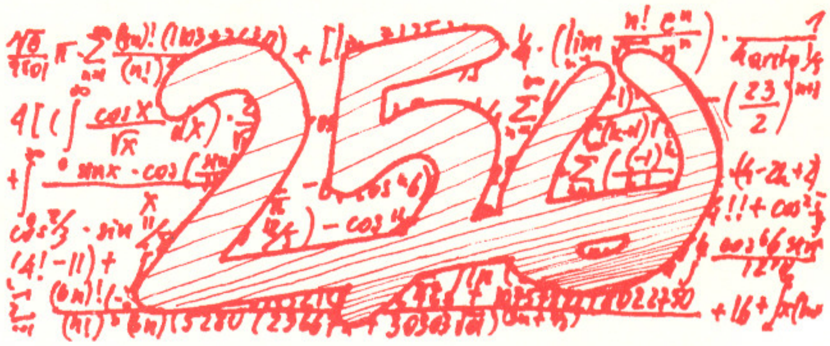


SPIS TREŚCI

NUMERU 3(250)

Na jubileuszową ankietę odpowiadają:

W następnym numerze:

Jak fizyk gra na giełdzie...

Okładkę i ilustracje wykonał
Bernard BADZIOCH

Wydawca:
Uniwersytet Warszawski
Krakowskie Przedmieście 26/28
00-927 Warszawa

„Delta" – matematyczno-fizyczno-astronomiczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Polskiego Towarzystwa Astronomicznego, wydawany przy poparciu Ministerstwa Edukacji Narodowej.

Adres Redakcji:
ul. Smyczkowa 5/7
02-678 Warszawa
tel. 43-02-43 wewn. 21
PAWELST@MIMUW.EDU.PL

Wydrukowano w Zakładach Graficznych w Warszawie, ul. Srebrna 16
Skład systemem TEX wykonała Redakcja.

WARUNKI PRENUMERATY W FIRMIE AMOS

01-806 Warszawa, ul. Zuga 12 (tel. 34-65-21)
Wpłaty przyjmowane są non-stop, do 10. dnia miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty. **Okres prenumeraty wynosi co najmniej trzy (3) miesiące**. Cena jednego numeru w 1995 roku wynosi 1 zł 50 gr. Przy wpłacie prosimy o zaznaczenie okresu prenumeraty.

W prenumeracie zagranicznej (też przez okres **co najmniej trzech miesięcy**) cena numeru wynosi w 1995 r. 3 zł. W przypadku życzenia dostawy drogą lotniczą odpowiednią dopłatę ponosi zamawiający.

Uwaga! Dla zamawiających minimum 10 egzemplarzy każdego numeru AMOS funduje dodatkowo jeden egzemplarz pisma.

Konto AMOS-u: **PKO VIII O/W-wa, nr 1586-77578-136**

WARUNKI PRENUMERATY W RUCH-u

1. Wpłaty na prenumeratę przyjmowane są tylko na okresy kwartalne.
2. Cena prenumeraty na III kwartał 1995 r. wynosi 4 zł 50 gr.
3. Prenumerata ze zleceniem dostawy za granicę jest o 100% wyższa; w przypadku zlecenia dostawy drogą lotniczą – koszt dostawy lotniczej w pełni pokrywa prenumerator.
4. Wpłaty na prenumeratę przyjmują:
   - na teren kraju
     - jednostki kolportażowe „Ruch" S.A. właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora; dostawa egzemplarzy następuje w uzgodniony sposób,
   - na zagranicę
     - „Ruch" S.A. Oddział Warszawa, 00-958 Warszawa, konto PBK XIII Oddział Warszawa 370044-1195-139-11 – **dostawa odbywa się pocztą zwykłą w ramach opłaconej prenumeraty**, z wyjątkiem zlecenia dostawy pocztą lotniczą do odbiorcy zagranicznego, której koszt w pełni pokrywa prenumerator.
5. Terminy przyjmowania prenumeraty:
   - na kraj i zagranicę – do 20 XI na I kwartał roku następnego
     do 20 II na II kwartał
     do 20 V na III kwartał
     do 20 VIII na IV kwartał.

Cena 1 egzemplarza 1 zł 50 gr, 15 000 zł

Marcowy numer 1995 roku – czyli ten – jest numerem dwieście pięćdziesiątym

Dzisiejsza *Delta*, gdyby ją brać „samą w sobie", nie byłaby – chyba – istotnie inna od „Delty" z numerem 25 czy np. 111. Jeśli jednak *Deltę* rozpatrywać w naturalnym otoczeniu, jakim dla każdego pisma są jego Czytelnicy, to okazałoby się – też chyba – że jest to pismo nie mające prawie nic wspólnego ze swoim, tak samo się nazywającym poprzednikiem.

Pytanie *dlaczego tak się stało?* jest jednak zbyt – jak się wydaje – trudne, by prosić kogoś o odpowiedź na nie: poza *tempora mutantur etc.* wyjść jest bardzo trudno, a może i niezręcznie.

Dlatego pozwoliliśmy sobie kilku naszym wybitnym Kolegom zadać pytanie łatwiejsze, choć, jak nam się zdaje, *z tej samej opery.* Aby nie było to wymuszenie, każdy mógł sobie coś wybrać z podanej niżej listy. Odpowiedzi otrzymaliśmy sporo – zbyt wiele, jak na zawartość jednego numeru – będziemy więc dyskusję na te tematy kontynuować w następnych numerach.

Z tego też względu prosimy wszystkich chętnych do pisania swoich refleksji na zbliżone tematy. Zobaczymy: może uda się na stałe zorganizować w *Delcie* forum dyskutujące taką problematykę.

A oto pytania:

1. Jaką korzyść może odnieść ktoś zajmujący się np. hodowlą karpi lub malarstwem abstrakcyjnym ze znajomości małego twierdzenia Fermata, reguły Oersteda czy stałej Hubble'a?

2. Skoro byle kalkulator liczy szybciej i lepiej od człowieka, to po co uczyć człowieka liczenia?

3. Nie ma na świecie gazu doskonałego, próżni, prostokąta ani liczby e itd. Czemu więc z takim uporem o takich właśnie obiektach idealnych mówią wszystkie nauki ścisłe?

4. Fizyka – znaczy to po grecku *rzeczy widzialne, rzeczy naturalne, zjawiska przyrody.* Czemu nazwa ta uznawana jest dziś za trafną dla nauki o obiektach będących wytworami ludzkiego umysłu, jakimi są w szczególności cząstki elementarne i pola?

5. O lotach kosmicznych marzyli przed laty wszyscy. Dlaczego, gdy pierwsi ludzie wylądowali na Księżycu, sprawy podróży pozaziemskich przestały – praktycznie wszystkich – obchodzić?

6. Dlaczego *w dobrym tonie* jest chwalić się szkolnymi niepowodzeniami w nauce matematyki czy fizyki, a nie wypada przyznawać się do niewydolności w humanistyce?

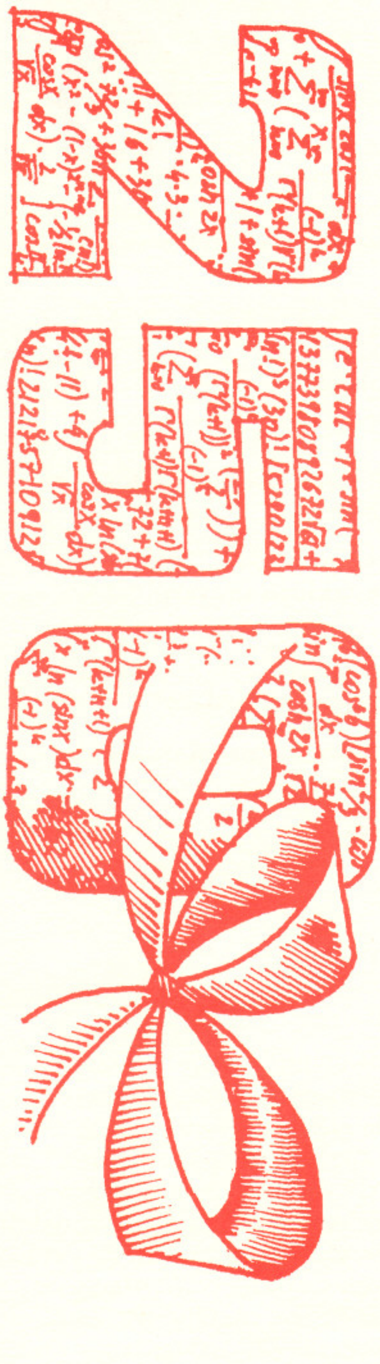
7. Czemu zawdzięcza w chwili obecnej paranauka swoją przewagę nad nauką?

Łukasz A. TURSKI, Warszawa – Centrum Fizyki Teoretycznej PAN

Jubileusz Delty

Redakcja *Delty* była tak uprzejma, że zwróciła się do mnie z prośbą o udział w jubileuszowej ankiecie. Poproszono mnie o odpowiedź na jedno z siedmiu pytań. Wybór takich właśnie pytań odzwierciedla głęboko pesymistyczną ocenę Redakcji sytuacji nauki, a w szczególności fizyki, we współczesnym świecie. Czytając literaturę fachową można odnieść wrażenie, że jest to dość powszechne odczucie wielu naukowców. Skoro tak jest, to zestaw pytań Redakcji powinien być uzupełniony o jeszcze jedno pytanie, na które postaram się udzielić odpowiedzi. Pytanie to brzmi: jeżeli prawdą jest to wszystko, o co pytamy w ankiecie, to jak się stało, że nauka, w tym także fizyka, znajduje się, pod koniec XX wieku, w stanie alienacji społecznej, podczas gdy 100 lat temu cieszyła się poważaniem i zaufaniem społecznym?

Odpowiedź jest bardzo gorzka, dla wielu moich kolegów po fachu za gorzka, aby bez narkozy poddać się jej działaniu. Nauka końca XX wieku, a w tym i fizyka, ponosi konsekwencje sprzeniewierzenia się podstawowemu kanonowi, a mianowicie obowiązkowi mówienia prawdy i niedawania fałszywego świadectwa nieprawdzie. Zaprzedając się obowiązkowi, zawartemu w przysiędze doktorskiej, dla grosza marnego (szczególnie marnego w real-socjalistycznej Polsce i też marnego, ale już „twardego" w III Rzeczpospolitej) i czczej sławy dawaliśmy władcom tego świata dostęp do wiedzy i możliwość korzystania z naszych talentów. Nawet teraz, gdy, chwilowo czy też nie, ale na pewno inaczej niż



dotychczas, ułożył się rozkład sił na politycznej mapie świata, z obrzydzeniem oglądałem kontredans obłudy związany z walką o podjęcie budowy super-collidera.

Fizyka zajmuje wśród nauk podstawowych wyróżnioną pozycję. Jest bowiem pierwszą i, jak dotąd, jedyną dyscypliną naukową, której udało się połączyć ilościowe i jakościowe metody badawcze w jedno spójne narzędzie poznawcze. Nie oznacza to jednak, że inne dyscypliny naukowe są „gorsze” i coraz więcej dyscyplin naukowych, konwencjonalnie zwanych „humanistycznymi”, sięga po metody ilościowe, korzystając z przykładu fizyki. Nauki te są, w obecnej chwili rozwoju świata, pojmowane przez wielu ludzi za „ważniejsze” niż fizyka. Przykładem niech będzie współczesna ekonomia i nauka o zarządzaniu, obie gałęzie wiedzy nie do pomyślenia bez zastosowania metod matematycznych, w tym wielu wypracowanych na potrzeby fizyki i przez fizyków.

Dlaczego więc fizyka tak wiele straciła w oczach „szarego” obywatela? Myślę, że z trzech powodów. Pierwszy z nich, o charakterze bardzo globalnym i dotyczący wielu innych dziedzin wiedzy, wymieniłem na wstępie. Specyficznym „grzechem” fizyki było nieuczciwe przedstawianie spraw bezpieczeństwa energetyki jądrowej. W wyniku tego społeczeństwo dało wiarę histerycznym protestom i wystraszone katastrofą czernobylską (spowodowaną przede wszystkim przez kompletną nieodpowiedzialność ludzką) odrzuciło energetykę jądrową. Przegapiliśmy czas, w którym mogliśmy wykształcić naszych współobywateli na tyle, aby nie uważali nauki o zjawiskach jądrowych za wiedzę tajemną o mocach złowieszczych. Szerzeniu się takiego intelektualnego zabobonu pomaga stawianie pytań np. takich jak to, że fizyka zajmuje się wytworami umysłu ludzkiego, jakimi w szczególności są cząstki elementarne i pola. Mam nadzieję, że nikt w Redakcji poważnie nie traktuje elektronów przenoszących tekst tego artykułu po kablu telekomunikacyjnym za wytwór czyjegoś umysłu (treść artykułu – informacja zawarta w wiązce elektronowej – jest wytworem MOJEGO umysłu).

Drugi powód to ten, że naukowcy, a w szczególności fizycy, zatracili perspektywę tego, po co rozwijamy badania naukowe. Poznajemy otaczający nas świat, bo, jak to powiedział moralny zdobywca Mount Everestu, Mallory, on istnieje. Ale zdobytą wiedzę musimy przekazywać innym. Dlatego musimy uczyć, uczyć i jeszcze raz uczyć. Uczyć dobrze i mądrze. Pokazywać, na każdym kroku, co ludzkość zyskała w wyniku rozwoju nauki. A uzyskała wiele. Najmniej chyba z załogowych lotów kosmicznych. Trzeba to robić umiejętnie, ponieważ nawet „niewykształcony” człowiek ma dziś pokaźną wiedzę zdobytą praktycznie. Od kogo, jak nie od nas, ma się dowiedzieć, że folia ratująca życie zszokowanym ofiarom wypadków samochodowych, nieprzemakalna podkładka pod turystyczną karimatę jest produktem ubocznym programu kosmicznego. Skoro mu tego nie mówimy, to tego naszego współobywatela program kosmiczny obchodzi tyle, co zeszłoroczny śnieg.

Trzeci powód to poczucie wyższości fizyków, które skłania większość z nas do przebywania w „splendid isolation”. Współobywatele mają finansować nasze badania, ale my nie mamy powodu ani ich uczyć, ani pomagać im w zrozumieniu tego, co się wokół nas dzieje, ani wreszcie powiedzieć im prawdę o tym, czym jest paranauka. Ilu fizyków chce stanąć w szranki z magami, wróżami i szarlatanami? Niewielu, a sprawa przekonania ludzi o tym, że paranauka nie ma, jak to sformułowano w ostatnim pytaniu, przewagi nad nauką, nie jest znowuż tak strasznie skomplikowana. Trzeba nie bać się powiedzieć ludziom, że znany uzdrawiacz-hipnotyzer skaleczywszy się piłą tarczową udał się do szpitala po pomoc w założeniu szwów, a nie przystąpił do leczenia swoich ran metodą zaklinania. Trzeba tylko chcieć.

Jestem optymistą, nic nie jest stracone, trzeba jak najwięcej pracować z młodymi pokoleniami, aby one nie miały chęci stawiania pytań, takich jak w ankiecie *Delty*. Obyście nadal utrzymali poziom naukowy *Delty*, a wtedy sami przekonacie się, że na przełomie wieku sytuacja nauki ulegnie zmianie na lepsze.

Grzegorz SITARSKI, Warszawa – Centrum Badań Kosmicznych PAN

O pożytku ze studiowania własności idealnych wymyślonych tworów

Człowiek stworzył nieistniejący w sensie materialnym świat idealnych tworów, które podlegają ściśle określonym regułom zapisywanym za pomocą pojęć i symboli matematycznych. Znajomość wzajemnych zależności i związków, jakie między tymi abstrakcyjnymi tworami zachodzą, pozwala nam, o dziwo, znakomicie opisywać otaczającą nas rzeczywistość i przewidywać zachodzące w niej zjawiska. Znając cechy podobieństwa trójkątów i twierdzenie Talesa możemy zbudować dźwignię, która będzie spełniała nasze oczekiwania tym lepiej, im dokładniej zbliżymy się do ideału zachodzących w niej związków wynikających z teorii. W przyrodzie nie istnieje wprawdzie żadna elipsa, ale dla poglądowego opisu ruchu Marsa wokół Słońca możemy z dobrym przybliżeniem powiedzieć, że Mars obiega Słońce po elipsie. Oczywiście, na skutek wzajemnego przyciągania się planet skomplikowaną trajektorię Marsa wokół Słońca trzeba opisywać różniczkowymi równaniami ruchu, które w dodatku można rozwiązać tylko w sposób przybliżony. Jeśli jednak chcemy uwzględnić perturbacje w ruchu komety pochodzące od Marsa, to wystarczy obliczać położenia Marsa tylko na podstawie średnich elementów stałej eliptycznej orbity planety.

Na zdjęciach Ziemi wykonanych przez sondy kosmiczne wyraźnie „widać", że Ziemia jest kulą. Ale dokładne pomiary wykazują, że ta „kula" jest nieco spłaszczona na biegunach i np. dla badań ruchu Księżyca trzeba już powierzchnię Ziemi opisywać elipsoidą obrotową, podobnie jak w przypadku badań ruchu księżyców Jowisza wokół tej planety, tyle że spłaszczenie globu Jowisza widać „gołym okiem". A tak naprawdę, to przecież ani Ziemia, ani inne planety nie mają żadnej stałej, regularnej powierzchni! Tak więc otaczającą nas rzeczywistość można opisywać, zależnie od stopnia wymaganej dokładności, mniej lub bardziej skomplikowanymi tworami naszej wyobraźni.

Twierdzenia geometrii euklidesowej wyprowadza się z kilku pewników „oczywistych" z punktu widzenia zdrowego rozsądku i naszej intuicji. Każdy może sobie wyobrazić punkt bez żadnych wymiarów czy linię nieskończenie cienką. Ale żeby pomóc wyobraźni, tworzymy rysunki, gdzie punkty zaznaczamy kropkami i łączymy je liniami różnej grubości. Rysowane figury pozwalają badać własności ich „abstrakcyjnych" odpowiedników i prowadzić dowody twierdzeń.
Mój akademicki nauczyciel, Maciej Bielicki, mówił, że widział kiedyś bardzo dawny podręcznik geometrii, gdzie we wstępie można było przeczytać: *Jeśli chcesz poznać tajniki geometrii, weźmij Miły Czytelniku dwóch tęgich pachołków, wiązkę palików, kilka sążni sznura i idź z nimi w pole.* Tam można było wytyczać kierunki prostych, mierzyć długości odcinków w stopach czy łokciach i badać własności figur geometrycznych. Oczywiście, zgodność różnych zależności wynikających z teorii w praktyce zależała od skali i dokładności pomiarów.

Dlatego też żartobliwe twierdzenie: *przez każde trzy punkty na płaszczyźnie można przeprowadzić jedną linię prostą, jeśli będzie ona dostatecznie gruba* – ma jakieś swoje praktyczne uzasadnienie.

Przytoczę tu pewną pouczającą historię z czasów mojej młodości. Mieszkałem wtedy z rodzicami w małej miejscowości w domu z ogrodem. Kiedy byłem już uczniem szkoły średniej, zaistniała potrzeba wybudowania w ogrodzie małej murowanej komórki do celów gospodarczych. Miejscowy murarz przybył wraz z pomocnikiem i potrzebnymi narzędziami, m.in. z kołkami i sznurkiem do wytyczenia kierunków ścian przyszłej budowli. Niestety, praca utknęła zaraz na początku, ponieważ murarz zapomniał tzw. winkla, czyli przyrządu umożliwiającego zbudowanie ścian przylegających pod kątem prostym. Posłał więc pomocnika po ów przyrząd, a wówczas ja zapowiedziałem majstrowi, że jeśli poda mi długości ścian, to wytyczę prawidłowe kierunki bez żadnego winkla. Znając długości przyprostokątnych bez trudu obliczyłem przeciwprostokątną i przystąpiłem do odmierzania sznurka i wbijania kołków w odpowiednie miejsca. Murarz patrzył z pobłażliwym uśmiechem na moje poczynania, a kiedy skończyłem, właśnie wrócił pomocnik z winklem. Jakież było zdumienie murarza, kiedy stwierdził, że wytyczone przeze mnie kierunki wszystkich stykających się ścian tworzą rzeczywiście kąty proste! Murarz pewno zapomniał albo może nawet nigdy nie słyszał o twierdzeniu Pitagorasa, ale przez lata praktyki był jednak dobrym rzemieślnikiem i umiał posługiwać się takimi narzędziami, jak winkiel czy wasserwaga (przyrząd do poziomowania podłogi), choć zasad ich działania nie rozumiał. Natomiast znajomość własności prostokąta i sposobu wyciągania pierwiastka kwadratowego – tworów niewątpliwie abstrakcyjnych! – pozwoliła mi na zastosowanie mojej teoretycznej wiedzy do celów czysto praktycznych z jakże dobrym skutkiem.

Oczywiście, można się zastanawiać i dziwić, dlaczego matematyka wymyślona przez człowieka i w rzeczywistości przecież nie istniejąca, tak dobrze opisuje przyrodę. A może jest ona jakoś „zaklęta" w prawach fizyki rządzących materią i wraz z nimi została po prostu odkryta? Mówi się, że Ziemia obraca się wokół „własnej osi". Ale przecież fizycznie nie ma tam żadnej osi, możemy ją sobie tylko wyobrazić. Zatem ciało bez wątpienia materialne wiruje wokół abstrakcyjnej, niematerialnej prostej (koło ze stałą osią zostało wymyślone przez człowieka, przyroda sama nigdy tego wynalazku nie zrealizowała). Widocznie materia i abstrakcja są jakoś ze sobą sprzężone.

Z powyższych rozważań chyba wynika, że warto uczyć się reguł rządzących światem nieistniejących abstrakcyjnych tworów, które sami powołaliśmy do fikcyjnego życia, bo z jakichś tajemniczych powodów potrafimy dzięki nim opisywać i poznawać otaczający nas świat materialny, a także przekształcać i budować go według naszych zamierzeń.

Władysław M. TURSKI, Warszawa – Instytut Informatyki UW

Skoro byle kalkulator liczy szybciej i lepiej od człowieka, to po co uczyć człowieka liczenia?

Zaraz, zaraz... Żaden kalkulator nie obliczy szybciej ode mnie, ile wynosi iloczyn 2×3 ani ile wynosi różnica MDCCIX – MDCXC. Dla każdego kalkulatora istnieje takie n, że nie „potrafi" on obliczyć $\underbrace{123456789123456789\ldots}_{n \text{ razy powtórzone}}\times 1$, a ja potrafię!

Więc ani „szybciej", ani „lepiej", tylko *inaczej*!

W pytaniu, które wybrałem z ankiety *Delty*, kryje się oczywista pułapka: czasownik „liczyć" odniesiony do czynności wykonywanych przez kalkulator (i „normalnie" używany komputer) oznacza co innego niż wtedy, gdy odnosi się do człowieka. (Jeden z mych znajomych, poirytowany ciągle zadawanym pytaniem: *Can machines think?*, odpowiada: *No more than submarines can swim!*)

Po angielsku *to swim* jest czasownikiem odnoszącym się wyłącznie do istot żywych: ludzi, ryb, bobrów; łódź może tylko *sail*, nawet pod wodą!

Człowiek – czasem – liczy wykonując ściśle określony algorytm, np. mnożenia liczb wielocyfrowych, ale prawie zawsze najpierw analizuje „zadanie obliczeniowe" po to, żeby wybrać optymalną drogę postępowania prowadzącego do uzyskania wyniku. Im głębsze są wiadomości człowieka, tym bogatszy repertuar środków liczenia stoi do jego dyspozycji. Znając np. zasady rzymskiego zapisu liczb bez trudu ustali, że w celu obliczenia różnicy MDCCIX – MDCXC można pominąć pierwsze trzy symbole obydwu liczb ograniczając się do różnicy CIX – XC, a ta równa się IX – (–X), czyli XIX. Zauważmy, że do tego wyniku dochodzi się nie przekształcając zapisu liczb z rzymskiego na „arabski".

Można, oczywiście, tak zaprogramować komputer (a nawet zbudować taki kalkulator), żeby liczył w rzymskim systemie. Po pierwsze, nie będzie to jednak „byle kalkulator", a po drugie – i co znacznie ważniejsze – i tak nie będzie on tak „pomysłowy" jak człowiek, no, powiedzmy, jak niektórzy ludzie.

Budując kalkulator utrwalamy w nim wybrane algorytmy wykonywania określonych działań. Ucząc człowieka liczyć wyposażamy go w (lub, poprawniej powiedziawszy, pomagamy mu zdobyć) *wiedzę o liczeniu*, pozwalającą tworzyć i stosować algorytmy liczenia. Same akty liczenia wedle przykładowych algorytmów są w tej nauce niezbędne tylko o tyle, o ile ćwiczenia praktyczne są użyteczne w procesie zdobywania wiedzy.

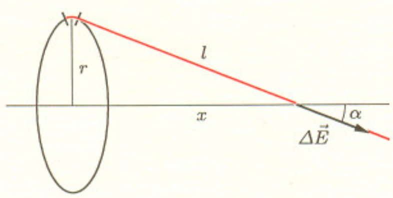
Warto przy tym zauważyć, że nawet w najskromniejszym programie nauki liczenia człowiek przyswaja sobie *różne* algorytmy realizacji tego samego działania, np. uczy się tabliczki mnożenia (liczenie przez wyszukiwanie informacji, często asocjacyjne!), mnożenia „w słupkach" (w którym korzysta z tabliczki mnożenia!) i wielu innych, pomocniczych sposobów: przesunięcia (przy mnożeniu przez 10), zastępowania mnożenia przesunięciem i dzieleniem (mnożenie przez 5 czy 0,25) itp.

Najważniejsze zaś, że ucząc się liczyć, poznajemy – w najgłębszym, filozoficznym sensie tego słowa! – podstawy racjonalnego manipulowania symbolami jako reprezentantami konkretnych realiów.

Półżartem tylko jest opinia, że całą matematykę można zgłębić w dwóch krokach. Pierwszy to uświadomienie sobie, że aby dowiedzieć się, ile jest jajek w tuzinie ramek po mendlu każda, wystarczy pomnożyć 12×15. Reszta to krok drugi. Dla historii cywilizacji niewątpliwie ważniejszy był krok pierwszy. Nasze dzieci uczymy liczenia nie tylko po to, by mogły przynajmniej rozpocząć krok drugi, lecz także po to, aby nie dopuścić do zaprzepaszczenia zdobyczy, jakie przyniósł krok pierwszy.

Rozwiązanie zadania F 402.
W równowadze kierunek nici będzie się pokrywał z kierunkiem wypadkowej siły ciężkości $\vec{W} = m\vec{g}$ i siły oddziaływania elektrostatycznego $\vec{F} = q\vec{E}$. Aby znaleźć pole E na osi pierścienia naładowanego ładunkiem Q, podzielmy go na n małych i równych elementów. Każdy element wytwarza pole o wartości

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l^2 n} = \Delta E\,.$$



Sumując pole wszystkich kawałków wobec symetrii widzimy, że składowe $\Delta\vec{E}$ wzdłuż osi pierścienia dodają się, a prostopadłe do niego – znoszą się. Stąd wypadkowe pole jest równe

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\cos\alpha\,,$$

gdzie $\cos\alpha = x/l$. Z warunku równowagi mamy

$$\frac{x}{r} = \frac{|\vec{F}|}{|m\vec{g}|} = \frac{Qqx}{4\pi\varepsilon_0 l^3 mg}\,,$$

skąd

$$l = \sqrt[3]{\frac{QqR}{4\pi\varepsilon_0 mg}}\,.$$

Po podstawieniu wartości liczbowych dostajemy

$$l = 7{,}2\ \text{cm}\,.$$

Ryszard TADEUSIEWICZ, Kraków – Katedra Automatyki AGH

Pytania zadane przez Redakcję *Delty* są na tyle prowokujące, że miałbym ochotę próbować odpowiedzieć na wszystkie. Jednak ograniczona (zupełnie słusznie, trzeba szanować czas Czytelników) objętość wypowiedzi jednego respondenta zmusza do pewnej wstrzemięźliwości. Postanowiłem skupić uwagę na kwestii zawartej w pytaniu o „towarzyskie" konsekwencje szkolnych niepowodzeń w naukach ścisłych (wiele osób sprawia wrażenie, że uważa je wręcz za nobilitujące!), gdyż jest to temat, który mnie samego także fascynuje od dłuższego czasu. Dlaczego tak się dzieje?

Otóż wydaje mi się, że po części winna jest tu powszechnie przyjmowana w szkołach podstawowych **skala wartości**. Oczywiście, kwestia ocen szkolnych zależy bardzo od konkretnego nauczyciela i bywa różnie traktowana w różnych szkołach, jednak regułą jest pobłażliwe odnoszenie się do „antytalentów" matematycznych („po co mu to, skoro będzie hodował karpie?"), przy bardzo stanowczym egzekwowaniu np. wiedzy z zakresu historii (nietaktem jest pytanie, po co przyszłemu inżynierowi znajomość społecznych uwarunkowań powstania styczniowego). Kolejnej przyczyny upatrywać trzeba w powszechnie akceptowanej praktyce zrównującej łatwiejsze do zdobycia (na tym etapie) osiągnięcia w humanistyce z ciężko zdobywanymi sukcesami w naukach ścisłych. Rozważmy tytułem przykładu kwestię tak zwanych „olimpiad", czyli konkursów wiedzy z określonych przedmiotów, których laureaci są przyjmowani bez egzaminu do szkół średnich. Poziom wiedzy konieczny, by wygrać „olimpiadę" fizyczną czy matematyczną, jest bardzo wysoki, trzeba bowiem dysponować znajomością wielu faktów i umieć tę wiedzę praktycznie wykorzystać przy rozwiązywaniu zadań. Znany mi osobiście ósmoklasista po olimpiadzie fizycznej śmiał się z zadań egzaminu wstępnego na AGH i rozwiązał je bezbłędnie w ciągu kwadransa – tak ostry i rzetelny jest „trening" przed tą olimpiadą. Natomiast równocenne trofeum w zakresie języka polskiego uzyskuje uczeń, który napisze ciekawe wypracowanie na wybrany temat, do czego nie trzeba literalnie żadnej wiedzy (olimpiada nie sprawdza wiadomości np. z gramatyki, literaturoznawstwa czy fonetyki) i wystarcza „lekkie pióro". Jeszcze bardziej uderzająca jest zasada otwierająca drzwi szkół średnich przed laureatami „olimpiad" językowych, którzy z reguły wywodzą się z rodzin długo przebywających za granicą. Jeśli ktoś od przedszkola mówił i pisał na przykład po francusku, to bez żadnego wysiłku zdystansuje kolegów, którzy wiedzę na temat języka zdobywali na kursach, a wartość takiego dyplomu jest identyczna, jak wartość dyplomu wywalczonego rzetelną wiedzą i talentem matematycznym.

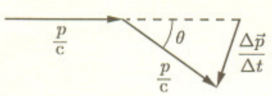
Powszechna akceptacja (a nawet afirmacja) ignorancji w naukach ścisłych wynika też z faktu, że do pojęcia najprostszych nawet nowych faktów z zakresu fizyki czy matematyki potrzebny jest pewien wysiłek umysłowy, a zachwycać się nowym filmem, koncertem lub modną powieścią może nawet całkowicie odmóżdżony „businessman", którego zdolności intelektualne z trudem sięgają percepcji „Dynastii". Stąd wręcz nie wypada w towarzystwie mówić o sprawach matematyki czy nauk ścisłych (chyba że chodzi o liczenie pieniędzy), natomiast wypada wiedzieć, co nowego napisał Umberto Eco. Ta maniera wywodzi się też z powszechnie akceptowanej tradycji, która upamiętnia w szkolnych czytankach, nazwach ulic i pomnikach pięknoduchów malujących obrazki, piszących wiersze lub tworzących muzykę, a także ludzi, których główną zasługą było wymordowanie odpowiedniej liczby bliźnich w licznych bitwach, w jakie obfituje historia każdego kraju. Natomiast udział w tych splendorach matematyków, fizyków i techników, prawdziwych **twórców współczesnej cywilizacji**, jest minimalny (polecam lekturę spisu nazw ulic w dowolnym mieście), chociaż wynalazek radia, samochodu czy komputera wywarł bardziej znaczący wpływ na kształt naszej codzienności niż ponure zbrodnie Kaliguli. Powszechna niewiedza na temat twórców cywilizacji jest żenująca: łatwiej spotkać erudytę, który z pamięci wymieni imiona wszystkich kochanków Messaliny niż kogoś zdolnego wskazać wynalazcę telewizji.

Rozwiązanie zadania F 401. Zmiana pędu wiązki światła spowodowana jest działaniem pryzmatu. Działa więc na niego siła reakcji

$$\vec{F}_r = \frac{\Delta\vec{p}_{\text{pryzmat}}}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{p}_{\text{wiązki}}}{\Delta t}.$$

Wartość siły $\vec{F}_r$ możemy znaleźć traktując wiązkę światła jako strumień fotonów. Jeśli energia każdego fotonu wynosi E_f (monochromatyczność), a moc wiązki P, to przez pryzmat przechodzi $k = P/E_f$ fotonów w jednostce czasu. Pęd pojedynczego fotonu wynosi E_f/c, skąd wartość strumienia pędu $kE_f/c = P/c$. Jeśli kierunek wiązki ulegnie odchyleniu o kąt θ od kierunku początkowego, to

$$\left|\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\right| = 2\frac{P}{c}\sin\frac{\theta}{2}.$$



Aby pryzmat mógł lewitować, składowa pionowa siły $\vec{F}_r$ musi równoważyć siłę ciężkości

$$F_r\cos\frac{\theta}{2} = \frac{P}{c}\sin\theta = mg.$$

Stosując dwukrotnie prawo załamania światła znajdujemy (α jest kątem łamiącym pryzmatu)

$$\sin\theta = n\sin\left(\alpha - \arcsin\frac{\sin\alpha}{n}\right).$$

Stąd

$$P = mgcn\left(\sin\alpha - \arcsin\frac{\sin\alpha}{n}\right).$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymujemy

$$P = 9\cdot 10^8\ \mathrm{J/s}.$$

Nie kwestionując racji Autora pragniemy zwrócić jednak uwagę, że William Shockley, laureat Nagrody Nobla z fizyki w 1956 roku, w latach siedemdziesiątych zrobił wiele, by nie było wskazane umieszczać go w panteonie uczonych – mianowicie zainicjował i mocno wspierał badania mające wykazać wyższość intelektualną białej rasy. Oczywiście, badania te dowodziły takiej wyższości – można mieć jednak wątpliwości, gdyż istnieje kontrprzykład: William Shockley.

Redakcja

Proponuję przeprowadzić w swoim otoczeniu błyskawiczny quiz, pytając
Kim był William Shockley?

Odpowiedź brzmi: **wynalazcą tranzystora**, laureatem Nagrody Nobla, jednym z tytanów myśli, którzy autentycznie zmienili nasz świat. Jak wielu ludzi, uważających się za kulturalnych i wykształconych o tym wie?! W dodatku nikt się tego nie wstydzi!!! Natomiast brak odpowiedzi na pytanie
Kim był Pablo Picasso?
stanowczo dyskwalifikuje intelektualnie i towarzysko. Tymczasem Shockley i Picasso żyli i tworzyli w tym samym okresie, a ocena, czyje dzieło radykalniej zmieniło świat – jest chyba jednoznaczna.

Jeśli polski „inteligent" nie ma być troglodytą, który nie tylko nie wie, jak działa, ale nawet kto skonstruował mikroprocesor (*no właśnie, kto?*), komu zawdzięczamy telefon, telewizor, samolot – powinien być w tym zakresie dokształcony w szkole. Bez tego nie będzie powszechnej akceptacji wartości i znaczenia nauk ścisłych, bo „czym skorupka za młodu nasiąknie...". Dla zmiany stosunku ludzi do nauk ścisłych potrzebne jest nie tyle intensywniejsze uczenie matematyki i fizyki (bo jak ktoś nie ma talentu do tych przedmiotów, to i tak się ich nie nauczy), ale kultywowanie wiedzy o osiągnięciach matematyki i fizyki na lekcjach historii, propagowanie tych dokonań wynalazców w tekstach czytanych przez młodzież i dyskutowanych na lekcjach, dostrzeganie i docenianie osiągnięć twórców nauk ścisłych i genialnych konstruktorów w nazwach ulic i placów. Może tym mogliby się przynajmniej zająć humaniści, dla których twierdzenie Pitagorasa stanowi zaporę nie do przebycia, a reguły elektrodynamiki granicą z czarną magią? To oni mają wszak w swoim władaniu „rząd dusz" uczniów, którzy potem, jako ludzie dorośli, powielają stereotypy i fobie zaszczepione im w szkole. Może już wkrótce w szkolnym tornistrze pojawi się podręcznik zawierający także dzieje rozwoju nauki? Bez tego wkrótce opustoszeją politechniki i będziemy musieli kupować koraliki i perkal od narodów, które potrafiły wylansować i zaszczepić młodzieży bardziej racjonalny i przystający do współczesności system wartości!

Mała jest jednak na to szansa – wszak łatwiej i przyjemniej jest nadal uczyć, kto przegrał kolejne Powstanie Narodowe albo kto namalował jakiś obraz...

Jerzy MIODUSZEWSKI, Katowice – Instytut Matematyki UŚ

Zaszczycony przesłaniem mi ankiety, przesyłam moje krótkie odpowiedzi na sześć pytań nadając im numery zgodne z kolejnością, w jakiej pojawiają się w ankiecie. Na jedno z pytań – o numerze 6 – odpowiem szerzej.

1. Żadna. Istnieje natomiast zależność odwrotna: hodowla karpi byłaby użyteczna dla niejednego zajmującego się małym twierdzeniem Fermata. Stawiam problem: czy pozostaje to prawdą dla reguły Oersteda i stałej Hubble'a?

2. Nieprawdą jest, że kalkulator liczy szybciej.

3. Bo nie są zdolne mówić o niczym innym – w ten mniej więcej sposób wypowiada się Arystoteles.

4. W określeniu rzeczy widzialnej tkwi *circulus vitiosus*. Nie wiemy, co to jest rzecz widzialna.

5. Bo tych lotów nie ma.

6. La Rochefoucauld zapisał maksymę współbrzmiącą z tym pytaniem, że oto skarżymy się na naszą pamięć, ale nigdy na umysł. Przyznajemy filozofowi i Redaktorom *Delty* rację w tym, że wśród rozlicznych sprawności i czynności umysłowych jedne nobilitują nas bardziej niż inne. Otóż, bardziej nobilitują te – niech Redakcja wybaczy trywialność tego stwierdzenia – posługiwanie się którymi wymaga mniej utrudzenia.

Rozwiązanie zadania M 733. Tak, na przykład za W można wziąć ostrosłup o polu podstawy 16, a za π_1, π_2 i π_3 płaszczyzny równoległe do jego podstawy i tnące go odpowiednio w 1/4, 1/2 i 3/4 wysokości. Wówczas $S_1 = 9$, $S_2 = 4$, $S_3 = 1$. Przy założeniach zadania można najwyżej udowodnić, że $2\sqrt{S_2} \geq \sqrt{S_1} + \sqrt{S_3}$, o ile wszystkie trzy przekroje są niepuste.
(Wskazówka: artykuł Marka Kordosa i Piotra Hajłasza „Dodawanie zbiorów" z *Delty* 8/1994.)

Dotyczy to zresztą każdej pracy, fizycznej czy umysłowej. Wśród sprawności i czynności umysłowych sprawności matematyczne wymagają maksimum treningu, a czynności matematyczne maksimum wysiłku.

To wystarczyłoby za odpowiedź. Ale pozwólmy sobie na kilka ubocznych uwag. Oto profesor telewizyjny bryluje *w temacie* malarstwa socrealistycznego i mówi zdania, które każdy z nas mógłby wypowiedzieć zbierając do tego myśli nie dłużej niż kwadrans.

A jednak ani piszący, ani czytający te słowa nie mają najmniejszych szans na to, by błyszczeć jak ów profesor i do arystokracji naukowej wejść z tytułu swych umiejętności matematycznych. Bo jeśliby nawet komuś z nas udało się rozstrzygnąć kwestię prawdziwości wielkiego twierdzenia Fermata, to chociaż niewątpliwie zyskałby sławę, to jednak, będąc już wielce sławny, byłby traktowany jako osobliwość i pokazywany publiczności przy rozmaitych okazjach mniej więcej tak, jak pokazuje się bijących rozmaite rekordy Guinnesa. Starożytni Rzymianie – najbardziej chyba arystokratyczne społeczeństwo w dziejach – nie cenili matematyki. Tacyt miał gdzieś napisać: *matematycy to nierzetelny i zawodny rodzaj uczonych; pobyt w Rzymie był im zawsze zabroniony i zakaz ten będzie utrzymany.* W kilka wieków później cesarz Justynian usunął matematyków z Bizancjum używając podobnej argumentacji, i to jest bardziej znane. Zarzut nierzetelności nasuwa przypuszczenie, że matematycy niewysoko tam stali w hierarchii nawet wśród uczonych, bo szanowanym zawodom tego rodzaju zarzutów *en bloc* się nie stawia. Oczywiście, były społeczeństwa i takie okresy w ich dziejach, kiedy matematyka nobilitowała, ale były to zjawiska incydentalne: dwa lub trzy wieki trwający okres klasycznej demokracji greckiej, Francja epoki Oświecenia i Niemcy wieku dziewiętnastego. Nie powinny jednak mylić pozory: mimo rozkwitu matematyki na średniowiecznym arabskim Wschodzie matematycy nie należeli tam do arystokracji uczonych, mimo że zdarzało się im żyć w luksusie na koszt władców. Polacy w okresie największego rozkwitu swego państwa uważali się za Rzymian Europy i matematyką się nie zajmowali. Zaczęli zajmować się matematyką, kiedy w ich kraju na krótko zapanował duch pozytywizmu. A jak jest teraz? Widzimy. Nieznajomości matematyki nikt się nie wstydzi. Arystokratyzujemy się na politologię i kilkadziesiąt innych neoneologii. Zdarza się, że na te wyżyny dostanie się fizyk teoretyk, bo przecież to fizycy teoretycy wymyślili czarne dziury, o których wypada coś wiedzieć. Na moment zaświtało dla matematyki światełko z wielkim twierdzeniem Fermata, ale potem zgasło i kiedy miał się rozpocząć jubileuszowy Zjazd Matematyków Polskich i chcieliśmy o tym wzmianki w prasie, to naczelny organ prasowy III RP odpowiedział, że brak mu motywu. W ten oto sposób obecna RP wróciła do tradycji szlacheckich. Nie żalmy się jednak na los. Naprawdę nieliczne były to społeczeństwa i krótkie epoki, kiedy matematyka – niewątpliwa królowa nauk – stała w pierwszym rzędzie muz sprawujących rząd dusz. Dorzućmy jeszcze siedemnastowieczną Anglię, a z naszych dziejów początki dziewiętnastego wieku w Wilnie, kiedy mędrca szkiełko i oko wykształciło nam ścisły umysł Mickiewicza, a dalekiemu Chile Domeykę. Dorzućmy jeszcze dwudziestolecie międzywojenne niby jakiś drugi Cud nad Wisłą.

To można wyczytać z listu Łukasza Opalińskiego do Jana Brożka; Jan Brożek, *Wybór pism*, tom I, Warszawa 1956, str. 501.

7. Paranauka nie ma przewagi nad nauką, bo obie te rzeczy zlały się w jedno. Jeśli ktoś mówi, że każda mapa na sferze daje się pomalować czterema barwami, to wierzymy mu w tym samym stopniu, co koledze, który opowiada, że w jego pokoju talerze wysuwają się z kredensu bez powodu i że widział on to na własne oczy.

Andrzej SCHINZEL, Warszawa – Instytut Matematyczny PAN

6. Chwalić się szkolnymi niepowodzeniami w nauce matematyki czy fizyki jest w dobrym tonie prawdopodobnie dlatego, że zyskuje się sympatię słuchaczy, którzy mieli podobne niepowodzenia, a tacy stanowią zapewne większość przypadkowo dobranego audytorium. Przypuszczam, że podobną sympatię wywołałoby u audytorium złożonego z osób, które uczyły się łaciny, przyznanie się do trudności z gramatyką łacińską, mimo że należy ona do humanistyki.

7. Za podstawową przyczynę obecnej przewagi paranauki nad nauką w europejskim kręgu kulturowym uważam osłabienie wiary chrześcijańskiej. Ludzie, którzy przestali wierzyć w Opatrzność Bożą, wierzą teraz w horoskopy.

Kazimierz STĘPIEŃ, Warszawa – Obserwatorium Astronomiczne UW

Odpowiedź na niektóre pytania redakcji Delty

Moim zdaniem, odpowiedzi na niektóre z zadanych pytań można połączyć w jedną. Myślę tu przede wszystkim o pytaniach 1, 6 i 7, choć i inne zahaczają o ten sam problem. Chodzi mianowicie o racjonalne myślenie. Przypomnę, że *rationalis* oznacza po łacinie „rozsądny”, o czym chętnie zapominają ci, którym umiejętność racjonalnego myślenia nie jest dana i dlatego próbują je dezawuować przeciwstawiając mu tzw. myślenie „życiowe” czy „na chłopski rozum”, nazywane też przez nich „zdroworozsądkowym”. Ma to wywołać wrażenie, że racjonalny oznacza „nierozsądny” i oderwany od życia. A przecież jest dokładnie na odwrót.

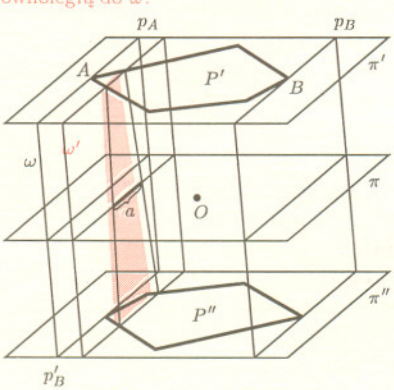
Myślenie racjonalne musi być z natury rzeczy logiczne. Takiego właśnie myślenia uczą nauki matematyczno-przyrodnicze, gdyż natura jest racjonalna i postępuje ściśle logicznie. Gdy kiedykolwiek sądzimy, że w naturze dzieje się coś wbrew logice, za każdym razem okazuje się, że to braki naszej wiedzy powodują tę błędną konkluzję – pogłębienie wiedzy zawsze usuwa to wrażenie.

Czasem, nawet wśród wykształconych jednostek trafia się pogląd: męczyli mnie w szkole różnymi dowodami twierdzeń matematycznych czy zadaniami z fizyki, a potem na nic mi się to nie przydało. Narzekanie takie przypomina następującą anegdotę. Po powrocie z wojny żołnierz opowiada swe przeżycia. W pewnej chwili mówi: trenowali nas przed wojną, jak rzucać kamieniem i trenowali, a tymczasem na wojnie ani razu nie rzucałem kamieniem, tylko zawsze granatem. Nauki matematyczno-przyrodnicze to m.in. takie właśnie trenowanie kamieniem – uczą logicznego myślenia, które przydaje się zarówno do rozwiązywania problemów fizycznych czy poznawania natury, jak i w jakiejkolwiek innej dziedzinie życia. Jest ono wręcz niezbędne, gdy chcemy nawiązać kontakt z otaczającą nas rzeczywistością.

Z drugiej strony mamy sferę psychiczno-emocjonalną człowieka, pełną wyobrażeń, urojonych lęków, kompleksów, życzeń, marzeń, uczuć itp. Jest to sfera całkowicie indywidualna, subiektywna i bardzo słabo powiązana ze światem zewnętrznym. Sfera ta grała znacznie większą rolę w zamierzchłych czasach, gdy nasza wiedza raczkowała, a człowiek chciał znaleźć szybko wyjaśnienie pochodzenia świata rzeczywistego i zachodzących w nim zjawisk. Braki wiedzy wypełniane były wyobrażeniami czy ingerencjami demonów i bogów, którzy towarzyszyli wtedy człowiekowi na każdym kroku, będąc przyczyną wszystkich obserwowanych zjawisk. Dopiero rozwój nauk przyrodniczych dostarczył nam racjonalnego wyjaśnienia większości z tych zjawisk, wypierając stopniowo pierwiastek irracjonalny. Coraz więcej osób nie widzi obecnie żadnej potrzeby wprowadzania sił nadprzyrodzonych do opisu otaczającego nas świata rzeczywistego i widzi dla nich miejsce jedynie w świecie duchowym człowieka. Niestety, im mniejsza wiedza przyrodnicza, tym większe skłonności, a nawet potrzeba, sięgania po wyjaśnienia magiczne i nadprzyrodzone.

Gdy coraz większej liczbie osób w społeczeństwie obce jest myślenie racjonalne, pozbywają się one kompleksów i zaczynają „dopasowywać” świat do siebie: dobierają sobie selektywnie fakty lub wręcz je wymyślają, by z dużą dozą pewności siebie głosić słuszność swojego postępowania (celowo używam tu słowa „postępowanie”, a nie „rozumowanie”, bo to, co robią, nie ma nic wspólnego z rozumem). Że to na bakier z elementarną logiką? Ależ właśnie! Twierdzą, że takie jest życie! Należy posługiwać się zabobonami, zaklęciami, absurdalnymi stereotypami, uprzedzeniami i wróżbami, a gdy natura nie chce postępować zgodnie z oczekiwaniami, najlepiej poszukać spisku (koniecznie międzynarodowego!) i użyć jeszcze silniejszych zaklęć i magii. A racjonalistów należy zaliczyć do spiskowców, którzy (posługując sie, oczywiście, też magią) celowo psują tak pięknie rozwijający się świat.

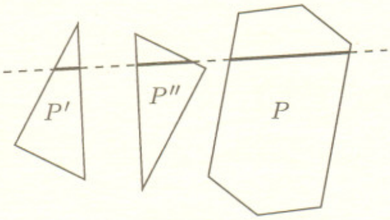
Rozwiązanie zadania M 732.
Oznaczmy obraz płaszczyzny π' w symetrii względem π przez π'', a środek symetrii wielościanu przez O. Niech P, P' i P'' będą wielokątami powstałymi w wyniku przekroju W odpowiednio płaszczyznami π, π' i π'', natomiast S i $S' = S''$ polami tych przekrojów ($S' = S''$, bo P' i P'' są przystające). Niech odcinek $\overline{AB}$ będzie średnicą wielokąta P', czyli najdłuższym odcinkiem spośród wszystkich boków i przekątnych tego wielokąta (średnica nie musi być wyznaczona jednoznacznie). Oznaczmy przez p_A i p_B proste leżące w płaszczyźnie π' prostopadle do $\overline{AB}$ i przechodzące odpowiednio przez A i B. Łatwo zauważyć, że wielokąt P' jest zawarty w pasie między tymi prostymi. Niech p'_B będzie obrazem prostej p_B w symetrii względem O. Przeprowadźmy przez p_A i p'_B płaszczyznę ω. Przetnijmy następnie W dowolną płaszczyzną ω' równoległą do ω.



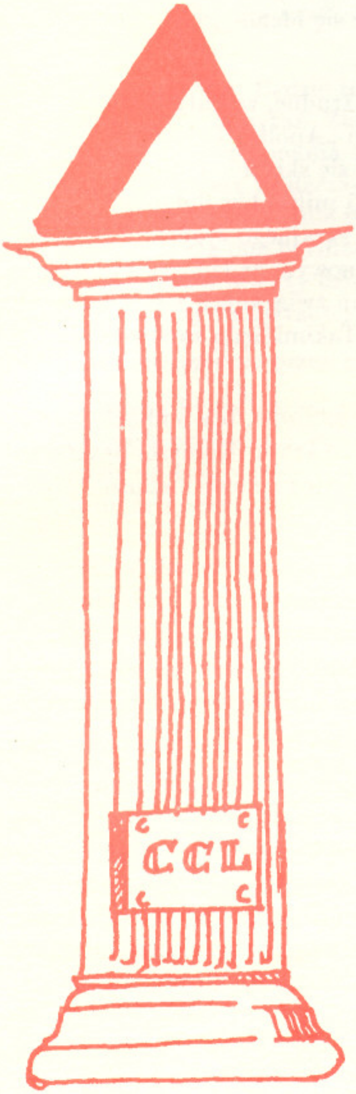
Wobec wypukłości W cały kolorowy czworokąt (rys.) jest zawarty w W. Otóż $|\omega' \cap P'| + |\omega' \cap P''| = 2a \le 2|\omega' \cap P|$. Stąd na mocy zasady Cavalieriego (patrz komentarz poniżej) mamy $2S' = S' + S'' \le 2S$, czego należało dowieść.

Zasada Cavalieriego
Dwie figury, których przecięcia z dowolną spośród prostych o danym kierunku są jednakowej długości, mają równe pola.

W powyższym zadaniu jedna figura to P' i P'' ustawione obok siebie do góry nogami, a druga to P.



Tutaj nie mamy równości pól, tylko nierówność $2S \ge S' + S''$, bo przekroje P są co najmniej tak długie, jak średnia arytmetyczna przekrojów P' i P''.



Jak w starym dowcipie: siedzi jeden na gałęzi i rżnie ją piłą przy pniu. „Spadniesz" – mówi drugi. Pierwszy rżnie, aż spada. „Chyba czarownik?" – myśli o rozmówcy. Przy takim sposobie „rozumowania" racjonalistów najlepiej wyrugować ze społeczeństwa i wpływu na kraj.

Tragedią współczesnego społeczeństwa polskiego jest malejący poziom wiedzy przyrodniczej, a co za tym idzie, racjonalnego myślenia, przy szybko rosnących wpływach ludzi pozbawionych daru tego myślenia. Niektórzy nawet mówią o groźbie zapaści cywilizacyjnej. Moim zdaniem, przekroczyliśmy już jej próg. Dlaczego rozwijamy się w tym kierunku i co nam dalej grozi?

No cóż, gdy istniejąca w każdym społeczeństwie grupa ludzi, którym, czy to z niechęci zdobycia wykształcenia i wiedzy, czy wskutek defektu umysłowego, obce jest myślenie racjonalne, jest niewielka, jak to bywa w światłych społeczeństwach cywilizowanych, nie ma ona większego wpływu na dobór ludzi władzy i sposób ich postępowania. Jednak po przekroczeniu pewnej krytycznej granicy grupa ta zaczyna się powielać: gdy, powiedzmy, 25–30% ludzi gotowe jest oddać władzę szamanowi czy hochsztaplerowi obiecującemu złote góry dla każdego, tacy właśnie politycy zaczynają zdobywać wpływy. Ich największym wrogiem jest światła część społeczeństwa, więc należy dążyć do jej zmniejszenia, a największym sprzymierzeńcem – ciemnota i obskurantyzm, więc należy je rozwijać. Podejmują zatem decyzje zgodne ze swoimi przekonaniami i interesem. Stąd stałe ograniczanie przedmiotów matematyczno-przyrodniczych w szkole i zastępowanie ich amorficznymi zlepkami, które niczego nie uczą, stąd wróżby i horoskopy w prasie, radiu i telewizji, stąd „poważne" dyskusje na tematy zwane „paranaukowymi". Nawiasem mówiąc, nawet sama ta nazwa jest oczywistym nadużyciem, podobnie jak termin „paradziewica". Albo coś (ktoś) jest nauką (dziewicą) – wtedy niepotrzebne jest „para-", albo to coś jest „para" (po grecku „poza") i wtedy nie jest żadną nauką (dziewicą). Te tzw. paranauki są po prostu wróżbiarstwem lub próbą interpretacji oderwanych faktów poprzez dowolne dywagacje i urojenia.

Takie działania pogłębiają oczywiście zapaść. Społeczeństwo polskie znalazło się na równi pochyłej, w stanie samonapędzającej się zapaści. Stąd bierze się wzrastająca pogarda dla nauk matematyczno-przyrodniczych, moda na ich nieznajomość czy niechęć do zdobywania jakiejkolwiek wiedzy (choćby przez czytanie książek). Równocześnie pogłębia się wiara, że świat można zrozumieć i wpływać nań za pomocą kilku nieskomplikowanych, cudownych recept. Bez konsolidacji światłej części naszego społeczeństwa wylądujemy za kilka lat nie w XXI wieku, lecz w głębokim średniowieczu.

Mieczysław SUBOTOWICZ, Lublin – Instytut Fizyki UMCS

O lotach kosmicznych marzyli przed laty wszyscy. Dlaczego, gdy pierwsi ludzie wylądowali na Księżycu, sprawy podróży pozaziemskich przestały – prawie wszystkich – obchodzić?

1) Pytanie jest wieloaspektowe, może jest błędnie sformułowane, nieprawdziwe, może być prawdziwe pod pewnymi warunkami. Można zapytać psychologa i socjologa, jakie są prawidłowości kształtowania się nastrojów w społeczeństwie. Inaczej mówiąc, nie jestem przekonany, że „wszyscy" ludzie marzyli o lotach kosmicznych, skoro cała ta problematyka dla niemal „wszystkich" była kompletnie obca.

2) Pewne zainteresowanie lotami kosmicznymi mogły wzbudzić: telewizja, radio, prasa, polemiki i dyskusje w tym kontekście. Aby owe zainteresowania stały się realistyczne, nasza cywilizacja musiała osiągnąć odpowiednio wysoki poziom w budowie rakiet, rozwoju elektroniki, w pojawieniu się nowych materiałów i paliw, rozwoju medycyny, wzroście zamożności społeczeństwa itd; dopiero wtedy można było postawić, na przykład, program lądowania na Księżycu.

3) W początkowym etapie rozwoju istniała (prawie) powszechna akceptacja społeczna i polityczna dla realizacji wielkich i kosztownych programów kosmicznych, głównie realizowanych dzięki szybkiemu rozwojowi techniki militarnej i bliskim z nią związkom astronautyki. Rakiety, ich precyzja i możliwości transportu ładunków jądrowych stały się idealnym sposobem wykorzystania ich możliwości militarnych.

4) Niektóre programy kosmiczne, chociaż skrajnie trudne, zostały podjęte z powodów ambicjonalnych; tak było z programem „Apollo" lądowania Amerykanów na Księżycu. Program „Apollo" stał się skrajnie trudnym wyzwaniem dla naszej cywilizacji. Kosztował on 25 miliardów dolarów. W programach kosmicznych znajdujemy elementy skrajnego ryzyka. Takim do niedawna był lot przez Atlantyk, dziś stał się rutynowym zadaniem, które może wykonać byle kto za paręset dolarów. Wiele działań związanych z tematyką kosmiczną osiągnęło poziom działań rutynowych. Takimi będą zapewne już wkrótce loty na Księżyc.

5) Z natury rzeczy jednak loty te są niezmiernie kosztowne. Ich podjęcie stanowi wydatek będący dużym ułamkiem budżetu bogatego kraju. Korzyści praktyczne z programów typu „Apollo" lub „Sojuz–Apollo" są stosunkowo nieduże. Obecność człowieka podnosi koszty i ryzyko przedsięwzięcia.

6) Obecnie uważamy, że programy kosmiczne mogą bazować na całkowicie zautomatyzowanej aparaturze, zdolnej wykonać niemal wszystkie zadania, jakie postawilibyśmy człowiekowi. Poziom elektroniki, budowy sond kosmicznych, czujników mierzących tysiące parametrów, radioteleskopów jest wystarczający, aby automaty wykonały wszystkie zadania, jakie zdolny jest wykonać człowiek w Kosmosie, tylko taniej i bezpieczniej.

7) Pożądana – ale niekonieczna – jest akceptacja społeczna dla realizacji wielkich i kosztownych programów, z realizacji których nie widać bezpośredniej korzyści, głównie materialnych. Do takich należą: budowa wielkich akceleratorów (8 miliardów dolarów), wielkich radioteleskopów o zasięgu wielu miliardów lat świetlnych, budowa załogowych stacji kosmicznych (30 miliardów dolarów) itd. Szary człowiek wyraża przekonanie, że lokowanie w radioteleskopy, akceleratory czy badania kosmiczne milionów i miliardów dolarów czy rubli jest „traceniem pieniędzy" na „nikomu niepotrzebne" badania kosmiczne.

8) Aczkolwiek efekty badań naukowych są głębokie i długotrwałe, istnieje tu współzawodnictwo, jak w sporcie, o pierwszeństwo. Ceni się złamanie lub przekroczenie barier, jakie Przyroda postawiła człowiekowi: pierwsze wejście na szczyt, pierwszy dowód trudnego twierdzenia matematycznego, pierwszy eksperyment naukowy, odkrycie struktury i roli kwasów nukleinowych, pierwszy lot kosmiczny. Loty kosmiczne na pobliskie planety staną się wkrótce wyczynami coraz bardziej rutynowymi, jak kiedyś kolejne wejście na Mt. Everest czy odkrycie rozszczepienia jądra uranu przy wychwycie neutronu. Oczywiście, działanie naukowe to nie zawody sportowe. Jednak i tu, w astronautyce, są zapamiętywane pierwsze dokonania. Z powodu trudności technicznych, kosztów przedsięwzięcia i jego złożoności działalność bezpośrednia w dziedzinie astronautyki może dotyczyć pojedynczych ludzi lub ich małych zespołów. Takie ograniczenia będą istnieć zawsze. Nigdy nie będą to przedsięwzięcia masowe i na zawsze pozostaną przedsięwzięciami bardzo kosztownymi. Latać przez Atlantyk ludzie będą zawsze w dużej liczbie. Ale już nie masowo na bliskich, tym bardziej zaś na odległych od Ziemi orbitach, z powodu kosztów i złożoności programów. Ludzie będą wysyłać sondy kosmiczne raczej, niż mieliby latać sami daleko, na krańce Układu Słonecznego. To nie są perspektywy zachęcające i możliwe dla setek i milionów ludzi. Dlatego mniejsza jest fascynacja lotami kosmicznymi: ludzkości nie stać na dalekie loty kosmiczne, wykraczające poza Układ Słoneczny. Próby i korzyści z lotów załogowych ograniczą się zapewne do Układu Słonecznego i to chyba na zawsze!

Rozwiązanie zadania M 734. Oznaczmy płaszczyznę, w której leży wielokąt V, przez π'. Niech O będzie dowolnym punktem spoza π', π'' – obrazem π' w symetrii względem O, natomiast π niech oznacza płaszczyznę równoległą do π' i przechodzącą przez O. Oznaczmy przez V' obraz wielokąta V w symetrii względem O. Niech W będzie powłoką wypukłą sumy zbiorów $V \cup V'$, czyli najmniejszym wielościanem wypukłym zawierającym V i V' (otrzymujemy go łącząc odcinkami wszystkie pary punktów z V i V'). Oczywiście, W jest środkowosymetryczny względem O, więc na mocy zadania **M 732** wystarczy udowodnić, że wielokąt $W \cap \pi$ ma pole powierzchni mniejsze niż π, czyli wystarczy wykazać, że jest zawarty w kole o środku O i promieniu 1. Rozważmy zatem dowolny punkt $C \in W \cap \pi$. C jest środkiem pewnego odcinka $\overline{AB'}$; $A \in V$, $B' \in V'$. Jeśli oznaczymy obraz B' w symetrii względem O przez B, to $B \in V$ i $|\overrightarrow{OC}| = \left|\frac{\overrightarrow{BA}}{2}\right| \le \frac{2}{2} = 1$, co kończy dowód.

Marek NIEZGÓDKA, Warszawa – Interdyscyplinarne Centrum Modelowania Matematycznego i Komputerowego UW (zamiast pisać wolał rozmawiać z Pawłem Strzeleckim)

Paweł Strzelecki: Na które z naszych pytań chciałby Pan odpowiedzieć?

Marek Niezgódka: Będzie to próba łącznej odpowiedzi na kilka pytań. Zacznijmy może od tego, że – mimo mego przekonania o tym, iż bardzo ważną rolą matematyki jest *użyteczność* w rozwiązywaniu konkretnych zagadnień – nie fetyszyzuję znaczenia obliczeń. Nie mają one prymatu, gdy dochodzimy do kwestii wyboru między działalnością intelektu a rachunkami czy może raczej *gwałtem obliczeń*.

P.S.: Co Pan rozumie przez *gwałt obliczeń*?

M.N.: Można by to inaczej nazwać prawem Parkinsona w odniesieniu do obliczeń. Gdy zbyt często zasiada się do komputera, to obliczenia zaczynają żyć własnym życiem; bardzo łatwo jest wtedy zagubić wszelki sens swojej pracy. Powiedziałbym, że pierwszoplanowym problemem kogoś, kto chce zajmować się matematyką i pamiętać jednocześnie o jej praktycznych zastosowaniach, jest świadomy wybór modelu. Niestety, nie ma tu uniwersalnych kryteriów ani odpowiedzi.

P.S.: Czy moglibyśmy to bliżej wyjaśnić?

M.N.: Proszę bardzo. Gdy modeluje się np. nieliniowe procesy dyfuzji, to można swoje równania uprościć tak, by dało się je szybko rozwiązać (kierując się motywem *robię to, co umiem*). Pojawia się wtedy pytanie, jak właściwie wynik naszej pracy ma się do konkretnej rzeczywistości; pytanie tym bardziej aktualne, że wynik matematycznego modelowania jakiegokolwiek rzeczywistego procesu jest efektem wielopiętrowych uproszczeń.

P.S.: To znaczy, że konkretny problem stawiają przed nami np. fizyk do spółki z biologiem i od początku część informacji pomijają, mówiąc nam tylko o tym, co ich zdaniem jest istotne, a potem my sami...

M.N.: Tak, a potem my sami mówimy „...załóżmy dla uproszczenia, że...” i próbujemy pracować dalej. Trzeba jednak pamiętać, że celem modelowania matematycznego są układy logicznie zamknięte, tłumaczące rozpatrywane zjawiska w sposób nie dopuszczający *wymiany informacji* z otoczeniem. Zatem, prymat przyznać należy właściwemu stawianiu pytań.

P.S.: Widzę, że Pan podziela pogląd Henri Poincarégo: problemy matematyczne dzielą się na te, które stawiają się same, i na te, które my sobie stawiamy. Naprawdę ważne są jedynie te pierwsze; jeśli zaś pracujemy nad tymi z drugiej grupy, to jak struś chowamy głowę w piasek.

M.N.: Tak, zgadzam się w pełni z tym sądem, choć dla jego zilustrowania wolałbym posłużyć się cytatem z Einsteina, który w wolnym tłumaczeniu na polski brzmiałby
Najważniejszy w każdej pracy naukowej musi być człowiek. Nigdy nie powinno się o tym zapominać wśród tych wszystkich równań i diagramów.

To człowiek jest podmiotem wszelkiej działalności naukowej – ma bowiem możliwość świadomego wyboru tematyki swoich zainteresowań i swojej pracy. Z drugiej strony, oczywistą nieprawdą jest stwierdzenie, że człowiek jest zawsze od maszyny lepszy. Złożoność rachunków i wielkość struktur zbiorów danych wymuszają użycie komputerów.

P.S.: Są jednak takie sytuacje, np. we współczesnej teorii liczb, gdy wiadomo o pewnych hipotezach, iż są prawdziwe dla wszystkich liczb n większych od pewnej stałej C. Wydawałoby się więc, że nic prostszego, zapędźmy do pracy komputer i sprawdźmy. Jednakże, wielkość stałej C jest taka, że nawet superkomputery musiałyby poświęcić owemu sprawdzaniu znacznie więcej czasu, niż wynosi przybliżona długość życia naszego Wszechświata.

M.N.: Nie mylmy dwóch różnych kwestii. Człowiek, szczególnie taki, który świadomie uczył się liczyć i trenował swój intelekt poznając np. dowód małego twierdzenia Fermata, zyskuje miażdżącą przewagę nad maszyną wszędzie tam, gdzie trzeba pracować za pomocą skojarzeń. Tego nikomu tłumaczyć nie trzeba. Gdy jednak wszystko daje się sformalizować, to CRAY będzie od człowieka lepszy, w tym sensie, że jeśli CRAY zadaniu nie podoła, to człowiek (postępując tak samo, jak CRAY) nie podoła tym bardziej.

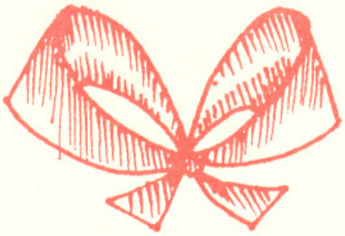
P.S.: Jakie jest więc znaczenie obliczeń?

M.N.: Niektórzy matematycy, roszczący sobie przy tym pretensje do użyteczności swej pracy przy dogłębnym wyjaśnianiu różnych zjawisk, mówią, że dzięki *kilku* liczbom – takim, jak wymiar Hausdorffa pewnego fraktala – wiedzą *wszystko*. Wydaje się, że to dramatyczna redukcja świata do jednego aspektu i zapominanie o dokonanych uproszczeniach; chciałoby się rzec, nieodpowiedzialne igraszki intelektualne. Tymczasem, w jednym modelu matematycznym możemy mieć wiele skal oddziaływań; wszelkie przybliżenia liniowe niszczą wtedy istotne cechy takiego modelu. Gdy ktoś zechce na poważnie zmierzyć się z trudnymi problemami matematycznymi występującymi przy modelowaniu zjawisk meteorologicznych, turbulencji, przejść fazowych czy nadprzewodnictwa, to, obok *ogromu* pracy czysto teoretycznej, musi wykonywać obliczenia, całą masę obliczeń. Jednakże końcowy wynik obliczeń to coś, co odczytuje i interpretuje człowiek – bez tego żadne rachunki nie mają sensu.

P.S.: Bardzo dziękuję za rozmowę.

Stanisław HAŁAS, Lublin – Instytut Fizyki UMCS

Nie ma w świecie gazu doskonałego, próżni, prostokąta ani liczby e itp. Czemu więc z takim uporem o takich właśnie obiektach idealnych mówią wszystkie nauki ścisłe?



Jako fizyk-eksperymentator mam na to pytanie właściwie dwie odpowiedzi:
(1) Ponieważ prosty wzór odnoszący się do przypadku idealnego często wystarcza w praktyce, zwłaszcza w ocenach „z grubsza".
(2) Ponieważ łatwiej badać odchylenia od stanu idealnego, niż budować „od razu" model układu rzeczywistego.
Moją odpowiedź zilustruję następującymi przykładami.

Przykład z astrofizyki

Znany wzór Huyghensa na okres wahadła matematycznego,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,,$$

może służyć do oszacowania okresu pulsowania gwiazd zmiennych (cefeid). Przyjmując jako „długość wahadła" promień gwiazdy R, oraz jako przyspieszenie g wartość natężenia pola grawitacyjnego na powierzchni gwiazdy

$$g = \mathrm{G}\frac{M}{R^2}\,,$$

gdzie M – masa gwiazdy, G – stała grawitacji, otrzymamy:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{\mathrm{G}M}}\,.$$

Biorąc pod uwagę, że średnia gęstość gwiazdy to $\overline{\varrho} = \frac{3M}{4\pi R^3}$, wzór powyższy upraszczamy do postaci

$$(*)\qquad T = \sqrt{\frac{3\pi}{\mathrm{G}}}(\overline{\varrho})^{-1/2}\,.$$

Wzór ten dość dobrze zgadza się z danymi obserwacyjnymi. Znaleziony tu współczynnik proporcjonalności między T a $(\overline{\varrho})^{-1/2}$ wynosi (w jednostkach centymetr-gram-doba)

$$\sqrt{\frac{3\pi}{\mathrm{G}}} = \sqrt{\frac{3\pi\cdot 1{,}5\cdot 10^7}{86400}} \approx 0{,}12\,,$$

podczas gdy wartość znaleziona z obserwacji wynosi 0,06. Zgodność stałej we wzorze $(*)$ z danymi obserwacyjnymi można uzyskać przyjmując, że pulsują jedynie zewnętrzne warstwy gwiazdy ($l = R/4$, por. S.A. Kapłan, *Fizyka gwiazd*, str. 155).

Przykład z akustyki

Podstawowa fala stojąca wzbudzona w rurze o długości L zamkniętej z jednego końca jest niczym innym jak drganiem „słupa powietrza" w tej rurze. Z teorii fal stojących mamy

$$(1)\qquad L = \frac{\lambda}{4}\,,$$

gdzie λ jest długością fali akustycznej. Okres drgań „słupa powietrza" wynosi więc

$$T = \frac{\lambda}{c}\,,$$

gdzie c jest prędkością dźwięku w powietrzu:

$$(2)\qquad c = \sqrt{\frac{p\kappa}{\varrho}}\,,$$

gdzie p – ciśnienie powietrza, ϱ – jego gęstość, $\kappa = c_p/c_v$ (patrz np. W. Westphal, *Fizyka*, cz. I, str. 230).

Korzystając ze wzorów (1) i (2) otrzymujemy następujący ścisły wzór na okres drgań podstawowej fali stojącej w rurze:

$$(3)\qquad T = 4L\sqrt{\frac{\varrho}{p\kappa}}\,.$$

Wyprowadzenie wzoru (3) jest więc dość proste, pod warunkiem, że znamy wzór (2). Niestety, wyprowadzenie wzoru (2) nie jest łatwe i szkolne podręczniki zagadnienie to pomijają. Dlatego wyprowadzimy ten wzór w sposób mniej ścisły, ale za to bardziej poglądowy, korzystając ze „szkolnego" wzoru na okres drgań ciała o masie m pod wpływem siły sprężystej

$$(4)\qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\,,$$

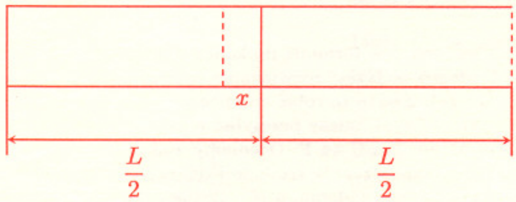
gdzie k oznacza współczynnik proporcjonalności między siłą F a wychyleniem x, tj. stosunek F/x. Będziemy uważać, że „masą drgającą" jest gaz zawarty w połowie rury od strony otworu, „sprężynę" zaś stanowi gaz zawarty w drugiej połowie rury (tj. od strony dna). Zatem

$$m = \frac{1}{2}L\cdot S\cdot\varrho\,,$$

gdzie S – pole przekroju rury, ϱ – gęstość gazu. Wyrażenie to można zapisać jeszcze zwięźlej oznaczając objętość $\frac{1}{2}LS$ przez V_0:

$$m = V_0\varrho\,.$$

Wartość k znajdziemy stąd, że siła sprężysta powstaje przy sprężaniu gazu zawartego w lewej połowie rury.



Jeśli „tłok”, czyli gaz zawarty w prawej połowie rury, przemieści się o małą odległość x, to sprężony gaz w lewej połowie będzie nań działał siłą $F = (p - p_0)S$, gdzie p_0 – ciśnienie gazu przed sprężeniem, p – ciśnienie po sprężeniu. Mamy więc

$$k = \frac{(p - p_0)S}{x} = \frac{(p - p_0)S^2}{V - V_0}, \tag{6}$$

gdzie V oznacza aktualną objętość sprężonego gazu.

W przypadku szybkich drgań o częstościach akustycznych należy skorzystać z równania przemiany adiabatycznej (gaz sprężany i rozprężany dostatecznie szybko będzie wykazywał wahania temperatury, bo nie zdąży się ona wyrównać przez wymianę ciepła z otoczeniem):

$$pV^\kappa = p_0 V_0^\kappa, \tag{7}$$

gdzie κ jest stosunkiem ciepła właściwego gazu przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości, tj. c_p/c_v.

Równanie przemiany adiabatycznej (wzór 7) przepiszemy w postaci, w której wystąpi potrzebna nam różnica $V - V_0$, tj.:

$$p(V - V_0 + V_0)^\kappa = p_0 V_0^\kappa,$$

skąd

$$p\left(1 + \frac{V - V_0}{V_0}\right)^\kappa = p_0.$$

Dla małych względnych zmian objętości możemy zapisać (zgodnie ze wzorem $(1+\varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$, w którym po prawej stronie jest pominięty wyraz z ε^2 i wyrazy wyższych rzędów):

$$p\left(1 + \kappa\frac{V - V_0}{V_0}\right) = p_0. \tag{8}$$

Obliczając z powyższego równania różnicę ciśnień $p - p_0$ i podstawiając do równania (6) otrzymamy

$$k = \kappa\frac{p_0}{V_0}S^2. \tag{9}$$

Podstawiając za m i k do wzoru (4) wartości zgodnie z równaniami (5) i (9) otrzymujemy

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{V_0\varrho}{\kappa\frac{p_0}{V_0}S^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{\varrho \cdot \frac{1}{4}L^2}{\kappa p_0}} = \pi L\sqrt{\frac{\varrho}{\kappa p_0}}.$$

Widzimy więc, że otrzymany wynik niewiele różni się od ścisłego (wzór 3) mimo stosowania tak znacznych uproszczeń.

Powyższe przykłady podałem dla zilustrowania tezy pierwszej mojej odpowiedzi. Podobnych przykładów można znaleźć bardzo wiele, zarówno na stronicach podręczników, jak i w publikacjach naukowych (zwłaszcza w początkowych okresach rozwoju jakiejś dziedziny fizyki, kiedy to autorzy nawiązują do dobrze opisanych matematycznie zjawisk z innych dziedzin).

Dla zilustrowania drugiej tezy możemy się posłużyć przykładem równania van der Waalsa, drganiami anharmonicznymi atomów w cząsteczce dwuatomowej, wahaniami wahadła matematycznego o dużej amplitudzie itp. Również świetną ilustracją jest powszechnie stosowany przez fizyków rachunek zaburzeń, w którym korzystamy z rozwiązania dobrze znanego dla sytuacji skrajnie uproszczonej (idealnej), a rozwiązywany problem traktujemy jako „lekko zaburzony” przypadek idealny.

Jan ŁOPUSZAŃSKI, Wrocław – Instytut Fizyki Teoretycznej UWr

Odpowiem na pytanie 3 i po części na pytanie 4. Umysł ludzki jest tak skonstruowany, że może jedynie operować abstrakcyjnymi pojęciami, wyabstrahowanymi w sposób sztuczny z otaczających go zjawisk. Mówiąc o krześle abstrahujemy od tego, że krzesło jest otoczone powietrzem, z którym oddziałuje, jest wystawione na wpływy pola grawitacyjnego (stoi np. na podłodze) i pól elektromagnetycznych (np. w postaci światła). Łatwiej jest nam określić, co to jest trwała cząstka materii, używając naszego arsenału pojęć, aniżeli zdefiniować jednoznacznie, co to jest cząstka nietrwała. Podobnie łatwo jest nam określić brak zaburzenia w układzie, ale trudno jest zdefiniować, co oznacza małe zaburzenie (jak określić jednoznacznie „małość” czegoś?). Nasza wiedza też jest tak skonstruowana. Posługujemy się pojęciami sztucznie przez nas wyodrębnionymi z całości zjawisk nas otaczających, zjawisk, gdzie trwa stałe oddziaływanie (obiektu, który nie oddziałuje z niczym, nie bylibyśmy w stanie postrzec i wykryć). Jest to defekt naszego poznania, ale na to nie ma rady. Tak nas Opatrzność urządziła.

Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+3$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.**

Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/1995.

Termin nadsyłania rozwiązań: 30 VI 1995

Zadania z matematyki nr 297, 298

Redaguje Marcin E. KUCZMA

297. Czy istnieje permutacja $(x_1, x_2, \ldots, x_{250})$ zbioru $\{1, 2, \ldots, 250\}$ o tej własności, że dla każdego $k \in \{1, 2, \ldots, 249\}$ suma $x_1 + \ldots + x_k$ dzieli się przez x_{k+1}?

298. Dowieść, że dla wszystkich liczb $a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_n$ z przedziału $\langle -1;\, 1\rangle$ zachodzi nierówność

$$\sum_{i=1}^{n} |a_i - b_i| \geq \left| \prod_{i=1}^{n} a_i - \prod_{i=1}^{n} b_i \right| .$$

Zadanie **298** zaproponował pan Henryk Pawłowski z Torunia.

Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 11/1994

Przypominamy treść zadań:

289. W pewnej grupie ludzi żadna para osób znających się wzajemnie nie ma żadnego wspólnego znajomego, natomiast każda para osób nie znających się wzajemnie ma dokładnie dwóch wspólnych znajomych. Dowieść, że każda osoba w tej grupie ma tyle samo znajomych.

290. Dany jest ciąg liczb dodatnich (a_n). Określamy ciąg (b_n) wzorem $b_n = \left(\dfrac{1+a_n}{a_{n-1}}\right)^n$. Wykazać, że ciąg (b_n) nie może być zbieżny do granicy mniejszej od e.

289. Niech M będzie osobą mającą maksymalną liczbę znajomych (oznaczmy tę liczbę przez m) i niech N będzie jednym spośród tych znajomych, dowolnie wybranym; pozostałych nazwijmy $P_1, \ldots, P_{m-1}$. Dla każdego numeru i $(1 \leq i \leq m-1)$, w myśl warunku zadania, N i P_i nie znają się wzajemnie, a więc mają dokładnie jednego znajomego Q_i różnego od M.

Przypuśćmy, że dla pewnych numerów i, j $(1 \leq i < j \leq m-1)$ symbole Q_i, Q_j oznaczają tę samą osobę Q. Wówczas N, P_i, P_j są wspólnymi znajomymi osób M i Q – wbrew warunkowi zadania. Wobec tego N ma m *różnych* znajomych: $M, Q_1, \ldots, Q_{m-1}$; ma ich zatem dokładnie m (wobec maksymalności m).

Tak więc każdy znajomy pana (pani?) M zna m osób. Weźmy teraz pod uwagę dowolną osobę R, nie znającą M. Istnieje wówczas osoba N (a nawet dwie takie osoby), będąca wspólnym znajomym M oraz R. Już wiemy, że także N ma m znajomych. Można więc powtórzyć rozumowanie: rolę M przejmuje N, a rolę N przejmuje R. Wniosek: również R ma m znajomych. Wobec dowolności wyboru R kończy to dowód.

290. Oznaczając $x_n = a_n/n$ mamy

$$b_n = \left(\frac{1+nx_n}{(n-1)x_{n-1}}\right)^n = c_n e_n ,$$

gdzie

$$c_n = \left(\frac{1+nx_n}{nx_{n-1}}\right)^n = \left(\frac{(1/n)+x_n}{x_{n-1}}\right)^n, \qquad e_n = \left(\frac{n}{n-1}\right)^n \longrightarrow \mathrm{e}.$$

Przypuśćmy, wbrew tezie zadania, że $\lim b_n < \mathrm{e}$. Wówczas $\lim c_n < 1$, a więc dla wszystkich n większych od pewnego numeru n_0 zachodzi nierówność $c_n < 1$. Wobec tego

$$x_n = c_n^{1/n} x_{n-1} - \frac{1}{n} < x_{n-1} - \frac{1}{n} \qquad \text{dla} \quad n > n_0 .$$

Stąd przez indukcję

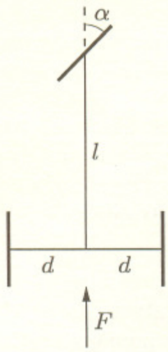
$$x_n < x_{n_0} - \left(\frac{1}{n_0+1} + \frac{1}{n_0+2} + \ldots + \frac{1}{n}\right) \qquad \text{dla} \quad n > n_0 .$$

A skoro wszystkie liczby x_n są dodatnie, uzyskana nierówność nie da się pogodzić z rozbieżnością szeregu harmonicznego $\sum(1/n)$. Sprzeczność dowodzi tezy zadania.

Zadania z fizyki nr 195, 196

Redaguje Jerzy B. BROJAN

195. Tylne koła trójkołowego rowerka dziecinnego są osadzone na wspólnej osi, więc gdy rowerek skręca, co najmniej jedno z nich musi się ślizgać po podłożu. Jaką siłą F trzeba działać na taki rowerek, aby ruszył z miejsca (rys. 1)?



Rys. 1

Dane: Wzajemna odległość tylnych kół $2d$; odległość osi kierownicy (przyjmijmy dla uproszczenia, że jest pionowa) od tylnej osi l; szukana siła jest skierowana wzdłuż tego odcinka, a środek masy znajduje się w jego połowie; kąt skręcenia przedniego koła α; masa rowerka m; jednakowy współczynnik tarcia statycznego i kinetycznego kół o podłoże μ.

196. Objaśnić, dlaczego zwykła żarówka oświetleniowa nie nadaje się do wykorzystania w rzutnikach i reflektorach. Dlaczego żarówki do rzutników są zasilane niższym napięciem niż żarówki oświetleniowe tej samej mocy?

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 11/1994

Przypominamy treść zadań

187. W jednostce objętości powietrza znajdowało się n_A jonów A^+, n_B jonów B^+, n_X jonów X^- i n_Y jonów Y^-. Jeśli współczynniki rekombinacji są jednakowe dla każdej pary jonów, to ile przybyło po długim czasie cząsteczek AX, ile – cząsteczek AY, ile BX, a ile BY? Wskazówka: Liczba par jonów ulegających rekombinacji w jednostce czasu jest proporcjonalna do iloczynu koncentracji jonów dodatnich i ujemnych danego rodzaju, a stała proporcjonalności nazywa się współczynnikiem rekombinacji.

188. Precyzyjny woltomierz wielozakresowy dołączono do dwóch punktów A i B pewnego obwodu liniowego. Gdy woltomierz był nastawiony na zakres 10 V, wskazywał 8,92 V, a gdy przestawiono go na zakres 30 V, jego wskazanie wzrosło do 9,04 V. Jakie napięcie występowało między A i B przed dołączeniem woltomierza?

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 181 (WT=2,50) i 182 (WT=3,78) z numeru 8/1994

Tomasz Wietecha	– Tarnów	40,49
Andrzej Nowogrodzki	– Chocianów	39,12
Andrzej Borowski	– Aleksandrów K.	38,48
Aleksander Surma	– Myszków	23,99
Dariusz Wilk	– Rzeszów	20,18
Przemysław Gadziński	– Środa Śląska	13,45
Artur Gawryszczak	– Dubeczno	13,05
Przemysław Gworys	– Częstochowa	12,44

187. Zależność liczby jonów A^+ od czasu opisuje równanie różniczkowe

$$\frac{\mathrm{d}n_A}{\mathrm{d}t} = -\alpha n_A n_X - \alpha n_A n_Y \qquad \text{albo} \qquad \frac{\mathrm{d}(\ln n_A)}{\mathrm{d}t} = -\alpha(n_X + n_Y)\,,$$

gdzie α jest uniwersalnym (zgodnie z założeniem) współczynnikiem rekombinacji. Prawa strona drugiego równania jest jednakowa dla jonów A^+ i B^+, skąd nietrudno wyciągnąć wniosek, że stosunek liczby tych jonów pozostaje stale taki, jak na początku. W podobny sposób dowodzi się stałości ilorazu n_X/n_Y. Oznaczmy liczbę powstałych cząsteczek AX przez n_{AX}; z równań

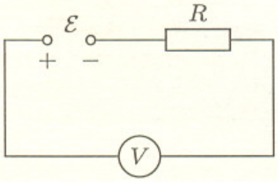
$$\frac{\mathrm{d}n_{AX}}{\mathrm{d}t} = \alpha n_A n_X \quad \text{i} \quad \frac{\mathrm{d}n_{AY}}{\mathrm{d}t} = \alpha n_A n_Y$$

wynika, że $\frac{n_{AX}}{n_{AY}} = \frac{n_X}{n_Y} = \text{const.}$ Tak samo $\frac{n_{BX}}{n_{BY}} = \frac{n_X}{n_Y} = \text{const.}$ oraz $\frac{n_{AX}}{n_{BX}} = \frac{n_A}{n_B} = \text{const.}$ Załóżmy dalej, że np. jonów ujemnych było więcej; wtedy wszystkie jony dodatnie uległy rekombinacji, czyli $n_A = n_{AX} + n_{AY}$, $n_B = n_{BX} + n_{BY}$ (wielkości po lewej stronie odnoszą się tu do stanu początkowego, a wielkości po prawej – do końcowego). Otrzymujemy wynik

$$n_{AX} = \frac{n_A n_X}{n_X + n_Y}\,, \quad n_{AY} = \frac{n_A n_Y}{n_X + n_Y}\,, \quad n_{BX} = \frac{n_B n_X}{n_X + n_Y}\,, \quad n_{BY} = \frac{n_B n_Y}{n_X + n_Y}\,.$$

Jeśli na początku więcej było jonów dodatnich, to wyrażenie $n_X + n_Y$ w mianownikach należy zastąpić przez $n_A + n_B$.

188. Posłużmy się twierdzeniem Thévenina, zgodnie z którym „z punktu widzenia woltomierza” obwód można zastąpić źródłem napięcia o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}$ (jej wyznaczenie jest celem zadania) z dołączonym szeregowo opornikiem R (rys. 2). Woltomierz o oporze wewnętrznym R_w wskazuje więc napięcie



Rys. 2

$$U = \frac{\mathcal{E}}{R + R_w} R_w\,.$$

Zwiększenie zakresu woltomierza następuje dzięki szeregowemu dołączeniu opornika, tak że opór woltomierza wzrasta, a prąd płynący przez niego przy maksymalnym wychyleniu wskazówki pozostaje bez zmiany. Zatem przy zakresie 30 V opór wewnętrzny był trzykrotnie większy niż przy zakresie 10 V. Z układu równań

$$U_1 = \frac{\mathcal{E}}{R + R_w} R_w\,, \quad U_2 = \frac{\mathcal{E}}{R + 3R_w} 3R_w$$

znajdujemy

$$\mathcal{E} = \frac{3 - 1}{\frac{3}{U_2} - \frac{1}{U_1}} \approx 9{,}10 \text{ V}\,.$$

Niebo przez lornetkę

Już od kilku miesięcy na wieczornym niebie widać jeden z najokazalszych gwiazdozbiorów – Oriona. Wyznacza go duży czworokąt zbudowany z jasnych gwiazd, a w jego środku ukosem na jednej linii trzy jednakowo jasne białe gwiazdy stanowiące tzw. Pas Oriona. Górny lewy róg czworokąta to Betelgeuse, α Oriona, czerwony (co widać gołym okiem) nadolbrzym leżący w odległości 200 pc. Dzięki wielkim rozmiarom (umieszczona w centrum naszego układu planetarnego ogarnęłaby orbitę Marsa) i małej odległości gwiazda ta stała się pierwszą, i chyba dotychczas jedyną, którą przez wielkie teleskopy (i z użyciem wyrafinowanej techniki obserwacyjnej) zobaczono jako tarczkę, a na tej tarczy nawet nierówny rozkład jasności. Betelgeuse wykazuje powolne, nieregularne zmiany jasności i jest uważana za kandydatkę na supernową. Pozostałe 6 najjaśniejszych gwiazd Oriona to gorące olbrzymy i nadolbrzymy.

W południowej części Oriona przy dobrej pogodzie gołym okiem widać małą plamkę światła – to gazowo-pyłowa mgławica M42, stanowiąca najjaśniejszy fragment wielkiego skupiska materii międzygwiazdowej wypełniającego niemal pół gwiazdozbioru. Leży ona w odległości około 450 pc. Jest ona obiektem bardzo interesującym ze względu na to, że akurat zachodzi w niej proces powstawania gwiazd. Gwiazdy powstają w wyniku kondensowania się obłoków materii rozproszonej i mgławica M42 wraz z otoczeniem ujawnia wszystkie etapy tego procesu. Zapadający się pod wpływem własnej grawitacji obłok gęstnieje, ogrzewa się, rozpada na drobniejsze części, z których ostatecznie powstają poszczególne gwiazdy. Wszystko to widzimy w tym obszarze, rzecz jasna, nie wszystko przez lornetkę. Całą skomplikowaną strukturę obłoku widać na zdjęciach, o ogrzewaniu się świadczy promieniowanie podczerwone mgławicy, o obecności w niej młodych gorących gwiazd ich promieniowanie nadfioletowe jonizujące okoliczny wodór.

W najjaśniejszej części M42 przy dużym powiększeniu można zobaczyć układ czterech białych, gorących gwiazd. To tzw. Trapez Oriona, zajmujący obszar o rozmiarach 25″, a więc przez lornetkę gwiazd tych właściwie rozróżnić się nie da. Samo jego istnienie jest jeszcze jednym dowodem młodości tych gwiazd, bowiem konfiguracja taka nie może być stabilna i już dziś jest bardzo luźna; znając odległość Trapezu od nas i odległości kątowe gwiazd łatwo sprawdzić, że gwiazdy te dzielą odległości rzędu 10 000 a.u. Trapez Oriona stanowi centralną część asocjacji młodych gwiazd powstałych niedawno w mgławicy.

Jeszcze jednym pięknym obiektem, często prezentowanym w książkach, jest ciemna mgławica Koński Łeb. Jest to bardzo ciemny, charakterystyczny kontur wcinający się w jasną mgławicę położoną na południe od lewej gwiazdy Pasa Oriona – jeszcze jeden przykład współistnienia jasnych i ciemnych mgławic w obszarach, gdzie powstają gwiazdy. Niestety, Końskiego Łba przez lornetkę nie zobaczymy.

Tomasz KWAST

Zadania

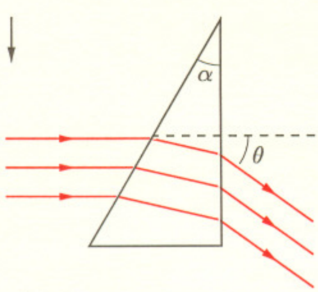
Redaguje Krzysztof OLESZKIEWICZ

M 732. (Twierdzenie Andersona). Niech S i S' oznaczają odpowiednio pola przekrojów środkowosymetrycznego wielościanu wypukłego W równoległymi płaszczyznami π i π'. Udowodnić, że jeśli π przechodzi przez środek symetrii wielościanu W, to $S \geq S'$.
Rozwiązanie na str. 8

M 733. Czy istnieje wielościan wypukły W i takie równoległe płaszczyzny π_1, π_2 i π_3, że π_3 jest obrazem π_1 w symetrii względem π_2 i $2S_2 < S_1 + S_3$, gdzie S_1, S_2 i S_3 oznaczają, odpowiednio, pola przekrojów W płaszczyznami π_1, π_2 i π_3?
Rozwiązanie na str. 6

M 734. Dany jest wielokąt V o średnicy 2. Udowodnić, że pole tego wielokąta jest mniejsze niż π.
Rozwiązanie na str. 10

Redaguje Adam KOROCIŃSKI



F 401. Wiązka światła monochromatycznego pada na pryzmat (rys.), który może poruszać się jedynie w kierunku pionowym. Jaka musi być moc wiązki, aby pryzmat mógł lewitować w polu grawitacyjnym Ziemi? Przeprowadzić obliczenia przyjmując masę pryzmatu 100 g, kąt łamiący $\alpha = 30°$ oraz współczynnik załamania światła 1,6.
Rozwiązanie na str. 5

F 402. Równomiernie naładowany, nieprzewodzący pierścień jest ustawiony w płaszczyźnie pionowej. W jego najwyższym punkcie jest umocowana nieprzewodząca nić, na końcu której wisi mała kulka mająca ładunek o znaku zgodnym z ładunkiem pierścienia. Dla jakiej długości nici kulka w równowadze znajduje się na osi pierścienia? Obliczenia wykonać dla równych ładunków pierścienia i kulki $9 \cdot 10^{-8}$ C, promienia pierścienia 5 cm, masy kulki 1 g, $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ F/m.
Wskazówka: Aby znaleźć pole elektryczne pierścienia na osi, należy go podzielić na małe kawałki i skorzystać z symetrii układu.
Rozwiązanie na str. 4

epsilon

3/95

(49)

Jak wiadomo, wielkim zaszczytem, jednym z największych, jaki może spotkać matematyka, jest zaproszenie do wygłoszenia odczytu na Międzynarodowym Kongresie Matematyków. Na każdym Kongresie przedstawionych zostaje kilkanaście odczytów plenarnych (godzinnych) i kilkadziesiąt 45-minutowych – w sekcjach. Wśród osób zaproszonych do wygłoszenia takich odczytów na 22 dotychczasowych Kongresach (w latach 1897–1994) było aż kilkudziesięciu Polaków. Mała sonda, przeprowadzona przez nas, pokazała, że nie jest tak łatwo wymienić nawet tych, którzy przedstawili wykłady godzinne (było ich ośmiu). Przypomnijmy więc:

Wacław Sierpiński, *Sur les ensembles de points qu'on sait définir effectivement,* Zurych, 1932.

Stefan Banach, *Die Theorie der Operationen und ihre Bedeutung für die Analysis,* Oslo, 1936.

Witold Hurewicz, *Homology and Homotopy,* Cambridge (USA), 1950.

Karol Borsuk, *Sur l'elimination de phénomenes paradoxaux en topologie générale,* Amsterdam, 1954.

Jerzy Neyman, *Current Problems of Mathematical Statistics,* Amsterdam, 1954.

Alfred Tarski, *Mathematics and Metamathematics,* Amsterdam, 1954.

Samuel Eilenberg, *Applications of Homological Algebra in Topology,* Edynburg, 1958.

Aleksander Pełczyński, *Structural Theory of Banach Spaces and Its Interplay with Analysis and Probability,* Warszawa, 1983.

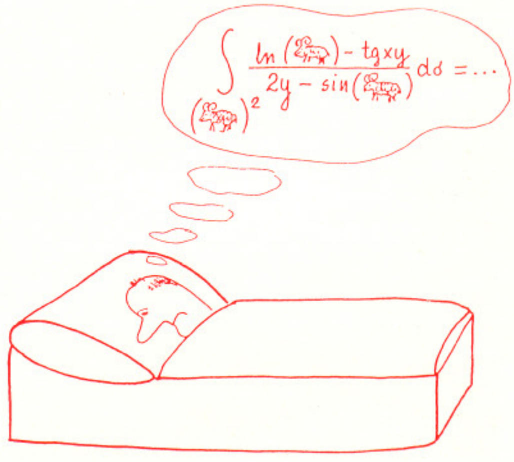
Czterokrotnie z okazji Międzynarodowego Kongresu Matematyków wydano specjalne, okolicznościowe znaczki pocztowe (Polska całą serię!). Po raz pierwszy miało to miejsce w roku 1966; zamieszczamy poniżej reprodukcję tego znaczka. Oprócz tego wydano jeszcze znaczki z okazji Kongresu w Helsinkach (1978) i Kyoto (1990) – ich kopie przedstawimy przy okazji.

Miesiąc temu daliśmy Czytelnikom zagadkę: który z piętnastu przytoczonych cytatów pochodzi z ust Marka Kordosa? Otóż, chodziło o zdanie: *Różnica między dydaktyką matematyki a forsingiem jest, moim zdaniem, zauważalna.* Tych, którym się nie udało odgadnąć, pocieszamy, że z zagadką nie poradził sobie sam Redaktor Naczelny *Delty*!

W chwili, gdy wysyłamy ten numer *EPSILONA* do druku, jest początek listopada 1994. Na początku roku reklamowaliśmy książkę K. Ciesielskiego i Z. Pogody *Bezmiar matematycznej wyobraźni* – do nabycia w księgarniach (hi,hi!). W numerze 10/1994 wyjaśniliśmy, że nastąpił kolejny poślizg i książka, oddana w wydawnictwie w styczniu 1991 (to nie pomyłka!) ukaże się jesienią 1994. W księgarniach jednak dalej jej nie ma, a my odpowiadamy na kolejne listy Czytelników, chcących książkę kupić...

Za błędne informacje bardzo przepraszamy, ale to naprawdę nie nasza wina. Mamy głęboką nadzieję, że gdy ten, 3/1995 numer *Delty* się ukaże, książka będzie od dawna w księgarniach. W tej chwili jest już złożona, jest po korektach autorskich i od chwili, gdy skład zostanie wysłany do druku, wydanie książki jest podobno kwestią tygodnia. Kiedy to się stanie? Podobno na pewno najpóźniej w I kwartale 1995, a jeśli dobrze pójdzie, to jeszcze w roku 1994 – ale my już nie wierzymy, że dobrze pójdzie. Czujemy się szalenie niezręcznie ze względu na umieszczanie przedwczesnej reklamy, lecz w najczarniejszych snach nie przypuszczaliśmy, że to będzie tak długo trwało, i że przekazywane nam informacje o terminie pojawienia się książki w księgarniach będą aż tak niedokładne. Być może, autorzy zostali po prostu ukarani (przykładnie) przez los za przedwczesną autoreklamę? Niewykluczone, że jeśli do wiosny książki w sklepach nie będzie, to się zdenerwujemy i zaczniemy ją drukować w *EPSILONIE* jako powieść w odcinkach.

Książkę, konsekwentnie, polecamy. Parę informacji dla tych, którzy będą jej szukać w księgarniach. Książka będzie nietypowego formatu (wysokość zeszytu, ale trochę węższa). Na okładce będzie kolorowy wielościan gwiaździsty na czarnym tle. Okładkę zaprojektował Pan Krzysztof Dobrowolski (który nb. opracowywał graficznie pierwsze numery *Delty* dwadzieścia lat temu!), wstęp napisał Ananiasz Pośmiechowski, za resztę odpowiedzialność ponoszą Ciesielski i Pogoda (którzy mają nadzieję, że chochlik drukarski tekstu im nie „ulepszy”...).



Rysunek z książki *Bezmiar matematycznej wyobraźni*

Redakcja *EPSILONA*: Krzysztof Ciesielski (naczelny), Danuta Ciesielska, Zdzisław Pogoda, Ananiasz Pośmiechowski, Marcin Poźniak.
Adres do korespondencji: K. Ciesielski, Instytut Matematyki UJ, Reymonta 4, 30-059 Kraków, z dopiskiem ε.