



opis

IP=659-10-448 77=3,11502
CENA 4 ZŁ
VAT 0%
NR 9 (364) 2004
PL ISSN 0157-3005 | NR IND 35 550 X
POPULARNY MIESIECZNIK MATEMATYCZNO-FIZYCZNO-ASTRONOMICZNY

VIII FESTIWAL NAUKI

17-26 września, WARSZAWA

Już po raz ósmy spotykamy się w laboratoriach i salach wykładowych, na odczytach i warsztatach, by dostrzec zdumiewające piękno i bogactwo świata.
Do zobaczenia!

<http://www.icm.edu.pl/festiwal>

W numerze:

Zadania z Olimpiady 2004/2005

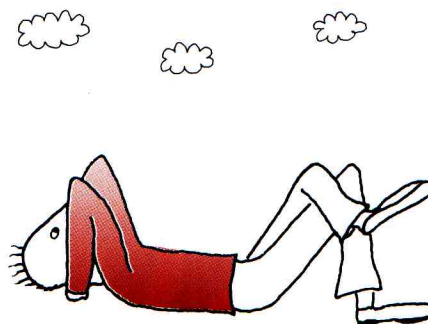


9 770137 300007



09

Nakład: 5000 egz.



SPIS TREŚCI NUMERU 9 (364)

Jak działa i skąd wzięła się
kuchenka mikrofalowa?

Mikołaj Korzyński

str. 1

Jak daleko od nas znajdują się
chmury?

Krzysztof Tatarkiewicz

str. 2

Jak wygrać w Lotto?

Wojciech Krzemiński

str. 3

Kody na co dzień

Andrzej Dąbrowski

str. 4

Zadania

str. 6

Eksperymenty przy urnie

Bolesław Kopociński

str. 7

Najbliższe zaćmienia

Tomasz Kwast

str. 8

Drobiazgi

Witold Bednarek

str. 8

ZADANIA OLIMPIJSKIE

Aktualności

str. 9

Mała Delta:

mmm z wizytą w *Delcie*,
czyli lekcja z okazji
Festiwalu Nauki

str.10

Czy można nauczyć się
jazdy na nartach bez śniegu,
gór i nart?

Piotr Zalewski

str.12

Klub 44

str.14

Patrz w niebo

str.16

Wrzesień

str.16

Kącik biologiczny

str.17

W następnym numerze:

Jak nie widzieć Słońca

„Delta” – matematyczno-fizyczno-astronomiczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Polskiego Towarzystwa Astronomicznego, wydawany przy poparciu Ministerstwa Edukacji Narodowej i Sportu. Wydanie publikacji dofinansowane przez Komitet Badań Naukowych.

Komitet Redakcyjny: Andrzej Białynicki-Birula, Bogdan Cichocki, Krzysztof Ciesielski – wiceprzewodniczący, Jan A. Gaj – przewodniczący, Maciej Geller, Jerzy Ginter, Piotr Goldstein, Tadeusz Jarzębowski, Wiesław A. Kamiński, Marta Kicińska-Habior, Andrzej Majhofer, Zbigniew Marciniak, Janusz Matkowski, Andrzej Mąkowski, Adam Michalec, Zdzisław Pogoda, Grzegorz Sitarski, Weronika Śliwa, Andrzej Woszczyk, Wiesław Żelazko.

Redaguje kolegium w składzie: Wiktor Bartol, Krzysztof Biesaga, Krystyna Kordos – sekr. red., Marek Kordos – red. nac., Mikołaj Korzyński, Tomasz Kwast, Anna Ludwicka, Urszula Marciniak, Anna Rudnik, Witold Sadowski, Piotr Zalewski – z-ca red. nac.

Okladki i ilustracje: Anna Ludwicka Rysunki techniczne: Marcin Adamski

Adres do korespondencji:

Instytut Matematyki UW, Redakcja „Delt”, ul. Banacha 2, pokój 5450, 02-097 Warszawa, e-mail: delta@mimuw.edu.pl, tel.: 55-44-545.

Skład systemem T_EX wykonała Redakcja.

Wydrukowano w Drukarni Naukowo-Technicznej S.A. w Warszawie, ul. Mińska 65.

WARUNKI PRENUMERATY W FIRMIE AMOS

01-806 Warszawa, ul. Zuga 12 (tel. 834-65-21)

Wpłaty przyjmowane są non-stop, do 10. dnia miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty. **Okres prenumeraty wynosi co najmniej trzy miesiące.** Cena jednego numeru w 2005 roku wynosi 4 zł. Przy wpłacie prosimy o zaznaczenie okresu prenumeraty.

W prenumeracie zagranicznej (też przez okres **co najmniej trzech miesięcy**) cena numeru w 2005 r. wynosi 8 zł. W przypadku życzenia dostawy drogą lotniczą odpowiednią dopłatę ponosi zamawiający.

Uwaga! Dla zamawiających minimum 10 egzemplarzy każdego numeru AMOS funduje dodatkowo jeden egzemplarz pisma.

Konto AMOS-u: PKO BP SA I O/W-wa, nr 11 1020 1013 0000 0502 0004 0584

WARUNKI PRENUMERATY W RUCH-u

1. Wpłaty na prenumeratę przyjmowane są tylko na okresy kwartalne.

2. Cena prenumeraty na I kwartał 2005 r. wynosi 12 zł.

3. Wpłaty na prenumeratę przyjmują na teren kraju jednostki kolportażowe „Ruch” S.A. właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora.

4. Cena prenumeraty ze zleceniem dostawy za granicę: cena prenumeraty + rzeczywiste koszty wysyłki. Zlecenia na prenumeratę dewizową, przyjmowane od osób zamieszkałych za granicą, realizowane są od dowolnego numeru.

Wpłaty przyjmuje Oddział Krajowej Dystrybucji Prasy „RUCH” SA na konto: Pekao SA IV O/W-wa 68 1240 1053 1111 0000 0443 0494 lub kasa Oddziału.

5. Informacji o warunkach prenumeraty i sposobie zamawiania udziela „RUCH” SA OKDP, 00-958 Warszawa, skrytka pocztowa 12, ul. Jana Kazimierza 31/33, lub telefonicznie: (22) 5328-731, 5328-820, 5328-816, fax: 5328-732, internet: www.ruch.pol.pl, e-mail: prenumerata@okdp.ruch.com.pl

6. Terminy przyjmowania wpłat na prenumeratę krajową i zagraniczną

do 5 XII	– na I	kwartał roku następnego,
do 5 III	– na II	kwartał roku bieżącego,
do 5 VI	– na III	kwartał roku bieżącego,
do 5 IX	– na IV	kwartał roku bieżącego.

Numery archiwalne (od 1986 r.) można nabyć w Redakcji osobiście lub listownie.

Strona internetowa (streszczenia, artykuły archiwalne, linki itd.):

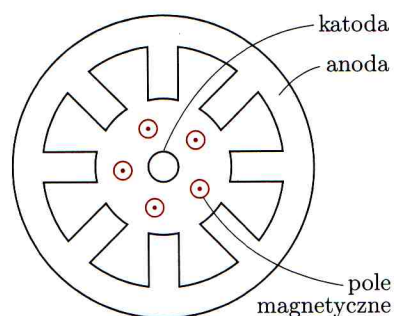
<http://www.mimuw.edu.pl/delta>

Wydawca: Uniwersytet Warszawski

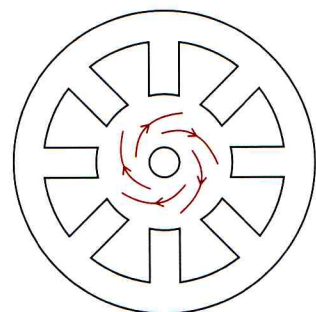
Cena 1 egzemplarza 4 zł

Jak działa i skąd wzięła się kuchenka mikrofalowa?

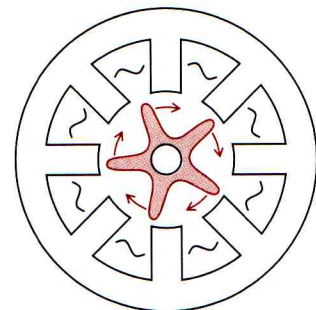
Mikołaj KORZYŃSKI



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

W 1946 roku amerykański inżynier Percy Spencer podczas eksperymentów z magnetronem zauważył, że czekoladowy batonik w jego kieszeni roztopił się. Zaintrygowany zaczął eksperymentować z innymi artykułami spożywczymi poddawanymi silnemu strumieniowi mikrofal. Zaczął od tego, co miał pod ręką: kukurydzy i jajek. Efekt – ziarna kukurydzy szybko zaczęły „strzelać” jak prążone na rozgrzanej blasze, a jajko drgało i syczało, aż w końcu eksplodowało, rozrzucając gorącą zawartość. Krótco potem do amerykańskiego urzędu patentowego wpłynął wniosek o opatentowanie urządzenia o nazwie „radarange”, czyli w wolnym tłumaczeniu radarowej kuchenki.

Pierwsze kuchenki mikrofalowe były bardzo duże, a magnetron chłodzony był bardzo głośną i niewygodną instalacją wodną. Używano ich wyłącznie w restauracjach. Miniaturyzacja i upowszechnienie tego urządzenia w domach to już lata 70., a w Polsce jeszcze później.

Dlaczego kuchenka podgrzewa jedzenie?
Mikrofałe o centymetrowych długościach (około 12 cm,

Kuchenka mikrofalowa, jak wiele innych udogodnień cywilizacyjnych, powstała przez przypadek. W latach 30. i wczesnych 40. w Wielkiej Brytanii pracowano intensywnie nad małymi, lecz silnymi źródłami fal radiowych o długościach rzędu centymetrów. Prace te prowadzono nie tylko z czysto naukowej ciekawości – w owych czasach rodziła się koncepcja radaru, czyli urządzenia pozwalającego wykrywać i lokalizować metalowe obiekty z odległości wielu kilometrów. Urządzeniem takim zainteresowane było brytyjskie wojsko, a zwłaszcza lotnictwo.

Pierwsze radary były ogromnymi (kilkadziesiąt metrów) i przez to nieporęcznymi urządzeniami, ponadto nie potrafiły wysłać dokładnie ukierunkowanych wiązek fal. Rozmiary nie pozwalały zainstalować radaru na pokładach samolotów, co dawałoby ogromną przewagę w starciu z przeciwnikiem.

Jednym z rozwiązań tego problemu był magnetron, wynaleziony przez Sir Johna Randalla i dr. H.A. Boota w 1940 roku. Jest to po prostu bardzo wydajne urządzenie zamieniające prąd elektryczny na fale radiowe o częstotliwości mikrofalowej (rysunek 1). Magnetron to daleki kuzyn lampy elektronowej, znanej m.in. ze starych odbiorników radiowych. Ma katodę, czyli kawałek metalu, do którego przyłożono ujemne napięcie – w wypadku kuchenki mikrofalowej około 3000 V. Katoda jest gorąca od przepuszczanego przez nią prądu. Rozgrzana emituje elektrony, a te – same naładowane ujemnie – uciekają do cylindrycznej anody, czyli metalowego pierścienia z wnękami, do którego przyłożono napięcie dodatnie. Ucieczka odbyłaby się bez kłopotów po linii prostej, gdyby nie silne pole magnetyczne dwóch stałych magnesów, skierowane wzdłuż osi walca. Zakrzywia ono tor elektronów w spiralę, jak na rysunku 2.

W tym momencie przypominamy sobie o wnękach w anodzie. Każda taka wnęka działa jak „pudło rezonansowe” dla fal elektromagnetycznych: wewnątrz niej może wzbudzić się silna fala stojąca o odpowiedniej częstotliwości, tak jak np. w pudle rezonansowym gitary. Oddziaływanie wzbudzonego pola elektromagnetycznego we wnęce, pola magnetycznego magnesów i pola elektrycznego obu elektrod powoduje, że powstaje chmura elektronów w kształcie obracających się szprych koła, a we wnękach powstaje silna fala stojąca (rysunek 3).

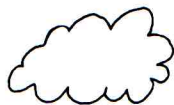
czyli 2450 MHz) są pochłaniane przez cząsteczki polarne, np. wody, natomiast swobodnie przechodzą przez szkło i materiały ceramiczne. To właśnie głównie cząsteczki wody są podgrzewane przez mikrofałe, powietrze wewnątrz kuchenki ma praktycznie temperaturę otoczenia.

Kuchenka mikrofalowa zamyka fale elektromagnetyczne w metalowej wnęce (klatce Faradaya). Wnęka ma otwory, przez które widzimy jedzenie, ale jeśli są one znacznie mniejsze od długości fali, to ściany wnęki działają jakby były wykonane z jednolitego przewodnika. Fala stojąca we wnęce ma swoje strzałki i węzły, czyli miejsca, gdzie jest bardzo silna, i miejsca, gdzie jest całkowicie wygaszona. Oznacza to, że grzanie nie jest równomierne. Aby uniknąć sytuacji, w której nasza mrożonka lub pizza w niektórych miejscach jest gorąca, a w innych nadal lodowata, podgrzewane dania umieszczone są na obrotowych podstawkach. Prócz tego często wiązkę mikrofal odbija obracający się metalowy element, który zmienia układ strzałek i węzłów na tyle szybko, że w efekcie całe danie podgrzewane jest jednorodnie.

Jak daleko od nas znajdują się chmury?

Krzysztof

TATARKIEWICZ



1. Wstęp

Przed rokiem w *Delcie* (nr 9/2003, str. 8) ukazał się artykuł Leszka Sidza *Jak wysoko płyną nad nami obłoki?* Wyjaśnia on, jak – mając dwa aparaty fotograficzne – możemy obliczyć wysokość położenia jakiegoś obłoku.

Tutaj zajmiemy się sposobem wyznaczania, bez żadnych przyrządów, odległości od chmur. Ale coś za coś: wprawdzie nie potrzebujemy aparatów fotograficznych, musimy jednak znać wysokość położenia nad Ziemią tego typu chmur, których odległość chcemy poznać... Dlatego musimy wiedzieć, że dla chmur nadających się do wyznaczania odległości mamy wysokości w kilometrach: cumulusy 1–2, cumulo-nimbusy lato – podstawa 1, góra 4–6, ich kowadła 5–7 (w zimie są mniej więcej o 1/3 niżej), alto-cumulusy 3–6, cirro-cumulusy 6–8, cirrusy 6–9.

2. Rozstępowość

Przy spodziewanej dokładności najłatwiej wyznaczyć pozorną wysokość chmury nad horyzontem, trzymając w wyciągniętej ręce centymetrową miarkę. A jeśli jej się nie ma, to wystarczy raz sprawdzić w domu, jakiej grubości ma się palec, jaka jest jego długość itd., by zapamiętawszy te dane, już bez żadnych przyrządów, mierzyć tę wielkość. Przy większych kątach można ją wyznaczyć rozstawionymi palcami. Można by nazwać tę wielkość (niezbyt zresztą zrećcznie) *rozstępowością (ręczną)*.

W dalszym ciągu będę zakładał, że ręka ma 60 cm długości. Podzieliwszy ową rozstępowość przez 60, otrzymamy tangens kąta, pod którym widzimy chmurę. Przy występujących tutaj na ogół małych kątach możemy je (mierzone w radianach) utożsamiać z tymi tangensami.

Gdyby Ziemia była płaska, to na to, by znaleźć odległość d obserwowanej na wysokości c chmury, wystarczyłoby zastosować twierdzenie Talesa. Ale Ziemia nie jest płaska...

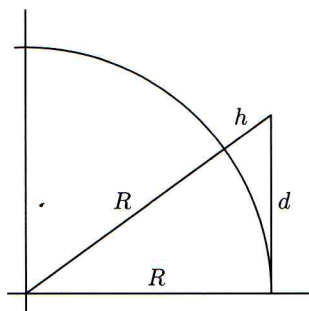
3. Zakrzywienie powierzchni

Wyznamy teraz wysokość h znajdującego się w odległości d ciała, o ile widzimy je na widnokregu. Sytuację tę przedstawia rysunek 1, gdzie R oznacza promień Ziemi, który możemy uważać za stały. Przyjmijmy $2R = 12730$ km. Korzystając z twierdzenia Pitagorasa, po odrzuceniu bardzo małego wyrazu h^2 , otrzymujemy wzór $h = d^2/2R$. Wysokość h będziemy nazywać poprawką, gdyż jest to ta część wysokości obserwowanego ponad horyzontem obłoku, której nie widzimy ze względu na krzywiznę Ziemi.

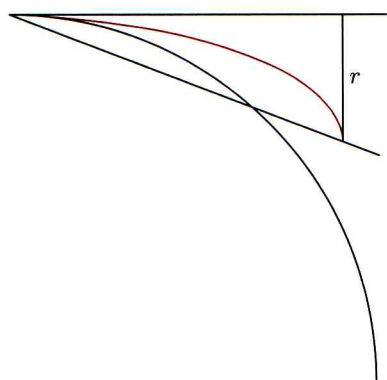
4. Refrakcja

Ale przy badaniu bardziej odległych chmur musimy uwzględnić nie tylko zakrzywienie powierzchni Ziemi, lecz też krzywoliniowy bieg promieni światła biegnących od nich ukośnie w stosunku do powierzchni stałej gęstości powietrza. Astronomiczna refrakcja horyzontalna (to jest refrakcja światła promieni biegnących od ciał niebieskich obserwowanych na horyzoncie) była już znana w starożytności i średnio wynosi około $35'$, ale bardzo zależy od aktualnie panującej temperatury, ciśnienia i wilgotności powietrza (patrz rys. 2).

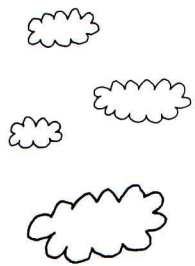
Na ten temat jest olbrzymia literatura (głównie geodezyjna). Dla obiektów ziemskich refrakcja jest mniejsza i w przybliżeniu można przyjąć, że przy odległości ponad 350 km poprawka na refrakcję wynosi około $25'$, przy odległościach mniejszych niż 50 km w ogóle należy ją pominąć, a przy pośrednich odległościach przyjmuje ona pośrednie wielkości. Tę poprawkę na refrakcję, wyrażoną nie w minutach, ale w metrach, oznaczmy r (poprawka ta zależy wtedy od odległości d). Ma ona przeciwny znak niż poprawka h na zakrzywienie powierzchni Ziemi.



Rys. 1



Rys. 2



Daje to tabelę zsumowanych przybliżonych poprawek.

d [km]	25	50	75	100	150	200	250	300	350	400	720
$h - r$ [m]	50	200	390	630	1400	2500	3800	5250	7250	9600	33500

Teraz, dla danej wysokości chmur c , można utworzyć tabelkę przypisującą danej odległość d obserwowaną rozstępowość b . Przykładowa tabelka dla wysokości chmur $c = 4$ km jest podana poniżej.

d [km]	25	50	75	100	150	200	250
b [cm]	9,5	4,6	2,9	2,1	1,1	0,5	0,07

5. Praktyczne rady

Raczej nie zachęcam do uczenia się danych z tego typu tabel na pamięć. Wygodniej jest w każdym przypadku przeprowadzać w pamięci konieczne rachunki.

6. Przykłady

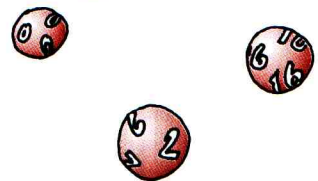
Przyjrząwszy się zamieszczonej tu przykładowej tabeli widzimy, że – przynajmniej w Polsce – nie zdarza się, by nawet w najlepszych warunkach na nizinie widzieć zwykle chmury bardziej odległe niż o 400 km.

Znacznie kłopotliwsze jest określenie zasięgu naszego wzroku, gdy znajdujemy się nie na podstawowej płaszczyźnie, na przykład wykazanie, że z pierwszych wyższych szczytów Beskidów można zobaczyć pioruny bijące na Kielecczyźnie (a nawet na Mazowszu).

Natomiast tak zwane „srebrzyste obłoki” występujące czasem przed świtem na wysokości około 70 km mogą, oczywiście, znajdować się dalej. Obserwowałem w Lublinie takie obłoki leżące na północ w odległości około 700 km – to jest na półwyspie Kolka na Łotwie, półwyspie, który był przez dwa wieki najbardziej na północ wysuniętym punktem w bezpośrednim władaniu Polski przedrozbiorowej.

7. Zadanie

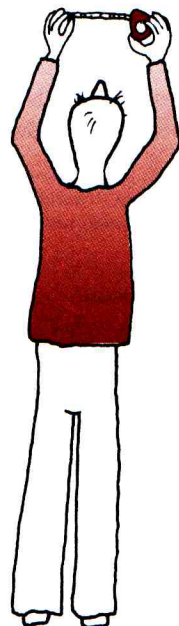
W momencie gdy Słońce dotyka horyzontu nad morzem obserwujemy w połowie jego tarczy średnie chmury (a więc leżące na wysokości 4 do 6 km). Jak są one odległe? Zakładamy, że tarcza Słońca nie jest zdeformowana (co często zdarza się przy jego zachodzie) i przyjmijmy, że ma ona w tym momencie średnicę równą $32'$, a refrakcja wynosi $10'$ do $20'$. Czytelnik sam zechce sprawdzić, że w zależności od przyjętej wysokości chmur i przyjętej refrakcji, odległość obserwowanych chmur może wynosić od 210 do 290 km.



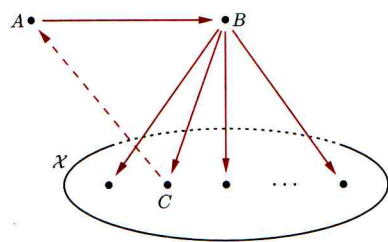
Jak wygrać w Lotto?

Gracze Dużego Lotka, wypełniając blankiet do zawierania zakładów, kierują się często dość irracjonalnymi przekonaniem. Niewielu graczy skreśla kolejne liczby (np. 2, 3, 4, 5, 6, 7) lub liczby sąsiadujące na blankiecie (np. 22, 23, 31, 32, 40, 41). Takie układy wydają im się „mniej prawdopodobne”. Oczywiście nie jest to prawda i gracz, który z powodu swoich uprzedzeń pomija np. liczby z brzegu planszy i wybiera tylko te ze środka (6 z 23), automatycznie pomija 99 procent możliwych układów. Czy można na tej niewiedzy graczy zarobić? Owszem. Jak zauważył Hugo Steinhaus, jeśli już w ogóle przyjdzie nam ochota grać w toto-lotka, należy obstawiać takie układy, które rzadko są wybierane z powodu rozmaitych fobii. Wtedy – jeśli jakimś trafem wygramy (szansa nie jest duża: $1/13983816$) – to przynajmniej z dużym prawdopodobieństwem nie będziemy się musieli z nikim dzielić nagrodą. Powodzenia!

Wojciech KRZEMIŃSKI



Rozwiązanie zadania M 1072.
Niech A i B będą drużynami, które wygrały tyle samo meczów. Bez straty ogólności przyjmijmy, że drużyna A wygrała z drużyną B .



Niech X będzie zbiorem wszystkich drużyn, które przegrały z drużyną B . Gdyby każda drużyna ze zbioru X przegrała z drużyną A , to drużyna A wygrałaby o jeden mecz więcej niż drużyna B , a to przeczy założeniom. Zatem istnieje w zbiorze X drużyna C , która wygrała z drużyną A . W ten sposób drużyna A wygrała z B , B wygrała z C oraz C wygrała z A .



Kody na co dzień

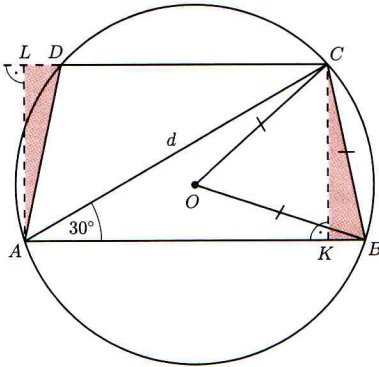
Andrzej DĄBROWSKI

Rozwiązanie zadania M 1073.

Niech $ABCD$ będzie danym trapezem (o podstawach $AB \geq CD$), a punkt O – środkiem okręgu opisanego na tym trapezie. Wówczas trójkąt BOC jest równoboczny, a zatem

$$\sphericalangle BAC = \frac{1}{2} \sphericalangle BOC = 30^\circ.$$

Zadanie sprowadza się więc do wyznaczenia pola trapezu $ABCD$, znając długość przekątnej d oraz wiedząc, że $\sphericalangle BAC = 30^\circ$.



Niech K i L będą odpowiednio rzutami prostokątnymi punktów C i A na proste AB i CD . Wówczas pole trapezu $ABCD$ jest równe polu prostokąta $AKCL$, które wynosi $\frac{1}{4}\sqrt{3}d^2$.



ISSN 0123-456X



9 770123 456008

ISBN 83-01-01373-7



9 788301 013738

Obserwowałem niedawno pracę kasjerki, która przesuując szybkim ruchem towar pod czytnikiem, błyskawicznie podsumowała monstrialne zakupy mojego sąsiada. Uświadomiłem sobie, że jeszcze parę lat temu musiałyby ręcznie wpisywać nazwę towaru wraz z ceną, co oczywiście trwałoby o wiele dłużej. Człowiekiem, który dokonał gigantycznej rewolucji w obrocie towarowym na całym świecie był George J. Laurer.

George J. Laurer – potomek niemieckich emigrantów, właściciel browaru w Binghamton w stanie Nowy Jork. Był pracownikiem koncernu IBM, gdzie wyróżnił się autorstwem wielu wynalazków.

W maju 1973 zaakceptowano jego projekt, nazwany UPC (*Universal Product Code*). Każdy produkt opisany był 11-cyfrowym kodem, zakończonym dodatkową cyfrą. Po pewnym czasie dopisano na początku kodu jeszcze jedną cyfrę – kod kraju. Dzięki temu kod UPC, nazwany w Europie EAN-13 (*European Article Number*), rozpoczął swój triumfalny pochód przez świat.

Historia zanotowała nawet pierwszą transakcję z użyciem kodu UPC i czytnika. Towarem, podobno wyciągniętym losowo z kosza 26 lipca 1974 roku, było opakowanie zawierające 10 sztuk owocowej gumy do żucia Wrigley's Juicy Fruit. Historyczne opakowanie gumy uwidoczniono na specjalnej planszy w Smithsonian Institution's National Museum of American History.

Szybko przetłumaczono kod cyfrowy na zapis paskowy, aby można było wykorzystać istniejące czytniki optyczne. Dodatkowa, ostatnia cyfra kodu została wprowadzona po to, aby system sam wykrywał najczęściej popełniane błędy.

Z badań statystycznych wynika, że około 80 procent popełnianych błędów to zamiana jednej cyfry na inną (np. częsta zamiana 3 i 8). Dziesięć procent błędów to z kolei przestawienie dwóch sąsiadujących cyfr (w Polsce nazywane czeskim błędem). Dobry system zabezpieczający kod winien zatem przede wszystkim wykrywać te najczęściej występujące błędy. Cyfra kontrolna, wprowadzona przez Laurera w kodzie EAN-13, została tak wybrana, aby liczba

$$a_{13} + 3a_{12} + a_{11} + \dots + 3a_2 + a_1$$

była wielokrotnością liczby 10. Kod kreskowy *Delty* spełnia ten warunek: $9 + 3 \cdot 7 + 7 + 3 \cdot 0 + 1 + 3 \cdot 3 + 7 + 3 \cdot 3 + 0 + 3 \cdot 0 + 0 + 3 \cdot 0 + 7 = 70$.

Kod EAN- n zawierający n -cyfrowe słowo kodowe $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1$ jest szczególnym przykładem tzw. kodu liniowego modulo p . Ostatnia cyfra takiego kodu jest cyfrą kontrolną, a jej wartość jest ustalana tak, by wyrażenie

$$w_n a_n + w_{n-1} a_{n-1} + \dots + w_2 a_2 + w_1 a_1$$

dawało resztę r z dzielenia przez p dla odpowiednio ustalonych współczynników wagowych w_1, w_2, \dots, w_n . Kody liniowe modulo p spotykamy na każdym kroku.

Dla kodu EAN-13 mamy: $n = 13, p = 10, r = 0$. Współczynniki wagowe są tu równe 1 dla wyrazów nieparzystych i 3 dla parzystych.

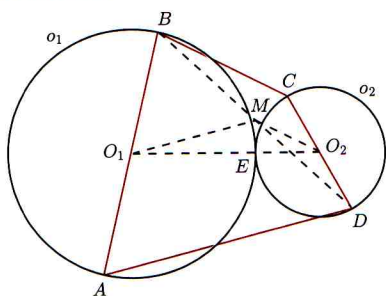
Identyfikację czasopisma umożliwia kod ISSN (*International Standard Serial Number*) – ośmiocyfrowy kod liniowy modulo 11 z wagami 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 oraz $r = 0$. Cyfra kontrolna czasami ma wartość 10 – jest wówczas kodowana jako X. Kod ISSN jest zawsze tłumaczony na kod EAN-13 – pierwsze 3 cyfry z lewej (prefiks) to symbol czasopism 977, do nich dołączanych jest 7 cyfr początkowych słowa kodu ISSN uzupełnione na końcu dwoma zerami. Na przykład, kodem ISSN dla *Delty* jest 0137-3005 (sprawdź, że cyfra kontrolna jest poprawna). W systemie EAN-13 ma on postać 977 0137300 00 7 – tutaj ostatnia cyfra kontrolna jest wyznaczona według reguły kodowania EAN-13.

Odpowiednikiem kodu ISSN dla książek jest kod ISBN (*International Standard Book Number*). ISBN jest dziesięciocyfrowym kodem liniowym modulo 11 z wagami 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 oraz $r = 0$. Cyfra kontrolna równa 10 jest kodowana jako X. ISBN zbudowany jest z trzech części. Pierwsza oznacza język albo kraj pochodzenia. Druga część oznacza wydawcę, a trzecia numer książki.



Rozwiązanie zadania M 1074.

Niech O_1 i O_2 będą odpowiednio środkami okręgów o_1 i o_2 . Niech ponadto E będzie punktem styczności danych okręgów, a punkt M – środkiem odcinka BD .



Wówczas

$$AD + BC = 2O_1M + 2O_2M \geq 2O_1O_2 = 2O_1E + 2O_2E = AB + CD.$$

W związku z wejściem Polski do Unii Europejskiej, byliśmy świadkami ożywionej dyskusji o systemie IACS (Integrated Animal Counting System). W systemie IACS zwierzęta są zaopatrzone w kolczyki z informacjami: symbol kraju (PL), znak graficzny Agencji Restrukturyzacji i Modernizacji Rolnictwa, kod cyfrowy składający się z numeru w serii (dwie cyfry), numeru zwierzęcia (9 cyfr) i cyfry kontrolnej. Kolczyk ma tzw. część żeńską i męską. Część żeńska zawiera wszystkie informacje wraz z kodem kreskowym części cyfrowej (na rysunku kod cyfrowy jest postaci 00 501093711 7).

część żeńska

część męska



Zdecydowano, po wielu perturbacjach, aby cyfra kontrolna kodu wyznaczona była w standardzie EAN-12. (ARiMR w przetargu na dostawę kolczyków zapomniała dopisać, w jaki sposób ma być liczona cyfra kontrolna. Trzech zwycięzców przetargu w różny sposób, niektórzy bardzo skomplikowanie, kodowali informacje, co uniemożliwiało stworzenie jednolitej bazy danych. Błąd ten poprawiono dopiero po pewnym czasie.)

Kody kreskowe występujące na książkach to zakodowany numer ISBN w standardzie EAN-13. Prefiksem symbolizującym książki jest 978. Kolejne 9 cyfr stanowi początkowe cyfry kodu ISBN. Cyfra kontrolna jest wyznaczona według reguły kodowania EAN-13.

Książki polskie mają symbol 83, książki w języku angielskim symbol 0 lub 1, francuskim – 2, niemieckim – 3. Jeden z dłuższych kodów ma Andora – 99913.

Każdy obywatel Polski ma nadany kod PESEL. Jest to 11-cyfrowy kod liniowy modulo 10 z wagami 1, 3, 1, 9, 7, 3, 1, 9, 7, 3, 1 oraz $r = 0$. Kodami liniowymi są również NIP (Numer Identyfikacji Podatkowej) oraz REGON (Rejestr Gospodarki Narodowej).

Kod PESEL składa się z 11 cyfr. Pierwszych sześć to data urodzenia w układzie rr-mm-dd. Jeżeli dana osoba nie urodziła się w XX wieku, to zaszyfrowane jest to w kodzie miesiąca. Dla osób urodzonych w XIX wieku oznaczenie miesiąca zwiększa się o 80 (styczeń – 81, luty – 82, ..., grudzień – 92). Dla osób, które urodzą się w XXI wieku, liczba miesiąca będzie powiększona o 20; (styczeń – 21, luty – 22, ..., grudzień – 32) itd. Kolejne cztery cyfry służą do rozróżnienia ludzi urodzonych tego samego dnia. Czwarata z nich dodatkowo oznacza płeć: nieparzysta – mężczyznę, parzysta – kobietę. Ostatnia cyfra kodu jest cyfrą kontrolną.

Wagi i podstawa modulo NIPu oraz REGONU kodów są tajne i należy zwrócić się do GUSu z prośbą o ich udostępnienie. Dociekliwi internauci doświadczalnie, próbując różne wagi i podstawy modulo dla poprawnych kodów (w końcu jest to układ równań z kilkoma niewiadomymi) już dawno odslonili, zresztą nieskomplikowane, reguły tworzenia tych kodów.

Prawdopodobieństwo niewykrycia błędu zamiany w kodzie liniowym

Przypuśćmy, że j -ta cyfra w kodzie liniowym została zastąpiona przez cyfrę x i nie zostało to wykryte. Oznacza to, że wyrażenie

$$w_n a_n + \dots + w_{j+1} a_{j+1} + w_j x + w_{j-1} a_{j-1} \dots + w_1 a_1$$

ma resztę r przy dzieleniu przez p , taką samą jak wyrażenie

$$w_n a_n + \dots + w_{j+1} a_{j+1} + w_j a_j + w_{j-1} a_{j-1} \dots + w_1 a_1.$$

Wynika stąd, że przez p podzielna jest różnica napisanych wyżej liczb, tzn. liczba $w_j(x - a_j)$. Jeśli jednak w_j nie ma z p wspólnego dzielnika większego od 1 (tak jest w kodzie EAN, gdzie $w_j = 3$ albo $w_j = 1$, a $p = 10$), to przez p dzielić się musi liczba $(x - a_j)$. Ale to nie jest możliwe, bo liczba $|x - a_j|$, jako różnica dwóch cyfr, jest mniejsza od liczby 10. Widzimy więc, że kody typu EAN zawsze wykrywają błąd zamiany cyfry. Podobnie uzasadniamy, że kod PESEL oraz kody ISSN i ISBN wykrywają taki błąd.

Prawdopodobieństwo niewykrycia błędu przestawienia w kodzie liniowym

Przypuśćmy, że j -ta cyfra w kodzie liniowym została zamieniona miejscami z $j + 1$ -szą cyfrą i nie zostało to wykryte. Oznacza to, że wyrażenie

$$w_n a_n + \dots + w_{j+1} a_j + w_j a_{j+1} + w_{j-1} a_{j-1} \dots + w_1 a_1$$

ma resztę r przy dzieleniu przez p , taką samą jak wyrażenie

$$w_n a_n + \dots + w_{j+1} a_{j+1} + w_j a_j + w_{j-1} a_{j-1} \dots + w_1 a_1.$$

Wynika stąd, że przez p podzielna jest różnica napisanych wyżej liczb, tzn. liczba $(w_j - w_{j+1})(a_{j+1} - a_j)$. Dla kodów ISSN i ISBN jest to niemożliwe, gdyż któryś z czynników iloczynów musiałby być podzielny przez 11, ale obie różnice są co do wartości bezwzględnej mniejsze od 11. Tak więc kody ISSN i ISBN wykrywają błąd przestawienia. Dla kodów EAN już tak nie jest.

Warunek podzielności przez p iloczynu $(w_j - w_{j+1})(a_{j+1} - a_j)$ jest dla tego kodu równoważny podzielności przez 10 iloczynu $2(a_{j+1} - a_j)$. Oznacza to, że kody EAN nie wykrywają zamiany sąsiednich cyfr różniących się o 5. Prawdopodobieństwo takiego zdarzenia wynosi 0,1.

Prawdopodobieństwo wyboru określonego miejsca na zamianę wynosi $1/(n - 1)$, prawdopodobieństwo tego, że na tym miejscu będą różne cyfry wynosi 0,9, a prawdopodobieństwo warunkowe tego, że różne cyfry na wybranym miejscu różnią się o 5, jest równe $1/9$. Ze wzoru na prawdopodobieństwo całkowite otrzymamy wynik 0,1.

Polecamy Czytelnikom sprawdzenie, jak to jest w kodzie PESEL.

Karty kredytowe

Karty kredytowe (VISA, VISA Electron, Master Card, American Express itp.) są kodowane w sposób bardzo zbliżony do kodu liniowego. Metoda kodowania, zwana wzorem Luhna, została opracowana przez grono matematyków w 1960 r. W metodzie tej używa się współczynników wagowych, równych 1 dla wyrazów nieparzystych i 2 dla parzystych. Karta kredytowa jest poprawnie zakodowana, jeśli suma

$$w_n \circ a_n + \dots + w_2 \circ a_2 + w_1 \circ a_1$$

jest podzielna przez 10, przy czym w powyższym wzorze znak \circ oznacza iloczyn zmodyfikowany, określony następująco: $x \circ y$ jest równe sumie cyfr zwykłego iloczynu xy . Na przykład zmodyfikowany iloczyn 2 i 5 ($2 \circ 5$) jest równy 1 (bo $2 \cdot 5 = 10$, $1 + 0 = 1$). Podobnie $1 \circ 5 = 5$, $2 \circ 9 = 9$.

Czy pierwszych 16 cyfr rozwinięcia liczby π : 3141592653589793 może być numerem karty kredytowej? Ciąg zmodyfikowanych iloczynów ma postać 6181194613189793. Nie jest to poprawny numer karty kredytowej, gdyż ostatnia cyfra kontrolna powinna mieć wartość 6 (dlaczego?).

Wzór Luhna pozwala bezbłędnie wykryć błąd zamiany. Przypuśćmy, że błąd w pozycji j może nie być wykryty. Wtedy sumy

$$w_n \circ a_n + \dots + w_j \circ a_j + \dots + w_1 \circ a_1$$

i

$$w_n \circ a_n + \dots + w_j \circ x + \dots + w_1 \circ a_1$$

są podzielne przez 10 oraz $x \neq a_j$. Z tych warunków wynika, że różnica

$$w_j \circ a_j - w_j \circ x$$

jest podzielna przez 10, a tym samym

$$w_j \circ x = w_j \circ a_j.$$

Łatwo sprawdzić, że nie istnieją cyfry $x \neq a_j$ spełniające ten warunek, co stanowi sprzeczność.

Czy system kodowania wykryje przestawienie dwóch kolejnych, różnych cyfr w numerze karty kredytowej? Numer karty, dla którego system nie wykryłby błędu przy zamianie j -tej i $j+1$ -szej cyfry, musiałby spełniać warunek: liczby

$$w_n \circ a_n + \dots + w_j \circ a_j + w_{j+1} a_{j+1} + \dots + w_1 \circ a_1$$

i

$$w_n \circ a_n + \dots + w_j \circ a_{j+1} + w_{j+1} a_j + \dots + w_1 \circ a_1$$

byłyby podzielne przez 10. Różnica tych liczb, równa

$$w_j \circ a_j + w_{j+1} a_{j+1} - w_j \circ a_{j+1} - w_{j+1} a_j$$

powinna też być podzielna przez 10. Z dokładnością do znaku różnica ta wynosi

$$2 \circ a_j - a_j - (2 \circ a_{j+1} - a_{j+1}).$$

Liczba ta jest podzielna przez 10 wyłącznie wtedy, gdy a_j oraz a_{j+1} są liczbami 0 lub 9. Prawdopodobieństwo tego błędu, obliczone podobnie jak dla kodu EAN, wynosi 0,018.



Zadania *Redaguje Mikołaj KORZYŃSKI*

F 627. Obliczyć opór zastępczy między dowolnymi dwoma spośród n kontaktów, połączonych każdy z każdym opornikami o oporze R .

Rozwiązanie na str. 16

F 628. Wewnątrz naładowanej równomiernie sfery o ładunku całkowitym Q i promieniu R znajduje się metalowa kula o promieniu $\frac{R}{3}$. Jaki musi być ładunek elektryczny q metalowej kuli, aby przy braku innych oddziaływań sfera pozostawała nieruchoma?

Rozwiązanie na str. 16

Redaguje Waldemar POMPE

M 1072. W pewnym turnieju każda drużyna rozegrała z każdą dokładnie jeden mecz i nie zanotowano remisu. Udowodnić, że jeżeli pewne dwie drużyny wygrały taką samą liczbę meczów, to istnieją takie trzy drużyny A, B, C , że A wygrała z B , B wygrała z C oraz C wygrała z A .

Rozwiązanie na str. 3

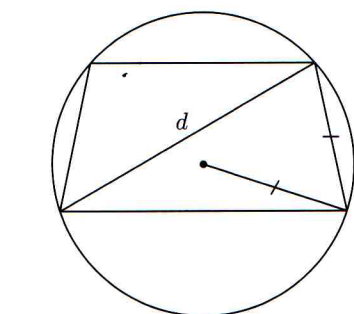
M 1073. Promień okręgu opisanego na trapezie równoramiennym jest równy długości ramienia tego trapezu. Znając długość d przekątnej trapezu, wyznaczyć pole trapezu (rys. 1).

Rozwiązanie na str. 4

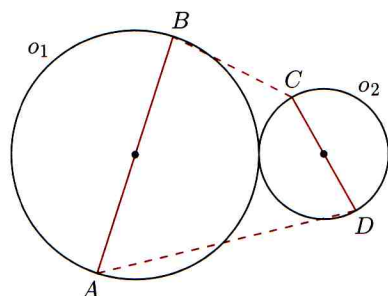
M 1074. Okręgi o_1 i o_2 są styczne zewnętrznie. Odcinek AB jest średnicą okręgu o_1 ; odcinek CD jest średnicą okręgu o_2 (rys. 2). Wykazać, że

$$AD + BC \geq AB + CD.$$

Rozwiązanie na str. 5



Rys. 1



Rys. 2

Eksperymenty przy urnie

Bolesław KOPOCIŃSKI

Trudny wybór. W numerze 3 *Delty* z 1989 roku (B. Kopociński, *Losowanie ze wspomaganiami*) rozważa się problem wyboru reprezentacji pewnej społeczności, któremu teraz nadajemy następującą postać.

Cztery cyfry 1, 2, 3, 4 i sześć liter A, B, C, D, E, T chcą zgodnie wybrać pięcioelementową reprezentację. Rozwiązywanie zadania utrudnia T, które żąda dla siebie bezwarunkowo miejsca w reprezentacji. Na żądanie T godzą się *litery*, odmawiają natomiast *cyfry*.

Jest wiele sposobów przeprowadzenia wyborów w zaistniałej sytuacji. Narzuca się dwustopniowy schemat urnowy, w którym najpierw losuje się jednostki z urny pojedynczo bez zwracania i na tym kroku poprzestaje, jeśli T wylosuje udział. W przeciwnym razie wybrane *litery* losują spośród siebie jedną, która ustąpi miejsca T.

Ten sposób losowania przynosi spory dyskomfort dla *liter*, która odstępuje miejsca T. Tego można uniknąć, np. sporządzając sześć list i dokonując dwóch losowań. Np. owymi listami są:

(1234T), (ABCDT), (ABCET), (ABDET), (ACDET), (BCDET).

Teraz najpierw rzucamy monetą: jeśli wypadnie *orzec*, to do reprezentacji wchodzi pierwsza lista, w przeciwnym razie losuje się jedną z pozostałych list z jednakowymi prawdopodobieństwami. Odnotujmy, że wtedy reprezentacja oprócz T zawiera albo *cyfry*, albo *litery*.

Przewaga cyfr w reprezentacji. W powszechnym mniemaniu wybory uważa się za demokratyczne, jeśli każda jednostka ma takie samo prawo być wybranym. Ostatni schemat losowania nasuwa jednak wątpliwości, czy nasza reprezentacja, jakkolwiek wybrana demokratycznie, jest *reprezentatywna*, tzn. odzwierciedla skład społeczności. Ten problem prześledzimy na tym samym przykładzie, ale już bez komplikacji wywołanej żądaniem T. Niech X oznacza liczbę *cyfr* w reprezentacji. Przy pojedynczym losowaniu z urny bez zwracania mamy prawdopodobieństwa

$$P(X = 4) = 5 \cdot \frac{6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 0,02,$$

$$P(X = 3) = 10 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 0,24,$$

$$P(X \geq 3) = 0,26.$$

Sprawdzenie, czy ten wynik jest poprawny, zostawiamy Czytelnikowi.

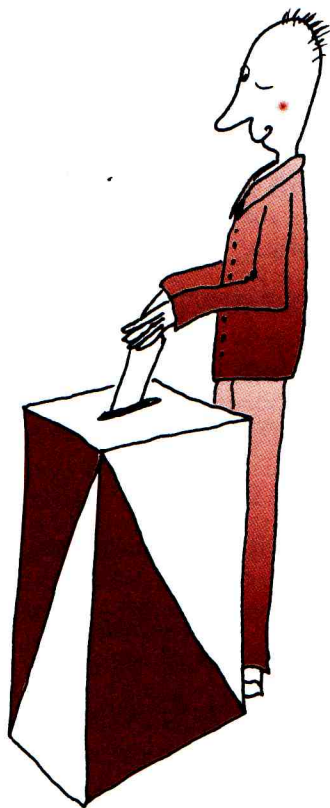
Widzimy, że przewaga *cyfr* zdarza się stosunkowo często. Łatwo zaproponować losowanie demokratyczne, w którym prawdopodobieństwo przewagi *liter* w reprezentacji osiągnie 1/2. Sporządzamy dwie listy (1234A) i (BCDET) i losujemy jedną z nich rzucając monetą.

Z pewnym zaskoczeniem możemy sprawdzić, że prawdopodobieństwo przewagi *cyfr* maksymalnie może osiągnąć 2/3. Realizujemy je, tworząc sześć list po pięć elementów:

(123AB), (124CD), (134ET), (234AB), (ACDET), (BCDET).

Cyfry mają tu przewagę na czterech spośród sześciu list. Do reprezentacji losujemy jedną, każdą z prawdopodobieństwem 1/6. Ponieważ każda jednostka na listach występuje trzy razy, więc losowanie jest demokratyczne.

Przewaga liter. *Litery* mające większość w społeczności nie powinny jednak zaniedbywać pracy nad ordynacją wyborczą. Losowanie nazywamy proporcjonalnym, jeśli społeczność dzielimy na warstwy: tutaj *cyfr* i *liter*, a ogólną liczbę wybieranych jednostek dzielimy proporcjonalnie na warstwy. Osobno losujemy z pierwszej warstwy dwie *cyfry*, a z drugiej trzy *litery*. To daje przewagę *literom* w każdej reprezentacji.





Najbliższe zaćmienia

Tomasz KWAST

Gdyby Księżyc obiegał Ziemię w płaszczyźnie ekliptyki, to podczas każdego nowiu rzucałby cień na Ziemię, a podczas każdej pełni dostawałby się w cień Ziemi. Zatem co dwa tygodnie następowałoby zaćmienie – na przemian – Księżyc a Słońca. Jeżeli nawet uwzględnić fakt, że aby zobaczyć zaćmienie Słońca, trzeba znaleźć się w wybranym miejscu na Ziemi (bo zaćmienie Księżyc a widzą od razu wszyscy mieszkańcy półkuli Ziemi zwróconej akurat ku Księżycowi), to zaćmienia byłyby zjawiskiem powszednim. Tak jednak nie jest, gdyż płaszczyzna orbity Księżyc a tworzy z płaszczyzną ekliptyki kąt $5^{\circ}9'$, a to już wystarcza, by zaćmienia były zjawiskiem rzadkim i przez to budzącym zainteresowanie. Bo w dzisiejszych czasach chyba grozy już nie budzą. W latach 2004 i 2005 nastąpią po dwa zaćmienia Słońca i Księżyc a – czyli pod tym względem będzie raczej skromnie. O kwietniowym zaćmieniu Słońca i majowym zaćmieniu Księżyc a pisaliśmy w odpowiednich numerach Delt, ale dla porządku przypominamy. Oto zestawienie tych ośmiu zaćmień w dwóch latach.

Zaćmienia Słońca:

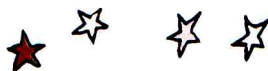
- ☼ 19 IV 2004 – częściowe. Antarktyda i pld. Afryka.
- ☼ 14 X 2004 – częściowe. Wsch. Azja, Hawaje, Alaska.
- ☼ 8 IV 2005 – obrączkowe w okolicach Nowej Zelandii i w Ameryce Środkowej, a na Pacyfiku całkowite. Takie zaćmienie nazywa się hybrydowe.
- ☼ 3 X 2005 – obrączkowe. Europa, Afryka i pld. Azja.

Krótko mówiąc – w Polsce zobaczymy tylko ostatnie z wymienionych tu zaćmień, oczywiście jako częściowe.

Zaćmienia Księżyc a:

- ☾ 4 V 2004 – całkowite. Maksymalna faza około godz. 22 czasu środkowoeuropejskiego.
- ☾ 28 X 2004 – całkowite. Maksymalna faza około godz. 4 czasu środkowoeuropejskiego.
- ☾ 24 IV 2005 – półcieniowe, czyli praktycznie niewidoczne, w dodatku Polska i tak będzie wtedy odwrócona od Księżyc a.
- ☾ 17 X 2005 – częściowe. Również widoczne tylko z drugiej półkuli Ziemi.

W omawianych dwóch latach nastąpi jedno przejście Wenus przed Słońcem, a właściwie już nastąpiło 8 VI 2004. Następne dopiero w 2012 roku.



Drobiazgi

1. Niech a, b, c będą liczbami dodatnimi spełniającymi równanie

$$a^m + b^m = c^m.$$

Dla $m > 2$ liczby a, b, c są długościami boków trójkąta ostrokątnego.

Dla $m = 2$ – wiadomo, że są długościami boków trójkąta prostokątnego.

Dla $1 < m < 2$ liczby te są długościami boków trójkąta rozwartokątnego.

Dla $0 < m \leq 1$ nie są długościami boków żadnego trójkąta.

2. Jeśli m_a, m_b, m_c są długościami środkowych trójkąta o obwodzie L , to

$$\frac{3}{4}L < m_a + m_b + m_c < L,$$

przy czym stałej $\frac{3}{4}$ nie można zwiększyć, a stałej 1 nie można zmniejszyć.

3. Niech a_1, a_2, \dots, a_n ($n \leq 3$) będą długościami boków wielokąta o obwodzie L . Wówczas

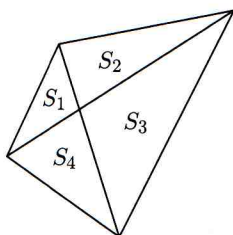
$$\frac{a_1}{L - a_1} + \frac{a_2}{L - a_2} + \dots + \frac{a_n}{L - a_n} < 2.$$

4. Jeśli S_1, S_2, S_3, S_4 są polami trójkątów przedstawionych na rysunku, to

$$S_1 S_3 = S_2 S_4.$$

5. Jeśli P jest punktem okręgu (o promieniu R) opisanego na wielokącie foremnym $A_1 A_2 \dots A_n$ ($n \geq 3$), to $|PA_1|^2 + |PA_2|^2 + \dots + |PA_n|^2 = 2nR^2$.

6. Jeśli wielokąt o polu S jest wpisany w koło o promieniu R i jest opisany na kole o promieniu r , to $S < \pi r R$.



Witold BEDNAREK

Co bilionowy – występ!

Najbardziej znaną epoką geochronologiczną, przynajmniej w Warszawie, jest oligocen. Jest tak, oczywiście, za sprawą wody sprzed 30 milionów lat, której rezerwuwar znajduje się na głębokości około 100 metrów.

Mało kto jednak pamięta, kiedy ten oligocen był, co go poprzedzało, co było po nim, co w nim się wydarzyło i dlaczego tak się nazywa. Stwarza to okazję do nadużyć. Od niedawna pewna firma reklamuje wodę dolewana do soków jako źródło mikroelementów. Problem polega na tym, że to jest prawda, taka sama, jak fakt, że monsieur Jourdain całe życie mówił prozą. Tylko czekać, aż kranówka nazwana zostanie wodą holoceniską.

Żeby ustrzec się nadużyć, wystarczy zmierzyć wiek wody. To jest trudne, ale możliwe. Przynajmniej w odniesieniu do trochę młodszej wody plejstocenijskiej liczącej sobie około miliona lat. Jej wiek można określić, mierząc śladowe ilości kryptonu 81 produkowanego przez promieniowanie kosmiczne w atmosferze. Niestety, zaledwie co bilionowy atom kryptonu w powietrzu to ^{81}Kr , a w dodatku krypton jest słabo absorbowany przez wodę. Do niedawna wykrycie tak niskiego stężenia jakiegoś izotopu wymagało użycia spektrometru masowego, czyli akceleratora.

Ostatnio jednak wynaleziono technikę opartą na badaniu atomów w laserowej pułapce optycznej. Metoda ma akronim ATTA (Atom Trap Trace Analysis) [1] i polega na obserwacji fluorescencji łapanych atomów. Jest ona tak selektywna, że pozwala rejestrować pojedyncze atomy i rozpoznawać ich rodzaj, gdyż nawet izotopy tego samego pierwiastka różnią się częstością fluorescencji ze względu na tzw. przesunięcie izotopowe.

Metodę zastosowano do zbadania wieku i kierunku przemieszczania się wody... saharyjskiej [2]. Chodziło o podziemną wodę w zachodnim Egipcie. Okazało się, że zawartość ^{81}Kr wynosi (w różnych stanowiskach) od 53% do 5% stężenia w powietrzu. Biorąc pod uwagę czas połowicznego zaniku tego izotopu, wynoszący 220 tysięcy lat, oszacowano wiek badanej wody na od 200 tysięcy do miliona lat. Na podstawie tych pomiarów okazało się możliwe określenie kierunku i prędkości przemieszczania się podziemnej wody. Porusza się ona ku północy z prędkością rzędu metra na rok, a rezerwuwar jest uzupełniany w południowo-zachodnim Egipcie.

Metodą tą, oczywiście, można również odróżnić wodę holoceniską od oligocenijskiej.

Ważenie z dokładnością 10^{-8}

Dokładne pomiary masy krótkożyjących jąder są istotne z wielu powodów. Oprócz weryfikacji hipotez stawianych przez fizykę jądrową pozwalają na testy podstawowych praw fizyki i dostarczają krytycznych parametrów modelom nukleosyntezy w astrofizyce.

Jednym z celów jest badanie izomerów danego jądra. Izomery to wzbudzone stany jąder atomowych. Nie należy ich mylić z izotopami, choć one również różnią się masą. Różnica jest jednak minimalna. Czas życia izomerów może wynosić od nanosekund do czasu przekraczającego wiek Wszechświata. Ich rozpad może zachodzić za pomocą

wszystkich trzech rodzajów promieniowania jądrowego (alfa, beta i gamma). Po emisji cząstki alfa albo po rozpadzie beta izomer staje się, oczywiście, jądrem innego pierwiastka.

Unikatowym miejscem, pozwalającym na prowadzenie pomiarów egzotycznych jąder, jest ISOLDE działające w CERNie. Wykorzystując system CERNowskich akceleratorów, pozwala na wytwarzanie wiązek bardzo wielu radioaktywnych jąder, które są wykorzystywane w eksperymentach fizyki jądrowej, atomowej i fazy skondensowanej, w biologii, medycynie i materiałoznawstwie. Do badania wzbudzonych jąder służy przede wszystkim ISOLTRAP, którego sercem jest pułapka Penninga. Najprościej mówiąc – jest to pułapka o symetrii walcowej, w której obszar jednorodnego pola magnetycznego jest ograniczony za pomocą kwadrupolowego pola elektrycznego. Pole magnetyczne więzi jądra radialnie, wprowadzając je na orbity kołowe, a pole elektryczne nie pozwala się im oddalić wzdłuż linii sił pola magnetycznego. Ruch jąder w pułapce jest dość skomplikowany, ale pozwala na wyznaczenie tzw. częstości cyklotronowej: $\omega_c = q \cdot \frac{B}{m}$, gdzie q jest ładunkiem jądra, B indukcją pola magnetycznego, a m masą jądra, którą z powyższego wzoru można wyznaczyć.

Dokładność pomiarów masy jąder w ISOLTRAPie dochodzi do dziesięciu miliardowych. Ostatnio dzięki temu udało się np. rozwiązać zagadkę struktury izomerowych poziomów miedzi ^{70}Cu [3].

Asymetria na poziomie 10^{-8}

Jeżeli dwie rzeczy wyglądają identycznie, to jeszcze nie znaczy, że takie rzeczywiście są. Zabawa w „znajdź pięć szczegółów”, którymi różnią się dwa obrazki” już dawno przerodziła się w ścisłą metodę naukową. Jest to bardzo prosty pojęciowo pomiar asymetrii. Jeżeli chcemy wyznaczyć np. asymetrię płci w populacji, to tworzymy stosunek $A = (K - M) : (K + M)$, gdzie K i M oznaczają liczbę kobiet i mężczyzn. Tak skonstruowana asymetria A jest dodatnia, jeżeli kobiet jest więcej niż mężczyzn.

W ośrodku SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) w Kalifornii naukowcy z zespołu o wdzięcznej nazwie E158 opublikowali w maju wyniki [4] pomiaru asymetrii oddziaływania elektronów z elektronami związanej ze zmianą orientacji spinu. Zmierzono, że asymetria ta wynosi 175 miliardowych ze statystycznym błędem 30. miliardowych. Oznacza to, że oddziaływania te łamią parzystość. Lustrzanie odbite doświadczenie zachodzi z minimalnie innym prawdopodobieństwem. Jest to bezpośredni dowód faktu, że elektrony oddziałują nie tylko elektromagnetycznie, ale również słabo.

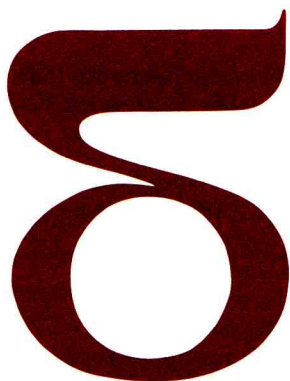
Piotr ZALEWSKI

[1] <http://www-mep.phy.anl.gov/atta/main.htm>

[2] N.C. Sturchio i inni, *One million year old groundwater in the Sahara revealed by krypton-81 and chlorine-36*, Geophys. Res. Lett. **31**(2004)L05503.

[3] *Unambiguous Identification of Three β -Decaying Isomers in ^{70}Cu* , J. Van Roosbroeck i inni, Phys. Rev. Lett. **04/92**(11)/112501

[4] *Observation of Parity Nonconservation in Møller Scattering*, P.L. Anthony i inni, Phys. Rev. Lett. **04/92**(18)/181602



mała delta

mmm z wizytą w *Delcie*, czyli lekcja z okazji Festiwalu Nauki

Pani powiedziała:

- Właśnie odbywa się Festiwal Nauki. W związku z tym my...
 - Nie! – krzyknęliśmy wszyscy (oprócz Ananiasza).
 - ...urządźmy sobie Dzień Sportu. – dokończyła Pani.
- Nasza Pani jest fajna.

– Fajowo – krzyknęli wszyscy, tylko Ananiasz (pierwszy uczeń i pieszczoszek naszej Pani) skrzywił się, że przypadnie nam lekcja matematyki, a on rozwiązał wszystkie zadania, które były na dzisiaj. Pani pocieszyła go, że nic nam nie przypadnie, bo to będzie Matematyczny Dzień Sportu, a nam wcale już nie było do śmiechu. Pani podzieliła nas na grupy i powiedziała, że wszystkie konkurencje będą zespołowe i będą dotyczyły symetrii.

– A co to jest symetria? – zapytał Kleofas, ostatni uczeń w klasie, który nigdy niczego nie wie. Pani powiedziała, że przecież mówiliśmy o tym na ostatniej lekcji i postawiła Kleofasa do kąta.

Na początku był quiz. Pani kazała przypomnieć sobie drukowane wielkie litery alfabetu. Potem czytała pytania, a my na kartce mieliśmy zapisywać odpowiedzi. Na każdą mieliśmy tylko 10 sekund. Pytania były takie:

- 1) Ile liter ma oś symetrii?
- 2) Ile liter ma środek symetrii?
- 3) Których liter jest więcej: mających pionową, czy poziomą oś symetrii? O ile?
- 4) Ile liter nie ma żadnej symetrii?
- 5) Ile liter w symetrii środkowej daje znowu literę?
- 6) Ile cyfr w symetrii środkowej daje znowu cyfrę?
- 7) Ile liczb w symetrii środkowej daje znowu liczbę? Czy to może być ta sama liczba?
- 8) Jaka litera wraz ze swoim lustrzanym odbiciem daje znowu literę?
- 9) Jaka cyfra wraz ze swoim lustrzanym odbiciem daje znowu cyfrę?
- 10) Jaka cyfra wraz ze swoim lustrzanym odbiciem daje literę?

Potem Pani czytała odpowiedzi, a my mieliśmy sprawdzać swoje i liczyć punkty. Okazało się, że najlepiej wypadła grupa Ananiasza, która zrobiła tylko 2 błędy. Wtedy Ananiasz zaczął płakać i krzyczeć, że przecież „oś symetrii” ma 10 liter. Pani musiała z nim wyjść, żeby go uspokoić, a kiedy wrócili, zaczęła następną konkurencję.

– Rozdam wam teraz tajemne szyfry – powiedziała – a waszym zadaniem będzie odgadnięcie, jaki jest następny znak każdego z napisów. Chłopakom pomysł się podobał, bo tajemny szyfr to pożyteczna rzecz. Na kartkach były takie znaki.

a)  ?

b)  ?

c)  ?

Rufus wyrwał nam kartki i chciał wszystko zrobić sam. Powiedział, że jego tato jest policjantem i on zna się na szyfrach. Długo drapał się po głowie i otwierał coraz szerzej oczy. Byliśmy trochę źli, aż w końcu Euzebiusz dał mu pięścią w nos i odebrał kartki. Wtedy Rufus kopnął go w kostkę i cała grupa zaczęła się bić. Ale i tak w tej konkurencji zdobyliśmy 1 punkt.

Potem był konkurs na najdłuższy wyraz:

- 1) pisany poziomo z poziomą osią symetrii,
- 2) pisany pionowo z pionową osią symetrii,
- 3) pisany poziomo z pionową osią symetrii przechodzącą przez jakąś literę,
- 4) pisany poziomo z pionową osią symetrii nieprzechodzącą przez żadną literę,
- 5) pisany pionowo z poziomą osią symetrii.

Najpierw nic z tego nie rozumiałem, ale Pani pokazała nam przykłady takich wyrazów i dała 15 minut na to zadanie. Tym razem podzielił się pracą i w tej konkurencji byliśmy najlepsi. Wyprzedziliśmy nawet grupę Ananiasza, która ułożyła wyraz AUTOTOMIA.

– E, tam! – powiedział Maksencjusz. – Nie ma takiego wyrazu!

– Nieprawda! – krzyknął Ananiasz. – Jest! To jest...

Cała nasza grupa też krzyczała, bo nasz wyraz był o jedną literę dłuższy. A przy hałasie, jaki

Czy można nauczyć się jazdy na nartach bez śniegu, gór i nart?

Piotr ZALEWSKI



Rys. 1. U góry: narty slalomowe sprzed dziesięciu lat. Długość 205 cm, szerokość (dziób-talia-piętka) 82-63-72 mm. U dołu: współczesne narty slalomowe. Długość 160 cm, szerokość 115-65-100 mm.



Rys. 2. Współczesna narta ma „wbudowany” skręt o promieniu około 12 m.

[1] Obecnie, na odpowiednich nartach, odpowiednim stoku i – najlepiej – pod okiem kogoś, kto rozumie, o co chodzi, można nauczyć się jazdy na nartach w kilka dni.

Najlepiej uczyć się tam, gdzie **odpowiednie narty** można wypożyczyć. Odpowiednimi nartami do początkowego nauczania są tzw. **narty superkrótkie** o długości 90–120 cm i promieniu skrętu około 9 m, z których należy przejść na niewyczynowe **narty slalomowe** o długości od 140 cm (kobieta 50 kg) do 160 cm (mężczyzna 90 kg) i promieniu skrętu nie większym od 12 m (wraz ze wzrostem wagi i/lub umiejętności narty powinny być coraz twardsze, czyli coraz bardziej „wyczynowe”). Współczesne narty slalomowe są, wbrew opinii „ekspertów”, niezwykle uniwersalne (np. świetnie nadają się do jazdy poza przygotowanymi trasami). Nie można się dać przekonać do kupienia nart dłuższych lub o większym promieniu skrętu.

Odpowiedni stok powinien być ubity, ale nie zlodowaciały, umiarkowanie nachylony, dość szeroki i nie powinien być zatłoczony. Idealny stok powinien być długi na około 300 m, mieć wyciąg, kończyć się przeciwstokiem i pozwalać na przejechanie go na wprost bez rozwijania prędkości większej niż 20 km/h.

Kilku pierwszym chętnym, umiejącym jeździć na rolkach, a nigdy wcześniej niemającym styczności z nartami zjazdowymi **oferuję bezpłatną pomoc w opanowaniu jazdy na nartach**. Zainteresowanych proszę o kontakt e-mailowy piotr.zalewski@fuw.edu.pl

Okolo dwóch milionów Polaków jeździ na nartach. To dużo i mało jednocześnie, bo „statystyczny czytelnik” tego tekstu na nartach jednak nie jeździ, nawet jeżeli istnieje dodatnia korelacja między uprawianiem narciarstwa a czytaniem *Delty*.

A szkoda, bo to naprawdę wielka frajda. W dodatku coraz częściej niejeżdzenie na nartach (ani na snowboardzie) staje się towarzyską niedogodnością. Młodym ludziom po prostu nie bardzo wypada nie umieć.

Cóż z tego, kiedy w powszechnej opinii skuteczne opanowanie tej sztuki wymaga wieloletniej praktyki. Z tego powodu wielu młodych ludzi wybrało snowboard – on przynajmniej się nie „rozjeżdża”, a to jest jedno z najbardziej zenujących doświadczeń narciarskiego nowicjusza, te dwie niesforne deski podążające każda w swoją stronę wraz z przymocowanymi do nich nogami.

I jeszcze jedno. Narciarstwo nie należy do tanich sportów. Czy warto inwestować w przedsięwzięcie niedające żadnych gwarancji sukcesu?

A wreszcie co to ma wspólnego z matematyką lub fizyką, o astronomii nie wspominając?

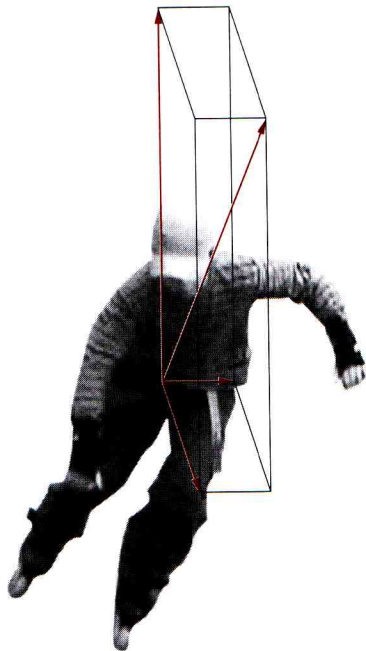
Oczywiście ma. Jak każdy sport, narciarstwo wykorzystuje prawa fizyki. Tylko czy to może być interesujące dla kogoś, kto na nartach nie jeździ? Jeszcze kilka lat temu odpowiedź brzmiała po prostu... nie. To nie było interesujące nawet dla narciarzy. W wielu podręcznikach narciarstwa zawile (i najczęściej nie do końca poprawnie) tłumaczono „fizykę skrętu narciarskiego”.

Wszystko zmieniło się za sprawą rewolucji technologicznej. Kilka lat temu zaczęto produkować tzw. narty karwingowe (od angielskiego *to carve*, ciąć), a obecnie innych nart zjazdowych już praktycznie w sklepach nie ma. Rewolucja polega na mocno „taliowanym” kształcie narty. Jest ona wąska właśnie „w talii”, natomiast ma szeroką piętę i jeszcze szerszy dziób. Jednocześnie narta jest krótsza. Zamiast sięgać „do nadgarstka wyciągniętej w górę ręki” powinna sięgać do... brody. To jest zresztą powodem tego, że niektórzy „eksperci” i „instruktorzy” nadal jeżdżą na wąskich i długich „sosenkach”, których zapas przezornie sobie zrobili. Jeszcze piętnaście lat temu „eksperta” poznawało się przecież po długości nart.

Taliwana narta spełnia marzenie pokoleń narciarzy. Sama skręca. Wystarczy jej nie przeszkadzać. Na takich nartach można jeździć jak na rowerze „bez trzymanki”. Jadąc na wprost na łagodnym stoku, wystarczy przechylić się w lewo, żeby zacząć skręcać w lewo, następnie w prawo, żeby wykonać łuk w prawo. Jest tak dlatego, że krawędź narty ma jakby wbudowany skręt o pewnym promieniu (rys. 2). Dodatkowo, coraz bardziej przechylona narta może się pod wpływem nacisku coraz bardziej wyginać, zmniejszając promień naturalnego skrętu. Narty prowadzone na krawędziach nie ześlizgują się, tylko wycinają skręt. Zostawiony na śniegu ślad przypomina tory tramwajowe. Takie narty łatwiej opanować.

Muszę jednak (trochę) rozczarować tego, kto myśli, że skoro to takie proste, to już przeczytanie tego artykułu wystarczy do nauczenia się jazdy na nartach. Opanowanie tej sztuki (w stopniu umożliwiającym swobodne poruszanie się) wymaga trochę dłuższego czasu: od kilku godzin do kilku dni dla kogoś, kto jest w miarę sprawny fizycznie i nigdy na nartach nie jeździł oraz od kilku minut do... nieskończoności dla kogoś, kto umie jeździć na nartach starego typu. Dlaczego tak? Jest to umiejętność wymagająca wykształcenia pewnego rodzaju koordynacji ruchowej. Najszybciej poradzą sobie ci, którzy podobny typ koordynacji już opanowali „przy innej okazji”, najgorzej ci, którzy mają silnie wykształcony inny typ koordynacji, którego nie potrafią przestać stosować. Oduczyć się jest dużo trudniej niż nauczyć.

Ale co z tytułowym brakiem śniegu, gór i nart? Na okładce prezentowanych jest kilka sekwencji zdjęć.



Rys. 3. Rozkład siły reakcji podłoża na składowe. Składowa wzdłuż kierunku ruchu ma różną od zera średnią względem czasu.

[2] Oczywiście, ta „bezpośrednia przekładalność” odnosi się raczej do kogoś, kto chciałby za pomocą ćwiczeń na rolkach udoskonalić swoją jazdę na nartach. Niewybitnie uzdolniony nowicjusz sam sobie raczej nie poradzi.

Przejście z rolek na narty wiąże się ze zmianą tempa wykonywanych czynności. Narty trochę wolniej się „łapie”. W związku z tym uczyć się początkowo ma tendencję do wywracania się do środka skrętu. Na śniegu nie jest to niebezpieczne, ale na sztucznym stoku, takim jak na Szczęśliwicach, może wiązać się z niebezpieczeństwem bolesnych otarć lub kontuzji dłoni. Należy pamiętać o rękawiczkach, dobrze jest mieć ochraniacze na łokcie oraz koniecznie trzymać zaciśniętą w pięść dłoń podczas ewentualnych upadków.

[3] Jest to skręt przyspieszający, bo wspomaga się w nim siłą grawitacji pracą mięśni. Przyspieszenie nie jest niezbędne do jazdy na nartach (jest konieczne do jazdy na rolkach w sposób opisany w tekście). Większość narciarzy amatorów nie umie tego (dobrze lub wcale) robić. Nie zmienia to faktu, że sekwencja ruchów jest taka sama, nawet jeżeli nie uzyskuje się efektu przyspieszania. Rozwinięcie tego tematu można znaleźć w uzupełnieniu tego artykułu, które jest dostępne poprzez internet. Adres poniżej.

[4] Dobre rolki nie muszą być (bardzo) drogie. Najlepiej wybrać się do specjalistycznego sklepu, w którym za 250–350 zł powinno dać się kupić rolki o średnicy kół około 80 mm i z łożyskami ABEC-5, na których omawiana ewolucja jest łatwa do nauczenia.

Sekwencja A przedstawia nowoczesny krótki skręt, ale, jak widać, nie ma tam śniegu. Zdjęcia zrobione są w Warszawie na Szczęśliwicach, gdzie od kilku lat działa całoroczny stok narciarski, wyłożony specjalną matą umożliwiającą jazdę nawet w lecie. Jak widać, „białe szaleństwo” można uprawiać na zielonym, ale chodzi mi o coś więcej. O to, co pokazuje seria B, gdzie demonstrowana jest bardzo podobna sekwencja ruchów na rolkach.

Tu wreszcie dochodzimy do właściwej „wkładki fizycznej”. Moja teza jest bardzo prosta. Jazdy na nartach można nauczyć się na rolkach. Jeżeli ktoś potrafi zrobić to, co jest pokazane na zdjęciach (B), to opanowanie jazdy na nartach zajmie mu najwyżej kilka godzin [1].

Żeby uzasadnić ten pogląd, należy zrozumieć, dlaczego w ogóle możliwe jest jeżdżenie na rolkach w sposób pokazany na serii ujęć B. Zapewniam, że nie jest to kilka skrętów zrobionych po wcześniejszym rozpędzeniu się i że nawierzchnia nie jest nachylona.

Aby można było się w ten sposób rozpędzać, trzeba się odpychać od podłoża w przód (czyli tak, jak przy normalnej jeździe na rolkach lub łyżwach). Robi się to w następujący sposób. Po nabraniu pewnej, niewielkiej prędkości (w dowolny sposób) należy obniżyć pozycję (B1), a następnie jednocześnie „zacząć upadać” lekko w przód i np. w lewo, wypychając nogi w przeciwną stronę, czyli lekko w tył i w prawo (ale tak, żeby rolki spod nas „wyjeżdżały”, czyli jechały w bok i do przodu). W ten sposób utrzymujemy równowagę nie upadając, choć jesteśmy coraz bardziej wychyleni (B2–B3). Siła reakcji podłoża na wypychanie nóg rozkłada się (rys. 3) na składową równoważącą siłę ciężkości i składową skierowaną w przód, a więc siłę przyspieszającą nas w pożądanym kierunku (co powoduje trzecia składowa skierowana w bok, za chwilę się wyjaśni). Równowaga ta może trwać tak długo, jak długo prostowane są nogi. Dlatego w momencie całkowitego wyprostowania (B4) zewnętrznej nogi (prawej) musi rozpocząć się faza ściągania nóg (B5–B6). W tej fazie pozwalamy im wjechać pod nas, starając się minimalizować nacisk na podłoże (ściągane nogi w środkowej części tej fazy nas wyprzedzają, więc siła reakcji mogłaby nas najwyżej opóźnić). W konsekwencji nasz środek ciężkości nieco opada (prostopadła do podłoża składowa siła reakcji jest mniejsza od grawitacji), ale to tylko pozwala nam na energiczniejszy wyprost nóg w lewo w kolejnym łuku (B7–B8). W rezultacie nasz środek ciężkości porusza się prawie bez zbaczania w prawo i lewo oraz prawie bez opadania i wznoszenia. Minimalne oscylacje prawo-lewo są związane ze składową siłą reakcji równoległą do podłoża i prostopadłą do uśrednionego kierunku ruchu, ale już część ciała znajdująca się ponad środkiem ciężkości (np. barki i głowa) może poruszać się jak po sznurku.

Czy powyższy opis może pomóc w nauczaniu się takiego sposobu jazdy?

Na pewno nie bez uważnego przyjrzenia się serii ujęć B, a jeszcze lepiej obserwacji kogoś wykonującego to ćwiczenie na żywo. Ale rozumienie fizyki ewolucji, choć niekoniecznie pomaga, to na pewno nie przeszkadza.

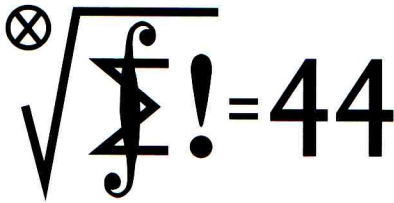
Wyrobiona w ten sposób koordynacja może być prawie bezpośrednio [2] przełożona na jazdę na nartach. Potrzebna jest ona do krótkiego ciętego skrętu przyspieszającego [3] (zdjęcia A), który uznawany jest za wyższy stopień wtajemniczenia. Jednocześnie koordynacja ta jest podstawą skrętu ciętego o dowolnym promieniu (zdjęcia C).

Inwestycja w (dobre [4]) rolki na pewno się opłaca. To wspaniały sposób spędzania wolnego czasu, a pomoc w doskonaleniu techniki narciarskiej jest tylko dodatkowym atutem. Na pewno jest też tańsza od kompletowania sprzętu narciarskiego.

Do zimy zostało już niewiele czasu. Najwyższa pora wziąć rolki i potrenować... beśnieszne, płaskie narciarstwo zjazdowe bez nart.

Zobacz też rozszerzoną (m.in. o filmy) wersję tego artykułu:
<http://www.mimuw.edu.pl/delta/artykuly/delta0904/narty.html>

Klub 44



Termin nadsyłania rozwiązań:

30 XI 2004

UWAGA!

ZMIANA ADRESU DO KORESPONDENCJI!

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie <http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html>.

Zadania z matematyki nr 485, 486

Redaguje Marcin E. KUCZMA

485. Obliczyć maksymalną liczbę krawędzi, jaką może mieć graf o 10 wierzchołkach, niezawierający czteroelementowego cyklu (tj. takiej czwórki wierzchołków a, b, c, d , że ab, bc, cd, da są krawędziami grafu).

486. Dany jest czworościan $ABCD$, w którym $|\sphericalangle BAC| = 180^\circ - |\sphericalangle BDC|$. Udowodnić, że na krawędzi BC istnieje dokładnie jeden punkt P , dla którego zachodzi równość

$$\frac{|AP|}{|BD| \cdot |CD|} + \frac{|DP|}{|BD| \cdot |CD|} = \frac{|AB|}{|BC| \cdot |BD|} + \frac{|AC|}{|BC| \cdot |CD|}.$$

Zadanie 486 zaproponował pan Michał Kieza z Warszawy.

Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 5/2004

Przypominamy treść zadań:

481. Niech S_p oznacza symetrię płaszczyzny względem prostej p . Scharakteryzować te trójki różnych prostych (k, ℓ, m) , dla których złożenie $f = S_m \circ S_\ell \circ S_k$ jest tym samym przekształceniem, co złożenie $g = S_k \circ S_m \circ S_\ell$.

482. Dana jest liczba naturalna $n > 1$. Liczba dodatnia a jest pierwiastkiem wielomianu $x^n - x - 1$; liczba dodatnia b jest pierwiastkiem wielomianu $x^{2n} - x - 3a$. Rozstrzygnąć, w zależności od n , która z liczb a, b jest większa.

481. Przepisujemy postulowany warunek w postaci $F \circ S_k = S_k \circ F$, gdzie F jest złożeniem $F = S_m \circ S_\ell$. Proste ℓ i m są różne, więc F nie jest identycznością. Gdy są równoległe, F jest przesunięciem o pewien niezerowy wektor \mathbf{v} , prostopadły do ℓ i m . Gdy proste ℓ i m przecinają się pod kątem α , F jest obrotem wokół ich punktu przecięcia o kąt 2α (odpowiednio skierowany).

W pierwszym przypadku ($\ell \parallel m$, F – przesunięcie) wybieramy na prostej k dowolny punkt P , oznaczamy $F(P) = Q$, $S_k(Q) = Q'$ i widzimy, że Q i Q' są obrazami punktu P w przekształceniach $F \circ S_k$ oraz $S_k \circ F$. Te obrazy mają się pokrywać; a to znaczy, że Q jest punktem prostej k , czyli wektor przesunięcia \mathbf{v} jest równoległy do k . Skoro zaś $\mathbf{v} \perp \ell$, $\mathbf{v} \perp m$, to równość $F \circ S_k = S_k \circ F$ jest (w rozważanym przypadku) możliwa tylko wtedy, gdy

$$(1) \quad \ell \perp k \perp m.$$

W drugim przypadku (ℓ, m przecinają się, F – obrót wokół punktu przecięcia O) patrzymy najpierw na obrazy punktu O w przekształceniach $F \circ S_k$ oraz $S_k \circ F$; pokrywają się one tylko wtedy, gdy $O \in k$, więc

do takiej sytuacji ograniczamy dalsze rozważanie. Wybieramy teraz na prostej k dowolny punkt P , różny od O , i oznaczamy $F(P) = Q$, $S_k(Q) = Q'$. Jak poprzednio, Q i Q' są obrazami P w przekształceniach $F \circ S_k$ oraz $S_k \circ F$; powinny się pokrywać, a więc punkt Q musi leżeć na k , czyli kąt obrotu ma być półpełny – czyli kąt między prostymi ℓ i m musi być prosty. Zatem (w rozważanym przypadku) równość $F \circ S_k = S_k \circ F$ jest możliwa tylko wtedy, gdy

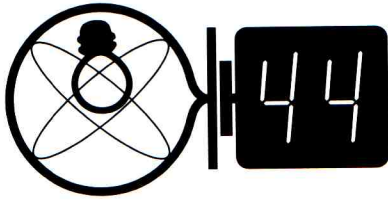
$$(2) \quad \ell \perp m; \quad \text{prosta } k \text{ współpękowa z } \ell \text{ i } m.$$

Nietrudno się przekonać, że w każdej z sytuacji, opisanych przez warunki (1) i (2), badana równość $F \circ S_k = S_k \circ F$ rzeczywiście jest spełniona.

482. Liczby $a, b > 0$ spełniają równości $a^n = a + 1$, $b^{2n} = b + 3a$. Widać, że $a \neq 1$, a więc $(a + 1)^2 > 4a$. Gdyby zachodziła nierówność $b \geq a$ (czyli $b/a \geq 1$), to mielibyśmy

$$\left(\frac{b}{a}\right)^{2n} \geq \frac{b}{a} = \frac{4b}{4a} \geq \frac{b + 3a}{4a} > \frac{b + 3a}{(a + 1)^2} = \frac{b^{2n}}{a^{2n}}$$

– sprzeczność. Zatem $a > b$ (niezależnie od n).



Termin nadsyłania rozwiązań: 30 XI 2004

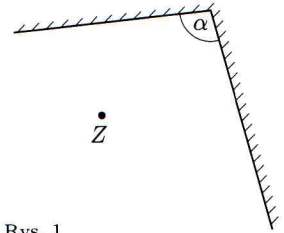
UWAGA!
ZMIANA ADRESU
DO KORESPONDENCJI!

Zadania z fizyki nr 382, 383

Redaguje Jerzy B. BROJAN

382. Odległość między osiami przednich i tylnych kół samochodu jest równa 1,9 m, a odległość lewych kół od prawych – 1,5 m. Samochód ma napęd na 2 tylne koła, przy czym opona na jednym z tych dwóch kół jest „łysa” – współczynnik tarcia tego koła o podłoże jest równy 0,2, a dla pozostałych kół wynosi 0,8. Z jakim maksymalnym przyspieszeniem może ten samochód ruszyć po linii prostej bez poślizgu, jeśli wszystkie koła są wtedy jednakowo obciążone? (Autor znalazł rozwiązanie jedynie na drodze obliczeń numerycznych – może jednak istnieje też rozwiązanie analityczne? Przekonamy się po przejrzaniu listów Czytelników.)

383. Do małego izotropowego źródła światła Z przysunięto zestaw dwóch zwierciadeł płaskich (rys. 1). Ile razy zwierciadła zwiększają natężenie oświetlenia odległego ekranu, jeśli kąt α między nimi jest równy: a) 91° , b) 90° , c) 89° ? Rozważyć tylko część ekranu najbliższą źródła i przyjmując, że prosta przechodząca przez wierzchołek kąta i źródło jest prostopadła do ekranu.

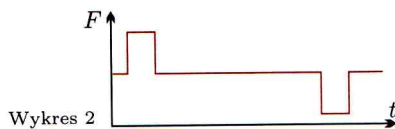
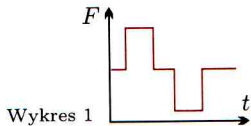


Rys. 1

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 5/2004

Przypominamy treść zadań:

378. Człowiek stoi w windzie na wadze sprężynowej. Kiedy winda przejechała jedno piętro w górę, wskazania wagi zmieniały się według wykresu 1. Ile pięter przejedzie winda, jeśli przebieg wskazań wagi będzie opisany wykresem 2?



379. Pewna cienka soczewka ma w powietrzu ogniskową $f = 30$ cm, a w wodzie (współczynnik załamania $n_1 = 1,33$) – ogniskową $f_1 = 100$ cm.
a) Ile wynosi ogniskowa tej soczewki w oleju o współczynniku załamania $n_2 = 1,45$?
b) Czy otrzymany wynik jest poprawny również wtedy, gdy soczewka jest w rzeczywistości zestawem sklejonych soczewek?

378. Oznaczmy przez t_a czas rozpędzania lub hamowania windy, przez t_1 czas ruchu jednostajnego na pierwszym wykresie, a przez t_2 – na drugim. Odpowiednie drogi przebyte przez windę są dane wzorami

$$s_a = (1/2)at_a^2,$$

$$s_1 = vt_1 = at_a t_1,$$

$$s_2 = at_a t_2,$$

gdzie a jest przyspieszeniem windy. Wysokość piętra jest równa

$$S_1 = 2s_a + s_1 = at_a(t_a + t_1),$$

a całkowita droga na drugim wykresie

$$S_2 = 2s_a + s_2 = at_a(t_a + t_2).$$

Z porównania wykresów widać, że $t_a + t_2$ jest czterokrotnie większe od $t_a + t_1$, zatem winda przejedzie cztery piętra.

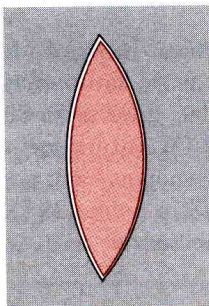
379. a) Należy posłużyć się wzorami

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad \frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad \frac{1}{f_2} = \left(\frac{n}{n_2} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Po wyeliminowaniu współczynnika załamania szkła n oraz promieni krzywizny R_1 i R_2 możemy wyrazić szukaną ogniskową f_2 przez wielkości dane:

$$f_2 = \frac{f f_1 n_2 (n_1 - 1)}{f_1 (n_1 - n_2) + f n_1 (n_2 - 1)} = 241 \text{ cm}.$$

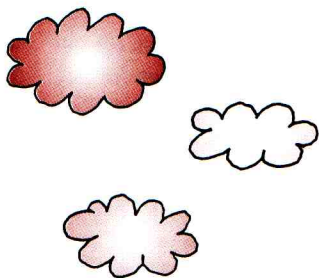
b) Tak. Aby to wykazać, wprowadźmy bardzo cienkie warstwy powietrza oddzielające soczewkę od otaczającej ją cieczy (rys. 2). W takiej sytuacji oczywiste jest, że wewnętrzna budowa soczewki nie ma znaczenia i dowolnie skomplikowany zestaw można zastąpić jedną soczewką o tych samych zewnętrznych promieniach krzywizny i współczynniku załamania tak dobranym, aby w powietrzu jej ogniskowa była równa f . Wtedy powyższe wzory będą prawidłowe. Następnie możemy przejść z grubością warstw powietrza do zera, co nie zmieni biegu promieni.



Rys. 2

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
372 ($WT = 2,50$) i **373** ($WT = 3,80$)
z numeru 2/2004

Andrzej Idzik	•	Bolesławiec	24,97
Tomasz Wietecha	•	Tarnów	19,44
Jacek Piotrowski	•	Rzeszów	18,81

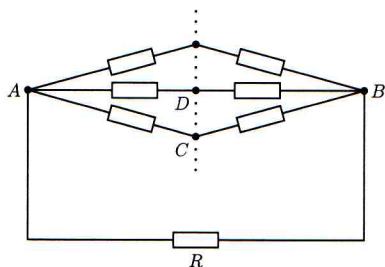


Patrz w niebo

Pył międzygwiazdowy jest przyczyną tzw. ekstynkcji, czyli osłabienia światła gwiazd przesłanianych przez obłok pyłowy. Na ogół silniej osłabiane jest światło niebieskie, tak że dodatkowym wynikiem tego zjawiska jest poczerwienienie przesłanianych gwiazd. Przełożone to wszystko na język fizyki dowodzi, że ekstynkcję powodują ziarna pyłu o rozmiarach rzędu 10^{-7} m. Często zdarza się, że światło przesłanianych gwiazd jest lekko spolaryzowane, a to dowodzi, że galaktyczne pole magnetyczne ustawia pyłki, będące nieregularnymi bryłkami, ich największym rozmiarem w jakimś uprzywilejowanym kierunku. Oznacza to w sumie, że obserwacyjnie można stwierdzić, iż w odległości rzędu parseka (3×10^{16} m) lub większej znajduje się obłok mniej lub bardziej równo ustawionych pyłków o rozmiarach 10^{-7} m. Mamy więc stosunek wielkości mierzonej do odległości równy w przybliżeniu 10^{-24} . Trzeba przyznać, że aby obłok pyłu spowodował mierzalną polaryzację, sam musi mieć rozmiary mierzone w parsekach.



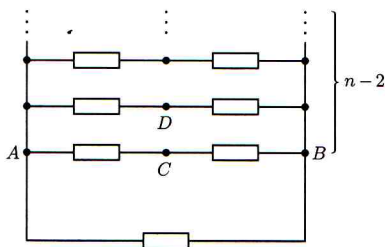
Rozwiązanie zadania F 627.
Narysujmy schemat obwodu jak na rysunku 1.



Rys. 1

Z symetrii układu widać, że po przyłożeniu napięcia do punktów A i B na każdym spośród punktów C, D itd. napięcie jest takie samo, a więc prąd nie płynie przez żaden ze zwierających je oporników. Jeśli w myśli usuniemy te oporniki, otrzymamy układ jak z rysunku 2, o oporze zastępczym

$$R_z = \left(\frac{n-2}{2R} + \frac{1}{R} \right)^{-1} = \frac{2R}{n}$$



Rys. 2



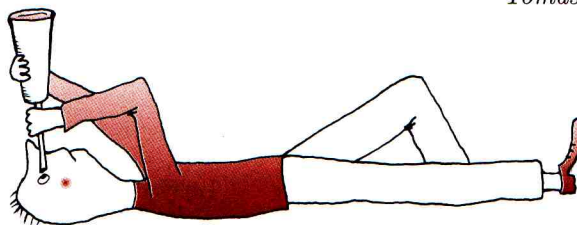
Rozwiązanie zadania F 628.
Aby całość znajdowała się w równowadze, pole elektryczne na sferze musi zniknąć, czyli

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = 0,$$

a więc $Q = -q$.

Na początku bieżącego stulecia grupa angielskich radioastronomów z Jodrell Bank doszła do wniosku, że wykonała najdokładniejszą w dziejach obserwację dotyczącą pojedynczego obiektu. Mianowicie z obserwacji radiowych pulsara PSR B1828-11 w Tarczy wynikło, że jego okres (wyznaczony z dokładnością do jedenastu cyfr znaczących) zmienia się z okresami 1000, 500 i 250 dni. Wszystko dowodziło, że pulsar ten jest obiektem samotnym, więc przyczyną zjawiska mogła być jedynie niesferyczność samego pulsara. Wirowanie niesferycznego obiektu może zachodzić w sposób dość skomplikowany, w szczególności oś symetrii wcale nie musi pokrywać się z (chwilową) osią obrotu, a one obie nie muszą mieć kierunku momentu pędu całej bryły. Przez to wszystko okres obrotu pulsara może się zmieniać, tak jak właśnie zaobserwowano. Ocenione w ten sposób spłaszczenie pulsara byłoby rzędu 0,1 mm! Ponieważ pulsar ten znajduje się w odległości 4 kpc, to stosunek wielkości mierzonej do odległości wynosi w tym przypadku również 10^{-24} .

Tomasz KWAST



Wrzesień

Prawie w zenicie widać wieczorem okazały gwiazdozbiór Łabędzia, a na południe od niego małą grupkę gwiazd stanowiących gwiazdozbiór Delfina. Najjaśniejszą gwiazdą Łabędzia jest Deneb, będący zachodnią gwiazdą wielkiego Letniego Trójkąta (oprócz niej tworzą go Wega i Altair). Trzecia z kolei pod względem jasności gwiazda Delfina nosi nazwę Deneb Delphini, a nazwa Deneb z dodatkiem występuje na niebie jeszcze przynajmniej trzykrotnie. Jeżeli dodatku nie ma, to chodzi o gwiazdę z Łabędzia, gorącego olbrzyma o mocy promieniowania 26 000 razy większej od mocy Słońca. Deneb znajduje się w odległości 470 pc. Dla Polski jest gwiazdą niezachodzącą, w co trudno uwierzyć, zwłaszcza gdy mieszka się w mieście, bowiem w wiosenne wieczory Deneb przesuwa się tak nisko nad północnym horyzontem, że z reguły ginie w warstwie atmosferycznych zanieczyszczeń.

Wenus jest w Raku i widać ją przed wschodem Słońca. Również Merkurego można próbować szukać o świcie, gdyż 9 IX znajdzie się kątowno najdalej od Słońca (o 18° na zachód). Marsa i Jowisza nie widać, gdyż są za Słońcem – górne złączenie Marsa nastąpi 15 IX, a Jowisza 22 IX. Saturn jest w Bliźniętach i koło północy wschodzi. 22 IX nastąpi jesienna równonoc, czyli początek astronomicznej jesieni. Now Księżyc wypadła 14 IX, a pełnia 28 IX. Żadnych zaćmień ani zakryć jasnych gwiazd we wrześniu nie będzie.

T. K.



Skąd się biorą geny?

Około 40 milionów lat temu u wspólnego przodka małp Starego Świata (do których należą naczelnie) miało miejsce niezwykle wydarzenie. Umożliwiło ono nam zupełnie nowe spojrzenie na świat – dosłownie.

Widzenie barw oparte jest na światłoczułych białkach – opsynach, które, zależnie od składu aminokwasowego, są wrażliwe na różne długości fali. Większość małp Nowego Świata (np. kapucynki) ma dwa geny opsyn: jeden z nich, umiejscowiony na autosomie, koduje białko wrażliwe na fale krótkie (SW), a drugi, kodujący białko wrażliwe na fale średnie i długie (MW/LW, zależnie od sekwencji), znajduje się na chromosomie X. Stąd samce tych małp widzą wyłącznie dwubarwnie. Natomiast samice – albo dwu- (jeśli na obu chromosomach X mają taką samą wersję opsyny MW/LW), albo trójbarwnie (jeśli wersje te się różnią)!

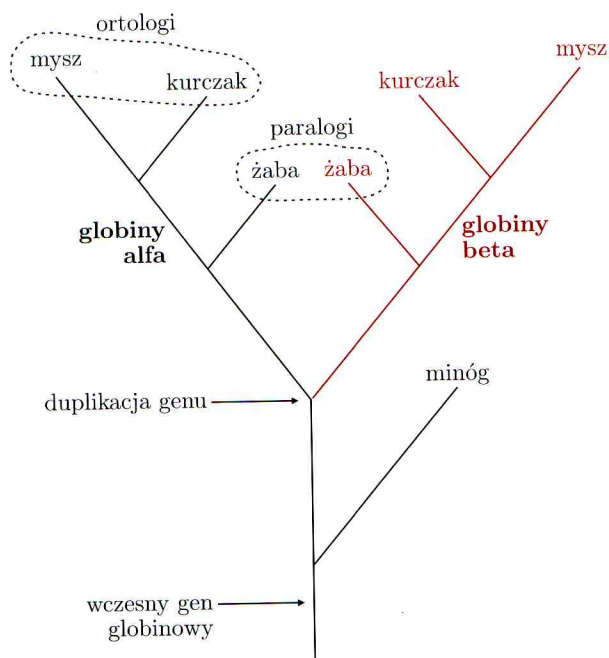
Mniej więcej 40 milionów lat temu, po oddzieleniu się małp Nowego Świata od linii prowadzącej do człowieka, gen opsyny MW/LW uległ duplikacji. Oba nowe geny szybko zróżnicowały się tak, że każdy z nich kodował białko wrażliwe na inną długość fali. Odtąd wszystkie małpy mają trzy geny opsyn – SW, MW i LW: była to bardzo dobra wiadomość dla samców, które wreszcie mogły widzieć świat trójkolorowo.

Ten niezwykle przypadek ilustruje najczęstszy sposób powstawania genów. Kiedy w genomie pojawia się kopia istniejącego już genu, presja selekcyjna, utrzymująca funkcję białka, działa tylko na jedną z nich. Druga dzięki temu bezkarnie mutuje, co czasem prowadzi do uzyskania nowej funkcji. Ewolucja nie stwarza z niczego, może tylko modyfikować istniejące rozwiązania.

W ten sposób mogą powstawać tzw. rodziny genów – grupy podobnych sekwencji powstałe na drodze duplikacji i różnicowania. Przykładem takiej rodziny są globiny, które wszystkie wyewoluowały w ciągu 800 milionów lat na drodze kolejnych duplikacji, fuzji i modyfikacji funkcji. Mioglobina, mięśniowe białko wiążące tlen, i 13 globin krwi u człowieka są takimi właśnie kuzynami.

Czasem duplikacje nie dotyczą całych genów, a jedynie ich fragmentów. Mogą być one tasowane niczym talia kart w obrębie jednego genu, albo przenoszone do innego. Znane są geny – układanki z kilku różnych sekwencji. Gen kodujący jedno z białek regulujących krzepnięcie krwi, tkankowy aktywator plazminogenu, zbudowany jest z czterech części. Pierwsza jest kawałkiem fibronektyny (wiążącej włókna białek tworzących skrzep), druga pochodzi z nabłonkowego czynnika wzrostu, a dwie ostatnie – z plazminogenu (formy enzymu rozpuszczającego skrzep). W wyniku takiego tasowania zupełnie różne i niespokrewnione geny mogą mieć bardzo podobną sekwencję.

W analizie pokrewieństwa między organizmami musimy rozróżniać sekwencje, które pojawiły się w wyniku duplikacji w obrębie genomu jednego gatunku (czyli tzw. paralogi) oraz te, które są wynikiem rozdzielenia gatunków (ortologi).



Z rysunku widać, że jeden gen może mieć więcej niż jednego ortologa u drugiego gatunku (zarówno globiny alfa, jak i beta, żaby są ortologami w stosunku do globinowego genu minoga), a także, że „bycie ortologiem” nie jest przechodnie (globiny alfa i beta myszy są ortologami globiny minoga, ale nie dla siebie).

Wyobraźmy sobie, że chcemy oszacować wiek ostatniego wspólnego przodka (OWP) człowieka i wielbłąda na podstawie liczby mutacji nagromadzonych w ich genach. W tym celu musimy porównać geny ortologiczne, np. gen A człowieka i odpowiadający mu gen wielbłąda. Jak znaleźć ortolog? Wśród genów wielbłąda jest wiele podobnych do genu A, najbardziej podobny jest gen B. Czy A i B to ortologi? Tego nie wiemy – zarówno orto-, jak i paralogi mogą być bardzo podobne. Genom wielbłąda nie został jeszcze zsekwencjonowany i wśród dostępnych sekwencji może w ogóle nie być ortologa. Może być też tak, że wielbłąd utracił ortolog genu A.

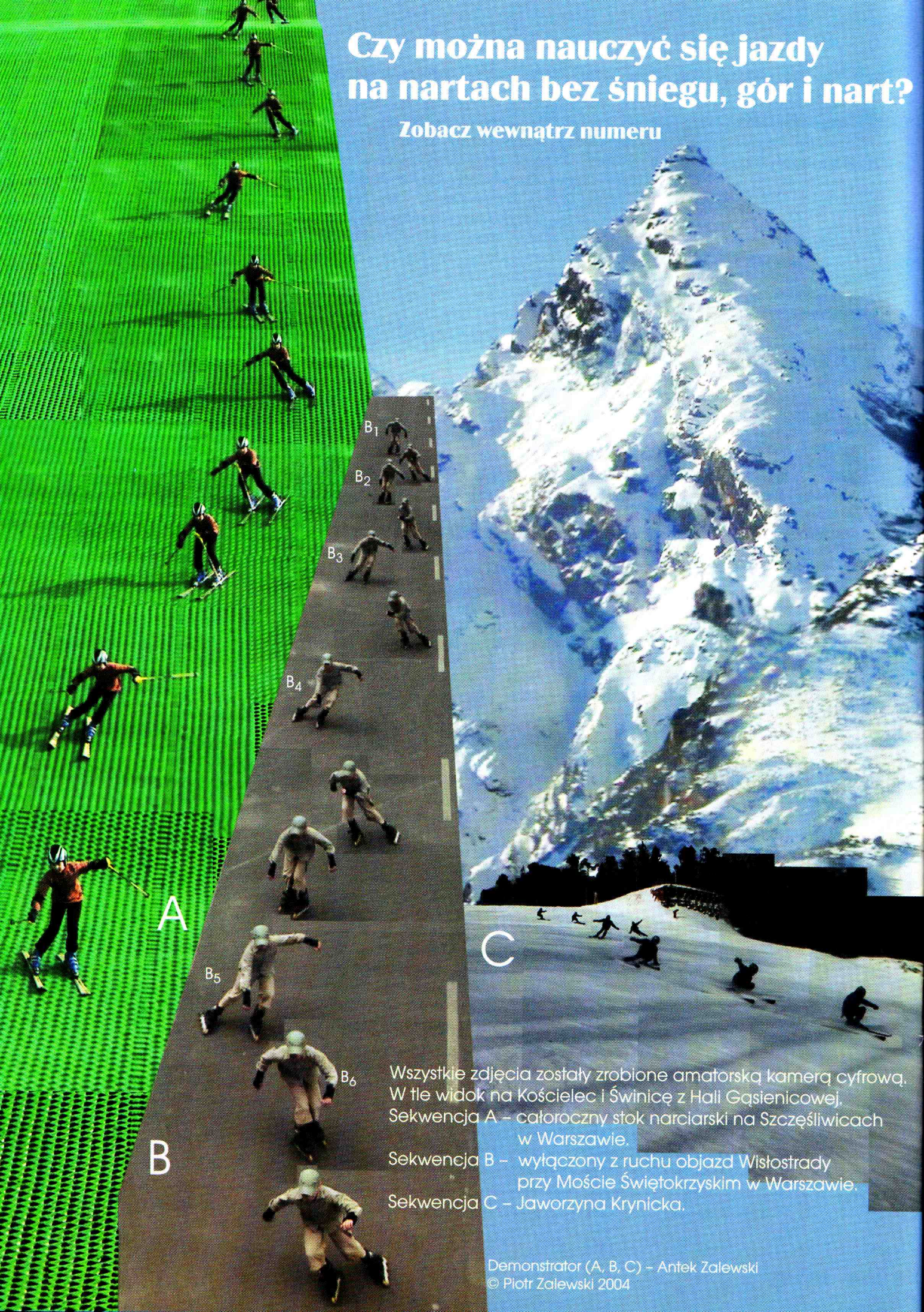
W praktyce przeszukujemy jeszcze raz genom, tym razem genom człowieka sekwencją B. Jeżeli najbardziej podobną do niej sekwencją jest A, to uznajemy geny za ortologi i na ich podstawie możemy wnioskować o OWP wielbłąda i człowieka. Nie daje nam to pewności, ale status sekwencji A i B możemy potwierdzić, przeszukując w podobny sposób kolejne genomy. W każdym przypadku dwukierunkowe przeszukania powinny prowadzić do tych samych sekwencji. A jeśli te geny to nie ortologi i porównujemy np. podobne do siebie hemoglobinę człowieka i mioglobinę wielbłąda?

Wtedy okazałoby się, że OWP tych gatunków żył około 800 milionów lat temu – bo wtedy właśnie nastąpiło rozdzielenie genów mioglobiny i hemoglobiny. A 800 milionów lat temu wielokomórkowe życie dopiero nabierało rozpędu... Naukowcom wciąż pozostaje jeszcze znalezienie odpowiedzi na pytanie, skąd wziął się pierwszy gen. Ale to jest już zupełnie inna historia...

Anna LORENC, Jarek BRYK

Czy można nauczyć się jazdy na nartach bez śniegu, gór i nart?

Zobacz wewnątrz numeru



A

B₁

B₂

B₃

B₄

B₅

B₆

B

C

Wszystkie zdjęcia zostały zrobione amatorską kamerą cyfrową. W tle widok na Kościelec i Świnicę z Hali Gąsienicowej. Sekwencja A – całoroczny stok narciarski na Szczęśliwicach w Warszawie.

Sekwencja B – wyłączony z ruchu objazd Wistostrady przy Moście Świętokrzyskim w Warszawie.

Sekwencja C – Jaworzyna Krynicka.