytuacji, w której każda z czterech liczb napisanych w polach szachownicy S jest równa 1.



Rozwiązanie zadania M 1287.

Ponieważ $xy + 61 > 0$, więc $x > y$. Przyjmijmy więc $x = y + d$, gdzie $d \geq 1$ jest liczbą całkowitą. Wówczas dane równanie przybiera postać $(y + d)^3 - y^3 = (y + d)y + 61$, a po przekształceniu

$$(*) \quad (3d - 1)y^2 + (3d^2 - d)y + d^3 - 61 = 0.$$

Równanie to ma rozwiązanie ze względu na niewiadomą y , gdy jego wyróżnik jest nieujemny, czyli $\Delta = (3d - 1)(244 - d^3 - d^2) \geq 0$. Warunek ten spełniają jedynie liczby: 1, 2, 3, 4, 5.

Bezpośrednio sprawdzamy, że tylko dla $d = 1$ równanie $(*)$ ma rozwiązanie będące liczbą całkowitą dodatnią: $y = 5$. Stąd obliczamy $x = 6$.

Wobec tego para $(x, y) = (6, 5)$ jest jedynym rozwiązaniem danego równania w liczbach całkowitych dodatnich.

Piękna asymetria?

Piękno symetrii dostrzegamy dopiero po jej naruszeniu. Bardziej nas zachwycą płatki śniegu niż kropla wody, która jest przecież bardziej symetryczna.

Najbardziej symetryczna jest próżnia, czyli stan pozbawiony czegokolwiek, poza symetrią właśnie. Jaka jest symetria próżni, pozostaje jednak tajemnicą, którą próbujemy rozwikłać.

Podstawowym dowodem na nieidealną symetrię próżni jest nasze istnienie. Gdyby parzystość kombinowana CP, czyli symetria między cząstkami a „odbitymi w lustrze” antycząstkami nie była naruszona, nie mielibyśmy ani z czego powstać, ani czego obserwować.

Wbudowany w model standardowy mechanizm naruszenia tej symetrii jest związany z istnieniem trzech rodzin cząstek, które wymaga wprowadzenia do opisu nietrywialnej fazy. Jeżeli jakieś zjawisko (np. rozpad) może zachodzić dwiema drogami, to obecność tej fazy (na skutek interferencji amplitud) może powodować różnice między danym procesem a jego odbiciem w lustrze CP.

Naruszenie CP, obecne w modelu standardowym, jest jednak za małe, żeby można było wyjaśnić obserwowaną ilość materii we Wszechświecie (materia jest rezultatem minimalnej nadwyżki materii nad antymaterią we wczesnym Wszechświecie, cała reszta unicestwiła się nawzajem). Jest to jedna z podstawowych przesłanek skłaniających do poszukiwania rozszerzenia modelu standardowego.

Bardzo obiecującym laboratorium badania naruszenia CP są układy związane antykwarku pięknego z kwarkiem dziwnym (i odwrotnie, czyli neutralne mezony i antymezyony B_s). Monopol na ich wytwarzanie jest właśnie odbierany amerykańskiemu Tevatronowi przez europejskie LHC, ale na razie Tevatron ma więcej do powiedzenia. Szczególnie skuteczny jest tu eksperyment D0 dzięki udoskonaleniom detektora. Właśnie zespół D0 opublikował w maju [1] wstępne wyniki dotyczące obserwowanej asymetrii par mionów o tym samym znaku ładunku. Pomiar ten jest bardzo prosty pojęciowo. Zliczamy pary mionów tego samego znaku i sprawdzamy, czy obserwujemy taką samą liczbę par mionów co antymionów. Trudność polega na poprawnym uwzględnieniu efektów systematycznych. Pomaga w tym możliwość okresowego odwracania pola magnetycznego magnesów D0, co jest równoważne okresowej zmianie orientacji detektora.

Źródłem statystycznie istotnej asymetrii zmierzonej przez D0 mogą być rozpady mezonów B_s . Ponieważ mezon i antymezon są neutralne, to możliwa jest przemiana (tzw. oscylacja) jednego w drugi, dzięki czemu istnieją dwa warianty rozpadu takiej cząstki, albo bezpośrednio, albo po przeoscyłowaniu. Co dziesiąta cząstka zawierająca antykwark piękny rozpada się, między innymi na antymion, a antycząstka na mion. Zmierzona asymetria jest większa niż oczekiwana w modelu standardowym. W połączeniu z innymi obserwacjami dotyczącymi mezonów pięknych może to świadczyć o konieczności rozszerzenia modelu standardowego. Jednym z pasujących wariantów mogłoby być minimalne rozszerzenie sektora pól Higgsa

odpowiedzialnych za nadawanie mas cząstkom [2]. Wtedy zamiast jednego, jeszcze nieodkrytego bozonu Higgsa, który jest wbudowany w model standardowy, mielibyśmy ich do odkrycia aż pięć. Przynajmniej w części powinno się to udać rozstrzygnąć za pomocą LHC.

- [1] The D0 collaboration, *Evidence for an anomalous like-sign dimuon charge asymmetry*, hep-ex 1005.2757.
 [2] B.A. Dobrescu, P.J. Fox i A. Martin, *CP violation in B_s mixing from heavy Higgs exchange*, hep-ph 1005.4238.

Vuvuzela

Niestety (albo na szczęście), ta część aktualności jest już nieaktualna. Mistrzostwa Świata w Piłce Nożnej 2010 zakończyły się. Nawet zagorzali kibice kopanej odetchnęli. Turniej, przynajmniej w fazie grupowej, był zdominowany przez błędy sędziowskie oraz vuvuzelę. Ta ostatnia dominacja prawdopodobnie utrzymała się do końca (niewykluczone, że pierwsza również). Jeżeli jest jeszcze ktoś, kto nie wie, co to takiego ta vuvuzela, to spieszę donieść, że jest to długa na dwa łokcie trąbka, która robi dużo męczącego hałasu. Jest ona podstawowym wyposażeniem afrykańskich kibiców. Efekt używania tysięcy takich trąbek powodował, że włączenie transmisji z niewyłączonym głosem było jednoczesnym zaproszeniem takiej vuvuzeli do domu. Wyrażanie uczuć za jej pomocą jest skomplikowane. Jak się cieszę – dmę w trąbkę, jak się smucę – dmę w trąbkę, jak protestuję – dmę w trąbkę, jak się nudzę – dmę w trąbkę. Natomiast we wszystkich innych sytuacjach – dmę w trąbkę.

Dość szybko pojawiły się pomysły, jak pozbyć się vuvuzeli, przynajmniej z transmisji. Okazuje się, że spektrum jej częstości jest bardzo ubogie (nie jest to zaskoczeniem, skoro ten dźwięk jest tak męczący), więc zrobienie filtru nie jest specjalnie trudne. Polskie media jak na razie nic jednak nie zrobiły w tym kierunku, natomiast rozwiązania oczywiście się pojawiły.

I to jest powód wspomniania o tym w aktualnościach. Jest spore niebezpieczeństwo, że vuvuzele znajdą zwolenników również w Polsce, a za dwa lata będziemy przecież mieli mistrzostwa Europy. Właśnie przeprowadzana kampania wyborcza (informacja znów nieaktualna, kampania zakończona, prezydent wybrany) jako żywo przypomina dęcie w vuvuzele, więc zbyt ma ta trąbka w Polsce raczej zapewniony. Szansa, że wzorem Austrii używanie vuvuzeli zostanie ustawowo zabronione, jest nikła, nie mówiąc już o przestrzeganiu ewentualnego zakazu.

W związku z tym czuję się w obowiązku ostrzec, że reklamowane w internecie zagłuszacze vuvuzeli (w przeciwieństwie do filtrów), niestety, nie działają. Wygłuszenie jednej fali dźwiękowej za pomocą nadawania takiej samej, ale o dokładnie przeciwnej fazie jest możliwe, ale albo trzeba znać przebieg oryginalnej fali, albo robić to dynamicznie (co, tak naprawdę, jest zasadą działania filtrów). Nie można stworzyć nagrania, które, emitowane jednocześnie z transmisją koncertu tysięcy vuvuzeli, taką symfonię wygłuszy.

Niestety, na polityczne vuvuzele nawet filtrów nie wymyślono.

Piotr ZALEWSKI

Informatyczny kącik olimpijski (33): Inspektor

Tym razem weźmy pod lupę zadanie o nazwie *Inspector is coming*, pochodzące z obozu treningowego rosyjskich drużyn (autor zadania: Aleksey Tolstikov).

Na powierzchni pewnej planety rozmieszczonych jest N baz, pomiędzy którymi wybudowano $N - 1$ dwukierunkowych połączeń o danych całkowitych długościach w_i , tworzących drzewo (pomiędzy każdymi dwiema bazami istnieje dokładnie jedna ścieżka). Inspektor kontrolujący bazy wprowadził Q zarządzeń, z których j -te jest postaci (u_j, v_j, a_j, b_j) i nakazuje przebudować wszystkie połączenia o długościach z przedziału $[a_j, b_j]$, które znajdują się na ścieżce pomiędzy bazami u_j i v_j . Naszym zadaniem jest obliczyć, ile połączeń należy przebudować, aby spełnić wymagania inspektora. Zakładamy, że N i Q , a także W – górne ograniczenie na liczby w_i , a_j i b_j – są tego samego rzędu wielkości.

Naturalnym podejściem jest przeglądanie, dla każdego zarządzenia j , wszystkich połączeń, które leżą na ścieżce pomiędzy u_j a v_j . Niestety, może być ich nawet $N - 1$. Stąd złożoność takiego rozwiązania wyniesie $\Omega(NQ)$. W takim razie możemy dla każdego zarządzenia po prostu przeszukać całe drzewo i zaznaczyć, że połączenia na odpowiedniej ścieżce i o długościach z przedziału $[a_j, b_j]$ muszą zostać przebudowane. Daje to rozwiązanie, które rzeczywiście ma złożoność czasową $O(NQ)$, natomiast pamięciową $O(N)$.

Jak zwykle, problemem jest przejście od takiego rozwiązania do jakiegokolwiek szybszego. Istnieją co najmniej trzy różne podejścia, z których każde daje niezłe wyniki. Przedstawione poniżej jest, zdaniem autora, najefektowniejsze.

Ukorzeńmy drzewo w dowolnym wierzchołku. Zaczniemy od obserwacji, że każda ścieżka (pomiędzy u_j a v_j) rozkłada się na dwie ścieżki idące w drzewie wyłącznie w górę, odpowiednio z u_j i v_j , do $LCA(u_j, v_j)$. Przez $LCA(p, q)$ oznaczamy tu najniższego wspólnego przodka wierzchołków p i q (więcej o problemie LCA można poczytać w *Delcie* 9/2007, „O dwóch równoważnych problemach”, oraz w *IKO* w *Delcie* 7/2009). Dokonujemy takiego rozkładu dla każdego zarządzenia i zapamiętujemy w wierzchołkach u_j oraz v_j , że tam rozpoczynają się ścieżki o ograniczeniu $[a_j, b_j]$ prowadzące do $LCA(u_j, v_j)$.

Zastanówmy się, jak teraz sformułować warunek na to, że połączenie musi zostać przebudowane. Rozważmy połączenie o długości w z wierzchołka p do jego ojca q . Musi ono zostać przebudowane wtedy i tylko wtedy, gdy w poddrzewie wierzchołka p rozpoczyna się jakaś ścieżka z ograniczeniem takim, że $w \in [a_j, b_j]$, oraz ta ścieżka nie kończy się w poddrzewie p .

Będziemy przeszukiwać drzewo w głąb i pamiętać połączenia na ścieżce z aktualnie odwiedzanego wierzchołka do korzenia. Gdy napotykamy wierzchołek, z którego wychodzi ścieżka w górę, to musimy przejrzeć nasze połączenia i stwierdzić, które z nich mają długości z określonego przedziału i są poniżej drugiego końca tej ścieżki. Wykorzystamy do tego statyczne drzewo przedziałowe. Dla każdego przedziału bazowego postaci $[m \cdot 2^k, (m + 1) \cdot 2^k)$ będziemy pamiętali strukturę danych S zawierającą połączenia, które są na ścieżce z aktualnie odwiedzanego wierzchołka do korzenia

i mają długości z tego przedziału, poza połączeniami, o których wiemy już, że trzeba je przebudować. Strukturę S zaimplementujemy jako stos, z połączeniami uporządkowanymi od korzenia (dno stosu) w dół drzewa (wierzchołek stosu). Gdy przechodzimy jakimś połączeniem w dół drzewa, to dodajemy je na szczyt stosu dla $O(\log W)$ przedziałów zawierających jego długość, a gdy po pewnym czasie cofamy się tym połączeniem, dla tych samych przedziałów usuwamy je z wierzchołków stosów (chyba że z niektórych zostało już ono wcześniej usunięte). Kiedy natomiast napotykamy dolny koniec ścieżki, rozbijamy przedział $[a_j, b_j]$ na sumę $O(\log W)$ rozłącznych przedziałów bazowych i dla każdego z nich zaznaczamy, że połączenia, które są poniżej drugiego końca ścieżki (a więc kilka początkowych z wierzchu stosu), muszą zostać przebudowane, oraz zdejmujemy je ze stosów dla tych przedziałów. Takie przetworzenie jednej ścieżki może pochłonąć wiele operacji, ale co najwyżej $O(\log W + X)$, gdzie X jest liczbą zdjętych ze stosów połączeń. Wszystko, co wrzucimy na stos, zostanie jednak zdjęte co najwyżej raz, więc całość się amortyzuje.

Ostatecznie, złożoność czasowa takiego rozwiązania to: $O((N + Q) \log N)$ – wstępne przetworzenie drzewa oraz wyznaczenie wszystkich najniższych wspólnych przodków, plus $O(N \log W)$ – wrzucanie połączeń do struktury i zamortyzowane ich usuwanie oraz próby usuwania tych, które wcześniej już usunięto, plus $O(Q \log W)$ – przetwarzanie ścieżek poza usuwaniem połączeń, co łącznie daje $O((N + Q) \log NW)$, przy zużyciu pamięci $O(N \log N + W + N \log W)$. Można pozbyć się czynników $\log N$, jeśli zastosuje się optymalne algorytmy znajdowania LCA, jednak jest to raczej niepraktyczne.

Tomasz KULCZYŃSKI

Poznajemy właściwości tarcia. Część IV: Tarcie w cieczech i gazach

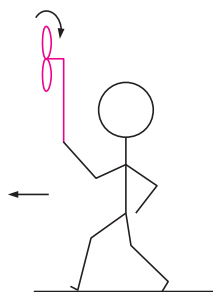
Stanisław BEDNAREK

Tarcie pojawia się nie tylko w przypadku kontaktu dwóch ciał stałych, co

badaliśmy w poprzednich kącikach eksperymentatora. Siła tarcia, nazywana również oporem ruchu, występuje też podczas poruszania się ciała w cieczech i gazach. Zapewne wiemy, że w czasie jazdy samochodu lub lotu samolotu działa na te środki transportu siła oporu powietrza. Żeby popłynąć łodzią lub kajakiem na stojącej wodzie, trzeba pokonać siłę oporu wody – czyni się to zwykle za pomocą wiosła lub silnika.

Spróbujmy przeprowadzić teraz kilka doświadczeń, które pozwolą nam odpowiedzieć na pytanie, od czego zależy siła oporu podczas ruchu ciała w gazach i cieczech. Do tych doświadczeń potrzebne nam będą: plastikowy wiatraczek, który można kupić u ulicznych sprzedawców lub w sklepie z zabawkami, kilka jednakowych kartek papieru formatu A4, klej do papieru, ołówek, cyrkiel, linijka, nożyczki, plastelina, stoper albo zegarek z sekundnikiem, kalkulator, woda, gliceryna lub olej, przezroczyste naczynie o wysokości kilkudziesięciu centymetrów – im wyższe, tym lepsze, np. szklany wazonik lub menzurka, czyli cylinder używany do pomiaru objętości cieczy.

Na początek zajmiemy się oporem podczas ruchu w powietrzu. Weźmy do ręki wiatraczek i trzymając go w lekko podniesionej ręce, przejdźmy kilka kroków do przodu (rys. 1). Jak zachowuje się przy tym śmigiełko wiatraczka? Zauważamy, że wiatraczek powoli zaczyna się obracać. Dlaczego tak się dzieje? Przyczyną obrotu wiatraczka jest siła oporu powietrza, pojawiająca się wtedy, gdy z nim idziemy. Siła ta działa na śmigiełko i powoduje jego obrót, który jest dość powolny. Powtórzmy to doświadczenie, ale tym razem pobiegnijmy kilkanaście metrów z wiatraczkiem. Czy zmieniła się przy tym szybkość jego obrotu?

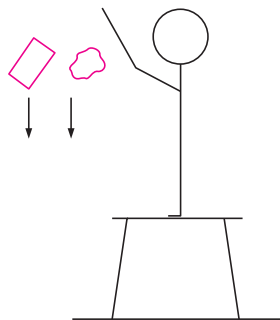


Rys. 1. Sposób wykorzystania wiatraczka do wykazania istnienia oporu powietrza i jego zależności od prędkości ruchu.

Okazuje się, że podczas biegu wiatraczek obraca się znacznie prędzej. Musi więc na niego działać większa siła. Wynika stąd wniosek, że wartość siły oporu podczas ruchu w powietrzu wzrasta wraz ze wzrostem prędkości tego ruchu. Wniosek ten dotyczy również innych gazów. Okazuje się, że przy małych prędkościach wartość siły oporu jest wprost proporcjonalna do wartości prędkości. Dla większych prędkości siła ta staje się wprost proporcjonalna do jej kwadratu, a dla jeszcze większych zależność ta staje się bardziej skomplikowana.

W następnym doświadczeniu wykorzystamy dwie jednakowe kartki papieru. Bierzymy po jednej z nich do każdej z rąk, podnosimy ręce ku górze i trzymamy kartki poziomo. Dla ułatwienia obserwacji efektu doświadczenia możemy stanąć

na taborecie lub krześle (rys. 2). W pewnej chwili puszczone jednocześnie obie kartki i obserwujemy ich ruch. Jakim ruchem spadają kartki? Która z nich spada szybciej? Okazuje się, że obie kartki spadają praktycznie tak samo szybko, wykonując przy tym od czasu do czasu ruch po zygzakowatej linii. Powtarzamy to doświadczenie kilkakrotnie, mierząc za każdym razem stoperem lub zegarkiem z sekundnikiem czas spadania dowolnej z kartek i obliczamy średni czas spadania.



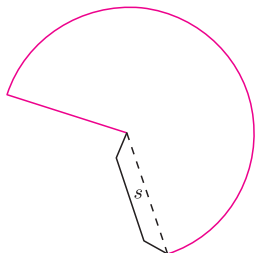
Rys. 2. Badanie zależności oporu powietrza od powierzchni spadającego ciała.

Bierzemy trzecią kartkę, zgniatamy ją w kulkę i kilkakrotnie upuszczamy z takiej samej wysokości, z której upuszczaliśmy niezgniecione kartki. Mierzmy za każdym razem czas spadania kulki i obliczamy wartość średnią. Porównujemy obie średnie. Gdyby kulka była zbyt mała i jej czas spadania tak krótki, że trudno byłoby go zmierzyć, wówczas możemy poprzestać na doświadczeniu jakościowym. W tym celu wystarczy jednocześnie upuścić z tej samej wysokości niezgniecioną kartkę oraz kulkę i zauważyć, co szybciej spadło. Dlaczego czas spadania niezgniecionych kartek jest znacznie dłuższy? Łatwo stwierdzić, że przyczyną tego jest opór powietrza, hamujący ruch niezgniecionych kartek. W przypadku zgniecionej kartki opór powietrza też występuje, ale jest on znacznie mniejszy.

Żeby wykonać kolejne doświadczenie, jedną z niezgniecionych kartek składamy na pół, mocno przyciskając linię zgięcia. Powtarzamy poprzednie doświadczenie, upuszczając złożoną kartkę z takiej samej wysokości, co poprzednio. Kilkakrotnie mierzymy czas jej spadania i obliczamy wartość średnią. Otrzymany wynik porównujemy ze średnim czasem spadania kartki niezłożonej z poprzedniego doświadczenia. Dla której kartki czas spadania jest krótszy? Okazuje się, że kartka złożona spada szybciej. Jeszcze raz powtarzamy ostatnie doświadczenia, ale tym razem kartkę złożoną na pół składamy jeszcze raz na pół, czyli czterokrotnie. Stwierdzamy, że tak złożona kartka wykazuje jeszcze krótszy czas spadania. Przyczyną tego jest znacznie mniejszy opór powietrza, którego doznaje kartka złożona. Również to doświadczenie możemy wykonać w wersji jakościowej. W tym celu wystarczy jednocześnie i z tej samej wysokości upuścić poziomo trzymane kartki: niezłożoną i złożoną oraz zaobserwować, która spada wolniej.

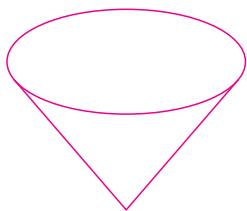
Ostatnie trzy doświadczenia prowadzą nas do wniosku, iż opór powietrza zależy od powierzchni spadającego ciała i jest on tym mniejszy, im ta powierzchnia jest mniejsza. Dokładniej, należy tu brać pod uwagę powierzchnię liczoną w kierunku prostopadłym do kierunku ruchu. Sformułowana prawidłowość dotyczy również innych gazów. Z tego też powodu spadochrony przeznaczone do wolniejszego opadania lub opuszczania ładunków o dużej masie mają większą powierzchnię.

Zbadamy teraz zależność oporu powietrza od kształtu spadającego ciała. W tym celu, przy użyciu cyrkla, linijki i ołówka, przerysujemy dwukrotnie na kartkę papieru figurę przedstawioną na rysunku 3, powiększając ją 3–4 razy.



Rys. 3. Figura przeznaczona do otrzymania powierzchni bocznej stożka; s – skrzydełko do sklejenia.

Wycinamy powiększone figury, smarujemy klejem do papieru podłużne skrzydełko i przyklejamy je do wolnego prostoliniowego boku. W ten sposób otrzymaliśmy dwie powierzchnie boczne stożka (rys. 4).



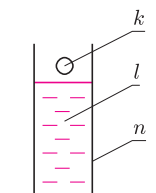
Rys. 4. Sklejona powierzchnia boczna stożka, służąca do badania zależności oporu powietrza od kształtu spadającego ciała.

Podobnie jak w poprzednich doświadczeniach, powierzchnie stożka będziemy jednocześnie upuszczali z takiej samej, możliwie dużej wysokości. Przed upuszczeniem jedną z powierzchni trzymamy zwróconą wierzchołkiem ku dołowi, a drugą wierzchołkiem ku górze. Co zauważamy? Która z powierzchni spadnie szybciej? Zmierzymy kilkakrotnie czasy ich spadania i obliczymy średnią. Okazuje się, że szybciej spada powierzchnia zwrócona wierzchołkiem w dół. Wynika to stąd, iż w czasie spadania doznaje ona mniejszego oporu powietrza. Dzieje się tak dlatego, że otaczające powietrze łatwiej ją opływa. Fizycy i inżynierowie mówią, iż powierzchnia stożka zwrócona wierzchołkiem w kierunku ruchu ma bardziej opływowy kształt, niż ta sama powierzchnia zwrócona w kierunku ruchu podstawą.

Możemy skleić z papieru powierzchnie różnych brył o takiej samej masie, np. dwie jednakowe powierzchnie boczne walca. Następnie upuszczamy je tak, jak poprzednio – jednocześnie oraz z tej samej wysokości. Spróbujmy też upuszczać te powierzchnie przy różnych ustawieniach, np. podłużnym, poprzecznym lub ukośnym względem kierunku ruchu. Pozwoli nam to porównać siły oporu dla jeszcze innych kształtów ciał. W celu zmniejszenia siły oporu pojazdom oraz innym środkom transportu nadaje się specjalnie dobrane, opływowe kształty. Na co dzień widzimy to w przypadku samochodów, skuterów i motocykli. Duże samochody ciężarowe mają nad kabiną kierowcy umieszczoną specjalnie zaokrągloną płytę, nazywaną deflektorem. Odchyła ona strumień opływającego samochód powietrza ponad skrzynię ładunkową i przez to zmniejsza opór. Warto tutaj dodać, że pojazdy wykazujące mniejszy opór powietrza zużywają w określonych warunkach mniej paliwa i przez to są tańsze w eksploatacji oraz mniej zanieczyszczają środowisko.

Ponieważ, jak stwierdziliśmy w pierwszych doświadczeniach, opór powietrza zależy od prędkości ruchu, więc dla jego łatwiejszego porównywania używa się współczynnika oporu. Im ma on niższą wartość, tym opór jest mniejszy. Przyroda w wielu przypadkach podsuwa wzory kształtów o małym współczynniku oporu – taki opływowy kształt mają, na przykład, spadające krople wody.

Teraz zajmiemy się oporem podczas ruchu w cieczach. W tym celu do wysokiego, przezroczystego naczynia nalewamy prawie do pełna wody i upuszczamy do niej kulkę o średnicy kilkunastu milimetrów wykonaną z plasteliny i trzymaną tuż nad powierzchnią wody (rys. 5). Staramy się zmierzyć czas jej opadania. Powtórzmy pomiar czasu kilkakrotnie i obliczymy wartość średnią. Następnie wylewamy wodę z naczynia i napełniamy je do takiej samej wysokości gliceryną. Do gliceryny znowu upuszczamy kulkę i mierzymy czas jej opadania. Powtarzamy te pomiary kilkakrotnie i obliczamy wartość średnią. Porównujemy średnie czasy opadania w obu cieczach. W przypadku której cieczy, gliceryny czy wody, ten czas jest dłuższy?

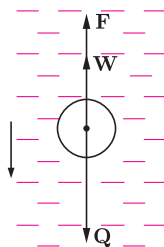


Rys. 5. Układ do badania oporu ruchu podczas opadania ciała stałego w cieczy; n – przezroczyste naczynie, l – ciecz (woda, gliceryna albo olej), k – kulka lub nakrętka.

Jeżeli nie udało się nam zdobyć dostatecznej ilości gliceryny (można na ogół kupić ją w aptece lub w drogerii), to zamiast gliceryny możemy użyć oleju, np. spożywczego. Gdyby czas opadania okazał się za krótki do zmierzenia z powodu zbyt małej wysokości naczynia, to możemy spróbować wersji jakościowej doświadczenia. Do jego przeprowadzenia potrzebne będą dwa naczynia i dwie jednakowe kulki. Jedno z naczyń wypełniamy wodą, a drugie gliceryną albo olejem. Wysokości słupów cieczy w obu naczyniach powinny być równe. Jednocześnie nad powierzchnie obu cieczy upuszczamy kulki i staramy się zauważyć, w której cieczy będą one wolniej opadać.

Opisane doświadczenia wykazały, że ciało w glicerynie lub oleju porusza się znacznie wolniej niż w wodzie, ponieważ gliceryna lub olej stawiają poruszającemu się ciału większy opór. Wielkością charakteryzującą ilościowo ten opór jest lepkość cieczy, mająca dla gliceryny i oleju dużo większą wartość niż dla wody. Wynika stąd ogólny wniosek, że opór podczas ruchu w ośrodku ciekłym lub gazowym zależy również od rodzaju ośrodka. Dokładniejsze badania wykazują, iż wartość siły oporu jest wprost proporcjonalna do lepkości ośrodka.

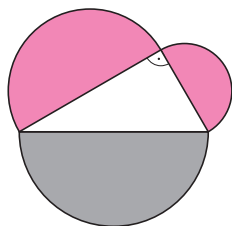
W przypadku opadania ciała stałego w cieczy wpływ na szybkość ruchu ma także siła wyporu, której wartość jest wprost proporcjonalna do gęstości cieczy. Oczywiście, siła ta ma zwrot ku górze i zmniejsza wypadkową siłę wprawiającą ciało w ruch. W przypadku ruchu w gazach, mających znacznie mniejszą gęstość niż ciecze, siła wyporu jest tak mała, że można ją pominąć.



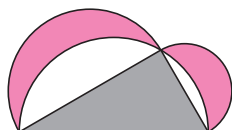
Rys. 6. Siły działające na ciało opadające w cieczy; Q – siła ciężkości, W – siła wyporu, F – siła oporu ruchu.

Ponieważ wartość siły oporu w cieczy lub gazie wzrasta wraz ze wzrostem prędkości i zwrócona jest w przeciwną stronę, niż odbywa się ruch, więc wypadkowa siła działająca na opadające ciało maleje aż do zera i wtedy ruch staje się jednostajny. Takim ruchem porusza się, m.in., opadający spadochroniarz po otwarciu spadochronu i przebyciu początkowego odcinka toru.

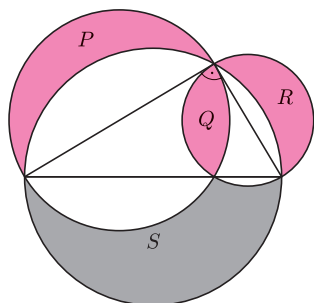
Hipokrates z Chios (V w. p.n.e.) badał takie księżycy, poszukując konstrukcji kwadratury koła.



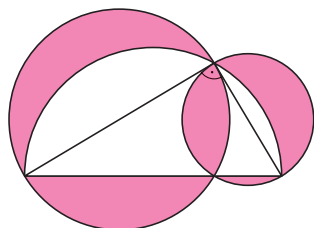
Rys. 1. Fakt (*): Twierdzenie Pitagorasa zachodzi też dla półkoli.



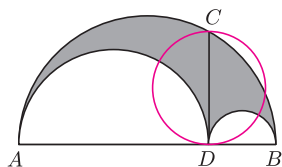
Rys. 2. Księżycy Hipokratesa.



Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8

Zachęcam do samodzielnego odkrywania podobnego rodzaju figur i badania ich pól.

Z twierdzenia Pitagorasa wiemy, że gdy na bokach trójkąta prostokątnego zbudujemy kwadraty, to suma pól dwóch mniejszych jest taka, jak pole trzeciego. Czy jest to własność przysługująca jedynie kwadratowi? Łatwo sprawdzić, że nie – zachodzi też, na przykład, dla trójkątów równobocznych, dla półkoli (rys. 1), a także dla dowolnych innych figur podobnych.

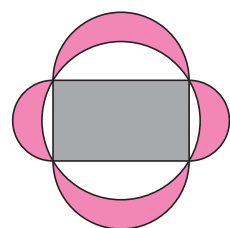
1. Udowodnij fakt (*) (rys. 1) oraz sformułowane powyżej ogólniejsze twierdzenie.

Przyjrzyjmy się pewnym konsekwencjom tych obserwacji. Wszystkie łuki na poniższych rysunkach są okręgami lub półokręgami, ich średnicami są boki trójkątów lub inne wyróżnione odcinki.

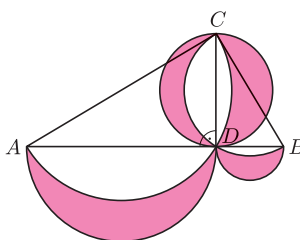
2. Wykaż, że suma pól kolorowych księżyców Hipokratesa (rys. 2) równa jest polu szarego trójkąta.

3. Prostokąt o bokach długości a i b jest wpisany w okrąg. Na jego bokach zbudowano cztery księżycy (rys. 3). Wyznacz sumę ich pól.

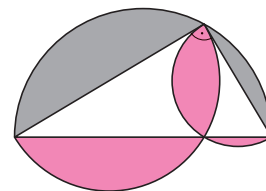
4. Odcinek CD jest wysokością trójkąta ABC (niekoniecznie prostokątnego), punkt D należy do odcinka AB (rys. 4). Okręgi o średnicach AC , BC , AD , BD i CD wyznaczają cztery księżycy. Wykaż, że suma ich pól równa jest polu trójkąta ABC .



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

5. W sytuacji z rysunku 5 udowodnij, że suma pól kolorowych figur równa jest sumie pól szarych figur.

6. Na rysunku 6 litery wewnątrz obszarów oznaczają ich pola, T to pole trójkąta. Wykaż, że $P + Q + R = S = T + Q$.

7. Udowodnij, że suma pól kolorowych figur z rysunku 7 równa jest polu półkola zbudowanego na przeciwprostokątnej trójkąta.

8. Wykaż, że pole szarej figury z rysunku 8 jest równe polu koła o średnicy CD .

9. Wyznacz sumy obwodów księżyców z rysunku 2 (znając obwód trójkąta), księżyców z rysunku 3 oraz obwód figury z rysunku 8.

Rozwiązania niektórych zadań

R2. Suma pól księżyców to pole trójkąta wraz z półkami na przyprostokątnych minus pole półkola zbudowanego na przeciwprostokątnej. Teza wynika z faktu (*). \square

R5. Suma szarych figur i trójkąta to półkole zbudowane na przeciwprostokątnej. Na mocy faktu (*), jego pole jest równe sumie pól półkoli zbudowanych na przyprostokątnych. Taka właśnie jest suma pól kolorowych figur i trójkąta, co kończy dowód. \square

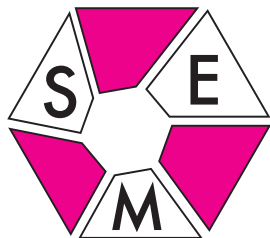
R6. Z faktu (*), suma pól kół zbudowanych na przyprostokątnych równa jest polu koła zbudowanego na przeciwprostokątnej. Pierwszą część tezy uzyskujemy, odejmując od obu stron powyższej równości pole części wspólnej największego koła z sumą dwóch mniejszych. Z zadania 2 mamy $T = P + R$, stąd druga część tezy. \square

R8. Niech $[XY]$ oznacza pole półkola o średnicy XY . Trójkąt ABC jest prostokątny, więc, trzykrotnie korzystając z faktu (*), otrzymujemy

$$[AB] - [AD] - [BD] = ([AC] + [BC]) - [AD] - [BD] = \\ = ([AD] + [CD]) + ([BD] + [CD]) - [AD] - [BD] = 2[CD]. \square$$

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

www.sem.edu.pl



Spora część działań SEM jest związana z konkursami matematycznymi. Mamy świadomość, że nie powinny być one tylko sztuką dla sztuki, lecz środkiem służącym pobudzaniu aktywności uczniów i nauczycieli, wyławianiu uczniów o ponadprzeciętnych zdolnościach matematycznych oraz zachęcaniu ich do rozwijania tychże. Wiemy też o potrzebach ciągłych poszukiwań i prób, które – mamy nadzieję – będą przybliżały nas do coraz lepszych metod nauczania matematyki.

Na bieżąco pisaliśmy tutaj o kolejnych etapach olimpiad prowadzonych przez SEM w ostatnim roku: Olimpiadzie Matematycznej i Olimpiadzie Matematycznej Gimnazjalistów. Oba te konkursy mają swoją ustaloną pozycję i renomę. Są to konkursy elitarne, adresowane do uczniów, dla których matematyka jest pasją.

Grono uczniów, którzy mają uzdolnienia matematyczne, ale niekoniecznie o nich wiedzą, jest niewątpliwie znacznie szersze. SEM chciałoby dotrzeć również do nich. Jedną z możliwości stwarzają konkursy matematyczne. Teraz napiszemy o jednym z nich, w przyszłości również o innych.

W maju br. w Piotrkowie Trybunalskim, pod patronatem SEM, odbył się I Piotrkowski Konkurs Matematyczny. Jego celem było danie szansy uczniom szkół ponadgimnazjalnych, dla których zadania olimpijskie są jeszcze zbyt trudne, zmierzania się z zadaniami trudniejszymi od typowych zadań szkolnych.

Konkurs był rozgrywany w dwóch kategoriach: dla uczniów klas, w których realizowany jest program w zakresie podstawowym (P), i klas, w których realizowany jest program w zakresie rozszerzonym (R).

Finalistom kategorii (R) najwięcej problemów przysporzyło również ostatnie zadanie finału:

Dany jest wielomian $W(x) = (x - 29)(x - 5)(x - 2010)$. Rozstrzygnij, ile jest wielomianów $P(x)$, dla których istnieje wielomian stopnia trzeciego $Q(x)$ taki, że równość $W(P(x)) = W(x) \cdot Q(x)$ jest spełniona dla każdej liczby rzeczywistej x .

Nikt nie rozwiązał tego zadania całkowicie poprawnie. Powody są chyba podobne, jak w przypadku kategorii (P) – chociaż należy przyznać, że to zadanie było istotnie trudniejsze od poprzedniego.

Oto jego rozwiązanie. Zauważmy, że jeśli $Q(x)$ jest takim wielomianem stopnia trzeciego, że dla pewnego wielomianu $P(x)$ mamy $W(P(x)) = W(x) \cdot Q(x)$ dla dowolnego $x \in \mathbb{R}$, to $W(P(x))$ jest wielomianem stopnia szóstego oraz $P(x)$ jest wielomianem stopnia drugiego. Ponadto miejsca zerowe wielomianu $W(x)$ są też miejscami zerowymi wielomianu $W(P(x))$. Ponieważ jedynymi miejscami zerowymi wielomianu $W(x)$ są 5, 29 i 2010, więc

$$W(P(5)) = W(P(29)) = W(P(2010)) = 0.$$

W efekcie wielomian $P(x)$ dla każdego z argumentów 5, 29 i 2010 przyjmuje jedną z wartości 5, 29 lub 2010. Na odwrót: jeśli $P(x)$ jest wielomianem stopnia drugiego, który dla każdego z argumentów 5, 29 i 2010 przyjmuje jedną z wartości 5, 29 lub 2010, to istnieje taki wielomian $Q(x)$ stopnia trzeciego, że $W(P(x)) = W(x) \cdot Q(x)$.

W kategorii (P) najbardziej odbiegającym od typowo szkolnego było ostatnie zadanie finału:

Dany jest wielomian $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, którego współczynniki a, b, c, d są liczbami całkowitymi, przy czym $a \neq 0$. Rozstrzygnij, ile pierwiastków całkowitych może mieć wielomian W , jeżeli wiadomo, że iloczyn $W(0) \cdot W(1)$ jest liczbą nieparzystą.

I właśnie to zadanie sprawiło finalistom najwięcej kłopotu, choć do jego rozwiązania potrzebna jest tylko wiedza, jak zachowuje się parzystość i nieparzystość liczb całkowitych przy operacjach mnożenia i dodawania (no i inwencja).

Interesującym wyzwaniem dla uczestników konkursu w kategorii (R) okazało się zadanie geometryczne:

Na okręgu o środku O i promieniu $r = 5$ leżą (w podanej kolejności) punkty A, B, C, D , przy czym $AB = 10$, $BC = 3$, $CD = 3$. Oblicz długość odcinka AD .

Poprawnie rozwiązało to zadanie 11 uczestników finału i żadne dwa z tych rozwiązań nie były jednakowe. Uczniowie popisali się więc tutaj sporą kreatywnością, co dobrze świadczy o ich matematycznych możliwościach.

Zadanie sprowadza się więc do wyznaczenia liczby wielomianów stopnia drugiego, których wykresy zawierają punkty o współrzędnych $(5, a)$, $(29, b)$ oraz $(2010, c)$, gdzie każda z liczb a, b, c jest równa 5, 29 lub 2010. Wiadomo, że wykres wielomianu stopnia drugiego (parabola) nie może zawierać trzech punktów współliniowych i że dowolne trzy niewspółliniowe punkty, należące do wykresu wielomianu stopnia drugiego, wyznaczają jednoznacznie ten wielomian. Zatem liczba wielomianów, które spełniają warunki zadania, jest równa liczbie takich trójek (a, b, c) , w których każde z a, b, c jest jedną z liczb 5, 29 lub 2010 i punkty $(5, a)$, $(29, b)$, $(2010, c)$ nie są współliniowe. Zauważmy, że punkty te są współliniowe wtedy i tylko wtedy, gdy wyznaczającymi je trójkami są $(5, 5, 5)$, $(29, 29, 29)$, $(2010, 2010, 2010)$, $(5, 29, 2010)$.

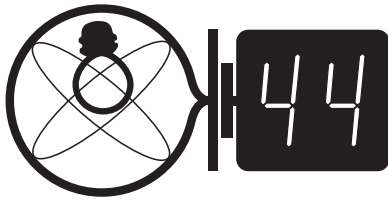
W efekcie są $3^3 - 4 = 23$ wielomiany, które spełniają warunki zadania.

Konkurs wzbudził duże zainteresowanie. Przystąpiło do niego 184 uczniów z 12 piotrkowskich szkół. Do półfinału zakwalifikowało się 106 uczniów, a do finału 45.

Wyniki finału, zadania konkursowe oraz szkice ich rozwiązań można znaleźć na stronie www.skm.piotrkow.pl/PKM-I/

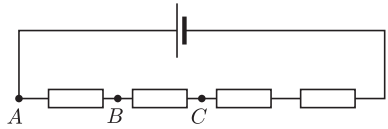
Klub 44

Redaguje Jerzy B. BROJAN

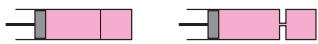


Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 4/2010

Przypominamy treść zadań:



Rys. 1



Rys. 2

Rys. 3

496. Do źródła stałego napięcia dołączono 4 jednakowe oporniki połączone szeregowo. Gdy następnie dołączono pewien woltomierz do punktów A i B (rys. 1), wskazał on napięcie 3 V, a pomiar napięcia między A i C tym samym woltomierzem dał wynik 5 V. Ile wynosi napięcie źródła?

497. Zbiornik o objętości V łączymy z cylindrem o początkowej objętości $2V$ na trzy sposoby:

- (a) ścianką przewodzącą ciepło (rys. 2),
- (b) rurką tak wąską, że ciśnienie po obu stronach po pewnym czasie się wyrównuje, natomiast temperatura – nie (rys. 3),
- (c) przegrodą, która po otwarciu pozwala na wyrównanie się zarówno ciśnień, jak i temperatur.

Poza ścianką z przypadku (a) inne ścianki naczyń nie wymieniają ciepła z wypełniającym wnętrze gazem doskonałym, którego początkowe ciśnienie p_0 i temperatura T_0 były jednakowe. Sprężono gaz w cylindrach do objętości V :

- (a) tak szybko, że ciepło nie zdążyło przepłynąć przez ściankę (ale tak wolno, że przemiana była odwracalna – opisana wzorem $pV^\gamma = \text{const}$), a następnie zaczęto na wyrównanie się temperatur,
- (b) tak szybko, że gaz nie zdążył przepłynąć rurką (ale... jak wyżej), a następnie zaczęto na wyrównanie się ciśnienia,
- (c) po czym otwarto przegrodę, a następnie ją zamknięto.

Następnie cofnięto w opisany sposób tłoki do poprzedniego położenia i doprowadzono do wyrównania temperatury (w przypadku (a)) lub ciśnienia (b), lub obu (c). Jaką temperaturę osiągnął w każdym z tych przypadków gaz, jeśli $T_0 = 300$ K, wykładnik $\gamma = c_p/c_v$ ma wartość 1,4, a przedstawiony cykl powtórzono 10 razy?

496. Przyczyną tego, że drugie ze zmierzonych napięć (U_2) nie jest dwukrotnie większe od pierwszego (U_1), może być skończona wartość oporu własnego woltomierza. Oznaczmy ten opór jako R_V , a opór pojedynczego opornika jako R . Pozostawiamy Czytelnikowi wyprowadzenie równań

$$U_1 = \frac{UR_V}{3R + 4R_V}, \quad U_2 = \frac{UR_V}{2(R + R_V)},$$

których rozwiązaniem jest

$$U = \frac{2U_1U_2}{2U_2 - 3U_1} = 30 \text{ V.}$$

497. Zgodnie z podanym równaniem przemiany adiabatycznej (równoważną postacią jest $V^{\gamma-1}T = \text{const}$) temperatura w cylindrach osiągnęła po sprężeniu wartość równą $T_1 = 2^{\gamma-1}T_0$. Dalej rozpatrujemy kolejno przypadki (a), (c) i (b).

(a) Ponieważ cylinder zawiera 2 razy więcej gazu niż zbiornik, więc temperatura po wyrównaniu wyniosła $T_2 = (2T_1 + T_0)/3$. Podczas rozprężenia temperatura w cylindrze spadła do wartości $T_3 = 2^{1-\gamma}T_2$, a ponownie wyrównana jej wartość jest dana wzorem $T_4 = (2T_3 + T_2)/3$. Stąd $T_4 = \frac{1}{9}(5 + 2^{2-\gamma} + 2^\gamma)T_0 = 1,0172T_0$, a po 10 cyklach dochodzimy do temperatury

$$1,0172^{10} \cdot T_0 = 1,186T_0.$$

(c) Obliczenie temperatur T_1 , T_2 i T_3 nie odbiega od przypadku (a), jednak tym razem ilość gazu rozprężanego w cylindrze jest tak sama, jak pozostała w zbiorniku, więc

$$T_4 = \frac{T_3 + T_2}{2} = \frac{1}{6}(3 + 2^{1-\gamma} + 2^\gamma)T_0 = 1,066T_0.$$

Podniesienie mnożnika do potęgi 10 daje temperaturę $1,897T_0$.

(b) Wyznaczenie temperatur po wyrównaniu ciśnienia jest teraz o wiele bardziej pracochłonne. Należy najpierw przyrównać łączną energię wewnętrzną przed i po wyrównaniu ciśnień. Podstawmy energię wewnętrzną gazu w postaci $U = nC_VT = pVC_V/R$; ponieważ objętości są jednakowe, to wyrównane ciśnienie p_2 jest średnią arytmetyczną początkowego ciśnienia w zbiorniku p_0 i ciśnienia po sprężeniu w cylindrze p_1 (co skądinąd jest prawdą także dla przypadku (c))

$$p_2 = \frac{1}{2}(2^\gamma + 1)p_0.$$

Rozprężenie gazu w cylindrze (wynikające z wypływu przez rurkę) jest adiabatyczne, a korzystając z równania adiabaty w postaci

$$\frac{p^{1-1/\gamma}}{T} = \text{const}$$

i znając parametry początkowe p_1 i T_1 oraz p_2 , wyznaczamy T_2 . Jako ostatnią znajdujemy temperaturę T_2' gazu w zbiorniku, przy czym można oprzeć się na zachowaniu liczby moli, tzn.

$$\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_0}{T_0} = \frac{p_2}{T_2} + \frac{p_2}{T_2'}.$$

Cofnięcie tłoka obniży temperaturę w cylindrze według poprzedniego wzoru $T_3 = 2^{1-\gamma}T_2$, a dalej opisaną wyżej procedurę należy powtórzyć, z dwiema modyfikacjami: po pierwsze, wyrównane ciśnienie p_4 wyraża się przez ciśnienia w cylindrze p_3 i w zbiorniku p_2 z wagami odpowiadającymi objętościom, tzn.

$$p_4 = (2p_3 + p_2)/3,$$

a po drugie, rozprężenie adiabatyczne „przez rurkę” dotyczy teraz gazu pozostałego w zbiorniku. Całość obliczeń nadaje się chyba tylko do analizy numerycznej, a wynikiem po 10 cyklach jest temperatura $1,900T_0$ w cylindrze i $1,893T_0$ w zbiorniku. Ciekawe, że wyniki przypadków (b) i (c) są praktycznie identyczne, co wynika z faktu, że przepływ przez rurkę dość skutecznie wyrównuje temperaturę, a ponadto samo wyrównywanie temperatury ma niezbyt duży udział we wzroście entropii i ogrzewaniu gazu (por. wyniki (a) i (c)).

Czołówka ligi zadaniowej Klub 44F po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 492 ($WT = 1,55$) i 493 ($WT = 3,67$) z numeru 2/2010

Michał Kozlik	Gliwice	38,31
Marian Łupieżowiec	Gliwice	36,55
Tomasz Rudny	Warszawa	31,68
Jacek Piotrowski	Rzeszów	31,58
Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	29,57
Jerzy Witkowski	Radlin	27,61
Tomasz Wietecha	Tarnów	17,10



Rozwiązanie zadania F 769.

Okres drgań ciężarka C jest dany standardowym wzorem na okres drgań wahadła matematycznego $T = 2\pi\sqrt{l'/g'}$, przy czym $g' = g \cos \alpha$ jest składową g prostopadłą do pręta AB , a $l' = l \sin \beta$ jest „efektywną” długością wahadła.

Patrz w niebo: Co planeta może zrobić gwiazdzie?

Przede wszystkim gwiazda swoją siłą grawitacji zmusza planetę do obieganania jej zgodnie z prawami Keplera. Dokładnie z taką samą siłą, tylko o przeciwnym zwrocie, działa planeta na gwiazdę, powodując drobne jej ruchy, po prostu dlatego, że zazwyczaj planeta ma niewielką masę w porównaniu z masą gwiazdy. Po drugie, gwiazda oświetla (tym samym jakoś ogrzewa) planetę, a planeta gwiazdy nie, bo nie produkuje energii. . . Czy aby zawsze tak jest? Pytanie może brzmieć niepoważnie, bo przecież gdyby planeta produkowała znaczącą ilość energii, to pewnie tak naprawdę byłaby gwiazdą. Otóż niekoniecznie.

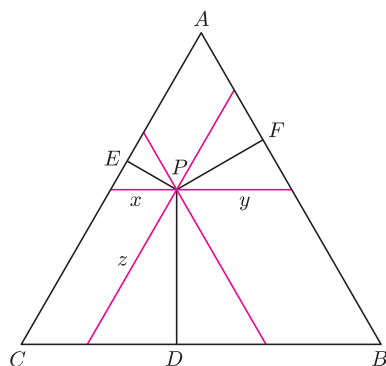
Nie od dziś wiadomo, że gwiazdę HD 179949 (o jasności 6 mag, leżącą w Strzelcu w odległości 27 pc) obiega w ciągu 3,093 dnia planeta odkryta w 2000 roku. Sama gwiazda, sądząc po zmienności rozmaitych jej cech fotometrycznych zależnych niewątpliwie od zaplamienia, obraca się w czasie rzędu 9 dni. Tymczasem jakaś jasna plama na tej gwiazdzie wykazuje okresowość dokładnie zgodną z okresem obiegu planety. Oznacza to, że musi istnieć mechanizm przenoszący do powierzchni gwiazdy skutki zjawisk zachodzących przy lub na planecie. Okazało się nim działanie pola magnetycznego. Mianowicie planeta, która akurat obdarzona jest dość silnym polem magnetycznym, porusza się również w polu magnetycznym gwiazdy, i to szybciej, niż obraca się gwiazda ze swoim polem magnetycznym. Magnetosfera planety zachowuje się wtedy jak elastyczna poduszka doznająca oporu ze strony magnetosfery gwiazdy. Na styku pól magnetycznych gwiazdy i planety zachodzi ich ściśnięcie, a więc wzmocnienie, co przy rozmaitych kierunkach linii pola prowadzi do wystąpienia różnych niestabilności. Obecny tam zjonizowany ośrodek (wiatr gwiazdowy oraz rzadka atmosfera planety) zostaje wtedy silnie ogrzany, a produkty takiej minieksplzji, łatwo poruszając się wzdłuż linii pola gwiazdy, docierają do jej powierzchni, co skutkuje lokalnym ogrzaniem materii, a więc powstaniem tam gorącej plamy. Inaczej można powiedzieć, że w tym przypadku planeta w znaczącym stopniu wpływa na „pogodę” na powierzchni gwiazdy.

Tomasz KWAST



Rozwiązanie zadania M 1285.

Oznaczmy przez a długość boku trójkąta równobocznego ABC . Poprowadźmy przez punkt P trzy proste równoległe do boków trójkąta ABC .



Proste te dzielą trójkąt ABC na trzy równoległoboki i trzy trójkąty równoboczne, odpowiednio o bokach długości x, y, z . Wówczas $x + y + z = a$. Stąd otrzymujemy

$$\begin{aligned} AF + BD + CE &= \\ &= \left(x + \frac{1}{2}y\right) + \left(y + \frac{1}{2}z\right) + \left(z + \frac{1}{2}x\right) = \\ &= \frac{3}{2}(x + y + z) = \frac{3}{2}a. \end{aligned}$$

Sierpień

I znowu w sierpniowe wieczory widzimy na południu w całej okazałości Letni Trójkąt, czyli rozległą trójkę bardzo jasnych gwiazd należących do znanych i łatwych do znalezienia na niebie gwiazdozbiorów. Są nimi: Łabędź (najjaśniejsza gwiazda to Deneb), Lutnia (najjaśniejsza to Wega) i Orzeł (najjaśniejsza – Altair). Łabędź to okazały gwiazdozbiór, wysoko i po lewej w tej trójce. Leży on w Drodze Mlecznej, dlatego galaktyk tam praktycznie nie ma, jest za to mnóstwo gromad otwartych, mgławic planetarnych, gazowych i pyłowych. Obserwator oczekiwałby, że obiekt niebieski będzie jakoś świecił, tymczasem tzw. Ciemna Szczelina dzieląca tu Drogę Mleczną na dwie części, ciągnąca się wzdłuż równika galaktycznego i widoczna jako pasmo pozbawione (prawie) gwiazd, to też obiekt. W istocie jest to pasmo materii, poza którym po prostu nie widać gwiazd. Składa się nań kilka obłoków rozproszonej materii, położonych w odległości trochę przekraczającej 1 kpc. Jest to pasmo wyjątkowo rozległe, a w innych miejscach Drogi Mlecznej są inne ciemne obłoki, mniejsze, ale często o niezwykle ostrych granicach. Najbardziej znany taki obłok, zwany Workiem Węgla, znajduje się w Krzyżu Południa, a więc go w Polsce nie widać.

Merkury 7 VIII znajdzie się najdalej od Słońca i można go szukać na niebie po zachodzie Słońca. Wenus najdalej od Słońca znajdzie się 20 VIII i będzie widoczna też po zachodzie Słońca w Pannie wraz z Marsem i Saturnem. Jedyne Jowisz jest po niemal przeciwnej stronie nieba, w Rybach, i wieczorem wschodzi, w przybliżeniu gdy Panna zachodzi. Nów Księżyca wypada 10 VIII, a pełnia 24 VIII. Żadnych zakryć jasnych gwiazd ani zaćmień w sierpniu nie będzie, za to w połowie sierpnia można, na pewno z satysfakcją, obserwować obfity rój Perseidów. Co prawda, zależeć to będzie – jak zawsze – od pogody, ale miejmy nadzieję, że jakieś pogodne wieczory w sierpniu będą.

T. K.

Zielony promień

Lato to dla miłośników okazja do oglądania zachodów Słońca. Nic, w zasadzie, nie stoi na przeszkodzie podziwianiu również wschodów. Sprzyja temu urlop nad morzem albo, jeszcze lepiej, rejs jachtem.

Przy odrobinie szczęścia, któremu odrobina wiedzy nie zaszkodzi, można wtedy zaobserwować tytułowe zjawisko. Zostało ono spopularyzowane przez Juliusza Verne'a w powieści o takim właśnie tytule: *Zielony promień*. Niestety, stara szkocka legenda, według której ujrzenie zielonego promienia chroni przed błędami w rozpoznawaniu uczuć tak własnych, jak cudzych, została wymyślona przez autora, któremu nigdy nie udało się zobaczyć tego fenomenu.

Nazwa ta jest w powszechnym użyciu. Wiele dzieł i firm tak się nazywa. Jednak trudności z obserwacją skłaniają niektórych do wątpienia w jego istnienie.

Niesłusznie. Jest to zjawisko jak najbardziej realne, ale obejmuje wiele podobnych fenomenów. Właściwy zielony promień jest rzeczywiście bardzo rzadko obserwowany. Natomiast jego odmiana, którą powinno się nazywać **zielonym błyskiem** (ang. *green flash*), nie tylko jest dość powszechna, ale również łatwa do zaobserwowania gołym okiem. Trzeba jednak wiedzieć, co chce się zobaczyć, bo błysk trwa zaledwie około sekundy.

Klasyczny zielony błysk to trwający chwilę niemal punktowy rozbłysk tuż po zachodzie lub tuż przed wschodem Słońca. Najczęściej jest odbierany jako zielony (i taki najczęściej jest), ale może mieć barwę od żółtej do fioletowej. Jest on spowodowany mirażem dolnym, powiększeniem znajdującego się pod horyzontem brzegu tarczy słonecznej (nie jest to jedyny rodzaj zielonego błysku, ale jest to odmiana najczęściej obserwowana nieuzbrojonym okiem).

Sam miraż obserwujemy, ilekroć jedziemy samochodem w słoneczny dzień po nieidealnie płaskiej szosie. W momencie, gdy patrzymy na szosę prawie stycznie do niej, widzimy jakby wodę, która, tak naprawdę, jest lustrzanym odbiciem (mirażem) nieba. Zjawisko jest spowodowane zakrzywieniem promieni świetlnych w cienkiej warstwie powietrza, nagrzewającej się od rozgrzanej przez słońce szosy. Choć więc efekt wygląda jak odbicie lustrzane, to ściśle rzecz ujmując, odbiciem lustrzanym nie jest. Dzięki temu między widokiem prostym a obserwowanym pod nim widokiem odwróconym jest strefa (kątowność widzenia), w której obraz jest powiększony (pionowo rozciągnięty).

Zachodzącą w podobnych warunkach tarczę słoneczną obserwujemy, w ostatniej fazie, jako złożenie obrazu prostego i odwróconego. Słońce zamiast „normalnie” zachodzić staje się coraz mniejszą małopodobną czerwono-pomarańczowo-żółtą strukturą „wiszącą” tuż nad horyzontem, która znika od środka, tak że w ostatniej chwili pozostaje tylko jej obwódka – zielony promień.

Obwódka jest (zazwyczaj) zielona na skutek złożenia refrakcji, która rozszczepia kolory, i ekstynkcji, która wyjada światło tym bardziej, im mniejsza jest długość fali. Przy idealnie czystym powietrzu możliwe jest zaobserwowanie niebieskiego lub nawet fioletowego błysku. Przy dużym zanieczyszczeniu błysk może być żółty, czyli nie wzbudzić naszej uwagi.

Bardzo porządnym źródłem informacji na temat wszystkich odmian zielonego błysku jest strona opracowana przez Andrew T. Younga <http://mintaka.sdsu.edu/GF/index.html>, którą wszystkim zainteresowanym polecam, życząc jednocześnie zaobserwowania zjawiska w naturze.

Choć Verne wymyślił tę historyjkę o zielonym promieniu, to biorąc pod uwagę, jak wiele jego pomysłów zrealizowano, trudno wykluczyć, że cierpliwe wyczekiwanie na zielony błysk może przynieść także oświecenie, o które chodziło pisarzowi.

Piotr ZALEWSKI

Sekwencja zdjęć na marginesach została zaczerpnięta z animacji, którą można obejrzeć na stronie: <http://www.pbase.com/warthog2100/image/52579824>
Tytułowy zielony błysk jest widoczny na przedostatnim zdjęciu.