



Dnia 29 grudnia 1989 roku

zmarł

Profesor Leon JEŚMANOWICZ

matematyk, karykaturzysta, niezrównany gawędziarz.

Od niego pochodzi pomysł wydawania *Delty*,

Jemu zawdzięczamy, że *Delta* istnieje.

Pierwszy Przewodniczący naszego Komitetu Redakcyjnego,
przewodniczący jury Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki.

SPIS TREŚCI

NUMERU 5(192)

Wszystko o pierwiastkach	str. 1
oraz tabele	str. 8 i 9
	str. 6 i 11
	str. 4 i 13
	str. 2 i 15

Na przelaj przez matematykę, czyli o błonie mydlanej	
<i>dr Krzysztof S. Nowiński</i>	str. 5

Mała Delta	str. 7
------------	--------

Krzyżówka astronomiczna	str.10
-------------------------	--------

Kącik prac uczniowskich	str.12
-------------------------	--------

Korespondencyjny Klub Fizyków	str.12
----------------------------------	--------

Patrz w niebo	str.14
---------------	--------

Klub 44	str.16
---------	--------

Zadania	str.17
---------	--------

„Delta”
matematyczno-fizyczno-astronomiczny
miesięcznik popularny
Polskiego Towarzystwa
Matematycznego, Polskiego
Towarzystwa Fizycznego i Polskiego
Towarzystwa Astronomicznego
wydawany przy poparciu
Ministerstwa Edukacji Narodowej

Komitet Redakcyjny

dr Maciej Bryński
dr Bogdan Cichocki
dr Antoni L. Dawidowicz
dr Alicja Derkowska
doc.dr Jan A. Gaj
doc.dr Bolesław Gleichgewicht
prof.dr Tomasz Hofmokr – v-przewodniczący
doc.dr Tadeusz Jarzębowski
doc.dr Marcin Kubiak
mgr Andrzej Makowski
dr Zbigniew Płochocki
dr Jan Rempala
prof.dr Konrad Rudnicki
prof.dr Grzegorz Sitarski
prof.dr Józef I. Smak
prof.dr Kazimierz Stępień
prof.dr Mieczysław Subotowicz
doc.dr Andrzej Szymacha
doc.dr Aniela Wolska
prof.dr Andrzej Woszczyk
prof.dr Wojciech Żakowski –
przewodniczący

Redaguje kolegium w składzie:
mgr inż. Krzysztof Biesaga
dr Lidia Goettig
dr hab. Jan Kalinowski – z-ca red. nac.
Maria Kapuścińska
mgr Krystyna Kordos – sekr. red.
dr hab. Marek Kordos – red. nac.
dr Tomasz Kwast
mgr Anna Rudnik
dr Jerzy Ryll
mgr Joanna Udalska
Jacek Urbański – grafik

Adres Redakcji

ul. Noakowskiego 14
00-666 Warszawa
tel. 25-56-39

Wydawca:

Uniwersytet Warszawski
Krakowskie Przedmieście 26/28
00-325 Warszawa

Nakład 18 000 egz.
Objętość 2 ark. wyd., 2,50 ark. druk.,
papier offsetowy V kl. 70 g.
Wydrukowano w Prasowych
Zakładach Graficznych
RSW „Prasa-Książka-Ruch”
w Łodzi, ul. Armii Czerwonej 28
Nr zam. 3652/89
Skład systemem TeX
wykonała redakcja.

W następnym numerze:

Modularne gwiazdki i bąbelki

DRODZY CZYTELNICY !

Jest to drugi numer wydawany przez Uniwersytet Warszawski. Praktycznie wydawanie *Delty* zostało zawieszono w październiku 1989 roku, formalnie – w lutym 1990 roku. Zdecydowaliśmy się wydać przygotowane do druku i znajdujące się na różnych etapach produkcji w drukarni numery *Delty* praktycznie bez zmian. Zmieniliśmy jednak ich numerację na aktualną. Nie będzie więc numerów 11 i 12 z 1989 roku oraz numerów 1, 2 i 3 z 1990 roku. Nie będziemy udawali, że jest wszystko w porządku, gdy nie jest.

Prosimy o wyrozumiałość dla tych wszystkich fragmentów, w których można znaleźć ślady starej numeracji. W szczególności przepraszamy uczestników Ligi za zaistniały bałagan. W tym roku przerwa ligowa będzie w numerze 11 i 12. Mamy nadzieję, że od 1991 roku wszystko będzie w porządku. Nie tylko u nas.

REDAKCJA

P.S. Zwrot pieniędzy wpłaconych za prenumeratę zapewnia Warszawskie Wydawnictwo Prasowe RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Al. Jerozolimskie 125/127, 02-017 Warszawa. Do prenumeraty wrócimy w IV kwartale 1990 roku.

Cena 1 egzemplarza zł 1500,-

Aby wygodnie korzystać z tablic,
należy rozpiąć i usunąć zszywki
egzemplarza.

Drodzy Czytelnicy!

Są dwa pierwiastki lżejsze od uranu, a jednak nie występujące w skorupie ziemskiej: technet (nr 43) i promet (nr 61). Żaden z ich izotopów nie jest trwały. Oba zostały wytworzone sztucznie: technet za pomocą akceleratorów, natomiast promet za pomocą reaktorów – znajduje się on wśród produktów rozszczepienia uranu, a więc – prawdę mówiąc – pewna jego ilość w skorupie ziemskiej znajdować się musi, jest to jednak ilość nieuchwytna.

Tymczasem linie tych dwóch pierwiastków zaobserwowano u niektórych gwiazd, tzw. gwiazd osobliwych (nie tylko z tego powodu), co oznacza, że są one tam stale produkowane, i to w niemałych ilościach. Podobnie na Ziemi, pierwiastki nietrwale (począwszy od polonu) istnieją dlatego, że są stale odtwarzane przy naturalnym rozpadzie uranu i toru, a te z kolei pierwiastki są „prawie trwałe” – ich czasy połowicznego rozpadu są rzędu miliarda lat i więcej.

Obecność technetu w gwiazdach osobliwych tłumaczy chyba dość dobrze ugruntowana hipoteza, mianowicie że jest on tworzony w wyniku powolnego przyłączania neutronów przez lżejsze jądra atomowe (tzw. proces *s*, od *s*low – powolny) i wnoszony na powierzchnię gwiazdy przez konwekcję. „Powolność” procesu *s* polega na tym, że każde jądro po wychwyceniu neutronu ma dość czasu, by ewentualnie doznać rozpadu beta, a każdy taki rozpad zwiększa o jeden liczbę atomową. Proces ten zachodziłby wewnątrz spokojnej chłodnej gwiazdy, a więc gdzie gęstość swobodnych neutronów jest niewielka, natomiast konwekcją objęta jest niemal cała objętość gwiazdy.

Gorzej jest z wytłumaczeniem obecności prometu. Jeżeli nawet powstaje on w gwieździe w wyniku procesu *s*, to żadna konwekcja nie zdąży go wynieść z centrum gwiazdy na powierzchnię przed jego rozpadem. Proponowano różne mechanizmy tworzenia prometu na powierzchni gwiazdy, ale było to zbyt „na siłę”. Dlatego przypuszcza się, że promet znalazł się na gwiazdach osobliwych z zewnątrz. Mianowicie podczas niedawnego wybuchu sąsiedniej gwiazdy (np. towarzyszyki z układu podwójnego) w wyniku gwałtownego przyłączania neutronów (tzw. proces *r*, od *r*apid – gwałtowny) doszło do wyprodukowania wielkich ilości pierwiastków pozauranowych, które częściowo opady na drugą gwiazdę, czyniąc ją osobliwą. Pierwiastki te teraz rozpadają się na różne sposoby, w tym poprzez rozszczepienie uranowców, wytwarzając m.in. promet.

T.K.

Ten numer *Delty* jest inny. Postanowiliśmy opowiedzieć w nim jak najwięcej o własnościach otaczającej nas materii. Nie możemy, oczywiście, opisać wszystkich substancji znajdujących się na Ziemi, bo zidentyfikowano ich już ponad milion, a wydaje się, że może być ich nieskończenie wiele. Niecelowe wydało się nam w tym miejscu również opisywanie własności najdrobniejszych cegiełek materii, bo choć jest ich zupełnie niewiele, to opis własności materii poprzez własności cząstek elementarnych nie jest zbyt użyteczny w życiu codziennym. Zdecydowaliśmy zatrzymać się gdzieś pośrodku tej drabiny strukturalnej i przedstawić Wam własności materii. Istnieje ich w przyrodzie około 90, a ponadto kilkanaście zostało wytworzonych przez człowieka w sposób sztuczny w reakcjach jądrowych. Fizyczne i chemiczne własności pierwiastków zebraliśmy w postaci czterech tablic na wzór tablicy Mendelejewa. Po rozpięciu *Delty* można je wyjąć i, na przykład, powiesić na ścianie. Znajomość własności pierwiastków jest konieczna do opisu własności fizyko-chemicznych materii, bo przecież: „wszystkie rodzaje materii, stałe, ciekłe lub gazowe, różowe, zielone lub bezbarwne, twarde lub miękkie, żywe lub martwe są zbudowane wyłącznie z tych podstawowych substancji, które nazywamy pierwiastkami chemicznymi i z niczego innego”. Co więcej, wydaje się, że dotyczy to nie tylko materii w naszym najbliższym ziemskim otoczeniu. Nie ma żadnych podstaw do przypuszczenia, że wewnątrz Ziemi lub nawet inne ciała niebieskie składają się z innych pierwiastków niż te, które znamy. Meteoryty przybywające do nas z przestrzeni kosmicznej zawierają znane nam pierwiastki. Badając docierające do nas światło gwiazd również nie stwierdzono „obcych” pierwiastków.

Pojęcie pierwiastka w znaczeniu współczesnym narodziło się dopiero pod koniec XVII wieku, zawdzięczamy je Robertowi Boyle'owi.

Pierwszą istotną próbę uszeregowania pierwiastków podjął w 1829 r. J.W. Döbereiner zauważając po raz pierwszy związek między masą atomową a własnościami chemicznymi. Döbereiner sformułował tzw. prawo triad, według którego wśród pierwiastków można wydzielić trójki (triady) o analogicznych własnościach, takie, że masa atomowa pierwiastka środkowego równa jest średniej arytmetycznej mas pierwiastków skrajnych, tak np. masa atomowa selenu mało różni się od średniej arytmetycznej mas siarki i telluru.

W roku 1864 J.A.R. Newlands podał prawo oktaw. Zauważył on mianowicie, że jeśli ułożyć pierwiastki według rosnących mas atomowych, to co 7 pierwiastków powtarzają się własności chemiczne (nie odkryto jeszcze wówczas gazów szlachetnych).

Pięć lat później, w roku 1869, chemik rosyjski Dymitr Mendelejew podał tablicę układu okresowego pierwiastków. Ogłosił swoje poglądy w książce pod tytułem „O związku istniejącym między własnościami pierwiastków i ich ciężarami atomowymi”.

W roku 1870 analogiczną tablicę ogłosił (niezależnie od Mendelejewa) fizyk niemiecki Lothar Meyer, który zwrócił również uwagę na periodyczność fizycznych własności pierwiastków.

Analizując zaobserwowane prawidłowości Mendelejew przewidział istnienie nie znanych wówczas pierwiastków (skandu, galu i germanu), dla których zostawił wolne miejsca w układzie okresowym. Odkrycie tych pierwiastków o własnościach fizycznych i chemicznych zgodnych z przewidywaniami Mendelejewa było wielkim sukcesem twórcy tabeli i powodem jej uznania. Wbrew porządkowi mas atomowych umieścił Mendelejew, kierując się własnościami chemicznymi, tellur przed jodem i kobalt przed niklem. Takie ustawienie zostało potwierdzone przez wyniki pomiarów charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego tych atomów. W 1913 r. fizyk angielski H.G. Moseley dowiódł bowiem, że liczba atomowa, a nie masa, decyduje o położeniu pierwiastka w tabeli.

Gdy Mendelejew układał swoją tablicę, znane były 63 pierwiastki. Dopiero w latach 1894–1899 wykryte zostały gazy szlachetne. Jeszcze w 1938 r. nie znane były pierwiastki o liczbie atomowej 43, 61, 85 i 87. Ten ostatni został zidentyfikowany w roku 1939 przez fizyczkę francuską, M. Perey, w rodzinie promieniotwórczych pierwiastków pochodnych aktynu i otrzymał nazwę frans. Pierwiastek 85, astat, został odkryty w czasie drugiej wojny światowej. Między rokiem 1940 i połową lat 50. wytworzono sztucznie pierwiastki 93, 94, 99 i 100 poprzez naświetlanie neutronami w reaktorze. Pierwiastki od 95 do 98 i 101 zostały wyprodukowane poprzez naświetlanie cząstkami alfa. W latach 1958–1974 akceleratorzy ciężkich jonów w Berkeley (USA) i w Dubnej (ZSRR) umożliwiły syntezę pierwiastków od 102 do 106. Pierwiastek 107 został zidentyfikowany w roku 1981 w Darmstadt (RFN) przy użyciu akceleratora UNILAC. Do roku 1986 w ośrodku tym wyprodukowano jeszcze pierwiastki 108 i 109.

ciąg dalszy na str. 3

1

1 H G 2A 2 IIA

[He]2s	[He]2s ²
1330 32,48	2770 73,9
180,5 0,72	1277 2,8
0,53 0,108	1,85 0,25
0,17	0,38
0,79	0,45

2

s Li s 4 Be s

[Ne]3s	[Ne]3s ²
892 24,12	1107 32,517
97,8 0,62	650 2,14
0,97 0,218	1,74 0,224
0,32	0,38
0,295	0,25

3

11 Na s 12 Mg s

[Ar]4s	[Ar]4s ²
760 18,9	1440 36,74
63,7 0,55	838 2,1
0,86 0,143	1,54 0,218
0,23	0,3
0,177	0,149

4

19 K s 20 Ca s

[Kr]5s	[Kr]5s ²
688 18,1	1380 33,8
38,9 0,55	768 2,1
1,53 0,080	2,63 0,043
0,080	0,176

5

37 Rb s 38 Sr s

[Xe]6s	[Xe]6s ²
690 16,3	1640 35,7
28,7 0,50	714 1,83
1,90 0,053	3,65 0,016
0,52	0,068

6

55 Cs s 56 Ba s

[Rn]7s	[Rn]7s ²
(27)	700 2,4
-	3,50

3A 3 IIIB 4A 4 IVB 5A 5 VIB 6A 6 VIIB 7A 7 VIIIB 8 VIII 8 VIII 8 VIII 8

[Ar]3d4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²
2730 81	3260 106,5	3450 106	2665 72,97	2150 53,7	3000 84,6	2900 93	2730	2730	2730	2730
1539 3,8	1668 3,7	1900 4,2	1875 3,5	1245 3,50	1536 3,67	1495 3,64	1453	1453	1453	1453
2,99 0,015	4,51 0,024	6,09 0,04	7,14 0,078	7,44 0,054	7,87 0,10	8,89 0,16	8,91	8,91	8,91	8,91
0,015	0,126	0,120	0,16	0,11	0,18	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
0,13	0,126	0,120	0,11	0,115	0,11	0,11	0,099	0,099	0,099	0,099

7

87 Fr Frans

88 Ra Rad

Ac-Lr

6

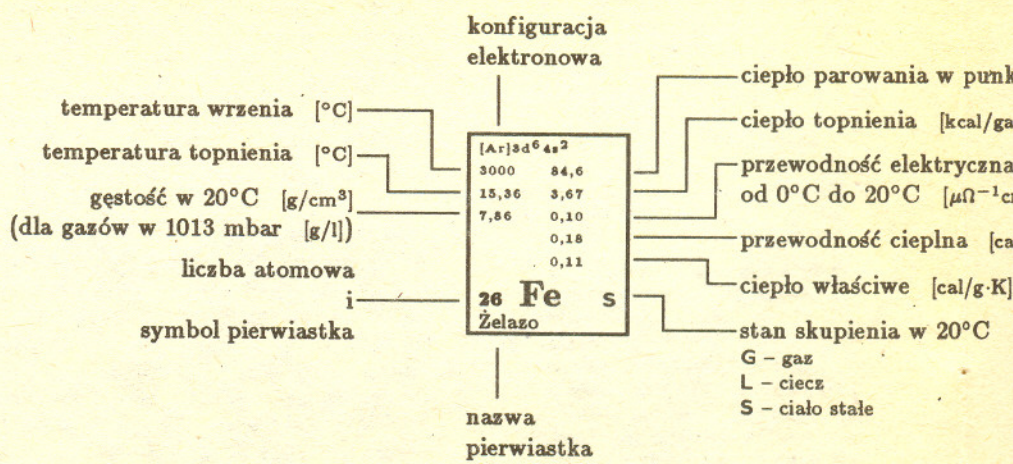
57 La s 58 Ce s 59 Pr s 60 Nd s 61 Pm s 62 Sm s 63 Eu s 64 Gd s 65 Tb s

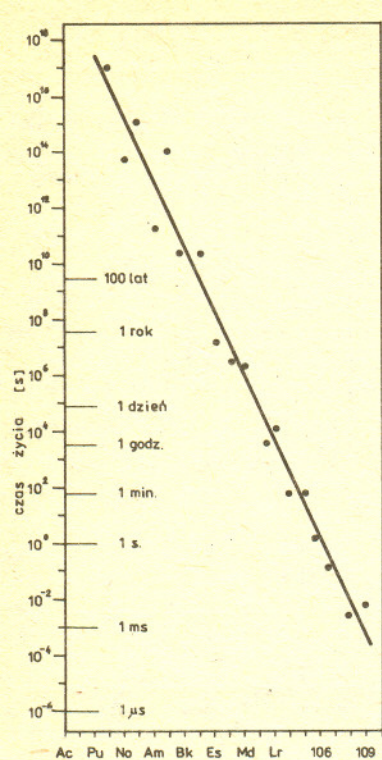
[Xe]5d6s ²	[Xe]4f ² 6s ²	[Xe]4f ³ 6s ²	[Xe]4f ⁴ 6s ²	[Xe]4f ⁵ 6s ²	[Xe]4f ⁶ 6s ²	[Xe]4f ⁷ 6s ²	[Xe]4f ⁷ 5d6s ²	[Xe]4f ⁷ 5d6s ²
3470 96	3468 95	3127 79	3027 69	-	1900 46	1439 42	3000 72	2800
920 1,5	795 1,2	935 1,60	1024 1,70	(1027)	1072 2,1	826 2,2	1812 3,70	1356
6,16 0,017	6,77 0,013	6,48 0,015	7,00 0,013	7,22	7,54 0,011	5,25 0,012	7,89 0,007	8,25
0,033	0,026	0,028	0,031	-	-	-	0,021	-
0,045	0,042	0,048	0,045	-	0,042	0,039	0,071	-

7

89 Ac s 90 Th s 91 Pa s 92 U s 93 Np s 94 Pu s 95 Am s 96 Cm s 97 Bk s

[Rn]6d7s ²	[Rn]6d ² 7s ²	[Rn]5f ² 6d7s ²	[Rn]5f ³ 6d7s ²	[Rn]5f ⁴ 6d7s ²	[Rn]5f ⁵ 7s ²	[Rn]5f ⁷ 7s ²	[Rn]5f ⁷ 6d7s ²	[Rn]5f ⁷ 6d7s ²
-	3850	130	3818 110	94,3	3235 87,2	60,2	-	-
1050	1750 4,6	(1230)	1132 2,7	637	640	-	-	-
10,07	11,72 0,055	15,37	18,97 0,034	20,48	19,74	13,67 0,007	13,51	13,25
-	-	-	0,064	-	-	-	-	-
-	0,034	-	0,028	-	-	0,033	-	-





Odkrywanie nowych pierwiastków nie jest dziś zajęciem chemików, synteza „superciężkich” zajmują się fizycy jądrowi. I tak, na przykład, pierwiastek 109 (a w zasadzie jądro o liczbie atomowej 109) został wytworzony w reakcji wywołanej przez wiązkę jonów żelaza 58 (o energii wystarczającej na przewyższenie bariery odpychania elektrostatycznego) uderzającą w tarczę z bizmutu 209. Dotychczas nie udało się zidentyfikować jąder o liczbie atomowej większej od 109. Podstawowa trudność eksperymentalna związana jest z bardzo małym przekrojem czynnym na wytworzenie jądra superciężkiego. Dla przykładu – przekrój czynny na reakcję fuzji prowadzącą do syntezy pierwiastka 109 jest około 13 rzędów wielkości mniejszy od przekroju czynnego na reakcję wychwytu neutronu, która wiedzie do syntezy plutonu 239. Tak więc, o ile od czasu odkrycia plutonu w 1941 r. wyprodukowano około 400 ton tego pierwiastka (około 10^{30} atomów), to zidentyfikowano dotychczas zaledwie kilka jąder pierwiastka 109. Trudności eksperymentalne wynikają również z bardzo krótkiego czasu życia „superciężkich”, jest on coraz krótszy w miarę wzrostu liczby atomowej, co pokazuje rysunek obok. Możliwości obecnej techniki nie pozwalają na identyfikację jąder o czasie życia krótszym niż 100 nanosekund. Naukowcy z Darmstadt spodziewają się, że w niedalekiej przyszłości uda się wytworzyć i zidentyfikować pierwiastki 110 i 111. A więc na pewno cnd...

Przyczyny okresowości cech pierwiastków stanowiły zagadkę dla fizyki i chemii XIX w. Dopiero powstanie mechaniki kwantowej i poznanie struktury wewnętrznej atomu pozwoliło zrozumieć okresowość jako powtarzanie się konfiguracji elektronów. O budowie układu okresowego decyduje kolejność zapełniania powłok i podpowłok elektronami.

Przypomnijmy, że energia elektronu w atomie wodoropodobnym (jądro z jednym elektronem) może przyjmować wartości określone wzorem

$$E_n = \frac{Z^2 e^4 m}{2 \hbar^2 n^2}$$

gdzie n oznacza główną liczbę kwantową ($n = 1, 2, 3, \dots$), Z – ładunek jądra, e i m – ładunek i masę elektronu, \hbar – stała Plancka. Stany energetyczne są zdegenerowane, to znaczy elektrony różniące się orbitalnym momentem pędu L i jego rzutem L_x oraz rzutem spinu S_x na wyróżniony kierunek mają tę samą energię. L , L_x i S_x mogą przyjmować jedynie wartości określone wzorami:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad L_x = -l, -l+1, \dots, 0, 1, \dots, l, \quad S_x = \pm \frac{\hbar}{2}$$

gdzie $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ oznacza orbitalną liczbę kwantową. Zbiór stanów o tej samej wartości n (n i l) nosi nazwę powłoki (podpowłoki). Liczba stanów w podpowłoce wynosi $2(2l+1)$, a w powłoce – $2n^2$. Stany odpowiadające kolejnym $l = 0, 1, 2, \dots$ oznaczają się symbolami literowymi s, p, d, f, g, ..., a podpowłoki oznacza się przez podanie głównej liczby kwantowej i symbolu literowego (np. 3d).

Analiza rozmieszczenia elektronów w poszczególnych powłokach prowadzi do sklasyfikowania pierwiastków w postaci układu okresowego. Można problem odwrócić i wówczas układ okresowy może pozwolić na odczytanie struktury elektronowej.

Aż do argonu elektrony zapełniają kolejne powłoki i podpowłoki. Dla potasu okazuje się, że od stanu 3d korzystniejsze energetycznie jest obsadzanie stanu 4s. Podobnie jest dla wapnia. Ale od skandiu do cynku zaczyna być zapełniana podpowłoka 3d pomimo częściowo rozbudowanej już powłoki 4. Podobnie dzieje się od itru do kadmu. Dla lantanowców i aktynowców sytuacja jest bardziej skomplikowana. Zaczynają być obsadzone podpowłoki f (4f dla lantanowców i 5f dla aktynowców), mimo że istnieją częściowo rozbudowane dwie następne powłoki.

Zapis struktury elektronowej w tabelach A i C jest skrótowy: w nawiasie kwadratowym podany jest symbol pierwiastka z grupy VIII (kolumna 18), którego struktura jest taka sama jak zapełnionych podpowłok danego pierwiastka, a jawnie podana jest obsada kolejnych podpowłok. W tabeli A zebrane są własności fizyczne: temperatury parowania i wrzenia, ciepła właściwe, przewodności itp. Tabela B zawiera informacje o strukturze krystalicznej, energii wzbudzenia rentgenowskiego, znaczeniu w biologii itp. W tabeli C podane są własności chemiczne pierwiastków. Ostatnia, tabela D, zawiera informacje o liczbie izotopów, częstości ich występowania, sposobach rozpadu niektórych z nich itp.

W każdej z tabel użycie pochyłej czcionki w symbolu pierwiastka oznacza, że jest on promieniotwórczy lub wytworzony sztucznie.

Nawet i dziś układ okresowy Mendelejewa znajduje zastosowanie w pracach naukowo-badawczych wymagających przewidywania określonych własności i zjawisk. Interesujące jest dokładne prześledzenie zmian własności fizycznych i chemicznych pierwiastków. Zachęcamy do tego. Pozwala to dogłębnie zrozumieć i docenić wpływ struktury elektronowej na wiele zjawisk.

Na podstawie materiałów VCH Verlagsgesellschaft i Werner Meyer AG

tabele opracowali Lidia GOETTIG, Jan KALINOWSKI i Maciej SZYMAŃSKI

B

1A 1 IA

3,75 1,731 - 14,1	HEX - -0,374 0,88	1 H Водород	2A 2 PA 3,49 - 13,1	BCC - 6·10 ⁻³	2,29 - 5,0	HEX - 5·10 ⁻⁴	3 3A 3 IIB 4,23 1,07 23,7	BCC 0,363 2,64	4 4A 3,21 1,30 14,0	HEX - 1,94	5 5A 5,23 3,59 45,3	BCC 0,367 2,4	6 6A 5,58 4,00 29,9	FCC 0,490 3,39	7 7A 3,31 1,594 4,49	IIB HEX 1,23	8 8A 2,95 1,588 4,95	5B HEX -0,344	9 9A 3,02 1,588 5,45	BCC HEX -0,038	10 10A 2,88 1,588 5,98	BCC HEX 0,363	11 11A 8,89 6,54 7,39	REG REG 0,09	12 12A 2,87 7,10 7,1	BCC BCC 4,7	13 13A 2,51 1,622 7,71	HEX HEX 0,253	14 14A 3,52 8,29 6,6	HEX HEX K 1,790					
1,07 K 11,91 23,7	0,363 K 9,889 2,64	11 Na Литий	4 Be Бериллий	3 Li Литий	5 Mg Магний	6 Ca Кальций	7 Sc Скандий	8 Ti Титан	9 V Ванадий	10 Cr Хром	11 Mn Марганец	12 Fe Железо	13 Co Кобальт	14 Ni Никель	15 Y Иттрий	16 Zr Цирконий	17 Nb Ниобий	18 Mo Молибден	19 Tc Технеций	20 Ru Рутений	21 Rh Родий	22 Pd Палладий	23 Rb Рубидий	24 Sr Стронций	25 Zr Цирконий	26 Nb Ниобий	27 Mo Молибден	28 Tc Технеций	29 Ru Рутений	30 Rh Родий	31 Pd Палладий				
5,59 15,7 55,9	0,708 K 0,9269 0,03	37 Rb Рубидий	38 Sr Стронций	39 Y Иттрий	40 Zr Цирконий	41 Nb Ниобий	42 Mo Молибден	43 Tc Технеций	44 Ru Рутений	45 Rh Родий	46 Pd Палладий	47 Ag Серебро	48 Cd Кадмий	49 In Индий	50 Sn Олово	51 Sb Мышьяк	52 Te Телур	53 I Йод	54 Xe Ксенон	55 Ba Барий	56 La-Lu Лантаны	57 Hf Гафний	58 Ta Тантал	59 W Вольфрам	60 Re Рений	61 Os Осний	62 Ir Иридий	63 Pt Платина	64 Au Золото	65 Hg Ртуть	66 Tl Таллий	67 Pb Свинец			
6,05 35,9 70	0,542 K 0,4018 6·10 ⁻⁴	55 Cs Цезий	56 Ba Барий	57 La-Lu Лантаны	58 Hf Гафний	59 Ta Тантал	60 W Вольфрам	61 Re Рений	62 Os Осний	63 Ir Иридий	64 Pt Платина	65 Au Золото	66 Hg Ртуть	67 Tl Таллий	68 Pb Свинец	69 Bi Висмут	70 Po Полоний	71 At Астат	72 Rn Радон	73 Fr Франций	74 Ra Радий	75 Ac-Lr Актиноиды	76 Rf/Ku Курчатовий	77 Ha/Ns Нильсборий	78 Unh Унбевгий	79 Uns Унгуновий	80 Uno Унунвий	81 Une Унунвений	82 Uue Унунвексий	83 Uuh Унунхексий	84 Uuq Унунквадий	85 Uur Унунреций	86 Uus Унунсептий	87 Uuo Унуноктадий	
18,6 L 1,030 10 ⁻²¹	19,3 L 1,009 10 ⁻¹⁰	87 Fr Франций	88 Ra Радий	89 Ac-Lr Актиноиды	90 Rf/Ku Курчатовий	91 Ha/Ns Нильсборий	92 Unh Унбевгий	93 Uns Унгуновий	94 Uno Унунвий	95 Une Унунвений	96 Uue Унунвексий	97 Uuh Унунхексий	98 Uuq Унунквадий	99 Uur Унунреций	100 Uus Унунсептий	101 Uuo Унуноктадий	102 Uuq Унунквадий	103 Uur Унунреций	104 Uus Унунсептий	105 Uuo Унуноктадий	106 Uuq Унунквадий	107 Uur Унунреций	108 Uus Унунсептий	109 Uuo Унуноктадий	110 Uuq Унунквадий	111 Uur Унунреций	112 Uus Унунсептий	113 Uuo Унуноктадий	114 Uuq Унунквадий	115 Uur Унунреций	116 Uus Унунсептий	117 Uuo Унуноктадий	118 Uuq Унунквадий	119 Uur Унунреций	120 Uus Унунсептий

stosunek $\frac{a}{b}$ lub kąt α w ukl. romboedr.
stosunek $\frac{b}{a}$ w układzie rombowym

energia wzbudzenia prom. rentgen. [keV]

długość fali prom. rentgen. linii K α (K) lub L α_1 (L) [Å]

objętość atomowa (masa at./gęstość) [cm³]

zawartość masowa pierwiastka w warstwie pow. Ziemi: atmosfera + hydrosfera + skorupa (do 16 km głębokości) [%]

stała sieciowa a [Å]

10,47	ROMB
2,339	1,229
2,46	0,285
K 5,373	
15,5	0,05
16 S	Сера

nazwa rosyjska

struktura krystaliczna (najczęściej spotykana)
REG - układ regularny
BCC - przestrzennie centrowany
FCC - płasko centrowany
D - struktura diamentowa
HEX - układ heksagonalny
TET - układ tetragonalny
ROMB - układ rombowski
RH - układ romboedrowy
MC - układ jednoskośny

długość rozpraszania termicznych na związki

znaczenie biologiczne
■ - ważny dla wszystkich organizmów
● - ważny przynajmniej dla zwierząt
x - przypuszczalnie małe znaczenie
□ - ważny dla organizmów roślinnych
○ - przypuszczalnie małe znaczenie

6

3,75 1,619 6,26 L 2,665 22,5	HEX - 0,827 2·10 ⁻³	57 La Лантан	58 Ce Церий	59 Pr Празеодим	60 Nd Неодим	61 Pm Прометий	62 Sm Самарий	63 U Европий	64 Gd Гадолиний	65 Tb Тербий
5,31 19,8 L 0,980 6·10 ⁻¹⁴	FCC - L 0,956 10 ⁻³	89 Ac Актиний	90 Th Торий	91 Pa Протактиний	92 U Уран	93 Np Нептуний	94 Pu Плутоний	95 Am Америций	96 Cm Кюрий	97 Bk Беркелий

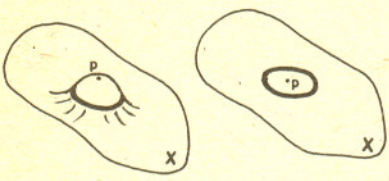
7

Na przełaj przez matematykę, czyli o błonie mydlanej

Dr Krzysztof S.

NOWIŃSKI

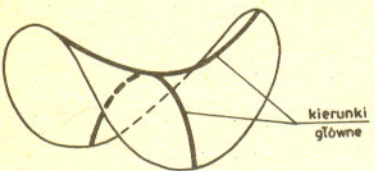
Kształt powierzchni utworzonej przez błonę mydlaną rozpiętą na drucianym konturze jest wyznaczany przez napięcie powierzchniowe minimalizujące pole tej powierzchni. U podstaw zapoczątkowanej w latach 70. zeszłego wieku przez J.A.F. Plateau teorii błony mydlanej leży możliwość łatwego, pogładowego niemal, lokalnego opisu takiej powierzchni minimalnej.



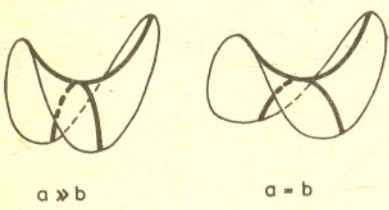
Po spłaszczeniu „garbka” zmniejszyło się pole powierzchni.

Zauważmy mianowicie, że dowolny fragment A powierzchni minimalnej X ograniczony konturem K_A również ma najmniejsze możliwe pole – gdyby tak nie było, moglibyśmy zmniejszyć pole ograniczone przez K_A nie zmieniając nic na zewnątrz tego konturu i w ten sposób zmniejszyć pole całego X wbrew założeniu o jego minimalności. Wynika stąd łatwo, że powierzchnia X nie może zawierać punktów eliptycznych, czyli takich, w których otoczeniu X nie przecina płaszczyzny stycznej – taki „dołek” czy „górkę” można spłaszczyć zmniejszając pole.

Pozostają więc tylko punkty, w otoczeniu których powierzchnia nasza przypomina mniej lub bardziej rozplaszczone siodło. W punkcie takim można wyróżnić dwa prostopadłe kierunki główne. Gdy pójdziemy w jednym z tych kierunków nie opuszczając powierzchni X , droga nasza zacznie zakrzywiać się „w górę”, gdy pójdziemy w kierunku prostopadłym – zaczniemy schodzić „w dół”.



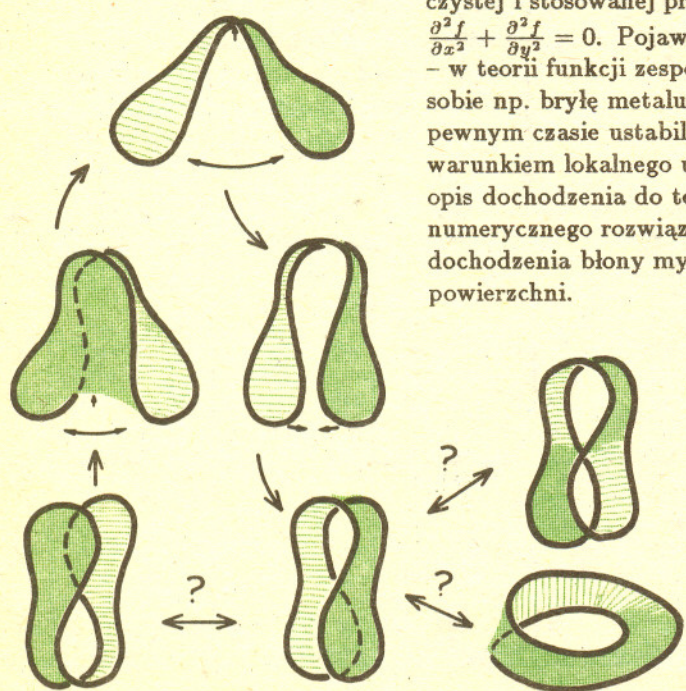
W stosownie wybranym układzie współrzędnych (osiąmi x, y uczynimy kierunki główne, a osią z kierunek prostopadły do powierzchni) możemy X aproksymować wykresem funkcji $z = f(x, y) = ax^2 - by^2$. Liczby $\frac{a}{2}$ i $-\frac{b}{2}$ nazywamy krzywiznami głównymi w punkcie p , a ich sumę $\frac{a}{2} - \frac{b}{2}$ – krzywizną średnią. Okazuje się, że warunek lokalnej minimalności pola powierzchni pociąga za sobą znikanie krzywizny średniej, czyli $a = b$.



Gdy np. $a > b$, to pole powierzchni siodła przedstawionego na rysunku 1) możemy zmniejszyć deformując je zgodnie z rysunkiem 2).

Zauważmy teraz, że siodło o równych krzywiznach głównych ma pewną ciekawą własność: dla dowolnej liczby ϵ zbiór punktów oddalonych od „środką” siodła o ϵ tworzy krzywą, której środkiem ciężkości jest właśnie środek siodła. Wyraźnie widać, że tak nie jest, gdy p jest punktem eliptycznym, a nieco bardziej precyzyjna analiza wykazuje, że równość krzywizn głównych (z przeciwnymi znakami), a więc symetria siodła jest konieczna dla spełnienia wyżej sformułowanego warunku.

Własność „lokalnego uśredniania” pojawia się w wielu zagadnieniach matematyki czystej i stosowanej prowadząc do tzw. eliptycznych równań różniczkowych typu $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$. Pojawiają się one zarówno w rozważaniach natury teoretycznej – w teorii funkcji zespolonych, jak i w problemach praktycznych. Wyobraźmy sobie np. bryłę metalu grzaną z jednej strony, a chłodzoną z drugiej. Po pewnym czasie ustabilizuje się pewien rozkład temperatur opisany właśnie warunkiem lokalnego uśredniania, a więc i równaniem eliptycznym. Również opis dochodzenia do tego stanu stabilnego, dający w wyniku pewien algorytm numerycznego rozwiązywania równań eliptycznych, ma swą analogię w opisie dochodzenia błony mydlanej do stanu równowagi, tzn. stanu minimalizacji pola powierzchni.



Problem powierzchni minimalnych kryje w sobie nietrywialne pytania topologiczne. Okazuje się na przykład, że deformując w sposób ciągły pewien kontur tak, że po zakończeniu deformacji wróci on do postaci pierwotnej, możemy otrzymać „nieodwracalną” deformację błony mydlanej, a pewne kształty konturu dają wysoce nietrywialne formy powierzchni minimalnych. Podobne rozważania w przypadku wielowymiarowym prowadzą do nie rozwiązanych problemów z najtrudniejszych działów topologii, analizy globalnej i kombinatoryki.

5 mała delta

Nazywają się proste

System rachunkowy starożytnych Egipcjan (np. 1500 lat p.n.e.) używał tylko liczb naturalnych i ich odwrotności. Zapisywano to bardzo prosto – jeśli jakiś hieroglif oznaczał liczbę naturalną, to oznaczenie jej odwrotności uzyskiwano przez dorysowanie (zawsze takiego samego) stosownego znaczka.

$$\overline{\text{III}} \quad \overline{\overline{\text{III}}}$$

12 $\frac{1}{12}$

Nie było natomiast znaczków na oznaczenie innych ułamków (w późniejszych tekstach pojawia się oddzielny znaczek na $\frac{2}{3}$, ale tylko on).

Jak więc radzono sobie z innymi ułamkami? Bo przecież poziom zadań rachunkowych, jakie wówczas rozwiązywano, wymagał użycia i innych ułamków. Otóż uważano, że wystarczy zajmować się sumami liczb naturalnych i pewnej liczby ich odwrotności.

A czy rzeczywiście wystarczy? Dokładniej – czy każdy ułamek między 0 a 1 da się przedstawić jako sumę odwrotności różnych (bo tego Egipcjanie wymagali) liczb naturalnych?

Dzisiaj przedstawienie ułamka właściwego jako sumy odwrotności różnych liczb naturalnych nazywa się rozkładem na ułamki proste. Czy zatem każdy ułamek właściwy da się rozłożyć na ułamki proste? Zamieszczona tabelka podaje takie rozkłady dla (dzisiejszych) ułamków o mianownikach od 2 do 7. Proponuję Czytelnikom przedłużenie jej. Bo da się to zrobić dowolnie daleko.

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{5} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{7} \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{28} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{14} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{70} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{42}$$

Zauważmy najpierw, że rozkład na ułamki proste nie jest jednoznaczny. Istotnie, np.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{24}$$

Każdy widzi, jaką sztuczkę należy tu zastosować, np.

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

Ale zastanówmy się, jak w ogóle jakiś rozkład otrzymać. Odpowiedź jest prosta. Od ułamka, który chcemy rozłożyć, odejmujemy największy, spośród mniejszych od niego, ułamek prosty. I kontynuujemy tę operację, aż reszta też będzie ułamkiem prostym. Np.

$$\frac{9}{19} - \frac{1}{3} = \frac{27 - 19}{57} = \frac{8}{57}$$

$$\frac{8}{57} - \frac{1}{8} = \frac{64 - 57}{456} = \frac{7}{456}$$

$$\frac{7}{456} - \frac{1}{66} = \frac{462 - 456}{30096} = \frac{6}{30096} = \frac{1}{10016}$$

czyli $\frac{9}{19} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{66} + \frac{1}{10016}$.

Aby przekonać się, że takie postępowanie zawsze zakończy się sukcesem, wystarczy zauważyć, iż ułamki otrzymane po każdym takim odejmowaniu muszą mieć coraz mniejsze liczniki (a dlaczego?). Tak więc $\frac{a}{n}$ jest sumą co najwyżej a różnych ułamków prostych.

Małą Deltę przygotował Marek KORDOS

P.S. O tym, że rozkłady na ułamki proste (już niekoniecznie różne) mogą być przedmiotem bardzo twardej matematyki, świadczą np. następujące, do tej pory nie rozwiązane, problemy:

Czy każdy ułamek $\frac{4}{n}$, dla $n > 1$, da się przedstawić jako sumę dokładnie trzech ułamków prostych? (problem Erdösa)

Czy dla każdego a każdy ułamek $\frac{a}{n}$ o mianowniku większym od pewnej, dobranej do a , liczby n_a jest sumą dokładnie trzech ułamków prostych? (problem Schinzla)

D

1A 1 IA

1,00794 2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598
1 H Wasserstoff	2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598

6,941 2 6 7 7,5 92,5 3(β^-)842ms 5,392	2A 2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598
1 H Wasserstoff	2A 2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598

22,989768 1 23 100 22(β^+ , γ)2,6a 5,139	2A 2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598
3 Li Lithium	2A 2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	2 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598

11 Na Natrium	12 Mg Magnesium	3A 3 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	4 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	5 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	6 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	7 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	8 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	9 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	10 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598
11 Na Natrium	12 Mg Magnesium	3A 3 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	4 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	5 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	6 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	7 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	8 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	9 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598	10 1 2 99,985 0,015 3(β^-)12,3a 13,598

19 K Kalium	20 Ca Calcium	21 Sc Scandium	22 Ti Titan	23 V Vanadium	24 Cr Chrom	25 Mn Mangan	26 Fe Eisen	27 Co Cobalt	28 Ni Nickel
19 K Kalium	20 Ca Calcium	21 Sc Scandium	22 Ti Titan	23 V Vanadium	24 Cr Chrom	25 Mn Mangan	26 Fe Eisen	27 Co Cobalt	28 Ni Nickel

37 Rb Rubidium	38 Sr Strontium	39 Y Yttrium	40 Zr Zirkonium	41 Nb Niobium	42 Mo Molybdän	43 Tc Technetium R	44 Ru Ruthenium	45 Rh Rhodium	46 Pd Palladium
37 Rb Rubidium	38 Sr Strontium	39 Y Yttrium	40 Zr Zirkonium	41 Nb Niobium	42 Mo Molybdän	43 Tc Technetium R	44 Ru Ruthenium	45 Rh Rhodium	46 Pd Palladium

55 Cs Cäsium	56 Ba Barium	La-Lu	72 Hf Hafnium	73 Ta Tantal	74 W Wolfram	75 Re Rhenium	76 Os Osmium	77 Ir Iridium	78 Pt Platin
55 Cs Cäsium	56 Ba Barium	La-Lu	72 Hf Hafnium	73 Ta Tantal	74 W Wolfram	75 Re Rhenium	76 Os Osmium	77 Ir Iridium	78 Pt Platin

87 Fr Francium R	88 Ra Radium R	Ac-Lr	104 Rf/Ku S	105 Ha/Ns S	106 Unh S	107 Uns S	108 Uno S	109 Une S
87 Fr Francium R	88 Ra Radium R	Ac-Lr	104 Rf/Ku S	105 Ha/Ns S	106 Unh S	107 Uns S	108 Uno S	109 Une S

138,9055 2 138 139 0,1 99,9 140(β^- , γ)40h 5,577	140,115 4 138 140 142 0,3 88,5 11,1 141(β^- , γ)33d 5,47	140,90765 1 141 100 143(β^-)14d 5,42	144,24 7 142 144 146 27,1 23,8 17,2 147(β^- , γ)11d 5,49	146,9151* (r) 147 152 154 15,0 26,7 22,7 153(β^- , γ)47h 5,63	150,36 7 147 152 154 15,0 26,7 22,7 153(β^- , γ)47h 5,63	151,965 2 151 153 47,8 52,2 152(c, γ)13,3a 5,67	157,25 7 156 158 160 20,5 24,8 21,9 153(c, γ)242d 6,14	158,9188 1 157 159 20,9 79,1 154(β^- , γ)112d 5,49
138,9055 2 138 139 0,1 99,9 140(β^- , γ)40h 5,577	140,115 4 138 140 142 0,3 88,5 11,1 141(β^- , γ)33d 5,47	140,90765 1 141 100 143(β^-)14d 5,42	144,24 7 142 144 146 27,1 23,8 17,2 147(β^- , γ)11d 5,49	146,9151* (r) 147 152 154 15,0 26,7 22,7 153(β^- , γ)47h 5,63	150,36 7 147 152 154 15,0 26,7 22,7 153(β^- , γ)47h 5,63	151,965 2 151 153 47,8 52,2 152(c, γ)13,3a 5,67	157,25 7 156 158 160 20,5 24,8 21,9 153(c, γ)242d 6,14	158,9188 1 157 159 20,9 79,1 154(β^- , γ)112d 5,49

89 Ac Actinium R	90 Th Thorium R	91 Pa Protactinium R	92 U Uran R	93 Np Neptunium R	94 Pu Plutonium R	95 Am Americium S	96 Cm Curium S	97 Bk Berkelium S
89 Ac Actinium R	90 Th Thorium R	91 Pa Protactinium R	92 U Uran R	93 Np Neptunium R	94 Pu Plutonium R	95 Am Americium S	96 Cm Curium S	97 Bk Berkelium S

masa atomowa
* - dla pierwiastków radioaktywnych:
masa jednego z ważnych izotopów;
dla U i Th: naturalna mieszanina izotopów

liczby masowe najbardziej rozpowszechnionych izotopów oraz ich procentowa zawartość w przyrodzie

55,847 4 54 56 57 5,8 91,7 2,2 59(β^- , γ)312d 7,870	4 54 56 57 5,8 91,7 2,2 59(β^- , γ)312d 7,870
26 Fe Eisen X	4 54 56 57 5,8 91,7 2,2 59(β^- , γ)312d 7,870

nazwa niemiecka

liczba izotopów wyst (r): tylko radioizotopy w n promieniotwórczych

liczba masowa najbardziej rozpowszechnionych izotopów (sposób rozpadu) czas

energia jonizacji [eV]

R - występuje tylko w szej przyrodzie
S - sztucznie wytworzony

zotopów występujących w przyrodzie
radioizotopy w naturalnych szeregach
promieniotwórczych

masowa najbardziej trwałego izotopu
(czas rozpadu) czas połowicznego zaniku

jonizacji [eV]

występuje tylko w szeregu promieniotwórczym
nie wytworzony

4,002602	2
3	4
10 ⁻⁴	≈100
6(β ⁻)808ms	
24,587	

9 VIII 8 10 VIII 1B 11 IB 2B 12 IIB

3B	13 IIIA	4B	14 IVA	5B	15 VA	6B	16 VIA	7B	17 VIIA	2 He							
10,811 2 10 11 19,9 80,1 12(β ⁻ , γ)20ms 8,298	12,011 2 12 13 98,9 1,1 14(β ⁻)5730a 11,260	14,00674 2 14 15 99,63 0,37 13(β ⁺)10m 14,534	15,9994 3 16 17 18 99,76 0,04 0,20 15(β ⁺)2m 13,618	16,9984032 1 19 100 18(β ⁺)110m 17,422	20,1797 3 20 21 22 90,5 0,3 9,2 23(β ⁻ , γ)37s 21,564	5 B Bor	6 C Kohlenstoff	7 N Stickstoff	8 O Sauerstoff	9 F Fluor	10 Ne Neon						
26,981539 1 27 100 26(β ⁺ , γ)7,2·10 ⁵ a 5,986	28,0855 3 28 29 30 92,2 4,7 3,1 31(β ⁻)3h 8,151	30,973762 1 31 100 32(β ⁻)14d 10,486	32,066 4 32 33 34 95,0 0,8 4,2 35(β ⁻)88d 10,360	35,4527 2 35 37 75,8 24,2 36(β ⁻)3·10 ⁵ a 12,967	39,948 3 36 38 40 0,3 0,1 99,6 41(β ⁻ , γ)2h 15,759	13 Al Aluminium	14 Si Silicium	15 P Phosphor	16 S Schwefel	17 Cl Chlor	18 Ar Argon						
58,69 5 58 60 62 68,3 26,1 3,6 63(β ⁻)100a 7,635	63,546 2 63 65 69,2 30,8 64(β ⁻ , ε)13h 7,726	65,39 5 64 66 68 48,6 27,9 18,8 65(ε, γ)244d 9,394	69,723 2 69 71 60,1 39,9 67(ε, γ)78h 5,999	72,61 5 70 72 74 20,5 27,4 36,5 77(β ⁻ , γ)11h 7,899	74,92159 1 75 100 73(ε, γ)80d 9,81	78,96 6 78 80 82 23,6 49,7 9,2 75(ε, γ)120d 9,752	79,904 2 79 81 50,7 49,3 82(β ⁻ , γ)35h 11,814	83,80 6 82 84 86 11,6 57,0 17,3 85(β ⁻)10,8a 13,999	28 Ni Nickel	29 Cu Kupfer	30 Zn Zink	31 Ga Gallium	32 Ge Germanium	33 As Arsen	34 Se Selen	35 Br Brom	36 Kr Krypton
106,42 6 105 106 108 22,3 27,3 26,5 103(ε)17d 8,34	107,8682 7 107 109 51,8 48,2 110m(β ⁻ , γ)250d 7,576	112,411 8 111 112 114 12,8 24,1 28,7 109(ε)453d 8,993	114,82 2 113 115 4,3 95,7 114m(β ⁻ , γ)50d 5,786	118,710 10 116 118 120 14,5 24,2 32,6 113(ε, γ)115d 7,344	121,75 2 121 123 87,3 42,7 125(β ⁻ , γ)2,8a 8,641	127,60 8 126 128 130 19,0 31,7 33,8 127m(β ⁻ , γ)109d 9,009	126,90447 1 127 100 129(β ⁻ , γ)1,6·10 ⁷ a 10,451	131,29 9 129 131 132 26,4 21,2 26,9 133(β ⁻ , γ)5d 12,130	46 Pd Palladium	47 Ag Silber	48 Cd Cadmium	49 In Indium	50 Sn Zinn	51 Sb Antimon	52 Te Tellur	53 I Iod	54 Xe Xenon
195,08 6 194 195 196 32,9 33,8 25,3 197(β ⁻ , γ)18h 9,1	196,96654 1 197 100 195(ε, γ)183d 9,225	200,59 7 199 200 202 16,8 23,1 29,8 203(β ⁻ , γ)47d 10,437	204,3833 2 203 205 29,5 70,5 204(β ⁻)3,8a 6,108	207,2 4 206 207 208 24,1 22,1 52,4 210(β ⁻ , γ)22,3a 7,416	208,98037 1 209 100 207(ε, γ)33,4a 7,289	208,9824 7(r) 209(α)102a 8,42	209,9871 4(r) 210(ε, γ)8h 9,5	222,0176 4(r) 222(α)4d 10,748	78 Pt Platin	79 Au Gold	80 Hg Quecksilber	81 Tl Thallium	82 Pb Blei	83 Bi Bismut	84 Po Polonium R	85 At Astat R	86 Rn Radon R

0
3,4ms
S

158,92534 1 158 160 24,8 21,9 160(β ⁻ , γ)72d 6,14	162,50 7 162 163 164 25,5 24,9 28,2 165(β ⁻ , γ)2h 5,93	164,93032 1 165 100 166m(β ⁻ , γ)1200a 6,02	167,26 6 166 167 168 33,6 22,9 26,8 169(β ⁻)9d 6,10	168,93421 1 169 100 170(β ⁻ , γ)129d 6,18	173,04 7 172 173 174 21,9 16,1 31,8 169(ε, γ)32d 6,254	174,967 2 175 176 97,4 2,6 177(β ⁻ , γ)7d 5,426	65 Tb Terbium	66 Dy Dysprosium	67 Ho Holmium	68 Er Erbium	69 Tm Thulium	70 Yb Ytterbium	71 Lu Lutetium
247,0703 0 247(α, γ)1380a	251,0796 0 251(α, γ)898a	252,0829 0 252(α, γ)472d	257,0951 0 257(α, γ)101d	258,0986 0 258(α)56d	259,1009 0 259(α, ε)58m	260,1053 0 260(α)3m	97 Bk Berkelium S	98 Cf Californium S	99 Es Einsteinium S	100 Fm Fermium S	101 Md Mendelevium S	102 No Nobelium S	103 Lr Lawrencium S

Rozwiązania prosimy nadsyłać do dnia 1 IX 1990 r. Wśród Czytelników, którzy nadesłali prawidłowe rozwiązania, rozlosujemy 10 książek z serii *Delta przedstawia*.

Redakcja



Rozwiązanie zadania F 282.

W naczyniach połączonych ciśnienia na tej samej wysokości są jednakowe. Ponieważ rurki manometru są otwarte, czyli połączone z atmosferą, więc i ciśnienie w nich zmienia się z wysokością tak, jak ciśnienie atmosferyczne. Wynika stąd, że ciśnienia wywierane na ciecz w obu ramionach są na tej samej wysokości takie same. Poziom cieczy w obu ramionach (w równowadze) jest więc taki sam i nasz manometr nie wskaże różnicy ciśnień między parterem a piętrem.



Rozwiązanie zadania M 563. Niech

$$\epsilon = \cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{3}$$

(jest to jeden z pierwiastków trzeciego stopnia z jedności). Mamy

$$2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n},$$

$$(1 + \epsilon)^n =$$

$$= \binom{n}{0} + \binom{n}{1} \epsilon + \dots + \binom{n}{n} \epsilon^n,$$

$$(1 + \epsilon^2)^n =$$

$$= \binom{n}{0} + \binom{n}{1} \epsilon^2 + \dots + \binom{n}{n} \epsilon^{2n}.$$

Zauważmy teraz, że $1 + \epsilon^k + \epsilon^{2k} = 3$ dla k podzielnych przez 3, w przeciwnym razie $1 + \epsilon^k + \epsilon^{2k} = 0$. Stąd

$$2^n + (1 + \epsilon)^n + (1 + \epsilon^2)^n = 3 \left[\binom{n}{0} + \binom{n}{3} + \binom{n}{6} + \dots \right],$$

ponadto $1 + \epsilon = -\epsilon^2$, $1 + \epsilon^2 = -\epsilon$, czyli

$$(1 + \epsilon)^n = (-\epsilon^2)^n =$$

$$= \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right)^n =$$

$$= \cos \frac{n\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{n\pi}{3},$$

$$(1 + \epsilon^2)^n = (-\epsilon)^n =$$

$$= \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right)^n =$$

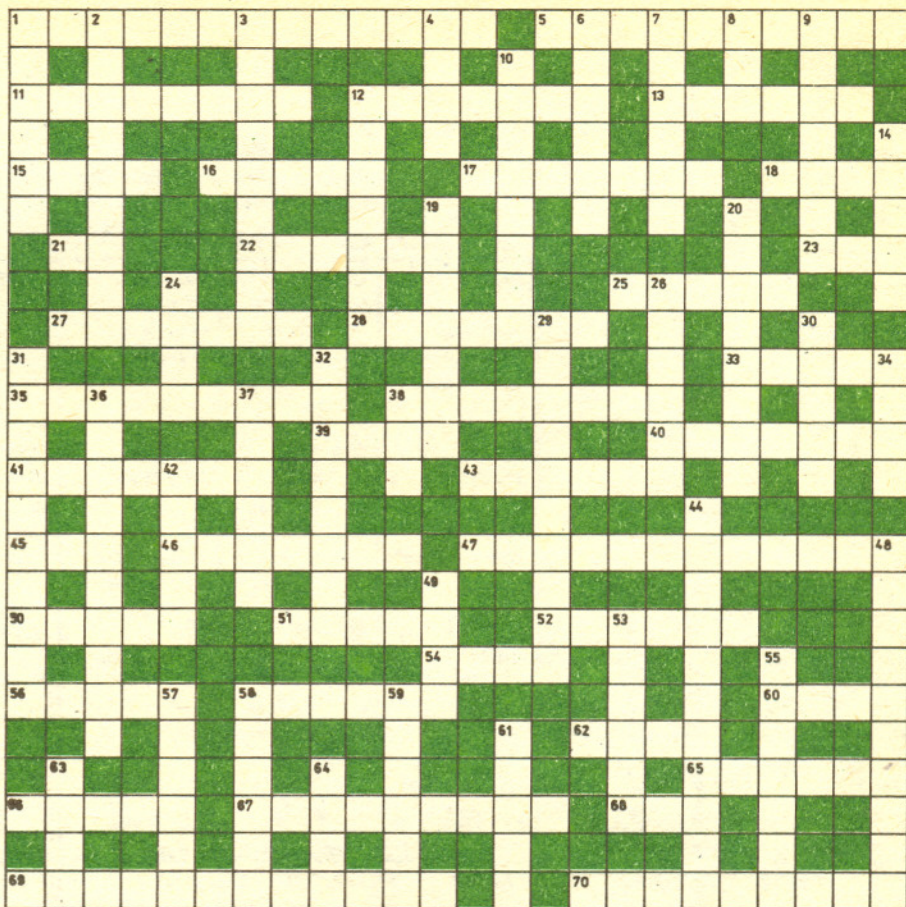
$$= \cos \frac{n\pi}{3} - i \cdot \sin \frac{n\pi}{3},$$

i ostatecznie

$$2^n + (1 + \epsilon)^n + (1 + \epsilon^2)^n = 2^n + 2 \cos \frac{n\pi}{3},$$

czyli

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{3} + \binom{n}{6} + \dots = \frac{1}{3} \left(2^n + 2 \cos \frac{n\pi}{3} \right).$$



Poziomo: 1. Świątynia astronomii. 5. $3 \cdot 10^{22}$ m. 11. Seria sztucznych satelitów, z których jeden odkrył pasy Van Allena. 12. Obiega gwiazdę. 13. Najjaśniejszy prawdopodobnie obiekt we Wszechświecie. 15. Zauważył, że Galaktyka się obraca. 16. Satelita Urana. 17. W nim jest Proxima. 18. Cudowna gwiazda. 21. Zasiarczony satelita Jowisza. 22. Satelita Plutona. 23. Nie widać Księżyca. 25. Zodiaku. 27. Góra ze sławnym obserwatorium. 28. Inny satelita Jowisza. 33. Otwarta gromada gwiazd (wspak). 35. Przyrząd astronomiczny, chociaż może też świecić. 38. Przyrząd astronomiczny, którego ten spod 35 jest szczególnym przypadkiem. 39. Kryptonim sztucznego satelity na podczerwień. 40. Mniejsze kółko biegnące po większym kole. 41. Chwianie się osi ziemskiej. 43. Gwiazdozbiór długi jak rzeka. 45. Pisarz, którego twórczość jest tak związana z Kosmosem, że trudno go tu pominąć. 46. Jest tam radioteleskop wielkości stadionu. 47. Jedna ze współrzędnych niebieskich. 50. Gwiazdozbiór z cudowną gwiazdą (po łacinie!). 51. Duży krater księżycowy. 52. Imieniem tej bogini nazwana jest duża planetoida. 54. Jedna z czterech. 56. W tym gwiazdozbiórze (po łacinie!) był kiedyś najważniejszy punkt nieba. 58. Planeta jak cieplarnia. 60. Coś przeciwnego do tej spod 54. 62. W odniesieniu do kalendarzy może być stary lub nowy. 65. Zdolność odbijająca. 66. Miasto słynące z wielkiego astronoma. 67. Kąt np. między kierunkami na planetę i Słońce. 68. Widać gwiazdy. 69. Otacza niektóre planety, ale jej nie widać. 70. Dzięki temu zjawisku m.in. wyznaczono odległości gwiazd.

Pionowo: 1. Też satelita Urana. 2. Kosmiczny fajerwerk. 3. Może być sferyczna, chromatyczna lub być jednym z dowodów ruchu Ziemi. 4. Planeta z osobliwie ustawioną osią obrotu. 6. Liczby określające, którym dniem po nowiu jest 1 stycznia. 7. Czwartha co do jasności gwiazda nieba. 8. Krzyżówkowa papuga, ale też łacińska nazwa południowego gwiazdozbioru. 9. Jednostka długości użyta przy pierwszym pomiarze promienia Ziemi. 10. Kamień, który spadł z nieba. 12. Gwiazda bardzo ważna dla żeglarzy. 14. Otaczająca nas rzeczywistość (wspak). 19. Jedna z najjaśniejszych i z najbardziej czerwonych gwiazd nieba. 20. Może to z gwiazdą zrobić np. Księżyc. 24. Jeden z twórców tajemniczej reguły określającej rozmiary orbit planet. 26. Jedna z planet (wspak). 29. Pochłanianie światła, np. w atmosferze. 30. To miasto chciało kiedyś leżeć na zerowym południku. 31. Gotowanie się powierzchni Słońca. 32. Pewien rój meteorów. 34. Ma to Galaktyka, ale może też mieć Słońce lub Księżyc. 36. Mierzenie jasności gwiazd. 37. Tworzy go pewna czwórka gwiazd w Orionie. 38. Jedyna litera grecka będąca zarazem skrótem nazwy gwiazdozbioru. 42. Panował podobno przed stworzeniem świata. 44. Uczona nazwa migotania gwiazd. 48. Jej poświęcona jest ta krzyżówka. 49. Ludowa nazwa alfy Woźnicy. 53. Sformułował prawo gravitacji. 55. Obiekt jeszcze młodszy od protogwiazdy. 57. Gwiazda bardzo ważna dla nas wszystkich. 58. Polski optyk (ok. 1230-1280). 59. Seria sztucznych satelitów fotografujących Księżyc z bliska. 61. Kicający gwiazdozbiór. 63. Jeżeli gwiazdowa, to ma $23^h 56^m 4^s$. 64. Wykrył okresowość aktywności Słońca.

= 10⁻¹² m

głości międzycząsteczkowej, tutaj dla α-Fe)

wiązania pojedynczego
mają mniejszy promień)

wartościowości
czyli koordynacyjnej
nu i jodu:

der Waals'a)

ęcy [V]

eda i Rochowa)

(dla wyższej wartościowości)

VIII 8 10 VIII 1B 11 IB 2B 12 IIB

1 H 1,008(1) 1,008(1) 0,758(3) 1,7 2 Ni Nickel	2 He 4,0026 4,0026 6,708(3) 1,6 3 Li 6,941 6,941 0,951(2) 1,4 4 Be 9,0122 9,0122 1,118(2) 1,6 5 B 10,811 10,811 1,156(3) 1,6 6 C 12,011 12,011 1,156(3) 1,6 7 N 14,007 14,007 1,156(3) 1,6 8 O 15,999 15,999 1,156(3) 1,6 9 F 18,998 18,998 1,156(3) 1,6 10 Ne 20,180 20,180 1,156(3) 1,6	11 Na 22,990 22,990 0,951(2) 1,4 12 Mg 24,305 24,305 0,951(2) 1,4 13 Al 26,982 26,982 0,951(2) 1,4 14 Si 28,086 28,086 0,951(2) 1,4 15 P 30,974 30,974 0,951(2) 1,4 16 S 32,065 32,065 0,951(2) 1,4 17 Cl 35,453 35,453 0,951(2) 1,4 18 Ar 39,948 39,948 0,951(2) 1,4	19 K 39,098 39,098 0,951(2) 1,4 20 Ca 40,078 40,078 0,951(2) 1,4 21 Sc 44,956 44,956 0,951(2) 1,4 22 Ti 47,88 47,88 0,951(2) 1,4 23 V 50,942 50,942 0,951(2) 1,4 24 Cr 52,004 52,004 0,951(2) 1,4 25 Mn 54,938 54,938 0,951(2) 1,4 26 Fe 55,845 55,845 0,951(2) 1,4 27 Co 58,933 58,933 0,951(2) 1,4 28 Ni 58,693 58,693 0,951(2) 1,4 29 Cu 63,546 63,546 0,951(2) 1,4 30 Zn 65,38 65,38 0,951(2) 1,4 31 Ga 69,723 69,723 0,951(2) 1,4 32 Ge 72,63 72,63 0,951(2) 1,4 33 As 74,922 74,922 0,951(2) 1,4 34 Se 78,96 78,96 0,951(2) 1,4 35 Br 79,904 79,904 0,951(2) 1,4 36 Kr 83,80 83,80 0,951(2) 1,4	37 Rb 85,468 85,468 0,951(2) 1,4 38 Sr 87,62 87,62 0,951(2) 1,4 39 Y 88,906 88,906 0,951(2) 1,4 40 Zr 91,224 91,224 0,951(2) 1,4 41 Nb 92,906 92,906 0,951(2) 1,4 42 Mo 95,94 95,94 0,951(2) 1,4 43 Tc 98,906 98,906 0,951(2) 1,4 44 Ru 101,07 101,07 0,951(2) 1,4 45 Rh 102,905 102,905 0,951(2) 1,4 46 Pd 106,42 106,42 0,951(2) 1,4 47 Ag 107,868 107,868 0,951(2) 1,4 48 Cd 112,412 112,412 0,951(2) 1,4 49 In 114,818 114,818 0,951(2) 1,4 50 Sn 118,710 118,710 0,951(2) 1,4 51 Sb 121,757 121,757 0,951(2) 1,4 52 Te 127,603 127,603 0,951(2) 1,4 53 I 126,905 126,905 0,951(2) 1,4 54 Xe 131,29 131,29 0,951(2) 1,4	55 Ba 137,327 137,327 0,951(2) 1,4 56 La 138,905 138,905 0,951(2) 1,4 57 Ce 140,12 140,12 0,951(2) 1,4 58 Pr 140,908 140,908 0,951(2) 1,4 59 Nd 144,24 144,24 0,951(2) 1,4 60 Pm 144,913 144,913 0,951(2) 1,4 61 Sm 150,36 150,36 0,951(2) 1,4 62 Eu 151,964 151,964 0,951(2) 1,4 63 Gd 157,25 157,25 0,951(2) 1,4 64 Tb 158,925 158,925 0,951(2) 1,4 65 Dy 162,50 162,50 0,951(2) 1,4 66 Ho 164,930 164,930 0,951(2) 1,4 67 Er 167,259 167,259 0,951(2) 1,4 68 Tm 168,930 168,930 0,951(2) 1,4 69 Yb 173,054 173,054 0,951(2) 1,4 70 Lu 174,967 174,967 0,951(2) 1,4	71 Hf 178,49 178,49 0,951(2) 1,4 72 Ta 180,948 180,948 0,951(2) 1,4 73 W 183,84 183,84 0,951(2) 1,4 74 Re 186,207 186,207 0,951(2) 1,4 75 Os 190,23 190,23 0,951(2) 1,4 76 Ir 192,222 192,222 0,951(2) 1,4 77 Pt 195,084 195,084 0,951(2) 1,4 78 Au 196,967 196,967 0,951(2) 1,4 79 Hg 200,59 200,59 0,951(2) 1,4 80 Tl 204,384 204,384 0,951(2) 1,4 81 Pb 207,2 207,2 0,951(2) 1,4 82 Bi 208,980 208,980 0,951(2) 1,4 83 Po 209 209 0,951(2) 1,4 84 At 210 210 0,951(2) 1,4 85 Rn 222 222 0,951(2) 1,4
--	--	--	--	--	--	--

ne
nium

86 Rn 222 222 0,951(2) 1,4	87 Fr 223 223 0,951(2) 1,4	88 Ra 226 226 0,951(2) 1,4	89 Ac 227 227 0,951(2) 1,4	90 Th 232 232 0,951(2) 1,4	91 Pa 231 231 0,951(2) 1,4	92 U 238 238 0,951(2) 1,4	93 Np 237 237 0,951(2) 1,4	94 Pu 244 244 0,951(2) 1,4	95 Am 243 243 0,951(2) 1,4	96 Cm 247 247 0,951(2) 1,4	97 Bk 247 247 0,951(2) 1,4	98 Cf 251 251 0,951(2) 1,4	99 Es 252 252 0,951(2) 1,4	100 Fm 257 257 0,951(2) 1,4	101 Md 258 258 0,951(2) 1,4	102 No 259 259 0,951(2) 1,4	103 Lr 262 262 0,951(2) 1,4
---	---	---	---	---	---	--	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--



Pytania

Gra w 20 pytań jest powszechnie znana. Gracz A wybiera liczbę od 1 do 1 000 000, gracz B zadaje 20 pytań typu: „Czy wybrana liczba należy do zbioru X ?”, gdzie $X \subseteq [1, 10^6]$. Gracz A udziela odpowiedzi „tak” lub „nie”. Wiadomo, że jeśli gracz A wybierze liczbę z przedziału $[1, 2^n]$, to graczowi B wystarczy n pytań.

Teraz rozważamy uogólnienie tego zadania. Gracz A wybiera 2 liczby z przedziału $[1, n]$. Gracz B zadaje pytanie typu: „Czy w zbiorze X jest co najmniej jedna z wybranych liczb?”, gdzie $X \subseteq [1, n]$. Ile tego typu pytań musi zadać gracz B , by określić, jakie liczby wybrał A ?

Inne uogólnienie: gracz B zadaje pytania typu: „Ile wybranych liczb znajduje się w zbiorze X ?”. Ten problem jest innym sformulowaniem następującego problemu poszukiwania fałszywych monet. Mamy n monet, wśród których jest k fałszywych. Moneta prawdziwa waży 10 g, fałszywa 11 g. W ilu ważeniach na wadze sprężynowej możemy oddzielić monety prawdziwe od fałszywych?

Inny, podobny problem: gracz A wybiera jedną liczbę z przedziału $[1, n]$, drugą z przedziału $[n + 1, 2n]$. Gracz B zadaje pytanie: „Czy w zbiorze X jest co najmniej jedna wybrana liczba?”, gdzie $X \subseteq [1, 2n]$. Oczywiście, jeśli do znalezienia jednej liczby w przedziale $[1, n]$ wystarczy k pytań (tzn. jeśli $n \leq 2^k$), to w tej grze graczowi B wystarczy $2k$ pytań. Ale czasami może zastosować lepszą strategię. Np. dla $n = 17$ wystarczy zadać pierwsze pytanie o zbiór $X = \{17, 34\}$, by potem w co najwyżej 8 pytaniach odnaleźć obie liczby. A jaka jest najmniejsza liczba pytań dla dowolnego n ? W tej grze znów możemy rozważać wariant pytań o liczbę wybranych liczb.

Wydaje się, że odpowiedź na którekolwiek z tych pytań, nawet częściowa, będzie interesująca.

doc. dr Wojciech GUZICKI

Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

KORESPONDENCYJNY KLUB FIZYKÓW

Drodzy Członkowie i Sympatycy Klubu!

Przypominamy, że co miesiąc przyznajemy nagrodę książkową dla autora najciekawiej opracowanego rozwiązania postawionych zagadnień. A oto nowa seria propozycji:

1. Postaraj się o dwie lupy z rączką. Mogą być takie, jakich używają filatelisci. Przymocuj je do jakichkolwiek podstawek tak, aby można je było ustawić pionowo na stole. Jest ważne, aby obie lupy były na tej samej wysokości. Na trzeciej podstawie umocuj kalkę techniczną. Na kalce będziemy obserwować obraz przedmiotu, którym może być, na przykład, świecąca żaróweczka latarki kieszonkowej. Przystępujemy teraz do doświadczenia, którego celem ma być zbadanie działania mikroskopu. Zapalamy latarkę i ustawiamy ją z jednej strony lupy. Z drugiej umieszczamy ekran z kalki technicznej w takim położeniu, aby widać było na nim wyraźny obraz świecącej żarówki. Popatrz teraz na otrzymany obraz przez drugą lupę. Zobaczysz obraz powiększony. Sprawdź, co się stanie, gdy usuniesz kalkowy ekran. Czy obraz zniknie, a jeżeli nie, to dlaczego? Narysuj bieg promieni w obu przypadkach.

2. Dysponując oprawioną lupą na podstawce i ekranem znajdź ogniskową soczewki lupy. Możesz wykorzystać wzór soczewkowy łączący ogniskową f z odległością a przedmiotu od soczewki i odległością b obrazu od soczewki:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

3. Istnieje jednak dokładniejsza metoda, polegająca na znalezieniu dwóch położen lupy, dla których na ekranie widać wyraźny obraz przedmiotu. Przesuwamy wtedy tylko soczewkę, a nie zmieniamy położenia ekranu i przedmiotu. Ogniskowa f związana jest z odległością l między obrazem i przedmiotem oraz z różnicą d dwóch położen lupy wzorem:

$$f = \frac{l^2 - d^2}{4 \cdot l}.$$

W metodzie tej, zwanej metodą Bessela, unikamy błędów związanych z wyznaczaniem odległości przedmiotu lub obrazu od środka soczewki, którego zwykle nie znamy bardzo dokładnie. Spróbuj wyprowadzić podany wzór.

Redaguje doc. dr Tomasz HOFMOKL

Listy prosimy przysyłać pod adresem:
Korespondencyjny Klub Fizyków
Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego
ul. Hoża 69, 00-681 Warszawa.

a krystaliczna
 ciej spotykanej fazy)
 układ regularny
 przestrzennie centrowana sieć regularna
 płasko centrowana sieć regularna
 struktura diamentu
 układ heksagonalny
 układ tetragonalny
 układ rombowy
 układ romboedryczny (trygonalny)
 układ jednoskośny

rozpraszania koherentnego neutronów
 nych na związanych jądrach $[10^{-14}m]$

e biologiczne pierwiastka
 ny dla wszystkich zbadanych gatunków
 ny przynajmniej dla jednego gatunku
 rpuszczalnie ma funkcję biologiczną
 ny dla organizmu człowieka
 rpuszczalnie ważny dla organizmu człowieka

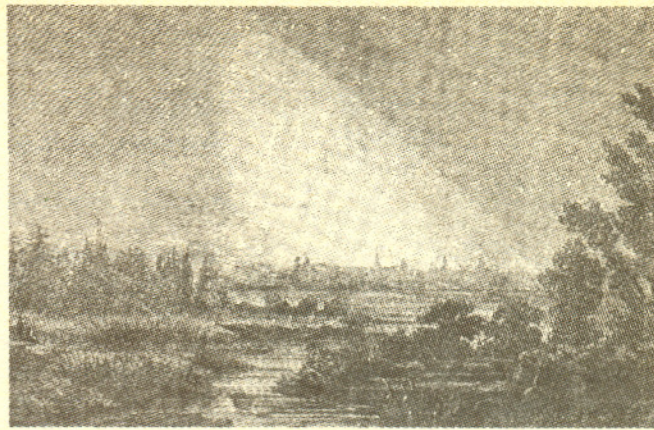
9 VIII 8	10 VIII 1B	11 IB 2B	12 IIB
HEX	FCC	FCC	HEX
0,253 0,790 $4 \cdot 10^{-3}$	3,52 8,29 1,03 K 1,659 6,6 0,01	3,61 8,86 0,772 K 1,542 7,1 0,01	2,66 1,856 9,65 0,568 K 1,436 9,2 0,01
Co	Ni	Cu	Zn
Никель	Медь	Цинк	
FCC	FCC	FCC	HEX
0,593 0,6147 10^{-7}	3,89 24,4 0,591 K 0,5869 8,9 10^{-6}	4,09 25,5 0,597 K 0,5608 10,3 10^{-5}	2,98 1,886 26,7 0,50 K 0,5365 13,1 $3 \cdot 10^{-5}$
Rh	Pd	Ag	Cd
Палладий	Серебро	Кадмий	
FCC	FCC	FCC	RH
1,06 0,352 10^{-7}	3,92 13,9 0,95 L 1,313 9,10 $5 \cdot 10^{-7}$	4,08 14,4 0,763 L 1,277 10,2 $5 \cdot 10^{-7}$	2,99 70°45' 14,8 1,266 L 1,242 14,8 $4 \cdot 10^{-5}$
Pt	Au	Hg	Tl
Платина	Золото	Ртуть	Таллий

3B	13 IIIA	4B	14 IVA	5B	15 VA	6B	16 VIA	7B	17 VIIA	18 VIII A
8,73 0,576 -	TET 0,535		D 0,252 0,665 K 44,59		HEX 4,039 1,651 -	0,930	REG 6,83 0,51 0,580 K 23,66		MC 0,664 0,565 K 18,32	3,57 HEX 1,633 -
4,6 10^{-3}		5,3 0,09		17,3 0,03		14,0 49,4		17,1 0,03	0,326 -	31,8 $4 \cdot 10^{-7}$
B	C		N		O		F		Ne	Гелий
Вор	Углерод		Азот		Кислород		Фтор		Неон	
4,05 1,55 K 8,338 10,0 7,57	FCC 0,345		D 5,43 1,83 0,415 K 7,126 12,1 25,8		REG 7,17 2,14 0,513 K 6,155 17,0 0,09		ROMB 10,47 2,339 1,229 2,46 0,285 K 5,373 15,5 0,05		ROMB 6,24 1,324 0,718 2,82 0,958 K 4,729 18,7 0,19	FCC 4,43 -
Al	Si		P		S		Cl		Ar	
Алюминий	Кремний		Фосфор		Сера		Хлор		Аргон	
4,51 1,695 1,001 10,4 0,729 K 1,341 11,8 10^{-3}	5,66 11,1 0,819 K 1,255 13,6 $6 \cdot 10^{-4}$		D 4,13 54°10' 11,9 0,658 K 1,177 13,1 $6 \cdot 10^{-4}$		RH 4,36 1,136 12,7 0,797 K 1,106 16,5 $8 \cdot 10^{-5}$		HEX 6,67 1,307 0,672 13,5 0,679 K 1,041 23,5 $6 \cdot 10^{-4}$		ROMB 6,24 1,324 0,718 2,82 0,958 K 4,729 18,7 0,19	FCC 5,72 -
Ga	Ge		As		Se		Br		Kr	
Галлий	Германий		Мышьяк		Селен		Бром		Криптон	
4,59 1,076 27,9 0,406 K 0,5136 15,7 10^{-5}	5,82 0,546 29,1 0,623 K 0,4920 16,3 $3 \cdot 10^{-3}$		RH 4,51 57°6' 30,4 0,564 K 0,4718 18,4 $7 \cdot 10^{-5}$		HEX 4,45 1,330 31,8 0,580 K 0,4528 20,5 10^{-6}		ROMB 7,27 1,347 0,659 33,2 0,528 K 0,4348 25,7 $6 \cdot 10^{-6}$		FCC 6,20 -	
In	Sn		Sb		Te		I		Xe	
Индий	Олово		Сурьма		Теллур		Иод		Ксенон	
3,46 1,599 15,3 0,879 L 1,207 17,2 $3 \cdot 10^{-5}$	4,95 15,8 0,940 L 1,175 18,3 $2 \cdot 10^{-3}$		RH 4,75 57°14' 16,4 0,853 L 1,144 21,3 $2 \cdot 10^{-5}$		FCC 4,95 15,8 0,940 L 1,175 18,3 $2 \cdot 10^{-3}$		MC 3,35 16,9 -		(FCC) -	
Tl	Pb		Bi		Po		At		Rn	
Таллий	Свинец		Висмут		Полоний		Астат		Радон	

HEX	HEX	HEX	HEX	HEX	HEX	FCC	HEX
0,95 0,046 $6 \cdot 10^{-4}$	3,60 1,581 8,70 0,738 L 1,976 19,2 $9 \cdot 10^{-5}$	3,59 1,573 9,03 1,69 L 1,909 19,0 $4 \cdot 10^{-4}$	3,58 1,570 9,38 0,808 L 1,845 18,7 10^{-4}	3,56 1,570 9,73 0,803 L 1,785 18,4 $2 \cdot 10^{-4}$	3,54 1,570 10,1 0,705 L 1,726 18,1 $2 \cdot 10^{-5}$	5,49 10,5 1,24 L 1,672 24,8 $3 \cdot 10^{-4}$	3,51 1,585 10,9 0,73 L 1,619 17,8 $7 \cdot 10^{-5}$
Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	
Тербия	Диспрозий	Гольмий	Эрбий	Тулий	Иттербий	Лютетий	
0,95							
Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr	
Берклий	Калифорний	Эйнштейний	Фермий	Менделевий	Нобелий	Лоуренсий	

Wiadomo od dawna, że w płaszczyźnie Układu Słonecznego zalega warstwa pyłu międzyplanetarnego, co widać gołym okiem jako tzw. światło zodiakalne. Jest to poświata widoczna w pobliżu Słońca, ale, oczywiście, po jego zachodzie lub przed wschodem, gdy niebo jest dostatecznie ciemne. W naszej szerokości geograficznej ekliptyka zawsze tworzy z horyzontem kąt niezbyt wielki i dlatego, gdy Słońce zagłębi się pod horyzont, to duża część ekliptyki również, w wyniku czego światła zodiakalnego nie widzimy – widać je tylko w krajach podzwrotnikowych, gdzie ekliptyka jest niemal prostopadła do horyzontu.

Wprowadzony na orbitę pod koniec 1983 r. sztuczny satelita IRAS (InfraRed Astronomical Satellite) oprócz wielu nowych informacji pochodzących z głębin Wszechświata dostarczył też nie znanych dotychczas wiadomości o naszym najbliższym otoczeniu. Mianowicie wykonane przez niego obserwacje wykazały, że oprócz warstwy znanego światła zodiakalnego Układ Słoneczny otaczają cztery inne pasma pyłu leżące w przybliżeniu symetrycznie i równoległe po dwa po obu stronach ekliptyki. Rzecz jasna, cząstki pyłu nie mogą obiegać Słońca „nad” i „pod” ekliptyką, gdyż według praw mechaniki Słońce musi leżeć w płaszczyźnie orbity każdego pyłku. Można więc przypuszczać, że cząstki te krążą po orbitach wprawdzie rozmaicie zorientowanych, ale o zbliżonym nachyleniu do ekliptyki odpowiadającym kątowej odległości pasma od ekliptyki. Wtedy bowiem pyłki przebywając stosunkowo długo w pobliżu swoich apheliów mogą utworzyć z dala od Słońca i od ekliptyki statystyczne zagęszczenia, co właśnie zaobserwował IRAS. Mielibyśmy zatem dwie „rodziny” pyłków, a każdą z nich tworzyłyby te pyłki, których aphelia układają się w dwa pasma jednakowo odległe od ekliptyki. Rzecz jasna, narzuca się pytanie o pochodzenie tych rodzin. Być może stanowią one resztki jakichś komet, ale wysunięte zostały bardziej chyba przekonujące hipotezy. Według jednej z nich warstwy pyłu pochodzą z planetoid. Otóż dwa zewnętrzne pasma o szerokości ekliptycznej $\pm 10^\circ$ mogłyby pochodzić z rozproszenia materii planetoid grupy *Eos*, gdyż one właśnie mają w przybliżeniu takie nachylenie orbit.



Rycina pochodząca z książki Amadée/Guillemina *The Heavens* (1871) przedstawia światło zodiakalne zaobserwowane przez Eduarda Heisa z Münster. Miasto to leży na szerokości geograficznej 52° , czyli na szerokości Warszawy, ale szukanie światła zodiakalnego na horyzoncie Warszawy jest obecnie raczej skazane na niepowodzenie.

Dwa pasma wewnętrzne z tego samego powodu mogłyby pochodzić z planetoid grupy *Themis*, aczkolwiek – jak przyznają autorzy hipotezy – niekoniecznie, gdyż trudno z mnóstwa planetoid wybrać bezbłędnie grupę właściwą. W każdym razie, jeżeli planetoidy danej grupy czasami się zderzają, to produkowany przy tym pył powinien z biegiem czasu wypełnić torus o rozmiarach określonych przez zasięgi orbit planetoid.

Według innej hipotezy pasma pyłu mogły powstać w wyniku pojedynczego zderzenia dwóch dużych planetoid. Oszacowano nawet, że ilość pyłu zaobserwowanego przez IRASa wymagałaby rozproszenia około $5 \cdot 10^{15}$ kg materii, czyli tyle, ile zawiera bryła o rozmiarach rzędu 15 km. Twórcy tej hipotezy twierdzą, że wskutek możliwych zderzeń innych planetoid powinny powstać jeszcze słabsze pasma pyłu zodiakalnego, które mogą zostać odkryte w przyszłości. Wreszcie, nic nie stoi na przeszkodzie, by przyroda uruchomiła oba mechanizmy, ale chyba nieprędko dowiemy się, jak było naprawdę.

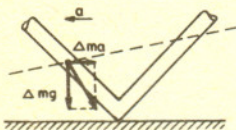
dr Tomasz KWAST



Rozwiązanie zadania F 288.

Jeśli naczynie z cieczą porusza się wzdłuż poziomego kierunku x z przyspieszeniem a , to powierzchnia cieczy pochyla się tak, by ciśnienie wypadkowe było do niej prostopadłe. Na element cieczy o masie Δm znajdujący się na powierzchni działa siła ciężkości Δmg i siła bezwładności Δma . Kąt nachylenia powierzchni dany jest więc związkiem:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta m \cdot a}{\Delta m \cdot g}$$



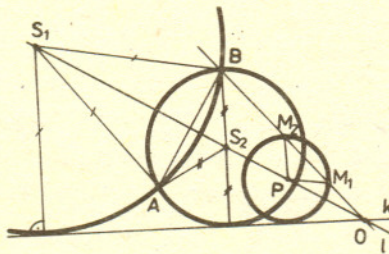
Rurka jest naczyniem połączonym, a więc poziomy cieczy w obu jej ramionach będą układały się wzdłuż tej samej powierzchni. Stąd

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1}, \text{ czyli } a = \frac{g(h_2 - h_1)}{h_2 + h_1}$$



Rozwiązanie zadania M 562.

Poszukiwane punkty (S_1 i S_2) są środkami okręgów, przechodzących przez A i B , stycznych do k (można założyć, że A i B leżą po tej samej stronie prostej k). Muszą zatem leżeć na symetralnej l odcinka AB .

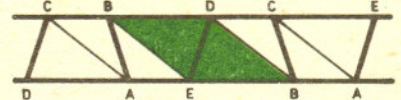


Jeśli $k \parallel l$, to dalsza konstrukcja jest oczywista, przyjmijmy więc, że $k \cap l = O$. Wystarczy teraz narysować dowolny okrąg o środku na l , styczny do k (na rysunku okrąg o środku P) i znaleźć jego obrazy przy odpowiednich jednokładnościach o środku O . W tym celu znajdujemy M_1 i M_2 – punkty przecięcia prostej, zawierającej odcinek BO z okręgiem o środku P , i prowadzimy przez B proste, równoległe do PM_1 i PM_2 . Przetną one prostą l w punktach S_1 i S_2 .



Rozwiązanie zadania M 564.

Po rozprostowaniu taśmy otrzymamy cztery trapezy.



Wystarczy wykazać, że są one przystające. Otóż $|\angle BAE| = |\angle ABC|$, dlatego trapezy $EABC$ i $DCBA$ są równoramienne, mają równe odpowiednie kąty i przekątne (AC) równej długości, są zatem przystające. Zatem $BD = BE$ i widać, że trapezy $BDEA$ i $BEDC$ są przystające: po wycięciu trójkąta równoramiennego BDE pozostają trójkąty równoramienne przystające ABE i CBD ($AE = BC$, $AB = CD$, $AB = BC$ – ponieważ skrajne trapezy są przystające). Ale $AB = CD$ implikuje, że wszystkie cztery trapezy są przystające. To daje natychmiast równość boków i kątów pięciokąta $ABCDE$.

Wzrost w punkcie wrzenia [kcal/gatom]

Wzrost [kcal/gatom]

Wzrost elektryczna właściwa

20°C [$\mu\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$]

Wzrost ciepła [cal/cm²·s·K]

Wzrost [cal/g·K]

Wzrost w 20°C

— dawne oznaczenia IUPAC

— nowe oznaczenia IUPAC z 1985 r.

— oznaczenia stosowane do 1986 r.

9	10	11	12	13	14	15	16	17	18							
VIII 8	VIII 1B	IB 2B	IIB	Al s	Si s	P s	S s	Cl G	Ar G							
4s ² 93 3,64 0,16 0,16 0,099	[Ar]3d ⁸ 4s ² 2730 91,0 1453 4,21 8,91 0,145 0,22 0,105	[Ar]3d ¹⁰ 4s 2595 72,8 1083 3,11 8,92 0,593 0,94 0,092	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 906 27,4 419,5 1,76 7,14 0,167 0,27 0,0915	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p 2237 29,8 1,34 5,91 0,058 0,079	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ² 2830 68 937,4 7,6 5,32 0,022 0,14 0,073	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ³ 280 2,97 613 7,75 44,2 0,15 1,82 10 ⁻¹⁷ 0,177	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁴ 444,6 3,01 685 3,34 119,0 0,34 2,06 10 ⁻²³ 0,0007 0,175	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁵ -34,7 2,44 -101,1 0,77 2,95 0,00002 0,116	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁶ -246 0,422 -248,6 0,080 0,84 0,0001 -							
5 Bor	6 Węgiel	7 Azot	8 Tlen	9 Fluor	10 Neon	11 Glin	12 Krzem	13 Fosfor	14 Siarka	15 Chlor	16 Argon					
4s ² 93 3,64 0,16 0,16 0,099	[Kr]4d ¹⁰ 3980 90 1552 4,0 12,02 0,093 0,17 0,058	[Kr]4d ¹⁰ 5s 2210 60,7 960,8 2,70 10,49 0,616 0,98 0,056	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 765 23,9 320,9 1,46 8,64 0,146 0,22 0,055	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p 2000 53,7 156,2 0,78 7,31 0,111 0,057 0,057	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ² 2270 70 231,9 1,72 7,29 0,088 0,16 0,054	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ³ 1380 46,6 630,5 4,74 6,69 0,026 0,05 0,049	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁴ 989,8 11,9 449,5 4,28 6,25 10 ⁻⁶ 0,014 0,047	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁵ 183 5,2 113,7 1,87 4,94 10 ⁻¹⁵ 0,001 0,052	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁶ -108,0 3,02 -111,9 0,55 5,49 0,0001 -							
28 Nikiel	29 Miedź	30 Cynk	31 Gal	32 German	33 Arsen	34 Selen	35 Brom	36 Krypton	37 Rubin	38 Stront	39 Yttr					
4s ² 152 6,6 0,189 0,14 0,031	[Xe]4f ¹⁴ 5d ⁹ 6s 4530 122 1769 4,7 21,45 0,095 0,17 0,032	[Xe]4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s 2970 81,8 1063 3,03 19,32 0,42 0,71 0,031	[Xe]4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 357 13,9 -38,4 0,56 13,55 0,011 0,02 0,033	[Xe]4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p 1457 38,8 303 1,02 11,85 0,055 0,093 0,031	[Xe]4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ² 1725 42,4 327,4 1,22 11,34 0,046 0,083 0,031	[Xe]4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ³ 1560 42,7 271,3 2,6 9,80 0,009 0,02 0,034	[Xe]4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ⁴ - 29 254 9,20 0,02	[Xe]4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ⁵ - 8 (302) -	[Xe]4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ⁶ (-61,8) 3,92 (-71) 0,69 9,23 -							
46 Pallad	47 Srebro	48 Kadm	49 Ind	50 Cyna	51 Antymon	52 Tellur	53 Jod	54 Ksenon	55 Cez	56 Bar	57 Lantan					
4s ² 72 3,70 0,007 0,021 0,071	[Xe]4f ⁹ 6s ² 2800 70 1356 3,9 8,25 0,009 -	[Xe]4f ¹⁰ 6s ² 2600 67 1407 4,1 8,56 0,011 0,024 0,041	[Xe]4f ¹¹ 6s ² 2600 67 1461 4,1 8,78 0,011 -	[Xe]4f ¹² 6s ² 2900 67 1497 4,1 9,05 0,012 0,023 0,040	[Xe]4f ¹³ 6s ² 1727 59 1545 4,4 9,32 0,011 -	[Xe]4f ¹⁴ 6s ² 1427 38 824 1,8 6,97 0,035 -	[Xe]4f ¹⁴ 6s ² 6p 3327 90 1652 4,6 9,84 0,015 -	65 Terb	66 Dysproz	67 Holm	68 Erb	69 Tul	70 Iterb	71 Lutet		
4s ² 152 6,6 0,189 0,14 0,031	[Rn]5f ⁹ 7s ² -	[Rn]5f ¹⁰ 7s ² -	[Rn]5f ¹¹ 7s ² -	[Rn]5f ¹² 7s ² -	[Rn]5f ¹³ 7s ² -	[Rn]5f ¹⁴ 7s ² -	[Rn]5f ¹⁴ 6d ⁷ 7s ² -	72 Hafn	73 Tantal	74 Wan	75 Reni	76 Molibden	77 Ruten	78 Roz	79 Cobalt	80 Nikiel

4s ² 72 3,70 0,007 0,021 0,071	[Xe]4f ⁹ 6s ² 2800 70 1356 3,9 8,25 0,009 -	[Xe]4f ¹⁰ 6s ² 2600 67 1407 4,1 8,56 0,011 0,024 0,041	[Xe]4f ¹¹ 6s ² 2600 67 1461 4,1 8,78 0,011 -	[Xe]4f ¹² 6s ² 2900 67 1497 4,1 9,05 0,012 0,023 0,040	[Xe]4f ¹³ 6s ² 1727 59 1545 4,4 9,32 0,011 -	[Xe]4f ¹⁴ 6s ² 1427 38 824 1,8 6,97 0,035 -	[Xe]4f ¹⁴ 5d ⁶ 6s ² 3327 90 1652 4,6 9,84 0,015 -	65 Terb	66 Dysproz	67 Holm	68 Erb	69 Tul	70 Iterb	71 Lutet		
4s ² 152 6,6 0,189 0,14 0,031	[Rn]5f ⁹ 7s ² -	[Rn]5f ¹⁰ 7s ² -	[Rn]5f ¹¹ 7s ² -	[Rn]5f ¹² 7s ² -	[Rn]5f ¹³ 7s ² -	[Rn]5f ¹⁴ 7s ² -	[Rn]5f ¹⁴ 6d ⁷ 7s ² -	72 Hafn	73 Tantal	74 Wan	75 Reni	76 Molibden	77 Ruten	78 Roz	79 Cobalt	80 Nikiel

81 Tal	82 Ołów	83 Bizmut	84 Polon	85 Astat	86 Radon	87 Franc	88 Radium	89 Actyn	90 Tor
97 Berkel	98 Kaliforn	99 Ajnsztajn	100 Ferm	101 Mendelew	102 Nobel	103 Lorens	104 Darmstadt	105 Dubnium	106 Livermor

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 3$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N - liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) - i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo - to tytuł Weterana. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 1/1989.

Czołówka ligi zadaniowej Klub 44 F

po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 83 ($WT=2,40$), 84 ($WT=3,00$),
85 ($WT=1,87$) i 86 ($WT=2,14$)
z numerów 2/1989 oraz 3/1989

Wiesław Kacprzak	- Kraków	46,47pkt
Dziersław Lipiński	- Lublin	44,15pkt
Jerzy Lipkowski	- Elbląg	42,44pkt
Tomasz Wietecha	- Tarnów	40,99pkt
Piotr Koczyński	- Warszawa	39,57pkt
Aleksander Surma	- Myszków	38,73pkt
Wojciech Peisert	- Wrocław	29,38pkt
Piotr Bała	- Toruń	29,21pkt
Mariusz Bogacz	- Pińsk	28,86pkt
Przemysław Gworys	- Częstochowa	28,62pkt

Pan Kacprzak staje się piętnastym członkiem, a pan Lipiński drugim weteranem Klubu 44F.

Zadania z fizyki nr 99, 100

Redaguje dr Andrzej NADOLNY

99. Między dwoma punktami o ustalonej różnicy wysokości i odległości poziomej budujemy tor bobslejowy. Podać - jakościowo - kształty toru, dla których osiągnane byłyby:

- maksymalna prędkość końcowa,
- maksymalna prędkość średnia,
- minimalny czas przejazdu.

100. Oszacować maksymalny możliwy zasięg samolotu odrzutowego, lecącego z prędkością 800 km/h, na podstawie następujących danych:

- stosunek siły nośnej (wytwarzanej przez skrzydła) do siły oporu powietrza - 5,
 - energia spalania paliwa - $4 \cdot 10^7$ J/kg,
 - stosunek masy powietrza do masy paliwa w wyrzucanych gazach spalinowych - 50.
- Inne, niezbędne dane należy przyjąć samemu.

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 8/1989

Przypominamy treść zadań:

91. Gdy poziomo rozpiętą nylonową żyłkę - używaną do suszenia bielizny - pociągamy (pocieramy) wzdłuż zwilżonymi palcami, słyszymy charakterystyczny dźwięk. Jeśli na żyłce wiszą jakieś drobne, suche „szmatki” możemy jednocześnie zauważyć, że przemieszczają się one wzdłuż żyłki w tym samym kierunku, w którym przesuwamy po niej palce. Wytłumaczyć to zjawisko, w miarę możliwości ilustrując własnym materiałem doświadczalnym.

92. Dwa ciała, o masach odpowiednio m_1 i m_2 , połączone nieważką nicią, mogą się poruszać bez tarcia po prostopadłych względem siebie prowadnicach ustawionych w płaszczyźnie pionowej tak, że jedna z nich nachylona jest pod kątem α względem poziomu (rysunek). Znaleźć kąt między nicią łączącą ciała a tą prowadnicą, gdy układ ciał znajduje się w stanie równowagi. Określić, jaki to rodzaj równowagi.

91. Podczas pociągania elastycznej żyłki palcami występuje kilka faz ruchu. Początkowo nie ma poślizgu między palcami a żyłką i następuje wydłużanie żyłki (faza A). W chwili, gdy siła sprężystości żyłki przewyższy siłę tarcia statycznego, następuje szybki ruch powrotny kurczącej się żyłki (faza B). Gdy w pewnym momencie siła sprężystości żyłki w punkcie jej styku z palcami zrówna się z siłą tarcia statycznego (co może być spowodowane drgającym ruchem żyłki w przeciwnym od pierwotnego kierunku lub też fluktuacjami siły palców ściskających żyłkę), zacznie się ponownie faza A. Jeśli fazy A i B następują po sobie z odpowiednio dużą częstotliwością, generowany jest charakterystyczny dźwięk. Przesuwanie się przedmiotów zawieszonych na żyłce można wytłumaczyć poślizgiem występującym między tymi przedmiotami a żyłką w fazie B (siła tarcia za mała, aby nadać tym przedmiotom odpowiednie przyspieszenie) i brakiem poślizgu w fazie A.

92. Siły ciężkości m_1g i m_2g rozkładamy na składowe Ω_1 i Ω_2 prostopadłe do odpowiednich prętów oraz na składowe F_1 i F_2 działające wzdłuż nici łączącej obie masy - jak na rysunku. Siły F_1 i F_2 muszą się równoważyć, wobec czego

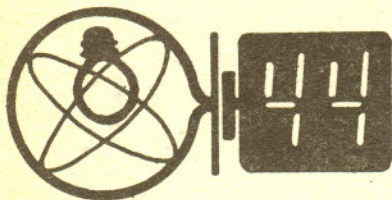
$$|F_1| = |F_2| = F.$$

Korzystając z twierdzenia Snelliusa dla trójkątów ABC oraz RST otrzymujemy

$$F = m_1g \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \quad \text{oraz} \quad F = m_2g \frac{\cos \alpha}{\sin \beta}.$$

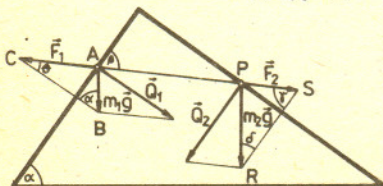
Stąd znajdujemy

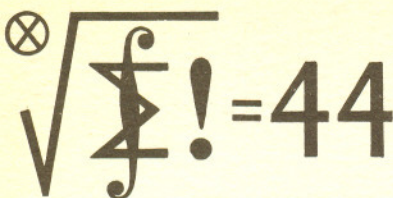
$$\text{tg } \beta = (m_2/m_1) \text{ctg } \alpha.$$



$$\theta = 90^\circ - \beta \qquad \gamma = 90^\circ + \beta - \alpha$$

$$\delta = 90^\circ - \alpha$$





201. Znaleźć maksimum objętości czworoscianów mających pięć krawędzi o długości nie większej niż 1.

202. Dowieść, że dla dowolnych liczb dodatnich x_1, \dots, x_n zachodzi nierówność

$$\sum_{k=1}^n \frac{x_k}{x_{k+1}} \leq \sum_{k=1}^n \left(\frac{x_k}{x_{k+1}} \right)^2 \quad (\text{przyjmujemy } x_{n+1} = x_1).$$

Zadanie 202 zaproponował pan Andrzej Kondracki z Białegostoku.

Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 8/1989

Przypominamy treść zadań:

193. Każdy punkt płaszczyzny pomalowano jednym z dwóch kolorów tak, że żaden trójkąt foremny o boku 1 nie ma wszystkich wierzchołków jednakowego koloru.

a) Dowieść, że istnieje trójkąt foremny o boku $\sqrt{3}$ mający wszystkie wierzchołki jednego koloru.

b) Podać przykład pokolorowania o podanej własności.

194. Dowieść, że przy ustalonym $n \in \mathbb{N}$ ($n \geq 2$) równanie $x^n + (x+1)^n = y^{2n} + (y+1)^{2n}$ ma tylko skończenie wiele rozwiązań w liczbach całkowitych x, y .

193. a) Wybierzmy odcinek AB długości 1 o końcach różnych kolorów i zbudujmy trójkąt ABC o bokach AC i BC równej długości 2. Jeden z odcinków AC, BC ma końce różnych kolorów. Możemy przyjąć, że jest to odcinek AC . Niech M będzie jego środkiem. Jeden z odcinków AM, CM ma końce różnych kolorów; przyjmijmy, że jest to odcinek CM (możemy tak uczynić, pod warunkiem, że punkt B w dalszym rozumowaniu już nie wystąpi). Zatem punkty A i M mają ten sam kolor. Niech punkty P i Q , symetryczne względem prostej AC , będą wierzchołkami trójkątów foremnych AMP i AMQ . W myśl założenia zadania punkty te muszą mieć kolor inny niż punkty A i M , a więc taki sam, jak punkt C . Trójkąt CPQ ma wszystkie boki długości $\sqrt{3}$ i wszystkie wierzchołki jednego koloru.

b) Weźmy rodzinę prostych równoległych w równych odstępach $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Dzielią one płaszczyznę na pasy. Malujemy te pasy na przemian dwoma kolorami; także linie graniczne malujemy na przemian. Otrzymujemy żądane pokolorowanie.

194. Rozwiązania w liczbach całkowitych sprowadzają się natychmiast do rozwiązań w liczbach naturalnych oraz trywialnych rozwiązań $(0, 0)$, $(0, -1)$ i (dla n parzystych) $(-1, 0)$, $(-1, -1)$. W dalszym ciągu ograniczymy więc uwagę do $x, y > 0$.

Przyjmijmy oznaczenie: $F_n(t) = t^n + (t+1)^n$.

Równanie przybiera postać

$$(1) \quad F_n(x) = F_{2n}(y).$$

Wykażemy, że dla ustalonego n i dla dostatecznie dużych y zachodzi nierówność

$$(2) \quad F_n\left(y^2 + y + \frac{n-2}{2}\right) < F_{2n}(y) < F_n\left(y^2 + y + \frac{n-1}{2}\right).$$

Lewą część nierówności (2) otrzymujemy rozwijając dane wyrażenia względem potęg y :

$$(3) \quad F_n\left(y^2 + y + \frac{n-2}{2}\right) = 2y^{2n} + 2ny^{2n-1} + 2n(n-1)y^{2n-2} + (\text{wiel. stopnia } < 2n-2),$$

$$(4) \quad F_{2n}(y) = 2y^{2n} + 2ny^{2n-1} + n(2n-1)y^{2n-2} + (\text{wiel. stopnia } < 2n-2)$$

(współczynnik przy y^{2n-2} jest większy w (4) niż w (3), a współczynniki przy y^{2n} i y^{2n-1} są równe).

Prawa część nierówności (2) wynika na przykład z tezy zadania 176 (*Delta* 9/1988; rozwiązanie: 1/1989), która w obecnych oznaczeniach ma postać: $F_{2n}(y) < 2\left(y^2 + y + \frac{n}{2}\right)^n$, a liczba $2\left(y^2 + y + \frac{n}{2}\right)^n$ jest mniejsza od prawej strony (2) wobec wypukłości funkcji $t \mapsto t^n$. [Prawą część (2) można też uzasadnić podobnie jak lewą, porównując współczynniki występujących wielomianów; tym razem trzeba zejść aż do y^{2n-4} .]

Tak więc nierówność (2) zachodzi dla dostatecznie dużych y . Pozostaje zauważyć, że jeżeli liczba naturalna y spełnia (2), to nie istnieje liczba naturalna x spełniająca (1); znaczyłoby to bowiem, wobec monotoniczności funkcji F_n , że

$$y^2 + y + \frac{n-2}{2} < x < y^2 + y + \frac{n-1}{2},$$

a taka nierówność nie jest możliwa (wyrazy skrajne są dwiema kolejnymi wielokrotnościami liczby $\frac{1}{2}$).

Uwaga. Nie wiemy, czy istnieje n , dla którego równanie (1) ma – oprócz wymienionych na początku rozwiązań trywialnych – jakiegokolwiek inne rozwiązanie.

Zadania

Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 562. Skonstruować punkty przecięcia dwóch parabol o wspólnej kierownicy k i ogniskach A, B .

(J. Olędzki)

Rozwiązanie na str. 14

M 563. Obliczyć $\binom{n}{0} + \binom{n}{3} + \binom{n}{6} + \dots$

Rozwiązanie na str. 10

M 564. Uzasadnić znany sposób (rys. 1) otrzymywania pięciokąta foremnego przez wiązanie taśmy papierowej.

Rozwiązanie na str. 14

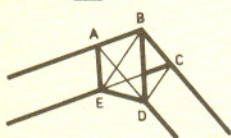
Redaguje dr Lidia GOETTIG

F 282. Wiadomo, że ciśnienie atmosferyczne maleje ze wzrostem wysokości. Tak więc na wyższych piętrach budynku jest ono mniejsze niż na parterze. Co pokaże manometr otwarty, gdy wylot jednego jego ramienia znajdzie się na górnym piętrze, a wylot drugiego na parterze (rys. 2)?

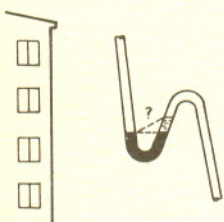
Rozwiązanie na str. 10

F 283. Prosty przyrząd do pomiaru przyspieszenia składa się ze zgiętej rurki otwartej z obu końców i wypełnionej częściowo cieczą (rys. 3). W czasie ruchu przyspieszonego wzdłuż ustalonego kierunku poziomego (na rysunku – kierunek x) powstaje różnica poziomów cieczy. Znaleźć przyspieszenie ruchu, jeśli wysokość cieczy w jednym ramieniu wynosi h_1 , a w drugim h_2 . Przyjmujemy, że rurka zgięta jest pod kątem prostym i ustawiona jak na rysunku. Zakładamy, że średnica rurki jest dużo mniejsza od h_1 i h_2 .

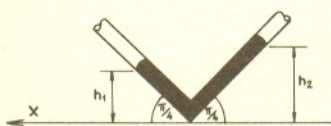
Rozwiązanie na str. 14



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3