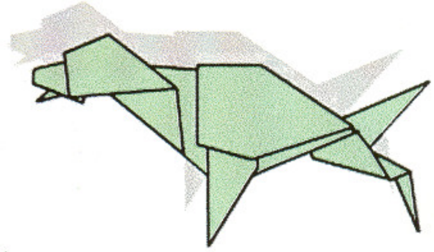
delta

$h=6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s $\pi=3{,}141592...$



SPIS TREŚCI
NUMERU 12 (331)

W następnym numerze:
Mosty

Okładki i ilustracje: *Anna Ludwicka*
Rysunki techniczne: *Marcin Adamski*

Wybór artykułów w języku angielskim
http://www.mimuw.edu.pl/delta/

Internetową wersję *Małej Delty* można znaleźć w portalu Eduseek
http://eduseek.ids.pl/delta/

Wydawca: Uniwersytet Warszawski
Cena 1 egzemplarza 3 zł

„Delta" – matematyczno-fizyczno-astronomiczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Polskiego Towarzystwa Astronomicznego,
wydawany przy poparciu Ministerstwa Edukacji Narodowej.
Wydanie publikacji dofinansowane przez Komitet Badań Naukowych.

Adres Redakcji:
ul. Smyczkowa 5/7, 02-678 Warszawa
tel. 853-59-61, 55-33-216
BARTOL@MIMUW.EDU.PL
Skład systemem TEX wykonała Redakcja.

Wydrukowano
w Drukarni Naukowo-Technicznej S.A.
w Warszawie, ul. Mińska 65.

WARUNKI PRENUMERATY W FIRMIE AMOS

01-806 Warszawa, ul. Zuga 12 (tel. 834-65-21)
Wpłaty przyjmowane są non-stop, do 10. dnia miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty. **Okres prenumeraty wynosi co najmniej trzy (3) miesiące**. Cena jednego numeru w 2002 roku wynosi 4 zł. Przy wpłacie prosimy o zaznaczenie okresu prenumeraty.

W prenumeracie zagranicznej (też przez okres **co najmniej trzech miesięcy**) cena numeru w 2002 r. wynosi 8 zł. W przypadku życzenia dostawy drogą lotniczą odpowiednią dopłatę ponosi zamawiający.

Uwaga! Dla zamawiających minimum 10 egzemplarzy każdego numeru AMOS funduje dodatkowo jeden egzemplarz pisma.

Konto AMOS-u: **PKO BP SA I O/W-wa, nr 30 10201013 122640143**

WARUNKI PRENUMERATY W RUCH-u

1. Wpłaty na prenumeratę przyjmowane są tylko na okresy kwartalne.
2. Cena prenumeraty na II kwartał 2002 r. wynosi 12 zł.
3. Wpłaty na prenumeratę przyjmują na teren kraju jednostki kolportażowe „Ruch" S.A. właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora.
4. Cena prenumeraty ze zleceniem dostawy za granicę: cena prenumeraty + rzeczywiste koszty wysyłki. Zlecenia na prenumeratę dewizową, przyjmowane od osób zamieszkałych za granicą, realizowane są od dowolnego numeru.

   Wpłaty przyjmuje Oddział Krajowej Dystrybucji Prasy „RUCH" SA na konto: Pekao SA IV O/W-wa 12401053-40060347-2700-401112-001 lub kasa Oddziału.
5. Informacji o warunkach prenumeraty i sposobie zamawiania udziela „RUCH" SA OKDP, 00-958 Warszawa, skrytka pocztowa 12, ul. Jana Kazimierza 31/33, lub telefonicznie: (22) 5328-731, 5328-820, 5328-816, fax: 5328-732, internet: www.ruch.pol.pl, e-mail: prenumerata@okdp.ruch.com.pl
6. Terminy przyjmowania wpłat na prenumeratę krajową i zagraniczną

do 5 XII	– na I	kwartał roku następnego,
do 5 III	– na II	kwartał roku bieżącego,
do 5 VI	– na III	kwartał roku bieżącego,
do 5 IX	– na IV	kwartał roku bieżącego,

Numery archiwalne (od 1985 r.) można nabyć w Redakcji osobiście lub listownie.

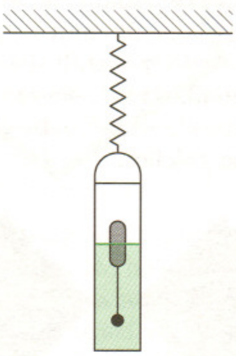
Sprawdź swoją intuicję fizyczną

Nie tak dawno miałem okazję uczestniczyć w pokazie o takim mniej więcej tytule. Prowadzący demonstrował kolejne rekwizyty potrzebne do wykonania prostego doświadczenia i pytał, co się stanie, podając cztery propozycje. Po kilku sekundach przeprowadzał głosowanie wśród publiczności, która w większości składała się z fizyków, a następnie przeprowadzał zapowiedziane doświadczenie. Naprawdę rzadko zdarzało się, żeby prawidłowej odpowiedzi udzieliła przynajmniej połowa audytorium.

Uczestniczenie w takim dobrze prowadzonym pokazie może być bardzo zabawne, zwłaszcza jeżeli ktoś umie śmiać się sam z siebie. Równie ciekawe byłoby przygotowanie własnego pokazu. Poniżej podaję kilka propozycji, do zaprezentowania których powinno wystarczyć wyposażenie szkolnej pracowni fizycznej, a przy odrobinie pomysłowości nawet to nie będzie konieczne. Można też pobawić się samemu.

---

1. Resor hydrodynamiczny. Na sprężynie zawieszony jest cylinder wypełniony w ponad połowie wodą. Sprawdzamy, że cylinder może oscylować góra-dół, a następnie wkładamy do niego spławik obciążony tak, aby pływał w pozycji pionowej. Demonstrujemy drgania spławika góra-dół. (Wcześniej tak dobieramy obciążenie spławika i/lub ilość wody w cylindrze, aby okresy demonstrowanych drgań były mniej więcej jednakowe). Pytamy: **co się stanie, jeżeli naciągniemy sprężynę i cały układ puścimy?**



A: Spławik będzie drgał mniej więcej w przeciwfazie do drgań cylindra, tzn. będzie maksymalnie zanurzony, gdy cylinder znajdzie się na samej górze i maksymalnie wynurzony, gdy cylinder będzie na samym dole.
B: Spławik będzie tak samo zanurzony przez cały czas wahań góra–dół cylindra, tak jakby był „zamrożony”.
C: Spławik będzie drgał prawie w fazie z cylindrem, lekko się spóźniając. Po zajęciu przez cylinder najwyższej pozycji jeszcze trochę się wynurzy, a na samym dole bardziej zagłębi.
D: Zachowania spławika nie sposób przewidzieć bez dokładnej znajomości parametrów układu.

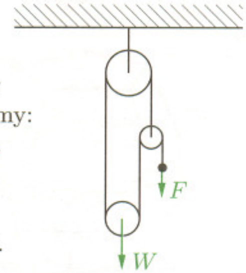
2. Optyka barw. Przypominamy, że na granicy dwóch ośrodków następuje rozszczepienie światła spowodowane zależnością współczynnika załamania od długości fali. Demonstrujemy rozszczepienie za pomocą dużego pryzmatu. Następnie kartkę, na której jest napis:

DEKO RAZY DEKO

(„DEKO” jest napisane na czerwono, a „RAZY” na niebiesko) dajemy do obejrzenia bezpośrednio i przez pryzmat. Pytamy: **dlaczego tylko środkową część napisu widać przez pryzmat do góry nogami?**

A: Jest to efekt geometryczny: przez środek pryzmatu promienie biegną inaczej niż po bokach.
B: Kolory są tak dobrane, żeby długość odpowiadająca napisowi „RAZY” była dwa razy mniejsza niż dla napisów „DEKO”.
C: Kolory są tak dobrane, żeby długość odpowiadająca napisowi „RAZY” była dwa razy większa niż dla napisów „DEKO”.
D: Jest to złudzenie optyczne.

3. Wielokrążek. Demonstrujemy układ jak na rysunku obok i pytamy: **z jaką siłą F należy ciągnąć za linkę, żeby unieść ciężar W?**



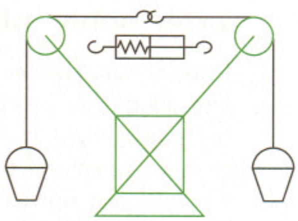
A: $F = W/2$. **B:** $F = W$.
C: $F = 2W$. **D:** Inna odpowiedź.

4. Wyporność. W szerokiej menzurce pływa duża probówka obciążona dwoma kawałkami ołowiu. Pytamy: co się stanie z poziomem wody, jeżeli jeden z kawałków wyjmiemy z probówki i wrzucimy do menzurki?

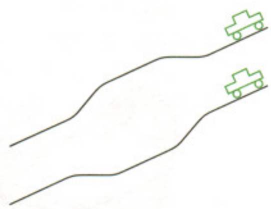
A: Podniesie się. **B:** Nie zmieni się.
C: Obniży się. **D:** Inna odpowiedź.

5. Rozciąganie. Za pomocą dynamometru sprężynowego demonstrujemy pomiar ciężaru W dwóch identycznych wiaderek z piaskiem (lub innych dwóch identycznych ciężarków). Następnie konstruujemy układ jak na rysunku **L** i pytamy: **jakie będzie wskazanie F dynamometru, jeżeli wstawimy go pomiędzy haczyki?**

A: $F = 2W$. **B:** $F = W$.
C: $F = W/2$. **D:** $F = 0$.



L



P

6. Tor samochodowy. Do tej prezentacji potrzebny jest zabawkowy tor samochodowy (taki z martwymi pętlami) lub... własna inwencja i złote rączki. Konstruujemy dwa tory jak na rysunku **P** (różnica wysokości między startem i metą jest w obu przypadkach taka sama) i pytamy: **który samochodzik dojedzie pierwszy do mety?**

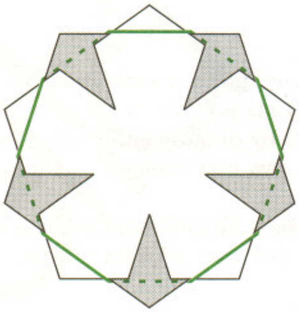
A: Jadący po torze z wypukłością.
B: Jadący po torze z wgłębieniem.
C: Dojadą równocześnie.
D: Nie da się tego przewidzieć.

(odpowiedzi w numerze)

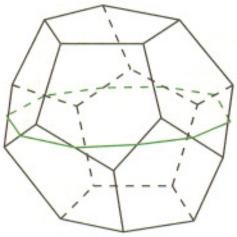
Może teraz sami wymyślicie podobne sprawdziany intuicji fizycznej?

P. Z.

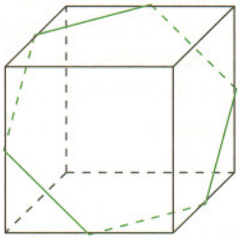
Zrób sobie wstający dwunastościan



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

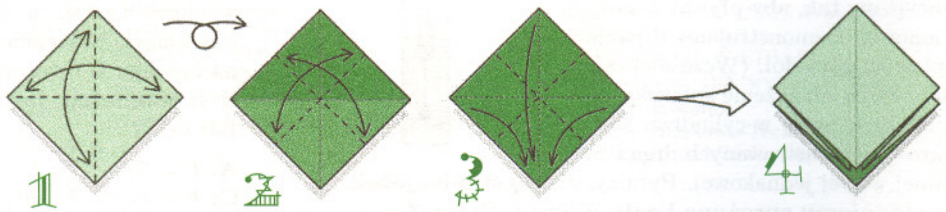
Jeżeli na kartoniku narysować dwie takie figury, jak ta pod tekstem, wyciąć i pozaginać zewnętrzne pięciokąty w jedną stronę, to uzyska się interesującą zabawkę – wstający dwunastościan. Aby wstawał, trzeba się jeszcze zaopatrzyć w gumkę-recepturkę. Powinna ona być dłuższa niż obwód jednego pięciokąta, a krótsza niż dwa obwody. Powinna też być dość trudno rozciągalna (gdy ma się tylko bardzo łatwo rozciągalne gumki, należy wziąć dwie). Na stole kładziemy jedną z figur na drugiej tak, jak to wskazuje rysunek 1, i przyciskamy palcem do stołu (figury kładziemy tak, jakby pięciokąty miały się zaginać „do środka", ale, oczywiście, całość jest płaska). Na to nakładamy gumkę (linia przerywana oznacza, że gumka biegnie dołem). Gdy powoli zmniejszymy nacisk palca, wstanie dwunastościan (rys. 2).

Można taki dwunastościan wkleić sobie do jakiegoś grubego zeszytu. Gdy go otworzymy na odpowiedniej stronie, okaże się, że mieścił się w nim prawdziwy dwunastościan.

Pomysł jest stary, a spopularyzowany został przez Hugona Steinhausa w jego *Kalejdoskopie matematycznym*. Nasuwa się jednak pytanie, czy nie ma więcej wielościanów, które mogłyby wyczyniać podobne sztuczki.

Na przykład na sześcian można nałożyć gumkę tak, aby z niego nie mogła się zsunąć, nawet gdyby był bardzo śliski (rys. 3). Jeszcze łatwiej wyobrazić sobie taką gumkę na dwudziestościanie foremnym (przez środki jego dwudziestu krawędzi; będzie ona miała wtedy kształt dwudziestokąta foremnego – prawda?). Na czworościan foremny gumka też da się założyć – na cztery środki krawędzi tworzące kwadrat. Ale jakoś nie widać, żeby figury te chciały wstawać. A może wstawać może tylko dwunastościan?

M.K.



Zrób sobie płaszczyznę rzutową

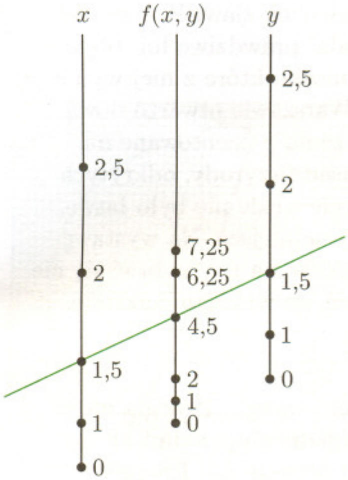
Płaszczyzna rzutowa powstaje przez uzupełnienie zwykłej płaszczyzny kierunkami jej prostych, przy czym zakłada się, że wszystkie kierunki (cały horyzont) tworzą dodatkową prostą. Płaszczyzna rzutowa ma bardzo ciekawe własności topologiczne. Mimo tego „brzydkiego" słowa da się je prosto wyrazić: jest powierzchnią zamkniętą – jak sfera, a przy tym jednostronną – jak wstęga Möbiusa. Na dodatek nie mieści się w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej. Te dziwne własności powodują, że warto zrobić sobie coś takiego, czyli jej wierny model.

Do wykonania płaszczyzny rzutowej potrzebny jest suwak od starej kurtki i trochę (jakiegokolwiek, byle nie za bardzo sztywnego) materiału, np. ze ścierki. Z jednej części suwaka robimy wstęgę Möbiusa, czyli zszywamy go tak, jak na rysunku, żeby cały brzeg był z ząbków. Widać, że może nawet lepszy od suwaka z kurtki byłby suwak ze zniszczonego śpiwora, bo wstęga wychodzi nieoczekiwanie mała. Następnie wycinamy koło takie, żeby jego brzeg dał się w całości obszyć drugą częścią suwaka – znów ząbkami na zewnątrz.

A teraz zapinamy suwak. No właśnie! Suwak nie zechce się zapiąć nawet wtedy, gdy przed szyciem zapinał się znakomicie. Zapiąć się nie może, bo gdyby się zapiął, to mielibyśmy w ręku model płaszczyzny rzutowej, a ta przecież w przestrzeni trójwymiarowej zmieścić się nie da. Pozostaje więc ewentualne przyglądanie się płaszczyźnie rzutowej trochę rozpiętej, albo przeniesienie się do więcejwymiarowej przestrzeni, gdzie będzie można ją dopiąć.

M.K.

Zrób sobie nomogram liniowy



Rysunek obok przedstawia prawie zrobiony nomogram liniowy dla funkcji $f(x,y) = x^2 + y^2$. Co to znaczy?

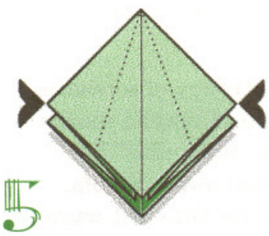
Otóż znaczy to tyle, że jeśli do dwóch wartości na zewnętrznych skalach przyłożymy linijkę, to na skali wewnętrznej otrzymamy wartość funkcji. Ten nomogram jest dość „łysy", bo zaznaczono mało wartości na jego skalach. Można go więc narysować większy (przenosząc proporcjonalnie wartości na skalach) i skale te uzupełnić.

Trudniejsza może jest część druga – uzasadnienie, dlaczego to da się zrobić. Jak się wydaje, jest to ciekawe zadanie dla Czytelników. Podobnie jest rzeczą interesującą znalezienie odpowiedzi na pytanie, czy dla każdej (ewentualnie – dla jakich) funkcji dwóch zmiennych można narysować nomogram liniowy. No, a jeśli można, to jak się to robi?

Dziś nomogramy liniowe wychodzą z użycia, bo zamiast nich można o wartość funkcji zapytać komputer. Nie zmienia to faktu, że istnienie i konstrukcja nomogramów pozostały ciekawymi problemami matematyki.

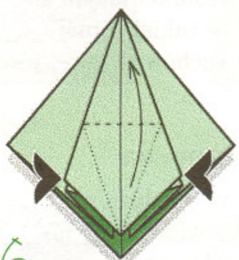
M.K.

Jak obserwować plamy na Słońcu?



5

Do ujrzenia plam na Słońcu wystarczy niewielka luneta, gdyż są to obiekty często o rozmiarach przekraczających rozmiary Ziemi. Niech nikt jednak nawet nie próbuje po prostu skierować lunety w Słońce i zerknąć w okular – **grozi to trwałym uszkodzeniem oka!** Przy obserwacjach obiektów niebieskich zawsze jest problem ze zbyt małą ilością światła, ale Słońce jest wyjątkiem, tu mamy problem z nadmiarem światła: świeci ono okrągło milion razy jaśniej niż Księżyc w pełni.



6

Dlatego najbezpieczniejszym sposobem obserwowania Słońca jest zastosowanie ekranu. Do lunety za pomocą dwóch obejm można przytwierdzić pręt lub listewkę, a na niej – powiedzmy 30 cm za okularem – prostopadle do osi lunety płytkę ze sklejki, na której kartka białego papieru będzie pełnić rolę ekranu. Okular lunety działa wtedy jak obiektyw rzutnika. Co prawda, od nadmiaru światła okular nieraz silnie się rozgrzewa i może pęknąć. Trzeba sobie wtedy spokojnie powiedzieć, że to tylko okular, a nie oko. Zresztą można temu zawczasu zapobiec założywszy na obiektyw lunety przesłonę ograniczającą strumień wpadającego do niej światła. To dlaczego nie można założyć przesłony i patrzeć jednak zwyczajnie w okular? Otóż przesłona ograniczająca strumień światła do poziomu znośnego dla oka musiałaby mieć otwór tak mały, że jakość obrazu stałaby się problematyczna. W zasadzie można by przed obiektywem umieścić gęsty filtr z zaczernionej kliszy fotograficznej lub okopconej szybki, ale wtedy jakość obrazu też by się obniżyła wskutek nierówności kliszy lub szybki, a ponadto – co chyba ważniejsze – taki filtr może niespodziewanie odpaść, a wtedy nieszczęście gotowe.

T. K.

Sprawdź swoją intuicję fizyczną – odpowiedzi:

1. Resor hydrodynamiczny. Prawidłowa jest odpowiedź B. Spławik przez cały czas będzie tak samo zanurzony, bo choć w (nieinercjalnym) układzie cylindra suma natężenia pola sił bezwładności i pola grawitacyjnego zmienia się, to zanurzenie od wartości wypadkowej tych przyspieszeń nie zależy. Na koniec można audytorium pokazać, że nawet jeżeli gwałtownie zatrzymamy poruszający się w dół cylinder, to i tak spławik głębiej się nie zanurzy.

2. Optyka barw. Prawidłowa jest odpowiedź D. Jest to złudzenie optyczne spowodowane tym, że litery napisu „DEKO" mają poziomą oś symetrii, a napisu „RAZY" nie. Oba napisy są odwrócone, ale to napisu „DEKO" nie zmienia.

3. Wielokrążek. Prawidłowa jest odpowiedź D, bo ciągnąc za linkę nie można unieść ciężaru W. Krążek, z którego zwisa linka, zostanie ściągnięty przez nią na dół.

4. Wyporność. Prawidłowa jest odpowiedź C: poziom wody obniży się. Wrzucony do wody kawałek wypiera tylko wodę o takiej jak on objętości, a poprzednio wypierał tyle, ile waży.

5. Rozciąganie. Prawidłowa jest odpowiedź B. Dynamometr mierzy napięcie linki, które wszędzie wynosi W.

6. Tor samochodowy. Prawidłowa jest odpowiedź B. Samochodzik poruszający się po zagłębionym odcinku ma większą prędkość średnią, niż samochodzik jadący po wypukłej drodze.

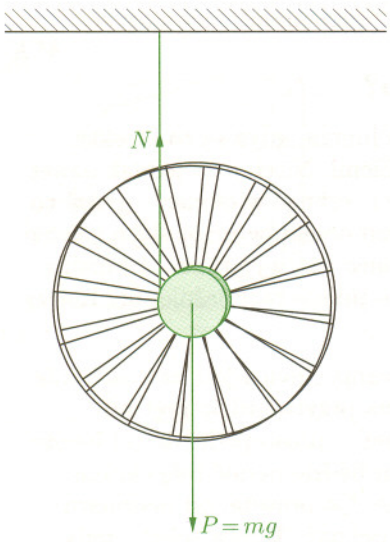
Ciekawa fizyka

Julia HOFFMAN

Od początku swojego istnienia ludzie są obserwatorami otaczającego ich świata. Na podstawie obserwacji potrafią, mniej lub bardziej trafnie, przewidzieć np. zmiany pogody czy wytłumaczyć zachodzenie pewnych zjawisk. Wnioski i teorie wysnuwane z obserwacji bywały i bywają nadal prawdziwe lub błędne. Słuszności teorii można dowieść sprawdzając, czy wnioski, które z niej wynikają, są prawdziwe. W lutym br. w Muzeum Techniki w Warszawie otwarto nową wystawę, zatytułowaną „Ciekawa fizyka". Doświadczenia prezentowane na tej wystawie potwierdzają kilka fundamentalnych zasad przyrody, odkrytych przez uczonych XVII, XVIII i XIX wieku. Ich odkrycie wcale nie było łatwe, a przekonanie innych o ich słuszności często jeszcze trudniejsze. Na wystawę gorąco zapraszam, a dla tych, którzy z różnych powodów na nią wybrać się nie będą mogli, proponuję powtórzenie kilku doświadczeń we własnym zakresie.

Koło Maxwella

Każde zjawisko zachodzące w przyrodzie to przemiana energii. Energia może przybierać różne formy i może być przekazywana od jednego przedmiotu do drugiego bezpośrednio przez zderzenia lub za pośrednictwem fal. Energia, którą łatwo dostrzegamy, to energia mechaniczna ciała. (Istnieją też formy energii niewidocznej – zwanej wewnętrzną – takie jak „ciepło", które długo „nie pasowało" do tego, co uważano za „energię" dającą efekty w formie ruchu.) Ciało, które się porusza, ma energię kinetyczną, a jeżeli mogłoby zapoczątkować ruch (zacząć spadać, zacząć się obracać, rozkurczyć się itp.), to ma energię potencjalną.



Rys. 1

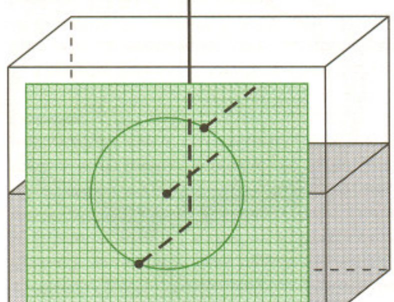
Koło Maxwella to prosta zabawka, znana też w wersji *jojo*. Bystry obserwator zauważy, że działanie tej zabawki to przemiany energii. Koło Maxwella można samemu wykonać w domu (rys. 1). Aby koło zaczęło się poruszać, musi być wyprowadzone ze stanu równowagi, przez np. nawinięcie sznurka na oś koła. Praca człowieka powoduje wzrost energii potencjalnej koła. Im koło jest wyżej, tym większą ma energię potencjalną.

Rozwijający się sznurek nie równoważy siły ciężkości, a siła naprężenia N i ciężar koła P tworzą moment siły, co powoduje coraz szybsze obroty koła. Podczas opadania koła jego energia potencjalna maleje, ale następuje wzrost jego energii kinetycznej. I co dalej? Energia nagromadzona w obracającym się kole przemienia się ponownie w energię potencjalną, ale czy w takiej samej ilości? Wysokość, na jaką wznosi się koło podczas kolejnych ruchów w górę, jest coraz mniejsza. Co się z „brakującą" energią dzieje?

Załamanie światła – doświadczenie Ptolemeusza

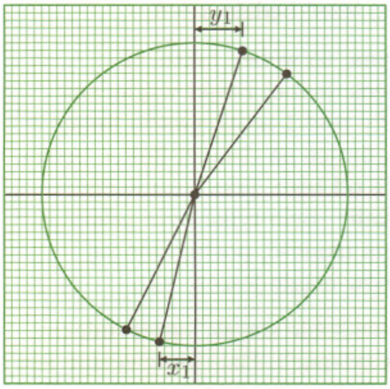
Widmo (spektrum) fal elektromagnetycznych to podział fal ze względu na ich długość lub częstość. Światło stanowi niewielki fragment tego widma, a jego charakterystyczną cechą jest to, że działa na nasz zmysł wzroku, czyli możemy je widzieć. Zjawiska wywoływane przez światło i jego właściwości zadziwiały ludzi od wieków, ale ilościowe prawa rządzące światłem zaczęto odkrywać dopiero w XVII wieku.

Jeżeli światło napotyka na swej drodze inny ośrodek, to na granicy ośrodków część promieni odbija się, a część przechodzi do drugiego ośrodka. Ilość światła odbitego, przechodzącego i pochłoniętego zależy od rodzaju ośrodków, długości fali i kąta padania. Wypolerowane metale (zwierciadła) przede wszystkim odbijają światło, przez ciała przezroczyste światło przechodzi, a nieprzezroczyste pochłaniają promienie świetlne.



Rys. 2

Doświadczenie należy wykonywać przynajmniej w dwie osoby. Do ścianki akwarium (od zewnątrz) przyklejacie papier milimetrowy z narysowanym okręgiem. Do środka akwarium nalewacie tyle wody, żeby środek okręgu leżał na płaszczyźnie wyznaczonej przez powierzchnię wody (rys. 2). Od wewnątrz, w miejscu odpowiadającym dokładnie środkowi okręgu mocujecie (prostopadle do ścianki) cienki patyczek. Drugi taki patyczek mocujecie (też od środka) na górnej części okręgu. Jeden z was bierze do ręki zagiętą pod kątem prostym szprychę rowerową, wkłada ją do wody tak, aby zagięta część była „trzecim patyczkiem” umieszczonym mniej więcej na dolnej części okręgu. Manipuluje tak, aby wszystkie trzy patyczki widzieć na jednej linii. Wtedy kolega zaznacza położenie drugiego i trzeciego patyczka na papierze milimetrowym (dodając przy rysowanych punktach numer porządkowy). Powtarzacie doświadczenie wielokrotnie, zmieniając położenie drugiego, a w konsekwencji także trzeciego patyczka na okręgu.



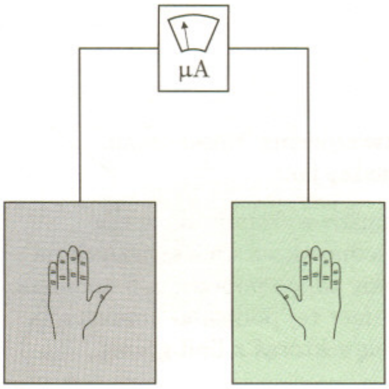
Rys. 3

Po wykonaniu serii pomiarów zdejmujecie papier ze ścianki, rysujecie promienie łączące „punkty pomiarowe” ze środkiem okręgu i mierzycie poziome składowe odległości y i x (rys. 3) przecięć promieni (odpowiadających położeniu patyczków drugiego i trzeciego) z okręgiem od środka okręgu.

Następnie sporządzacie rysunek (na innej kartce papieru milimetrowego). Na osi poziomej odkładacie odległość x, a na pionowej odległość y. Co możecie powiedzieć o położeniu punktów o współrzędnych (x, y)? Zapiszcie w tabelce ilorazy $n = y/x$, obliczcie ich średnią arytmetyczną n_0 oraz znajdźcie najmniejszy ($n_{\min}$) i największy ($n_{\max}$) iloraz. Czy wiecie, jakie prawo odkryliście? Jak nazywa się wielkość n, którą wyznaczyliście? Jak dokładne jest wasze oszacowanie?

Bateria ręczna

W naszym współczesnym życiu elektryczność odgrywa tak dużą rolę, że trudno uwierzyć, iż zaczęto ją wykorzystywać zaledwie dwieście lat temu.



Rys. 4

Bateria elektryczna składa się z ogniw. Najprostsze ogniwo galwaniczne jest układem dwóch płytek z różnych metali (np. miedzi i cynku) stykających się z elektrolitem, czyli wodnym roztworem kwasu, zasady lub soli. Pot, który wydziela się na twoich rękach, zawiera sól, jest więc elektrolitem. Możesz stać się elementem takiego ogniwa. Płytka (elektroda) cynkowa jest bardziej aktywna chemicznie niż miedziana, dlatego do roztworu przechodzi więcej jonów Zn^{2+} niż jonów miedzi Cu^{2+}. Na elektrodzie cynkowej pozostaje nadmiar elektronów (cząstek o ładunku ujemnym). Dlatego elektroda cynkowa staje się biegunem ujemnym ogniwa elektrycznego, a elektroda miedziana – dodatnim. Podczas korzystania z ogniwa zachodzą reakcje chemiczne, zmienia się energia wewnętrzna, a kosztem tej energii powstaje prąd elektryczny. Do zbudowania własnej baterii wystarczą dwie płytki z różnych metali, mikroamperomierz (prąd będzie niewielki, rzędu μA) i twoje ręce. Sprawdź, jaki wpływ na wskazanie amperomierza ma przyłożenie do płytek spoconych, a jaki suchych, świeżo umytych rąk (rys. 4).

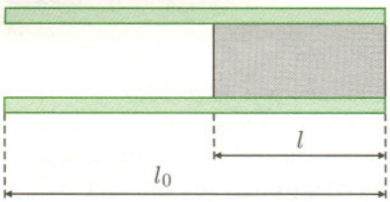
Zadania

Redaguje Łukasz WIECHECKI

M 973. Wykazać, że dla dowolnej liczby naturalnej n iloczyn wszystkich liczb pierwszych z przedziału $\langle n+1, 2n\rangle$ jest nie większy niż 4^n.
Rozwiązanie na str. 12

M 974. Wykazać, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba $\binom{2n}{n}$ jest podzielna przez $n+1$.
Rozwiązanie na str. 15

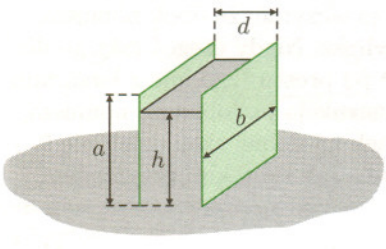
M 975. Udowodnić równość $\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2$.
Rozwiązanie na str. 15



Rys. A

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 561. Określić pojemność kondensatora, jeżeli część przestrzeni między jego okładkami jest wypełniona dielektrykiem w sposób przedstawiony na rysunku A.
Rozwiązanie na str. 10



Rys. B

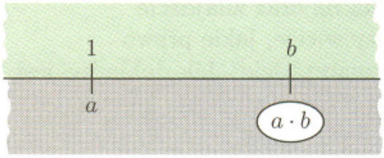
F 562. Do dużego naczynia nalana jest ciecz. Dwie pionowe równoległe płyty stykają się krawędziami z powierzchnią tej cieczy. Płyty mają wymiary a i b, a odległość między nimi wynosi d. Płyty naładowano do różnicy potencjałów φ_0 i odłączono od źródła. Na jaką wysokość h (rysunek B) wzniesie się ciecz? Zaniedbać zjawiska kapilarne.
Rozwiązanie na str. 10

Zrób sobie suwak logarytmiczny

Rys. 1

Każdy wie, że gdy na dwóch stykających się linijkach narysujemy jednakowe równomierne skale, to przesuwając jedną względem drugiej będziemy mogli dodawać. Faktycznie, gdy pod zerem na jednej linijce na drugiej leżeć będzie a (rys. 1), to pod b na pierwszej linijce na drugiej leżeć będzie $a + b$.

Gdy jednak na linijkach skala będzie logarytmiczna, to wobec faktu, iż $\log_p(a \cdot b) = \log_p a + \log_p b$, analogiczne przesunięcie jednej linijki względem drugiej da nam mnożenie. Dokładniej (rys. 2): gdy pod 1 na pierwszej linijce będzie na drugiej linijce a, to pod b na pierwszej linijce na drugiej linijce będzie $a \cdot b$. Warto zwrócić uwagę, że tak jest niezależnie od tego, jaką weźmiemy podstawę logarytmów na naniesionej na linijki skali – byle tylko była taka sama na obu linijkach. Skalę logarytmiczną można nanieść, posługując się jakimikolwiek tablicami (gdzie wartości logarytmów ciągle jeszcze są).



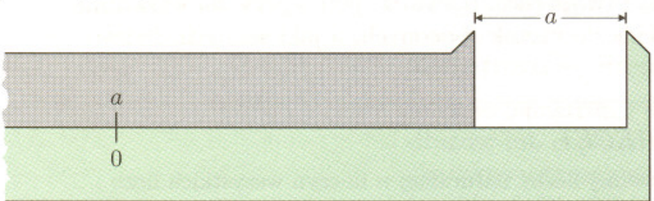
Rys. 2

Jeszcze dwadzieścia lat temu propozycja, aby robić sobie suwak logarytmiczny, byłaby śmieszna – można go było nabyć w wielu sklepach. Dziś praktycznie jest on zabytkiem. A zrobić go warto, aby mieć przyrząd najbardziej zasłużony dla naszej cywilizacji. Wynaleziony w 1620 roku przez Edmunda Guntera stworzył on całą cywilizację pary, elektryczności, samochodów, samolotów i rakiet, radia i telewizji, no i komputerów. Te ostatnie długo jeszcze będą pracować, aby zrobić tyle, co on.

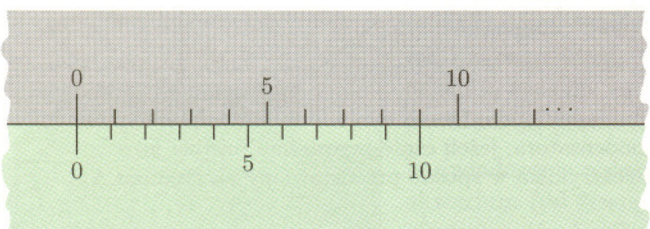
M.K.

Zrób sobie noniusz

To akurat można kupić – noniusz jest w każdej suwmiarce. Wykonanie go samemu daje jednak możliwość prześledzenia, jak on działa, a konkretnie stwierdzenia, że wykonanie pomiaru z dokładnością do 0,1 mm nie przekracza naszych „chałupniczych” możliwości. Noniusz będziemy wykonywać dla bardzo prostej suwmiarki zrobionej z kartonu np. tak, jak na poniższym rysunku.



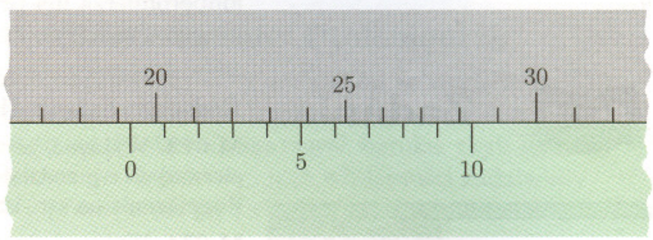
Jeśli na górnej linijce mamy jakąś podziałkę, to na linijce dolnej wykonujemy podział na 10 części dziewięciu najmniejszych podziałek z górnej podziałki.



To właśnie jest noniusz.

Podział dowolnego odcinka na dowolną (w rozsądnych granicach) liczbę części może być z dobrą dokładnością wykonany za pomocą twierdzenia Talesa (mam nadzieję, że wszyscy wiedzą jak).

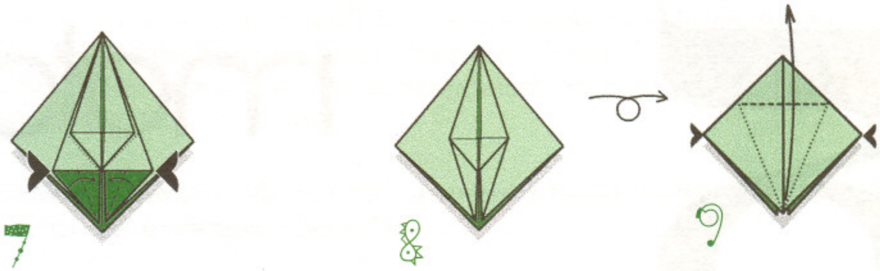
Pomiar za pomocą noniusza wykonuje się w ten sposób, że za wynik w jednostkach umieszczonych na górnej podziałce bierzemy to, co poprzedza 0 noniusza, a części dziesiętne to numer tej podziałki noniusza, która najlepiej zgadza się z którąś z linii górnej podziałki.



Na rysunku wynikiem pomiaru jest więc 19,3. Uzasadnienie poprawności tego przepisu nie powinno sprawić większych trudności. Jak widać, rzeczywiście można sobie wykonać przyrząd mierzący odcinki dość dobrze z dokładnością do 0,1 mm.

W encyklopedii można przeczytać, że obok noniusza stosuje się także undecyliusz. Nigdy czegoś takiego nie widziałem, a ma to być po prostu (zgodnie z łacińskim znaczeniem nazwy) konstrukcja podobna do noniusza, ale taka, w której odcinek na dolnej skali dzieli nie 9, lecz 11 części górnej skali. Jak się takim przyrządem posługiwać?

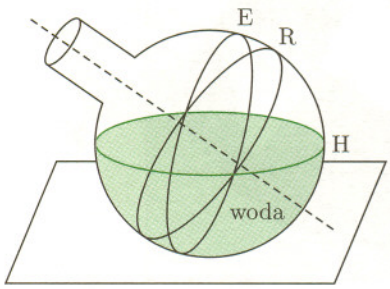
M.K.



Planetarium domowe

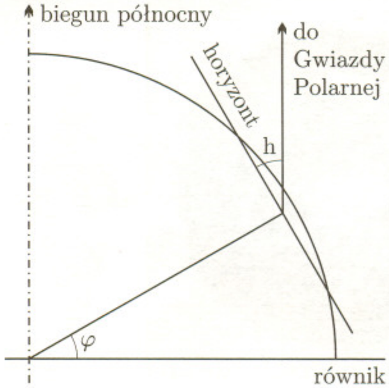
Pamiętamy z czasów szkolnych – jeżeli nawet nie z własnego doświadczenia, to z doświadczeń kolegów – że posiadanie tzw. wyobraźni przestrzennej okazuje się nieraz cenne. I niekoniecznie dlatego, żeby nie dostać dwói, lecz po prostu dlatego, że umożliwia zrozumienie wielu zjawisk zachodzących w otaczającej nas przyrodzie. Typowym problemem z astronomii „na wyobraźnię przestrzenną", z którym mają kłopoty nawet niektórzy studenci, jest zrozumienie zjawisk najpospolitszych jak dzień i noc oraz przebieg pór roku, nieraz jeszcze – o zgrozo! – w różnych szerokościach geograficznych. W tych przypadkach każda pomoc dydaktyczna jest mile widziana, a jedną z nich, którą bardzo łatwo zrobić samemu, może być tytułowe planetarium.

Niebo sprawia wrażenie, że jest ogromną, otaczającą Ziemię i obracającą się sferą. Wiemy, że naprawdę żadna taka sfera nie istnieje i że naprawdę obraca się Ziemia – ale to nieważne, a każdy, kto w pogodną noc znajdzie się na otwartej przestrzeni, odniesie takie jednak wrażenie. Ziemia obraca się ku wschodowi wokół osi przechodzącej przez bieguny geograficzne, zatem sfera niebieska obraca się ku zachodowi wokół osi przechodzącej przez bieguny niebieskie. Każdy obserwator nieba, gdziekolwiek by się znalazł, widzi jeszcze wokół siebie okrąg horyzontu. Niebo się obraca, ale horyzont zawsze usytuowany jest poziomo. To podpowiada, żeby w domowym planetarium niebo reprezentowała kulista kolba laboratoryjna, a wypełniwszy ją do połowy wodą będziemy mieć zawsze poziomy horyzont (rys. 1). Kolbę można, oczywiście, zamocować w odpowiednim uchwycie, a jego rozwiązań technicznych może być mnóstwo, albo można nawet dać sobie z nim spokój – Czytelnik niech zdecyduje.



Rys. 1. E – ekliptyka, R – równik, H – horyzont.

Teraz obracanie kolby wokół jej naturalnej osi będzie udawać obrót nieba. Każda gwiazda, którą może być kropka zaznaczona pisakiem na kolbie, w miarę jej obrotu będzie „wynurzać się" (wschodzić) i „zanurzać" (zachodzić) w zależności od tego, w którym miejscu ją zaznaczymy i jak kolba będzie pochylona. Rysunek 2 wyjaśnia, że szyjka kolby (oś świata) tworzy z powierzchnią stołu (płaszczyzną horyzontu) kąt równy szerokości geograficznej obserwatora. Wynika stąd, że różne gwiazdy opisują nad horyzontem różne łuki (ale leżące w równoległych płaszczyznach prostopadłych do osi świata), a niektóre nawet nigdy nie zachodzą lub nigdy nie wschodzą. Zademonstrowanie tych zjawisk dla różnych szerokości geograficznych nie przedstawia już żadnych trudności.



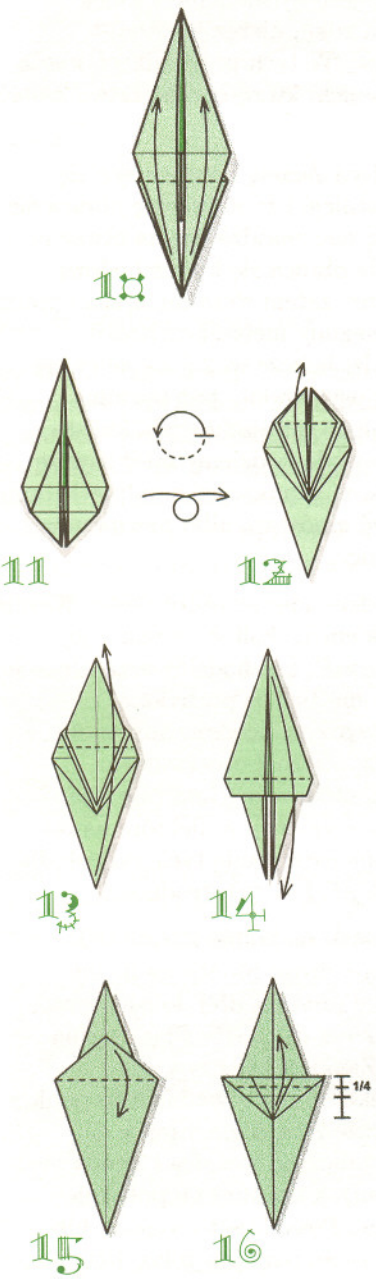
Rys. 2. Wysokość bieguna północnego h jest równa szerokości geograficznej obserwatora, gdyż kąty mają ramiona parami prostopadłe.

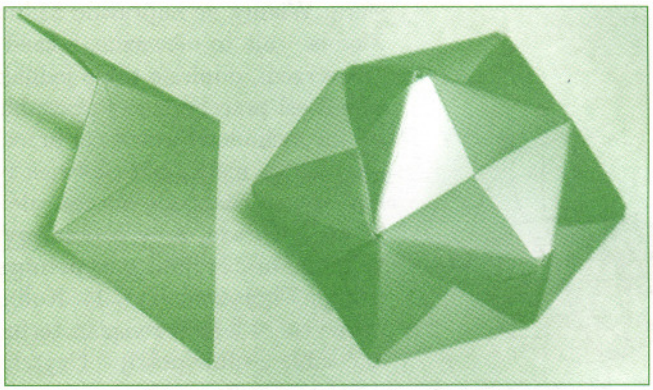
A gdzie tu pory roku? Aby je zademonstrować, warto na kolbie narysować przynajmniej równik niebieski i ekliptykę, tj. roczną drogę Słońca na niebie. Równik jest wielkim kołem leżącym w płaszczyźnie prostopadłej do osi świata, a ekliptyka też wielkim kołem tworzącym z równikiem kąt $23\overset{\circ}{,}5$. Płaszczyzna ekliptyki jest płaszczyzną okołosłonecznej orbity Ziemi, a kąt powyższy narzuciła przyroda. Dwa punkty przecinania się ekliptyki z równikiem to punkty równonocy. Ich łuki dzienne i nocne są równe zawsze i wszędzie. Słońce zaś wędrując przez rok po ekliptyce czasami jest na północ od równika i wtedy jego łuki dzienne są dłuższe od nocnych (wiosną i latem), a czasami na południe (jesienią i zimą), kiedy jego łuki dzienne są krótsze. Powoduje to większe lub mniejsze nasłonecznienie, a wszystko razem oznacza zmiany pór roku. Przebieg pór roku na planecie o innym usytuowaniu osi obrotu względem płaszczyzny orbity Czytelnik może sobie odtworzyć już samodzielnie.

T.K.

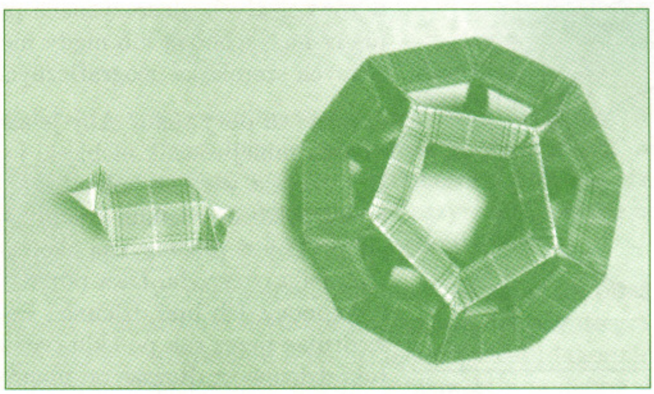
Formy geometryczne z papieru, czyli modele origami

Origami jest znaną od stuleci sztuką składania papieru (*ori* – papier, *gami* – składanie). Wśród wielu różnych technik origami prostotą, oryginalnością i bogactwem form wyróżnia się origami modułowe, w którym modele powstają z pojedynczych części zwanych modułami. Moduły, wykonywane z pojedynczych kartek papieru, jednakowe i niezbyt skomplikowane, łączymy ze sobą za pomocą kieszonek i wypustek (bez kleju). Technika ta nie wymaga takiej dokładności jak w przypadku modeli sklejanych, a umożliwia tworzenie nawet bardzo skomplikowanych form geometrycznych.



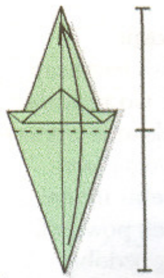


Wśród wielu modeli origami możemy spotkać krawędziowce, ścianowce i wierzchołkowce. Nazwy modeli pochodzą od roli, jaką pełnią poszczególne moduły. Dla takich modeli liczbę potrzebnych modułów obliczamy odpowiednio jako liczbę krawędzi, ścian, wierzchołków wielościanu.



Analizując rysunki wielościanów foremnych i półforemnych, możemy dobierać najbardziej odpowiednie formy modułów i projektować własne modele.

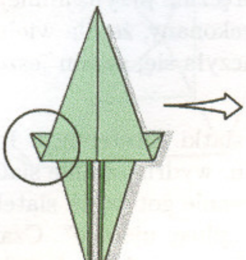
Jednym z najbardziej znanych modułów jest moduł zaprojektowany przez Mitsunobu Sonobe. Najprostszym modelem zbudowanym z takich modułów jest sześcian złożony z 6 modułów, ale istnieją również modele złożone z 900 takich modułów.



17

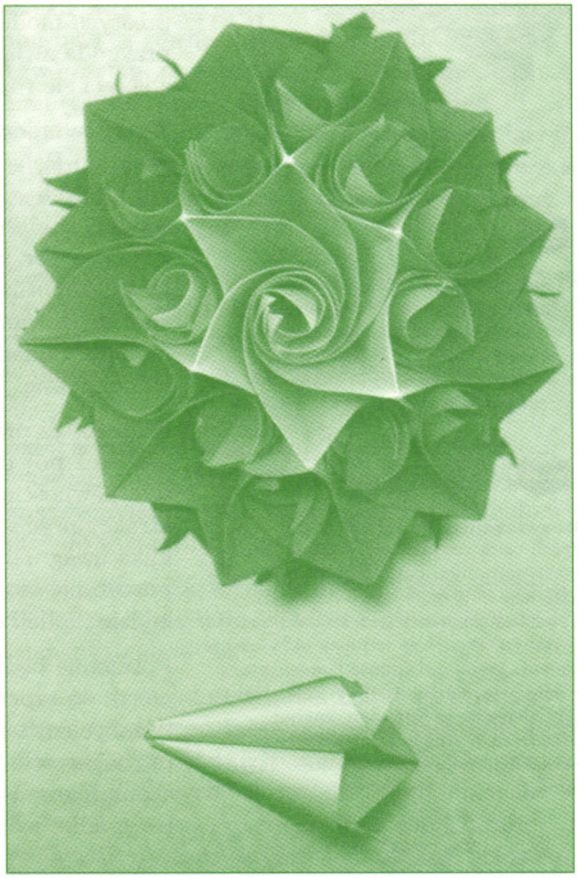
Bardzo efektowne modele można stworzyć z modułów wierzchołkowych, np. z modułów zwanych kręciołkami.

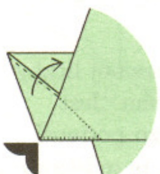
Większość modułów jest wykonywana z kwadratowych kartek papieru, ale miłośnicy geometrycznego origami wykonują również moduły z kartek trójkątnych czy z kartek formatu A4.



18

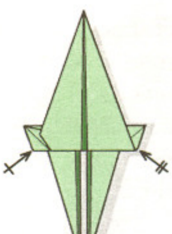
Ogromne możliwości tkwią w modułach krawędziowych. Istnieje wiele odmian tych modułów. Z modułów takich możemy tworzyć bardzo skomplikowane, lecz stabilne, modele.



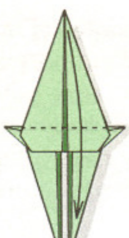


19

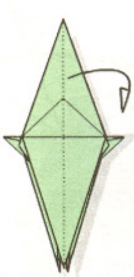
System modułowego budowania modeli sprawia, że możemy z cienkiego papieru tworzyć różne, zadziwiająco sztywne i wytrzymałe konstrukcje. Nawet popełnianie błędów bywa tutaj twórcze. Gdy źle dobierzemy liczbę łączonych modułów, możemy obserwować powstające wybrzuszenie czy inną nierówność powierzchni. Taka źle skomponowana konstrukcja w krótkim czasie ulega zniszczeniu – któreś z miejsc łączenia nie wytrzymuje naprężeń i pęka.



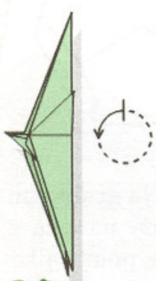
20



21



22



23

W Internecie możemy odnaleźć wiele stron poświęconych origami modułowemu i geometrycznym własnościom origami:

http://www.cs.utk.edu/˜plank/plank/pics/origami/origami.html

http://chasm.merrimack.edu/˜thull/OrigamiMath.html

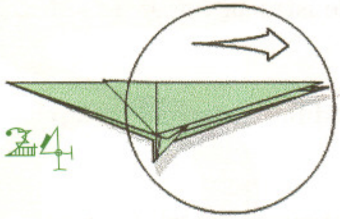
http://www.geocities.com/soho/studios/8012/origami.html

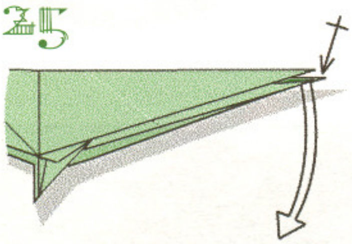
http://www.thok.dk

http://www.paperfolding.com/math/

http://www1.zetosa.com.pl/˜burczyk

Małą Deltę przygotowała Krystyna BURCZYK





Świat wielościanów

Piotr PAWLIKOWSKI

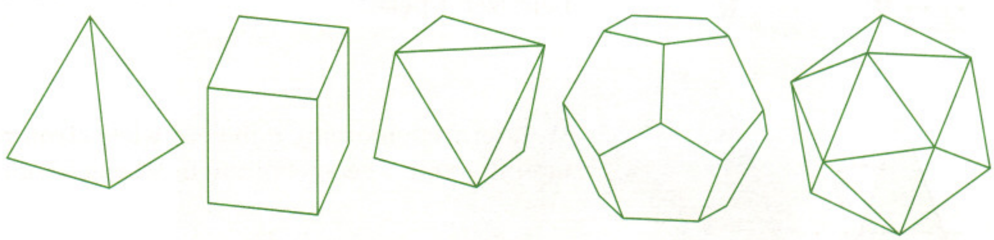
Trudno wyobrazić sobie numer *Delty* poświęcony wszelkiego rodzaju „majsterkowaniu” bez artykułu o wielościanach. Jest to chyba najciekawszy dział matematyki, jeśli chodzi o możliwość wykonywania modeli. Co prawda, można znaleźć w Internecie programy pozwalające stwarzać na ekranie obrazy najróżniejszych brył, ale nawet najwspanialszy model wirtualny, oglądany na ekranie monitora, zawsze na nim pozostanie i nie zastąpi w pełni modelu, który można wziąć w dłonie, poobracać, postawić na półce czy też powiesić na choince. Starannie wykonane modele mogą się stać oryginalną ozdobą i dekoracją nie tylko szkolnej pracowni matematycznej.

Sądzę, że chyba każdy z Czytelników skleił własnoręcznie przynajmniej kilka prostych modeli wielościanów. Jestem zarazem przekonany, że dla wielu przygoda związana z wykonywaniem modeli zakończyła się, zanim jeszcze zdążyła się rozpocząć.

Z reguły modele wielościanów skleja się z płaskiej siatki. Dostępny w Internecie program Poly Pro (www.peda.com) umożliwia m.in. wydrukowanie siatek ponad stu różnych wielościanów wypukłych. Wykorzystywanie gotowych siatek do wykonywania modeli ma sporo plusów, w tym też „plusy ujemne”. Czasami – zwłaszcza przy bardziej skomplikowanych modelach manipulowanie całą siatką bywa kłopotliwe, prócz tego chcąc przedstawić siatkę takiego wielościanu na znormalizowanej kartce (np. A4), jesteśmy zmuszeni do zmniejszenia wymiarów modelu. Ponadto modele wykonane z jednego kawałka kartonu są z reguły jednobarwne.

Dlatego też pragnę zachęcić Czytelników do próby wykonania pewnej liczby modeli z pojedynczych wielokątów wyciętych z kolorowego kartonu. Jest to z pewnością nieco pracochłonne, ale daje dobre efekty i bardzo podnosi atrakcyjność wykonanych modeli. Zanim przystąpimy do pracy, przedstawię kilka uwag natury technicznej. Należy pamiętać o tym, że model zawsze pozostanie modelem. Nie do uniknięcia są pewne niedoskonałości – nie ma i nie będzie modeli doskonałych.

Potrzebne będą: kolorowy karton (160–200 g), linijka (najlepiej metalowa), nożyk do tapet, „szpikulec” (np. nóżka cyrkla), nożyczki i dobry klej. Z nabyciem tego ostatniego nie ma już problemów – osobiście polecam klej introligatorski (zwykłe kleje biurowe nie nadają się do wykonywania bardziej skomplikowanych modeli). Dobrze jest zacząć od rzeczy najprostszych (a w tym przypadku jednocześnie najważniejszych) – od modeli brył platońskich.



Z ich wykonaniem nikt nie powinien mieć kłopotów. Na grubszym kartonie konstruujemy stosowny wielokąt foremny, który posłuży nam za szablon. Można to zrobić klasycznie – cyrklem i linijką, albo za pomocą kątomierza. Szablon przykładamy do kartonu, z którego chcemy wykonać model. Nakłuwamy wierzchołki wielokąta, przenosząc je w ten sposób na karton. Zaznaczone punkty łączymy przy linijce nożykiem do tapet (uwaga na palce) delikatnie nacinając papier. Nacięcie gwarantuje, że skrzydełka potrzebne do połączenia sąsiednich ścian dadzą się łatwo zagiąć. Wycinamy i sklejamy ze sobą poszczególne elementy.

Rozwiązanie zadania F 561.
Mamy tu do czynienia z połączonymi równolegle dwoma kondensatorami o pojemnościach $C_1 = \varepsilon_0 S_1/d = \varepsilon_0 S(l_0 - l)/dl_0$ i $C_2 = \varepsilon\varepsilon_0 S_2/d = \varepsilon\varepsilon_0 Sl/dl_0$, a więc: $C = C_1 + C_2$.

Rozwiązanie zadania F 562.
Jeżeli ciecz znajdzie się w silnie niejednorodnym polu w pobliżu brzegów okładek, to ulegnie ona polaryzacji i będzie wciągana w przestrzeń pomiędzy płytkami. Ponieważ ładunek okładek nie zmienia się, a pojemność kondensatora rośnie, więc energia pola maleje. Jest to skompensowane wzrostem energii potencjalnej słupa cieczy między okładkami. Z prawa zachowania energii mamy:

$$\frac{q^2}{2C_0} = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}mgh.$$

Tutaj:

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{ab}{d},$$

$$C = \varepsilon_0 \frac{b}{d}(a + (\varepsilon - 1)h)$$

(patrz zadanie **F 561**) i $m = \rho bhd$.
Po podstawieniach i uproszczeniach otrzymujemy:

$$(\varepsilon - 1)q^2 = \varepsilon_0 \rho g h a b^2 (a + (\varepsilon - 1)h).$$

Ładunek na okładkach można wyrazić przez potencjał $q = \varphi_0 C_0 = \epsilon_0 \varphi_0 \frac{ab}{d}$.
Po uproszczeniach otrzymujemy równanie kwadratowe:

$$h^2 + \frac{a}{\varepsilon - 1}h - \frac{\varepsilon_0 a \varphi_0^2}{\rho g d^2} = 0,$$

którego rozwiązaniem jest szukana wartość wysokości, na którą wzniesie się ciecz:

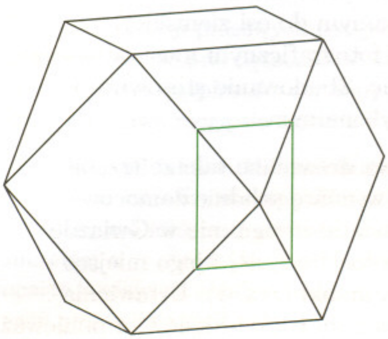
$$h = -\frac{a}{\varepsilon - 1} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{a}{\varepsilon - 1}\right)^2 + 4\frac{\varepsilon_0 a \varphi_0^2}{\rho g d^2}}$$

(wybraliśmy rozwiązanie nieujemne).

Do wykonania czworościanu warto użyć 4 kolorów, dla sześcianu – 3, dla ośmiościanu – 2 lub 4, dla dwunastościanu – 4, a dla dwudziestościanu – 5. Znalezienie dobrego rozkładu kolorów (zwłaszcza dla ostatnich dwóch modeli) niech pozostanie zadaniem dla Czytelnika.

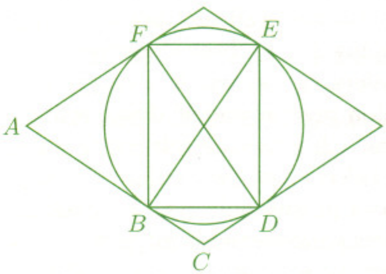
Następny krok to wykonanie modeli brył archimedesowych. Pełną ich listę można bez trudu znaleźć w literaturze (np. w „Encyklopedii szkolnej – matematyka"). Tutaj wspomnę jedynie, że jest ich 13, do ich wykonania oprócz trójkątów, kwadratów i pięciokątów potrzebne będą jeszcze sześcio-, ośmio- i dziesięciokąty foremne, oraz że liczba ich ścian waha się od 8 do 92.

Po wykonaniu tych dwóch zestawów modeli można pójść dalej.



Rys. 1

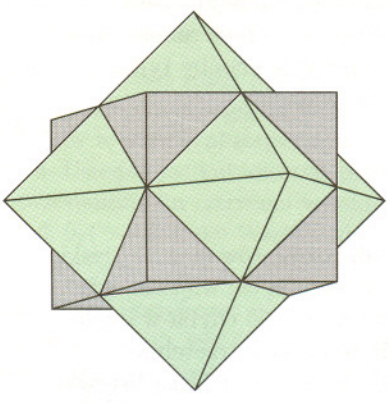
Weźmy dowolny z wielościanów platońskich lub archimedesowych. Jeśli połączymy w nim środki wszystkich ścian schodzących się w jednym wierzchołku, otrzymamy wielościan dualny mający taką liczbę wierzchołków, jak liczba ścian wielościanu wyjściowego oraz liczbę ścian równą liczbie wierzchołków wyjściowego. Liczby krawędzi obu brył są równe. Łatwo się przekonać, że dualnym do czworościanu jest czworościan, do sześcianu – ośmiościan, do dwunastościanu – dwudziestościan (i na odwrót). Jeżeli dany wielościan można wpisać w kulę, to ścianę wielościanu dualnego można stosunkowo łatwo wyznaczyć, stosując metodę Dormana Luke'a. Dla jej przedstawienia posłużę się przykładem archimedesowego sześcio-ośmiościanu (bryły złożonej z łączonych na przemian 6 kwadratów i 8 trójkątów równobocznych).



Rys. 2

Przeprowadźmy płaszczyznę przechodzącą przez środki krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka. W tym przypadku otrzymujemy w przekroju prostokąt o stosunku boków $1 : \sqrt{2}$ (rys. 1). Na tym przekroju opisujemy okrąg, a następnie prowadzimy styczne do tego okręgu w punktach będących wierzchołkami przekroju (rys. 2).

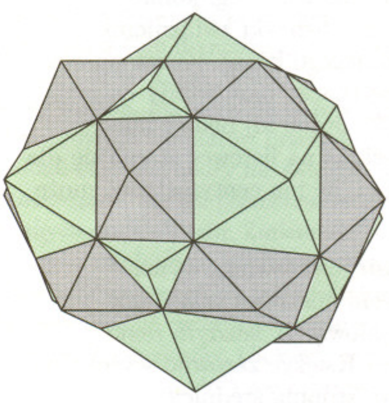
Odcinki stycznych wyznaczają nam ścianę bryły dualnej. W omawianym przykładzie jest nią romb, a wielościan dualny to dwunastościan rombowy. W opisany sposób możemy wyznaczyć ścianę i zbudować model bryły dualnej do każdej archimedesowej (a także do wielu innych).



Rys. 3

Bardzo atrakcyjnie wyglądają modele przenikających się brył, z których jedna jest dualna do drugiej. Rysunki 3 i 4 przedstawiają sześcian z ośmiościanem oraz sześcio-ośmiościan z dwunastościanem rombowym.

Wykonanie takich modeli także nie jest specjalnie trudne. Dobre efekty daje oddzielne wykonanie pewnej liczby ostrosłupów, które następnie łączy się. Przy odrobinie wprawy można łączyć je „na styk" krawędziami podstaw, ale można też przygotować łączniki w postaci „podwójnych" skrzydełek przyklejanych do podstaw. Patrząc na rysunek 3 można zobaczyć, że do wykonania tego modelu potrzeba 6 ostrosłupów prawidłowych czworokątnych (ściany boczne są równoboczne) i 8 ostrosłupów prawidłowych trójkątnych, których ściany boczne są trójkątami prostokątnymi. Do wykonania modelu z rysunku 4 potrzeba: 6 ostrosłupów prawidłowych czworokątnych, których ściany boczne są przystające do trójkąta ABF z rysunku 2, 8 ostrosłupów prawidłowych trójkątnych o ścianach bocznych przystających do trójkąta BCD oraz 14 ostrosłupów o podstawie $BDEF$ i ścianach bocznych na przemian prostokątnych i równobocznych.



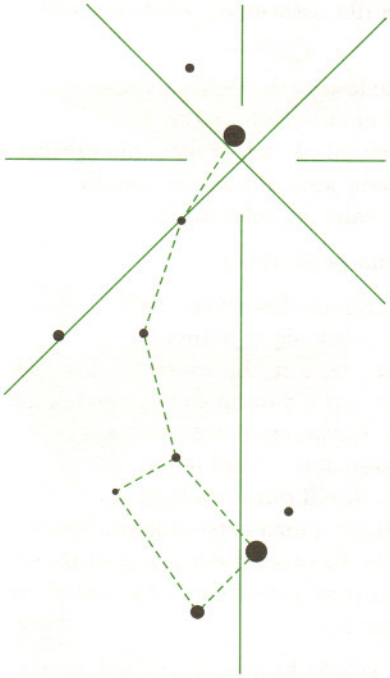
Rys. 4

Analogicznie można wykonać kompozycje innych par wielościanów dualnych.

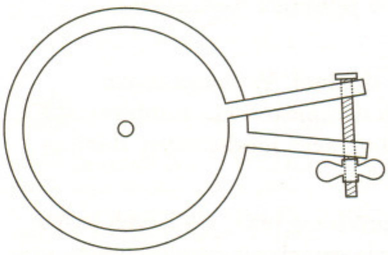
Na koniec proponuję wykonanie tą samą techniką modeli dwóch innych ważnych wielościanów. Ostrosłupy potrzebne do wykonania obu modeli są prawidłowe i ich ściany boczne są trójkątami o kącie przy podstawie 72°. Do wykonania pierwszego z nich potrzeba 12 ostrosłupów pięciokątnych, wykonanie drugiego wymaga połączenia 20 ostrosłupów trójkątnych. Łączymy je tak, by wewnątrz bryły powstał odpowiednio dwunastościan lub dwudziestościan foremny. Dociekliwości Czytelników pozostawiam odpowiedź na pytanie „co to za wielościany?".

Życzę wytrwałości i dobrej zabawy.

Astrograf



Rys. 1



Rys. 2

Jeżeli ustawić nieruchomo aparat fotograficzny pod gwiaździstym niebem, to w wyniku otwarcia migawki na kilka minut otrzymuje się na zdjęciu łuki, jakie zakreślają w tym czasie gwiazdy wskutek dziennego obrotu sfery niebieskiej. Łuki te są nawet kolorowe, bo gwiazdy mają rozmaite temperatury, a to właśnie tak przejawia się na zdjęciu.

Żeby zrobić „normalne” zdjęcie fragmentu nieba, trzeba aparat obracać wraz z niebem. Występują przy tym dwie trudności. Po pierwsze, oś obrotu musi być usytuowana równolegle do osi świata (tym samym do osi ziemskiej), i po drugie, obrót całego urządzenia z aparatem fotograficznym musi odbywać się jednostajnie w tempie jednego obrotu na dobę. Zbudowanie stosownego urządzenia jest zadaniem dość ambitnym, ale wykonalnym.

Idea takiego „astrografu” może być np. taka. Dwa drewniane talerze trzeba osadzić na wspólnej osi. Talerz dolny ma zostać w miarę solidnie zamocowany tak, by oś skierowana była w północny biegun świata; uwaga: nie w Gwiazdę Polarną, tylko w biegun, który znajduje się o około 1° od niej i jego miejsce trzeba sobie znaleźć na podstawie np. załączonej mapki (rys. 1). Ustawienia maszynerii nie da się chyba zrobić inaczej, jak metodą prób i błędów, a ponieważ sposoby jej regulacji silnie zależą od możliwości obserwatora, zostawiam je jego wynalazczości. Górny talerz ma stanowić platformę dla aparatu, i sposób jego tam zamocowania majsterkowicz niech też sobie wymyśli osobiście z podobnych powodów. Ja wreszcie podsuwam pomysł, jak obracać górny talerz we właściwym tempie. Otóż jeżeli każdy talerz zaopatrzyć w wystające z niego ramię i przez otwory w końcach obu ramion przeprowadzić długą śrubę (rys. 2), to motylkową nakrętką można powodować ich zsuwanie lub rozsuwanie. Skok śruby podzielony przez jej odległość od osi talerzy jest (w bardzo dobrym przybliżeniu) łukową miarą pewnego kąta i można obliczyć, ile czasu potrzebuje niebo na obrócenie się o ten kąt. Podczas naświetlania zdjęcia należy więc co taki właśnie czas raz obrócić nakrętkę (a zapewne lepiej będzie obracać ją o pół obrotu dwa razy częściej). Nie jest to – jak widać – idealny sposób prowadzenia kamery za niebem, bo jej obrót będzie niejednostajny i ograniczony w czasie, ale przy krótkich ogniskowych zwykłych obiektywów skutki niejednostajności będą niezauważalne, a ekspozycja choćby tylko kilkuminutowa ukaże już to, czego gołym okiem nie widać.

T.K.

Kątomierz niebieski

Jak zawodne jest ocenianie kątowych odległości lub rozmiarów ciał niebieskich, dowodzi powszechne złudzenie: Słońce lub Księżyc wydają się większe, gdy są blisko horyzontu. A kątowych odległości gwiazd na niebie chyba w ogóle na oko nie da się pomierzyć. Można jednak zrobić to całkiem rzetelnie (choć w przybliżeniu) za pomocą bardzo prostego przyrządu. Płaską listewkę osadźmy w połowie jej długości na końcu kija o długości takiej, jaką ma listewka. Listewka powinna dać się wygiąć w łuk tak, aby drugi koniec kija stał się środkiem krzywizny łuku – wtedy końce listewki związujemy cienkim sznurkiem i otrzymujemy coś przypominającego kuszę. Kusza oparta o policzek tuż pod okiem, wolnym końcem kija wyznacza nam wtedy na niebie swoim łukiem kąt jednego radiana, czyli około 57°. Jeżeli kij będzie mieć długość 57 cm, to podziałka centymetrowa naniesiona na listewce stanie się dla kątów podziałką stopniową, obejmującą tyle stopni, ile ma centymetrów, może więc nią być dowolna gotowa linijka.

W gruncie rzeczy długość ręki przeciętnego dorosłego człowieka wynosi w przybliżeniu właśnie tyle, że dowolna miarka centymetrowa trzymana w wyciągniętej ręce będzie na niebie miarką stopniową. W każdym razie nietrudno wtedy już przekonać się, że np. Słońce i Księżyc zarówno wysoko na niebie, jak i w pobliżu horyzontu mają zawsze pół stopnia średnicy.

T.K.

Rozwiązanie zadania M 973.
Rozważmy liczbę naturalną
$\binom{2n}{n} = \frac{(2n)(2n-1)(2n-2)\cdot\ldots\cdot(n+1)}{n!}$.
Każda liczba z przedziału $\langle n+1, 2n)$ występuje w liczniku, nie występuje zaś w mianowniku. Wynika z tego, że iloczyn liczb pierwszych z tego przedziału jest nie większy niż $\binom{2n}{n} \le 2^{2n} = 4^n$. Nierówność wynika z równości $\sum_{k=0}^{2n}\binom{2n}{k} = (1+1)^{2n}$.

Niestała stała?

W sierpniu prasę światową obiegła wiadomość o konieczności rewizji podręczników fizyki, gdyż stałe fizyczne zmieniają się z czasem. Zmienia się prędkość światła albo ładunek elektryczny. Bardziej subtelne periodyki pisały o zmianach stałej „ich" struktury (struktury subtelnej).

Żywot informacji prasowych jest jednak krótki. Obawiam się, że przeciętnemu odbiorcy pozostała jedynie podświadoma wątpliwość: czy warto (było) uczyć się fizyki, skoro jej prawa mogą się zmieniać?

Zacznijmy od faktów. Kilkuosobowy zespół rozsianych po świecie astrofizyków opublikował [1] nowe wyniki świadczące o mniejszej wartości stałej struktury subtelnej $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ w przeszłości. Doniesienie oparte zostało na analizie widmowej odległych obłoków gazu prześwietlanych przez jeszcze odleglejsze kwazary. Dane zebrane zostały za pomocą spektrografu HIRES podłączonego do teleskopu Keck I.

Stała α jest bezwymiarowa i wynosi obecnie $\alpha = 1/137{,}03599$. Można ją traktować jako naturalną miarę (kwadratu) ładunku elektrycznego, gdyż jest niezależna od wyboru układu jednostek. Jej wartość determinuje siłę wiązań atomowych i oddziaływania materii ze światłem. Gdyby α była inna, to zmieniłyby się własności materiałów, chemia, a życie mogłoby w ogóle nie powstać. Jej nazwa pochodzi od subtelnego rozszczepienia poziomów energetycznych elektronów w atomach, który to efekt został wyjaśniony (w latach trzydziestych XX w.) w ramach relatywistycznej mechaniki kwantowej i okazał się proporcjonalny do α^2.

Pomiar wartości stałej α w przeszłości sprowadzał się do porównania względnych różnic długości fal prążków w widmie absorpcyjnym odległych obłoków gazu. Uśredniając kilkadziesiąt pomiarów dla systemów o przesunięciu ku czerwieni w zakresie $0{,}5 < z < 3{,}5$ (czyli $0{,}4 - 0{,}9$ wieku Wszechświata) uzyskano różnicę $\alpha_z/\alpha_0 - 1 = (-0{,}72 \pm 0{,}18) \cdot 10^{-5}$.

Jak widać, otrzymany wynik jest statystycznie istotny, ale sama zmiana jest raczej mała. Może więc nie warto kruszyć kopii? A jednak, gdyby rezultat ten wytrzymał próbę czasu, to byłby przełomowy, gdyż rzeczywiście nie mieści się w obecnym kanonie fizyki. Nie znaczy to wcale, że nie ma gotowych teorii, które przewidują (lub dopuszczają) zmienność stałych fizycznych w czasie. Wśród wielu warto wymienić dwie klasy modeli. Po pierwsze te przewidujące istnienie dodatkowych wymiarów przestrzennych. Według tych modeli ekstrawymiary nie są przez nas bezpośrednio postrzegane, ale ich geometria może determinować siłę znanych oddziaływań. Zmienność stałej α wiązałaby się np. z ewoluującą krzywizną tych wymiarów. Innym rozwiązaniem mogłaby być niestałość prędkości światła. Istnieją modele, w których zmianę c powoduje ewolucja stałej kosmologicznej. Ciekawe, że jak dotąd nikt (chyba nikt – może się mylę?) nie zaproponował sensownego modelu, w którym zmieniałaby się stała Plancka.

Zmienność stałych fizycznych dopuszczano już w latach trzydziestych XX w. Od tamtej pory przeprowadzono wiele testów. Żaden nie ujawnił statystycznie istotnej zmienności stałych fizycznych. Jako ciekawostkę warto wspomnieć, że do badań wykorzystano, między innymi, środowisko naturalnego reaktora jądrowego Oklo, który samoistnie zadziałał 1,8 miliarda lat temu w obecnym Gabonie.

Choć więc do niedawna nie było żadnego sygnału świadczącego o zmienności stałych w czasie, to stałe sprzężenia (takie jak α, która jest przecież stałą sprzężenia elektromagnetycznego) czy też masy cząstek elementarnych zmieniają się, ale nie z czasem, tylko z energią. Mówi się o „biegnących" stałych sprzężenia i biegnących masach cząstek (choć według mnie angielski imiesłów *running* lepiej byłoby w tym przypadku przetłumaczyć na „płynące"). Stała struktury subtelnej α rośnie wraz z energią „zaangażowaną" w akt oddziaływania elektromagnetycznego. Dlatego wydawać by się mogło, że jeżeli α miałaby się zmieniać w czasie, to powinna raczej maleć, a nie rosnąć w miarę stygnięcia Wszechświata. Tak jednak nie jest, gdyż energia odpowiadająca pochłanianiu światła przez atomy powinna być stała („płynięcie" związane z ewentualną zmiennością stałej sprzężenia byłoby efektem drugiego rzędu). Jeżeli omawiany wynik jest poprawny, to α rośnie, a z nią rośnie siła wiązań chemicznych, przeciwstawiając się naturalnej skłonności gumek od majtek do rozciągania się.

Właśnie, pora przejść do rozważenia poprawności wyników [1]. Autorzy twierdzą, że rozpatrzyli wszystkie możliwe efekty systematyczne. Niektórych nie uwzględnili, bo zwiększały, a nie zmiejszały istotność statystyczną. Dodatkowo wynik pozostaje istotny osobno dla tych układów linii widmowych, dla których rozszczepienie rośnie i dla tych, gdzie maleje ze zmniejszaniem się α^2.

Wątpliwości jednak pozostają. Chodzi przecież o najbardziej podstawową strukturę praw fizyki i bardzo wyrafinowaną analizę. W takim przypadku nie można wykluczyć jakiegoś przeoczenia w nawet najstaranniej wykonywanym badaniu. Sami autorzy stwierdzają, że potwierdzenia powinien dostarczyć niezależny pomiar. Najlepiej byłoby, gdyby jego metoda była zupełnie odmienna. Pomóc może badanie promieniowania reliktowego. Oczekiwana w najbliższych latach dokładność w tej dziedzinie nie jest co prawda wystarczająca do obalenia omawianego wyniku, ale gdyby stała α zmieniała się w początkach Wszechświata jeszcze szybciej, to taki niezależny test mógłby wypaść pozytywnie.

Jedno jest pewne. Ostatnie słowo będzie należeć do doświadczenia, które pozostaje jedynym autorytetem w badaniu przyrody.

Piotr ZALEWSKI

[1] J.K. Webb, M.T. Murphy, V.V. Flambaum, V.A. Dzuba, J.D. Barrow, C.W. Churchil, J.X. Prochaska i A.M. Wolfe, *Further Evidence for Cosmological Evolution of the Fine Structure Constant*, Phys. Rev. Lett 87.091301

Turniej Młodych Fizyków 2002

1. Maszyna cieplna. Wysoki, szklany cylinder jest do połowy napełniony ciepłą wodą i dopełniony wodą zimną. Do tego cylindra zostaje wprowadzona mała ampułka zawierająca kilka kropel eteru lub alkoholu (i zamknięta kapturkiem z gumki do pipety). Opisz zjawisko zachodzące w takim układzie. Jak zmienia się w czasie ruch ampułki?

2. Sieć pajęcza. Nić pajęcza przypomina swym wyglądem sznurek z nanizanymi koralikami. Co jest tego przyczyną? Wykonaj doświadczenie w celu zbadania istotnych parametrów tego zjawiska.

3. Łopocząca flaga. Dlaczego flagi łopoczą na wietrze? Zbadaj doświadczalnie, jak powietrze przepływa wokół flagi. Opisz zachowanie się strumienia powietrza.

4. Zamglenie. Barwa oddalonego lasu wydaje się nie zielona, lecz mgliście niebieska. Jaka jest najmniejsza odległość, przy której zaczyna występować to zjawisko? Jaki wpływ mają na nie warunki pogodowe? Czy jest możliwe, aby las wydawał się szary?

5. Nartnik. Jak wiadomo, niezwilżalne, małe ciała mogą utrzymywać się na powierzchni wody dzięki istnieniu napięcia powierzchniowego. Zbuduj tratwę pływającą na tej zasadzie oraz wyznacz jej parametry statyczne i dynamiczne.

6. „Korki” na szosach. W ruchu samochodowym zdarzają się niekiedy, bez żadnych widocznych powodów, nagłe zatrzymywania oraz ruszenia. Zbuduj model fizyczny wyjaśniający to zjawisko.

7. Prawo Ohma dla cieczy. Mówi się, że prąd elektryczny „płynie”. Czy jest to jedyne podobieństwo między prądem elektrycznym a przepływem cieczy? Zbadaj teoretycznie i doświadczalnie analogie między tymi dwoma zjawiskami.

8. Naładowany piasek. Drobny, dobrze wysuszony piasek kwarcowy wpada przez cienką, krótką rurkę do stożkowego naczynia podłączonego do elektrometru. Zbadaj zachowanie się strumienia piasku w miarę napełniania się naczynia. Co się zmieni, gdy strumień zostanie oświetlony promieniowaniem nadfioletowym?

9. Chromatografia. Umieść kroplę zabarwionej cieczy na kawałku bibuły. Opisz ilościowo obserwowane zjawiska.

10. Pojazd napędzany dźwiękiem. Zbuduj i zademonstruj urządzenie napędzane wyłącznie przez dźwięk. Zbadaj jego właściwości.

11. Równowaga. Napełnij szklankę wodą, aż do utworzenia się menisku wypukłego. Umieść piłeczkę pingpongową na powierzchni wody. Zbadaj i wyjaśnij stabilność jej położenia równowagi. Powtórz doświadczenie z innymi cieczami.

12. Przewodnictwo elektryczne. Jak można zmierzyć przewodnictwo elektryczne roztworu soli, nie używając elektrod będących w bezpośrednim kontakcie z cieczą? Przeanalizuj problem i zademonstruj zbudowane przez siebie urządzenie.

13. Wirująca kulka. Stalowa kulka o średnicy 2–3 cm znajduje się na poziomej płycie. Wymyśl i zbuduj urządzenie umożliwiające wprawienie kulki w szybki ruch obrotowy wokół pionowej osi. Urządzenie to nie może mieć mechanicznego kontaktu z kulką.

14. Podarty żagiel. Określ, jak sprawność żagla zależy od stopnia jego perforacji. Jaki byłby efekt użycia sieci rybackiej jako żagla?

15. Pulsujący pęcherzyk powietrza. Uwięź pęcherzyk powietrza o promieniu 1–2 cm pod odwróconym szkiełkiem zegarkowym, umieszczonym pod powierzchnią wody. Do wnętrza pęcherzyka wprowadzaj przez cienką rureczkę alkohol, tak regulując i dobierając jego strumień, aby pojawiły się rytmiczne pulsacje pęcherzyka. Zbadaj to zjawisko i wyjaśnij swoje obserwacje.

16. Sprężyste wahadło. Zbadaj i opisz zachowanie się wahadła, w którym ciężarek jest zawieszony na sprężynie lub elastycznej lince zamiast na sztywnym pręcie.

17. Bitwa butelek. Weź dwie (szklane) otwarte butelki coli i stuknij jedną o drugą. Po pewnej chwili cola zacznie wypływać z jednej z butelek. Zbadaj i wyjaśnij to zjawisko.

Turniej Młodych Fizyków, to drużynowe zawody uczniów szkół średnich organizowane pod auspicjami Polskiego Towarzystwa Fizycznego. Turniej polega na opracowaniu rozwiązań zadań–problemów i ich przedstawieniu najpierw w formie pisemnej, a następnie w formie referatów i publicznej dyskusji nad przedstawionymi rozwiązaniami. W zawodach turniejowych uczestniczą pięcioosobowe drużyny, ale praca w szkole może być prowadzona przez liczniejsze zespoły.

Drużyny opracowują rozwiązania dowolnych dziesięciu zadań Turnieju Młodych Fizyków 2002 i przesyłają je do wybranego przez siebie jednego z dwóch regionalnych komitetów organizacyjnych w terminie do 15 lutego 2002 r. Jeśli z danej szkoły uczestniczy w Turnieju kilka drużyn, muszą one wszystkie wybrać ten sam komitet regionalny.

Rozwiązanie każdego zadania powinno być napisane oddzielnie na papierze formatu A4 i nie przekraczać 6 stron, wliczając w to rysunki i wykresy. Każda praca powinna zawierać imię i nazwisko autora (autorów). Do rozwiązań należy dołączyć kartkę zawierającą pełną nazwę i adres szkoły, adres poczty elektronicznej, nr telefonu/telefaksu, spis wszystkich członków drużyny (z podaniem ich klas) oraz imię i nazwisko nauczyciela – opiekuna drużyny. Drużyny zakwalifikowane do turnieju właściwego otrzymają pełny tekst regulaminu rozgrywek turniejowych.

Turniej właściwy polega na prezentacji rozwiązań oraz dyskusji nad nimi. Każda drużyna, a ściślej – jej przedstawiciel, występuje kolejno w roli **referenta**, **oponenta** oraz **recenzenta**. Wystąpienia podlegają ocenie jury. Tematy zadań do referowania są każdorazowo określane przez oponentów.

Zawody turniejowe (regionalne) odbędą się 4 kwietnia w Katowicach (Pałac Młodzieży) oraz 5 kwietnia w Warszawie (Instytut Fizyki PAN).

Finał Turnieju, z udziałem najlepszych drużyn z zawodów katowickich i warszawskich, odbędzie się 10 maja 2002 r. w Instytucie Fizyki PAN w Warszawie. Językiem obowiązującym w zawodach finałowych jest język angielski. Zwycięska drużyna (wraz ze swym nauczycielem) będzie reprezentowała Polskę w Turnieju Międzynarodowym, który odbędzie się na przełomie maja i czerwca 2002 r. w Odessie (Ukraina).

Więcej informacji o Turnieju Młodych Fizyków oraz o Turniejach Międzynarodowych można znaleźć na stronie internetowej http:/www.fuw.edu.pl/~ptf/tmf.html.

Adresy regionalnych komitetów organizacyjnych:

KATOWICE:
Pałac Młodzieży
im. prof. A. Kamińskiego
ul. Mikołowska 26
40-066 Katowice
faks: (0 32) 510 402
e-mail: ula@pm.katowice.pl

WARSZAWA:
Instytut Fizyki
Polskiej Akademii Nauk
Al. Lotników 32/46
02-668 Warszawa
faks: (0 22) 843 0926
e-mail: nadola@ifpan.edu.pl.

Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań:
28 II 2002

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań **419** (WT = 1,60) i **420** (WT = 1,07)
z numeru 4/2001

Janusz Olszewski	– Suwałki	45,28
Adam Woryna	– Ruda Śląska	41,98
Marcin Peczarski	– Latchorzew	40,37
Witold Bednarek	– Łódź	37,00
Jacek Klisowski	– Lublin	36,96

Weteran Janusz Olszewski kończy piątą rundę!

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2001.

Zadania z matematyki nr 431, 432

Redaguje Marcin E. KUCZMA

431. Każda z trzech grup studenckich liczy n osób. Każdy student jest zaprzyjaźniony z co najmniej $n+1$ osobami z dwóch grup poza tą, do której sam należy (jak zwykle, przyjmujemy, że relacja zaprzyjaźnienia jest symetryczna). Wykazać, że istnieje co najmniej jedna trójka przyjaciół złożona ze studentów z trzech różnych grup.

432. Udowodnić, że dla $x \in (0;\pi/3\rangle$ zachodzi nierówność $\operatorname{tg}(\sin x) > x$.

Zadanie 432 zaproponował pan Józef Banaś z Rzeszowa.

Klub 44

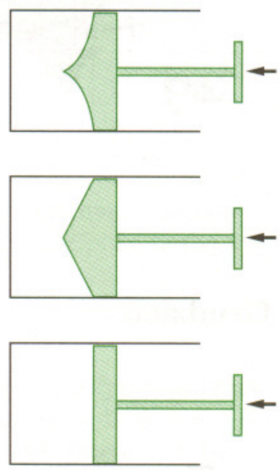
Termin nadsyłania rozwiązań:
28 II 2002

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań **320** (WT = 2,50) i **321** (WT = 1,75)
z numeru 6/2001

Andrzej Nowogrodzki	– Chocianów	41,54
Jacek Piotrowski	– Rzeszów	34,55
Tomasz Rudny	– Warszawa	29,50
Tomasz Wietecha	– Tarnów	28,70
Marek Wójcicki	– Szczecin	19,84
Aleksander Idzik	– Bolesławiec	15,17

Zadania z fizyki nr 328, 329

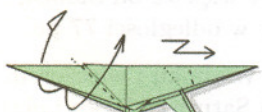
Redaguje Jerzy B. BROJAN



328. Trzy strzykawki (pompki) mają jednakową średnicę cylindra, ale różnią się kształtem tłoka (patrz rysunek obok). Jeśli na wszystkie tłoki działamy jednakowymi siłami, to w której strzykawce ciśnienie jest najwyższe, a w której – najniższe (czy też ciśnienie jest jednakowe)?

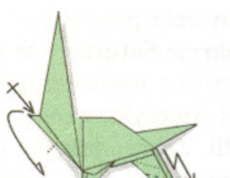
329. Układ optyczny (niekoniecznie pojedyncza soczewka) wytworzył w odległości 70 cm od przedmiotu rzeczywisty obraz odwrócony, powiększony 3 razy. Gdy umieszczono przedmiot o 2 cm bliżej układu, obraz oddalił się od układu o 30 cm. Podać możliwą budowę układu (przykładowe wartości parametrów soczewek i ich położenia). Ile wynosiło powiększenie obrazu przesuniętego?

Poza konkursem: Czy istniałoby rozwiązanie, jeśli początkowa odległość obrazu od przedmiotu wynosiłaby 1 m (zamiast 70 cm), a pozostałe dane byłyby niezmienione?



26

Rozwiązanie zadania M 974.
Mamy $\frac{1}{n+1}\binom{2n}{n} = (1-\frac{n}{n+1})\binom{2n}{n} = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1} \in \mathbb{Z}$, co dowodzi tezy.

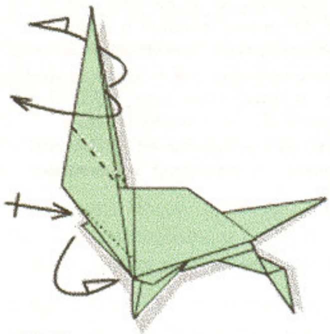


27

Rozwiązanie zadania M 975.
Rozważmy $2n$-osobową grupę złożoną z n mężczyzn i n kobiet. Obliczymy na dwa różne sposoby liczbę N sposobów wybrania z niej n-osobowej reprezentacji. Liczba ta jest oczywiście równa $\binom{2n}{n}$. Liczba sposobów wybrania n-osobowej reprezentacji, w której jest dokładnie k kobiet, jest równa $\binom{n}{k}\binom{n}{n-k}$. Tak więc $N = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\binom{n}{n-k} = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}^2$, skąd wynika teza.

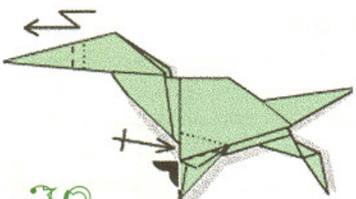
Patrz w niebo

Wiadomo, że świat wygląda rozmaicie w różnych zakresach widma. Weźmy np. Słońce. W świetle widzialnym wygląda jak jaskrawa tarcza o jasności powierzchniowej lekko spadającej ku krawędzi. Efekt ten nazywa się po prostu pociemnieniem brzegowym, a jest skutkiem tego, że światło widzialne dobiegające z krawędzi tarczy Słońca pochodzi z płytszych, a więc chłodniejszych warstw fotosfery.



28

Ale w dalekim nadfiolecie jest akurat odwrotnie. Promieniowanie nadfioletowe Słońca pochodzi bowiem głównie z chromosfery, która jest gorętsza od powierzchni Słońca (fotosfery). Zatem, patrząc przez grubą (wzdłuż promienia widzenia) warstwę tego gorącego gazu, na brzegu tarczy widzimy pojaśnienie brzegowe! Pojaśnienie brzegowe w nadfiolecie jest wręcz dowodem istnienia chromosfery.



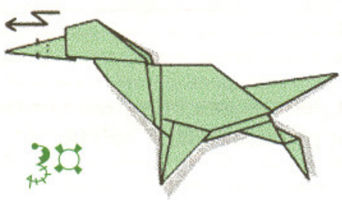
29

W przybliżeniu trzy lata temu grupa tajwańskich astronomów za pomocą międzykontynentalnej sieci radioteleskopów (VLBA – Very Long Baseline Array) wykonała kompleksowe badania radioźródła Sagittarius A*. Podejrzewa się, że jego źródłem energii jest czarna dziura usytuowana w centrum naszej Galaktyki. Między innymi pomierzone zostały rozmiary radioźródła na różnych falach. Okazało się, że radioźródło Sgr A* na falach dwukrotnie krótszych wygląda na czterokrotnie mniejsze. Ale na najkrótszej fali, na której wykonano obserwacje, tj. na 7 mm, radioźródło było większe, niż oczekiwano na podstawie tej prawidłowości. Może to oznaczać, że zmierzono w ten sposób rzeczywiste rozmiary źródła energii – te większe, obserwowane na innych falach, byłyby rozmiarami wielkiego obszaru rozproszonej materii otaczającej czarną dziurę i pobudzanej przez nią do emisji promieniowania radiowego. Tak więc minimalne kątowe rozmiary obiektu ustalono na 0,4 milisekundy łuku, co odpowiada rozmiarom drobnej monety widzianej z odległości 8000 km. Skoro centrum Galaktyki znajduje się w odległości 8,5 kpc, to średnica radioźródła wynosi 3,6 j.a., czyli niewiele więcej od średnicy orbity Marsa. Nie wiadomo obecnie, w jaki sposób moc 1000 razy przewyższająca moc Słońca może być produkowana w tak małej objętości. Tajwańscy badacze nie wykluczają wprawdzie możliwości, że materia międzygwiazdowa mogła zafałszować ich obserwacje i deklarują otwartość na inne interpretacje wyników obserwacji. Uważa się jednak, iż rozmiary centralnego radioźródła naszej Galaktyki zostały wreszcie rozpoznane.

T.K.

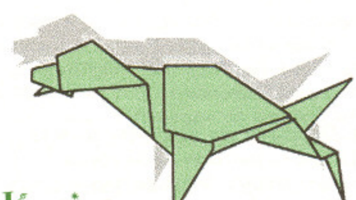
Grudzień

W grudniowe wieczory widzimy na południu rozległy gwiazdozbiór Wieloryba, a w nim najwcześniej odkrytą gwiazdę zmienną, Mirę (nazwa ta oznacza „cudowna" lub „godna podziwu"). Jej zmiany jasności odkrył pod koniec XVI w. (a więc przed wynalezieniem teleskopu) David Fabricius. Jasność Miry zmienia się od 2 do 10 mag w okresie 331,96 dnia. W maksimum jest więc ona najjaśniejszą gwiazdą w Wielorybie, a przez pół okresu w ogóle jej nie widać gołym okiem (ostatnie maksimum jasności miała w sierpniu 2001). Jest to gwiazda pulsująca, a zatem taka, której zmianom jasności towarzyszą zmiany temperatury powierzchniowej i w konsekwencji barwy i typu widmowego. Jest dość chłodna, tak że, mimo iż jest około 390 razy większa od Słońca, emituje znacznie mniej promieniowania niż ono. Leży w odległości 77 pc.



30

Wenus jest blisko Słońca i nie widać jej. Mars jest w Wodniku i wieczorem szybko zachodzi. Jowisz znajduje się w Bliźniętach, a Saturn w Byku i obie te planety widać przez całą noc. Nów Księżyca wypada 14 XII, a pełnia 30 XII. W dniu nowiu będzie częściowe zaćmienie Słońca, ale widoczne tylko na Pacyfiku i w Ameryce. Z kolei w dniu pełni nastąpi półcieniowe zaćmienie Księżyca, ale w Polsce będzie wtedy dzień; zresztą zaćmienia półcieniowe Księżyca są właściwie niezauważalne. 1 XII Księżyc zakryje Saturna – w Polsce będzie to około godz. 4. W grudniu Księżyc zakryje Saturna jeszcze raz, 28 XII, ale to zakrycie będzie widoczne z Hawajów i Północnej Ameryki, wreszcie 30 XII zakryje Jowisza – będzie to widoczne tylko z Grenlandii. Zakryć jasnych gwiazd nie będzie. A 21 XII nastąpi przesilenie zimowe, czyli początek zimy i zarazem dni zaczną się powoli wydłużać.



Koniec

T.K.

Γlimatias $_{n\to\infty}$ 12/01 (48)

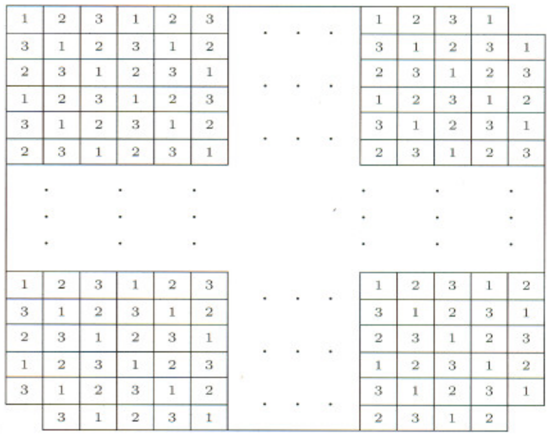
DLACZEGO? (III/1)

W następnym Γ-limatiasie opowiem o ciągu, którego początkowych 57 wyrazów podanych jest w tabeli obok. **DLACZEGO** chcę o nim opowiedzieć i **DLACZEGO** podałem akurat 57 początkowych wyrazów? Jeśli nie chcesz czekać na odpowiedź cały miesiąc, Drogi Czytelniku, spróbuj odgadnąć, wedle jakiej reguły tworzony jest ten ciąg i jaki jest jego 58. wyraz.

n	a_n	n	a_n	n	a_n
1	11	20	1	39	3
2	2	21	29	40	5
3	6	22	9	41	13
4	9	23	22	42	21
5	15	24	12	43	29
6	6	25	2	44	6
7	14	26	8	45	26
8	4	27	18	46	9
9	22	28	28	47	31
10	18	29	19	48	24
11	3	30	10	49	17
12	12	31	1	50	10
13	2	32	8	51	3
14	16	33	17	52	4
15	11	34	26	53	11
16	18	35	6	54	18
17	6	36	27	55	25
18	6	37	19	56	32
19	18	38	11	57	2

MIĘDZY NAMI OSZUSTAMI (27′)

Wyjaśnienie oszustwa (27):



Przedstawiony sposób rozumowania jest nieoceniony przy dowodzeniu niemożliwości pokrycia figury klockami, jednak dla dowodu, że pokrycie istnieje, jest praktycznie bezużyteczny.

Dowód możliwości pokrycia polega najczęściej na pokazaniu, jak takie pokrycie wygląda.

Zadanie 1 zostało rozwiązane poprawnie, natomiast konkluzja rozwiązania zadania 2 jest błędna. Nieco inne ponumerowanie pól danej figury (patrz wyżej) pokazuje, że żądane pokrycie nie jest możliwe, mamy bowiem 850 pól z liczbą 1, 848 pól z liczbą 2 i 849 pól z liczbą 3.

MIĘDZY NAMI OSZUSTAMI (28′)

Wyjaśnienie oszustwa (28):

Nie jest prawdą, że można przyjąć założenie $a \le b \le c \le d \le e$. Wyrażenie dane w zadaniu ma pewną symetrię, jednak jest ona niepełna. Żadna z liczb a, b, c, d, e nie jest niczym wyróżniona, wyrażenie nie zmieni się przy cyklicznym (i tylko przy cyklicznym!) przestawieniu tych liczb. Można więc bez szkody dla ogólności założyć, że a jest najmniejszą spośród liczb a, b, c, d, e. Jeśli jednak zdecydujemy, która z liczb nazywa się a, to pozostałe są już ustalone „na sztywno". Np. c jest tą liczbą, która występuje w składniku $\sqrt[6]{a}\sqrt[3]{c}$, z kolei e występuje w $\sqrt[6]{c}\sqrt[3]{e}$ itd.

Jednak uporządkowanie liczb a, b, c, d, e nie jest w rozwiązaniu zadania konieczne. Kluczowa nierówność

$$\sqrt[6]{a}\sqrt[3]{c} + \sqrt[6]{b}\sqrt[3]{d} + \sqrt[6]{c}\sqrt[3]{e} + \sqrt[6]{d}\sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{e}\sqrt[3]{b} \le$$
$$\le \sqrt[6]{a}\sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{b}\sqrt[3]{b} + \sqrt[6]{c}\sqrt[3]{c} + \sqrt[6]{d}\sqrt[3]{d} + \sqrt[6]{e}\sqrt[3]{e}$$

może być wywnioskowana z twierdzenia o ciągach jednomonotonicznych na podstawie obserwacji, że ciągi $(\sqrt[6]{a}, \sqrt[6]{b}, \sqrt[6]{c}, \sqrt[6]{d}, \sqrt[6]{e})$ i $(\sqrt[3]{a}, \sqrt[3]{b}, \sqrt[3]{c}, \sqrt[3]{d}, \sqrt[3]{e})$ mają ten sam porządek, tzn. że ta sama permutacja ustawi je w porządku niemalejącym.

O szkodliwości dla ogólności napiszemy w następnym Γ-limatiasie.

Korespondencję do Γ-limatiasu prosimy kierować pod adresem:
Jarosław Wróblewski, Instytut Matematyki Uniwersytetu Wrocławskiego, Plac Grunwaldzki 2/4, 50-384 WROCŁAW; e-mail: jwr@math.uni.wroc.pl