

SPIS TREŚCI

NUMERU 10 (190)

Jak pamiętać obrazy? <i>dr Krzysztof S. Nowiński</i>	str. 1
Ultrazimne neutrony (I) <i>dr Konrad Blinowski</i>	str. 4
Jak odkryto pozasłoneczne układy planetarne <i>dr Janusz Kałużny</i>	str. 6
Mała Delta	str. 8
Korespondencyjny Klub Fizyków	str. 9
O charakterystyce Eulera <i>mgr Danuta Ciesielska</i> <i>mgr Sławomir Cynk</i>	str.10
Patrz w niebo	str.12
Zadania	str.12
Drobniączki	str.13
Kącik prac uczniowskich	str.14
Klub 44	str.15
Kartki z pamiętnika młodego matematyka	str.16

W następnym numerze:

Kłopoty z ozonem



„Delta”

matematyczno-fizyczno-astronomiczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Polskiego Towarzystwa Astronomicznego wydawany przy poparciu Ministerstwa Edukacji Narodowej

Komitet Redakcyjny

dr Maciej Bříyński
 dr Bogdan Cichoeki
 dr Antoni L. Dawidowicz
 dr Alicja Derkowska
 doc.dr Jan A. Gaj
 doc.dr Bolesław Gleichgewicht
 doc.dr Tomasz Hofmoki – v-przewodniczący
 doc.dr Tadeusz Jarzębowski
 doc.dr Marcin Kubiak
 mgr Andrzej Mąkowski
 dr Zbigniew Píochocki
 dr Jan Rempala
 prof.dr Konrad Rudnicki
 prof.dr Grzegorz Sitarski
 prof.dr Józef I. Smak
 prof.dr Kazimierz Stępień
 prof.dr Mieczysław Subotowicz
 doc.dr Andrzej Szymacha
 doc.dr Aniela Wolska
 prof.dr Andrzej Woszczyk
 prof.dr Wojciech Żakowski – przewodniczący

Redaguje kolegium w składzie:

mgr inż. Krzysztof Biesaga
 dr Lidia Goettig
 dr hab. Jan Kalinowski – z-ca red. nac.
 Maria Kapuścińska
 mgr Krystyna Kordos – sekr. red.
 dr hab. Marek Kordos – red. nac.
 dr Tomasz Kwast
 mgr Anna Rudnik
 dr Jerzy Ryll
 mgr Joanna Udalska
 Jacek Urbański – grafik

Adres Redakcji

ul. Noakowskiego 14
 00-666 Warszawa
 tel. 25-56-39

Warszawskie Wydawnictwo Prasowe
 RSW „Prasa-Książka-Ruch”
 Al. Jerozolimskie 125/127

02-017 Warszawa
 tel. centr. 28-52-31
 Biuro Reklamy Prasowej i Ogłoszeń
 ul. Poznańska 38
 00-689 Warszawa
 tel. 28-23-09

Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark. wyd., 2,50 ark. druk., papier offsetowy V kl. 70 g. Wydrukowano w Prasowych Zakładach Graficznych RSW „Prasa-Książka-Ruch” w Łodzi, ul. Armii Czerwonej 28 Nr zam. Skład systemem TeX wykonała redakcja.

WARUNKI I CENY PRENUMERATY ORGANIZOWANEJ PRZEZ RSW

Prenumeratory indywidualni, instytucje i zakłady pracy zamawiają prenumeratę w Oddziałach RSW „Prasa-Książka-Ruch” właściwych dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora.

Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PBK XIII Oddział w Warszawie Nr 370044-1195-139-11.

Cena prenumeraty na rok 1990:

kwartalnej 1800,- zł
 półrocznej 3600,- zł
 rocznej 7200,- zł

Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleceniodawców indywidualnych i o 100% dla zlecających instytucji i zakładów.

Na życzenie prenumeratora dostawa może odbywać się drogą lotniczą; koszty dostawy lotniczej w pełni pokrywa prenumerator.

Terminy przyjmowania prenumeraty

- na I kwartał, I półrocze i cały rok następny – na kraj do 10 XI, – na zagranicę do 31 X.
- na pozostałe okresy prenumeraty: do 1-go dnia każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty roku bieżącego.

Cena 1 egzemplarza zł 600,-

Jak pamiętać obrazy?

Dr Krzysztof S. NOWIŃSKI

Kształty przedmiotów stworzonych przez człowieka – domów, samolotów, przedmiotów codziennego użytku – dają się zazwyczaj opisać bardzo oszczędnie – niewielką ilością informacji. Do opisu zwykłego stołu wystarczy podać długość, szerokość i grubość blatu, miejsca umocowania nóg, ich długość, grubość i ewentualne usztywnienia – w sumie kilkanaście lub kilkadziesiąt cyfr. Pamięć przeciętnego komputera może pomieścić informacje niezbędne do odtworzenia rysunków dużego domu, samochodu czy obrabiarki, o czym dobrze wiedzą np. użytkownicy programu-instytucji AutoCAD.

Zupełnie inaczej dzieje się, gdy mamy opisać kształt „wzięty z natury”, na przykład liść paproci, głazy, o które rozbija się fala czy ośnieżony górski las. Do niedawna jedyną metodą zapamiętania takiego obrazu w postaci cyfrowej było opisywanie (przy zadanej rozdzielczości, czyli gęstości elementów obrazu) koloru i jasności kolejnych punktów. Barwny obraz o „telewizyjnej” rozdzielczości 640 linii po 1000 punktów w 64 kolorach wymaga przy takim zapisie $10\,000 \cdot 2^{12} \cong 40\,000\,000$ bitów.

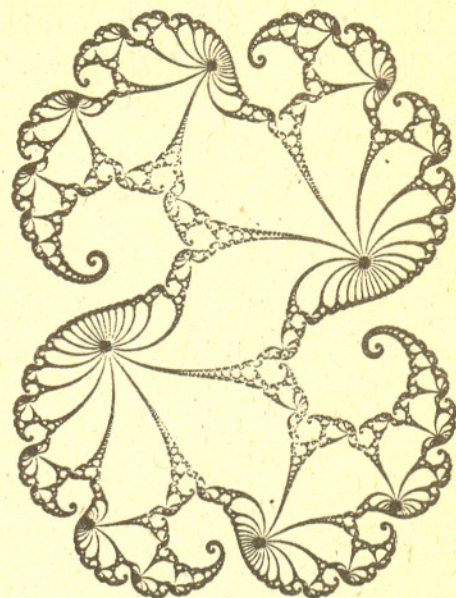
Można wprawdzie streścić nieco tę informację zastępując sekwencje powtarzających się kolorów kolejnych punktów przez skrócony zapis ich ilości, jednak rzadko można w ten sposób osiągnąć zysk większy niż 60–80%. Widać więc wyraźnie trudności operowania tak wielkimi zbiorami danych, nawet gdy uwzględnimy szybkość współczesnych komputerów.

Dodatkowy problem stwarza sztywność takiego zapisu: bardzo trudno na przykład obrócić, zmniejszyć czy zwiększyć obraz zapisany taką mapą bitową, gdy wybierzemy skalę powiększenia czy kąt obrotu spoza bardzo ograniczonego zbioru wartości.

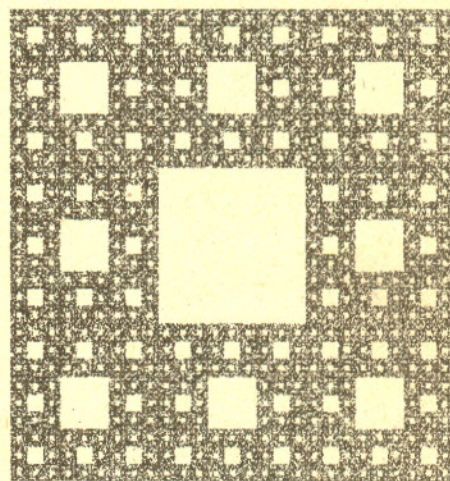
Stosunkowo niedawno opublikowano jednak dość szokujący wynik: istnieje metoda pozwalająca „streścić” opis skomplikowanych kształtów natury do setek czy najwyżej tysięcy bitów. Otrzymywanymi przy tym danymi można łatwo manipulować – odzwierciedlają one bowiem w pewnym sensie naturę przedstawianych kształtów.

U podstaw teoretycznych proponowanej metody leży pojęcie fraktali, czyli zbiorów wymiaru ułamkowego, znanych już od dawna, lecz intensywnie badanych i propagowanych dopiero w ostatnich kilkunastu latach przez Benoit Mandelbrota, autora pięknej książki o „Fraktalnej geometrii natury” (*The fractal geometry of nature*). Istotną własnością fraktali, na którą zwrócił uwagę Mandelbrot, jest ich „samopodobieństwo”: we fraktalu można odnaleźć fragmenty w mniej lub bardziej ścisłym tego słowa znaczeniu podobne do całego fraktalu lub innej, większej jego części.

Zjawisko to widać wyraźnie na rysunkach tzw. zbioru Julii (czyt. żulii) i dywanu Sierpińskiego.

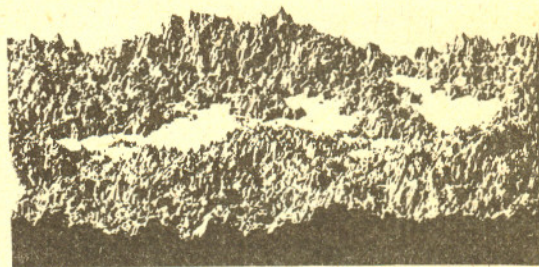


Zbiór Julii



Dywan Sierpińskiego

Sam Mandelbrot próbował budować rysunki, w których takie samopodobne fragmenty były zestawiane w sposób sterowany częściowo przez funkcje losowe otrzymując w ten sposób „wiarygodne” pejzaże nieistniejących w przyrodzie gór.



O ile jednak można w ten sposób tworzyć krajobraz Gór Mglistych czy (używając ciemniejszej, szaroczarnej tonacji) pejzaże okolic Minas Morgul czy Orodruiny (J.R. Tolkien *Władca Pierścieni*), o tyle do praktycznego zastosowania fraktali potrzebne jest jeszcze pewne spostrzeżenie znane pod nazwą twierdzenia o kołozu.

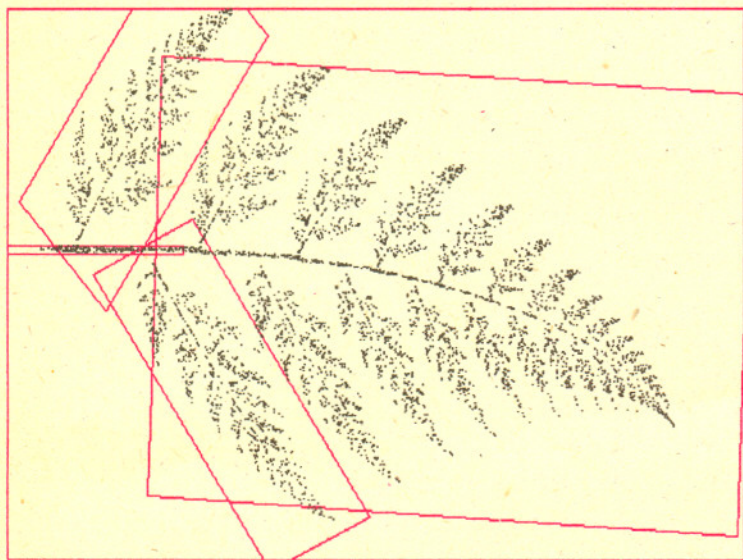
Aby sformułować twierdzenie o kolażu, przypomnijmy parę podstawowych faktów z teorii odwzorowań afinicznych płaszczyzny, czyli przekształceń, które można otrzymać przez składanie podobieństw, obrotów, symetrii i powinowactw osiowych. Każde takie przekształcenie można we współrzędnych kartezjańskich zapisać w postaci:

$$x' = ax + by + c$$

$$y' = dx + ey + f,$$

gdzie a, b, c, d, e, f są liczbami rzeczywistymi. Wektor o składowych $[c, f]$ opisuje przy tym przesunięcie, a liczby a, b, d, e opisują tzw. część liniową przekształcenia. W szczególności liczba $|ae - bd|$ jest stosunkiem powierzchni figury przekształconej do powierzchni jej pierwowzoru, a $\sqrt{a^2 + d^2} + \sqrt{b^2 + e^2}$ jest górnym ograniczeniem stosunku, w jakim przekształcenie zmienia odległości punktów.

Przypuśćmy teraz, że pewien podzbiór płaszczyzny ma tę własność, iż da się przedstawić jako suma swoich obrazów przy przekształceniach afinicznych **zweźających**, tzn. zmniejszających odległości między punktami. Przykładowo, liść paproci możemy pokryć czterema zaznaczonymi na rysunku podzbiorami: liściem skróconym o pierwsze dwa boczne listki, dwoma listkami i odcinkiem łodyżki. Widoczne na rysunku równoległoboki to obrazy ramki przy kolejnych przekształceniach f_1, f_2, f_3 i f_4 .



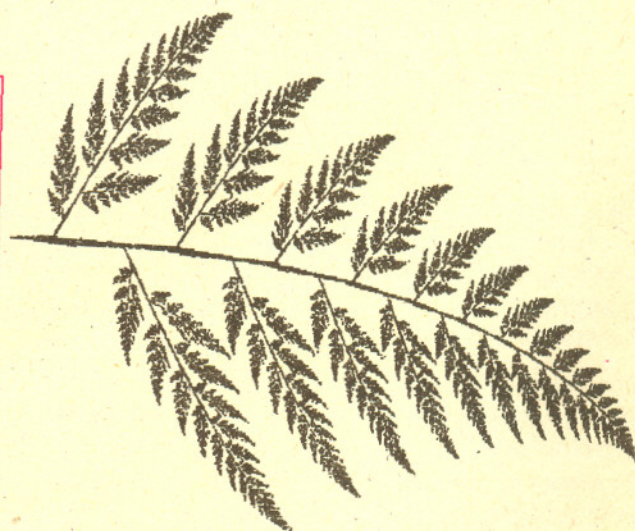
6000 punktów

Szybkość rysowania obrazków:
na XT z koprocesorem około 1000 pkt./s,
na 386 z koprocesorem około 6000 pkt./s,
na XT bez koprocesora około 100 pkt./s.

	ilość przekształceń
4.	kolejne
.24..0..0.	macierze
.0..015..0.	przekształceń
.22..23..54.	
-.26..2..0.	
.24..26.1.4.	
.28..-1..0.	
.8..-.036.1.6.	
.036..8..0.	
0..9..-1.8.2.3.	rozmiary obrazu



1000 punktów



36000 punktów

Uruchamiamy teraz następującą procedurę:

Krok 1: Wybieramy dowolny punkt płaszczyzny p_0 i przyjmujemy $n = 0$;

Krok 2: Losujemy jedno z przekształceń wybranych do opisu rysunku i znajdujemy punkt p_{n+1} będący obrazem punktu p_n przy wylosowanym przekształceniu;

Krok 3: Gdy $n > 20$, zaznaczamy na rysunku punkt p_{n+1} ;

Krok 4: Zwiększamy n o jeden i wracamy do kroku 2.

Rozsądnie jest losować przekształcenia tak, by prawdopodobieństwo wylosowania f_k było proporcjonalne do współczynnika zmiany powierzchni s_k podanego powyżej. Można w tym celu np. podzielić przedział $[0, 1]$ na przedziały $[a_k, a_{k+1})$, gdzie $a_k = (s_1 + \dots + s_{k-1}) / (s_1 + \dots + s_n)$ i losując liczbę u : $0 \leq u < 1$ wybierając f_k takie, że $u \in [a_k, a_{k+1})$. Aby uniknąć nadmiernej dyskryminacji przekształceń silnie zmniejszających pole, można w powyższej metodzie skorygować nieco wartości s_k , np. przez dodanie stałej 0,001.

Kilkanaście pierwszych punktów może jeszcze leżeć poza właściwym rysunkiem. Przekształcenia f_i jako **zweźające** ściągają jednak punkty w obszar rysunku, a tam ich zachowanie jest już zgodne z twierdzeniem o kolażu.

Realizacja takiej procedury nie nastęrcza poważniejszych trudności, gdy mamy dostęp do komputera o rozsądnych możliwościach graficznych – wystarczy tu popularne Spectrum czy Atari, choć o wiele efektowniejsze wyniki zobaczymy na komputerze klasy PC z grafiką Hercules. Gdy zażądamy wyświetlenia np. 5000 punktów, będziemy mogli obserwować, jak w cudowny nieomal sposób z rozrzuconych po ekranie punktów zacznie się wyłaniać kształt liścia. Sprawdzamy w ten sposób praktycznie właśnie twierdzenie o kolażu mówiące, że:

Jeżeli podzbiór płaszczyzny A daje się przedstawić jako suma swoich obrazów przy zwiężających przekształceniach afinicznych f_1, \dots, f_n , to punkty otrzymane przez zastosowanie opisanej wyżej procedury będą coraz dokładniej wypełniać zbiór A .

Łatwo zauważyć, że obrazem punktu należącego do A będzie znów punkt z A – wynika to stąd, że dla każdego i mamy $f_i(A) \subset A$. Można również sprawdzić, choć jest to trudniejsze, że dowolnie blisko dowolnego punktu z A znajdzie się po pewnej liczbie iteracji któryś z kolejno otrzymywanych punktów.

Warto poeksperymentować nieco z opisanym algorytmem, którego zapis w „uogólnionym języku komputerowym” przedstawiamy poniżej. Można się na przykład przekonać, że drobne zaburzenia danych wejściowych, czyli układów liczb opisujących kolejne przekształcenia f_i , powodują nieznaczne zniekształcenia rysunku, pozwalające jednak na natychmiastowe rozpoznanie pierwowzoru.

```

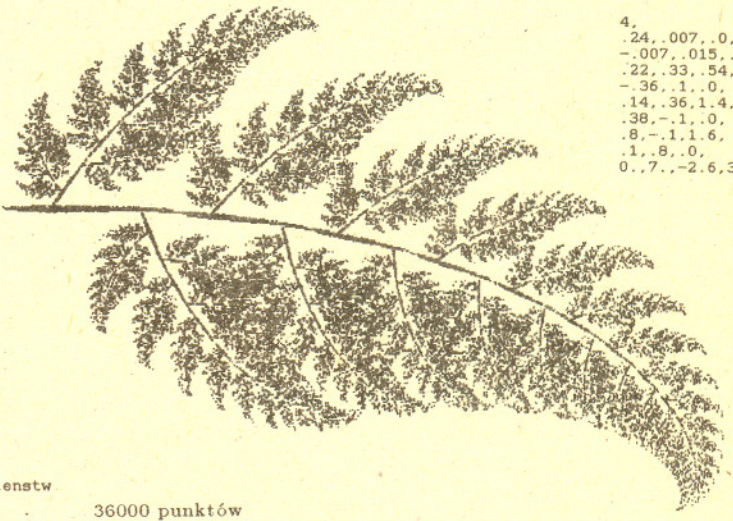
program ssim
character*2 lin
dimension sim(2,3,50),pro(50)
read ns ;ns - ilosc podobienstw
pr=0
do i=1,ns
  read sim(1,1,i),sim(1,2,i),sim(1,3,i) ;czytanie kolejnej
  read sim(2,1,i),sim(2,2,i),sim(2,3,i) ;macierzy podobienstwa
  pro(i)=abs(sim(1,1,i)*sim(2,2,i)-sim(2,1,i)*sim(1,2,i))+.03
  pr=pr+pro(i)
enddo
p=0
do i=1,ns
  p=p+pro(i) ;obliczanie prawdopodobienstw
  pro(i)=p/pr ;wyboru przekszaltcen
enddo
read xl,xr,yd,yu ;granice obrazu
read iter ;ilosc iteracji
p=0
initgraph(xl,xr,yd,yu) ;okno graficzne o danych wymiarach
x=0 ;punkt
y=0 ;startowy
do ii=1,iter
  p=ran(idum)
  do i=1,ns
    k=i
    if p<pro(i) exit ;losowanie przekszaltcenia
  enddo
  xn=x*sim(1,1,k)+y*sim(1,2,k)+sim(1,3,k) ;afiniczne przekszaltcenie
  yn=x*sim(2,1,k)+y*sim(2,2,k)+sim(2,3,k) ;punktu
  x=xn
  y=yn
  if ii>20 setpixel(x,y) ;rysowanie punktu
enddo
do
until keypressed
endgraphic ;wyjscie z trybu graficznego
end

```

Fakt ten ma podstawowe znaczenie dla zastosowań praktycznych twierdzenia o kolażu. Wystarczy bowiem stwierdzić, że zarówno drobne nieścisłości w pokryciu zbioru A jego obrazami, jak i zaokrąglenia parametrów uzyskanych przekształceń nie spowodują katastrofalnych różnic między oryginałem rysunku a jego odtworzeniem, co widać na zaprezentowanym na okładce portrecie indiańskiej dziewczyny

z Andów. Przy zapisie tego obrazu, jak i przy innych przetwarzanych zdjęciach nie ograniczono się, oczywiście, do jednej formy: obrazy oryginalne rozłożono na elementy składowe (drzewa, góry czy bryzgi fal) kodując i odtwarzając każdy z nich z osobna.

Trzeba na zakończenie stwierdzić, że przedstawiony tu optymistyczny obraz problemu oszczędnego kodowania obrazów za pomocą teorii fraktali kryje pewną istotną lukę. O ile mianowicie analizę obrazu tak w istocie swej prostego, jak liść paproci czy dywan Sierpińskiego, można przeprowadzić nawet bez komputera, o tyle obrazy bardziej skomplikowane – takie, jak ten z okładki – wymagają już wyrafinowanej techniki interakcyjnej, gdzie komputer podsuwa pewne propozycje weryfikowane przez człowieka i na odwrót. Twórcy opisanej metody: Michael Barnsley, Stephen Demko, Laurie Hodges i Bruce Naylor z Georgia Institute of Technology, zastrzegli prawa patentowe do metod analizy obrazu i rozwijają je we własnym przedsiębiorstwie korzystając przy tym z funduszy Ministerstwa Obrony USA.



```

4.
.24,.007,.0.
-.007,.015,.0.
.22,.33,.54.
-.36,.1,.0.
.14,.36,1.4.
.38,-.1,.0.
.8,-1,1.6.
.1,.8,.0.
0,.7,-2.6,3.5.

```

36000 punktów



```

4.
.24,.0,.0.
.0,.015,.0.
.22,.23,.54.
-.26,.2,.0.
.24,.26,1.4.
.28,-.2,.0.
.8,-1,1.6.
.1,.8,.0.
0,.9,-2.1,3.3.

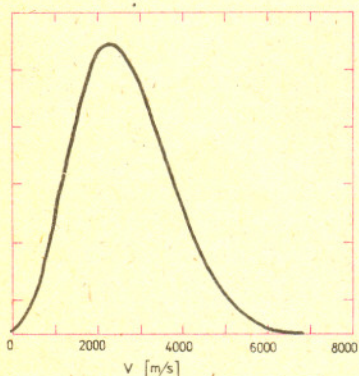
```

36000 punktów

Ultrazimne neutrony (I)

Dr Konrad

BLINOWSKI



Maxwellowski rozkład termicznych neutronów jako funkcja prędkości.



Rozwiązanie zadania M 558.
Z pięciu miejsc zajętych i jedenastu pustych można otrzymać (patrz zadanie M 556) nie więcej niż jedenastej serii – tyle właśnie mamy. Przy jednakowo prawdopodobnych rozmieszczeniach szansa uzyskania takiego wyniku wynosi, na mocy zadania M 557,

$$\frac{\binom{4}{1} \binom{10}{5}}{\binom{16}{5}} = 0,0577 \dots$$

Jest to raczej niedużo i łatwiej uwierzyć, że goście przy barze starają się siedzieć osobno.

Skąd się biorą neutrony zimne i ultrazimne, czyli neutrony o bardzo niskich energiach? Spróbujemy odpowiedzieć na to pytanie śledząc przebieg spowalniania neutronu od chwili jego otrzymania. Najbardziej rozpowszechnionymi źródłami neutronów, używanych do badań i zastosowań praktycznych, są reaktory działające na zasadzie kontrolowanej reakcji łańcuchowej. Neutrony otrzymuje się w reaktorze w wyniku reakcji rozszczepienia jąder uranu 235, z których każda wyzwala energię wynoszącą około 200 MeV. Jest to głównie energia kinetyczna ciężkich fragmentów rozszczepienia; niewielka jej część przypada na swobodne neutrony, których jest średnio 2,5 na jedno rozszczepienie. Średnia energia neutronu z rozszczepienia wynosi 2 MeV, ale są też neutrony o energii większej, dochodzącej do 15 MeV. Prędkie neutrony zderzając się z jądrami atomów moderatora przekazują im swoją energię kinetyczną. Proces spowalniania do energii termicznych zachodzi w czasie $10^{-7} - 10^{-3}$ s, a w miarę jak maleje energia neutronów, zmienia się jego mechanizm. Przy energii rzędu 1 eV istotną staje się struktura molekularna moderatora, a to dlatego, że energia wiązań atomów w cząsteczkach wynosi około 1 eV. Energia przekazywana teraz przez neutrony powoduje pobudzenie w cząsteczkach drgań oscylacyjnych i rotacyjnych.

Neutrony o energii mniejszej niż 0,1 eV rozpraszają się na cząsteczkach jak na sztywnych obiektach poruszających się ze średnią energią drgań termicznych kT , gdzie $k = 8,617 \cdot 10^{-5}$ eV/K jest stałą Boltzmana, a T – temperaturą moderatora. W końcowej fazie procesu spowalniania, nazywanego też termalizacją, dochodzi do wzajemnej wymiany energii między neutronami a cząsteczkami lub atomami spowalnicza. Jeżeli spowalniane neutrony nie są absorbowane w moderatorze, albo ich pochłanianie jest słabe, wówczas zachodzi równowaga termodynamiczna między neutronami a ośrodkiem spowalniającym. Rozkład prędkości neutronów dany jest funkcją statystycznego rozkładu Maxwella:

$$dN(v) = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot v^2 dv,$$

gdzie $dN(v)$ jest liczbą neutronów w przedziale prędkości $(v, v + dv)$, N – liczbą wszystkich neutronów, a m – masą neutronu. Rozkład Maxwella liczby neutronów w zależności od ich energii E ma postać:

$$N(E)dE = A \frac{E^{1/2}}{(kT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE,$$

gdzie A jest stałą związaną z liczbą neutronów i średnim czasem ich życia w moderatorze. Wykres rozkładu Maxwella prędkości neutronów jest przedstawiony na rysunku obok.

Najbardziej prawdopodobna prędkość v_0 , odpowiadająca maksimum rozkładu, jest określona zależnością zachodzącą między energią kinetyczną a temperaturą

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = kT, \quad \text{skąd} \quad v_0 = \left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2}.$$

Dla temperatury pokojowej $T = 293$ K, po podstawieniu $m = 1,6747 \cdot 10^{-24}$ g, otrzymujemy $kT = 0,02525$ eV i $v_0 = 2200$ m/s. Podobnie możemy obliczyć średnią prędkość, przyjmując zgodnie z prawami termodynamiki średnią energię kinetyczną w stanie równowagi termicznej $E_{sr} = \frac{3}{2}kT$. Jak widzimy, termiczne neutrony poruszają się bardzo szybko, szybciej od pocisku karabinowego. Tak duża prędkość mimo małej energii jest, oczywiście, uwarunkowana wartością masy neutronu. Rozkład Maxwella dopuszcza w stanie równowagi termicznej obecność zarówno neutronów gorących, którym odpowiada temperatura $T = 2000$ K i więcej, jak również neutronów zimnych (ZN), bardzo zimnych (BZN) i ultrazimnych (UZN) o energii rzędu 10^{-7} eV, dla której $T = 0,001$ K. Tak więc skala energetyczna widma neutronów z reaktora rozciąga się od 10^7 eV do 10^{-7} eV. Możliwość otrzymania ultrazimnych neutronów z widma termicznego została zauważona już w 1959 r. Wówczas jednak pierwsze próby stwierdzenia obecności takich neutronów nie miały szans powodzenia. Powodem było zbyt mała gęstość neutronów o skrajnie małych energiach. Praktycznie



Rozwiązanie zadania M 557.

Będziemy uważać jednakowe litery za nierozróżnialne. Jest $\binom{a+b}{a}$ sposobów ustawienia liter w ciąg (ponieważ trzeba wybrać a miejsc dla liter A spośród $a + b$ miejsc).

Zobaczmy teraz, na ile sposobów można otrzymać m serii z a elementów.

Sprowadza się to do pytania o liczbę rozmieszczeń a kul w m komórkach tak, by wszystkie komórki były zajęte.

Ponieważ jest a kul i $a - 1$ miejsc między nimi, w które można wstawić $m - 1$ przegródek, sposobów jest $\binom{a-1}{m-1}$.

Niech $k = 2m$. Jak widzieliśmy w poprzednim zadaniu, musi być m serii liter A i m serii liter B . Mamy

$$p_{2m} = \frac{2 \binom{a-1}{m-1} \binom{b-1}{m-1}}{\binom{a+b}{a}}$$

ponieważ można rozpocząć ciąg literą A lub B .

Niech teraz $k = 2m + 1$. Wtedy może być m serii A i $m + 1$ serii B lub odwrotnie, skąd

$$p_{2m+1} = \frac{\binom{a-1}{m} \binom{b-1}{m-1} + \binom{a-1}{m-1} \binom{b-1}{m}}{\binom{a+b}{a}}$$

przy czym przyjmujemy umowę, że $\binom{p}{q} = 0$, o ile $q > p$.

eksperymenty w tym kierunku rozpoczęto prawie 10 lat później. Nastąpiło to po opracowaniu i uruchomieniu tak zwanych źródeł zimnych neutronów umieszczonych w reaktorach w pobliżu strefy aktywnej. Są to pojemniki zawierające jako moderator ciekły wodór H_2 lub deuter D_2 albo ich mieszaninę. W takim moderatorze o temperaturze 20 K rozkład Maxwella przesuwają się w kierunku początku skali energii. Zawartość ultrazimnych neutronów w widmie dla $T = 20$ K jest już na tyle wysoka, że umożliwia wyprowadzenie ich na zewnątrz reaktora i wykorzystanie do eksperymentów. Określenie przynależności neutronu do grupy bardzo zimnych lub ultrazimnych nie jest ścisłe. Nie ma dokładnie zdefiniowanej granicy oddzielającej te dwie sąsiadujące grupy. Przyjęto uważać za ultrazimne takie neutrony, które poruszając się w próżni odbijają się całkowicie od każdej powierzchni materialnego ośrodka, niezależnie od rodzaju materiału i kąta padania. Są to więc neutrony o właściwości pozwalającej teoretycznie na przechowywanie ich w zamkniętej przestrzeni tak długo, jak na to pozwala czas życia swobodnego neutronu. Mówiąc o całkowitym odbiciu neutronów mamy na myśli, oczywiście, odbicie natury optycznej, wynikające z optycznych właściwości neutronu, a określone przez długość fali λ :

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{albo} \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{0,286}{\sqrt{E}} \text{ \AA},$$

gdzie h – stała Plancka, E – energia neutronu w eV, współczynnik załamania ośrodka $n = 1 - \frac{\lambda^2 N b}{2\pi}$, gdzie N – liczba jąder w 1 cm^3 , b – długość rozpraszania. Długość rozpraszania może być interpretowana jako zasięg oddziaływania neutronu z jądrem ośrodka. Ze wzoru na współczynnik załamania można wyznaczyć kąt krytyczny θ_c dla całkowitego odbicia, bowiem $\cos \theta_c = n$. Kąt θ_c jest zawarty między kierunkiem padającego neutronu a powierzchnią oddzielającą próżnię od ośrodka materialnego (a nie jak w optyce – między kierunkiem padania i normalną do powierzchni). Przyjmując maksymalną wartość $\theta_c = 90^\circ$ możemy oszacować λ_c spełniające warunek na to, aby neutron był ultrazimny dla ośrodka o długości rozpraszania b . Na przykład dla węgla (grafitu) $b(C) = 0,665 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$, a dla izotopu niklu 58 $b(Ni) = 1,44 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$. Korzystając ze wzoru

$$N = \frac{\text{liczba Avogadro} \cdot \text{gęstość}}{\text{ciężar atomowy}},$$

mamy

$$N(C) = \frac{6,022 \cdot 2}{12} \cdot 10^{23} \quad \text{i} \quad N(Ni) = \frac{6,022 \cdot 8,9}{58} \cdot 10^{23},$$

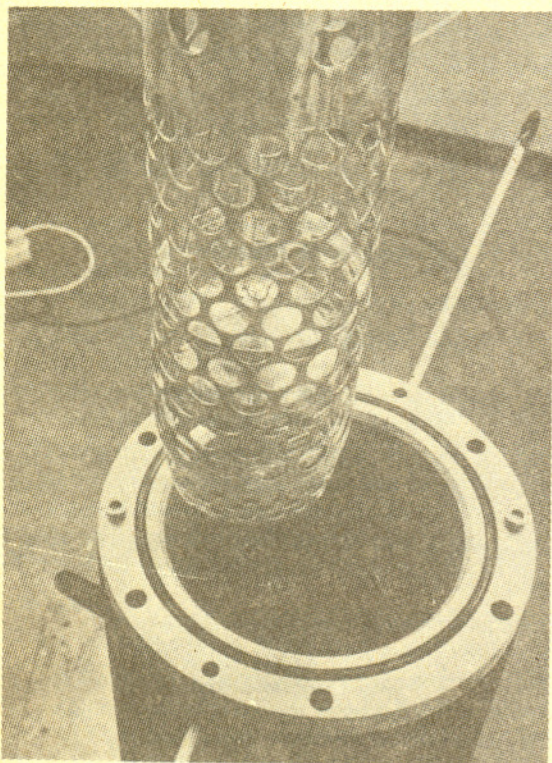
skąd otrzymujemy

$$\lambda_c(C) = 970 \text{ \AA} \quad \text{i} \quad \lambda_c(Ni) = 687 \text{ \AA}.$$

Dokładniejsza metoda obliczania krytycznych parametrów odbicia, posługująca się potencjałem oddziaływania neutronu z ośrodkiem, daje mniejsze wartości, mianowicie $\lambda_c(C) = 683 \text{ \AA}$, $\lambda_c(Ni) = 550 \text{ \AA}$.

„Temperatura”, energia, długość fali i prędkość neutronu wyrażone kolejno w kelwinach (K), elektronowoltach (eV), angstromach (Å) i m/s związane są prostymi zależnościami: $T = 949,3/\lambda^2$, $E = 0,0818/\lambda^2$, $T = 1,16 \cdot 10^4 E$, $v = 1,385 \cdot 10^4 \sqrt{E}$. Obliczmy, jaka temperatura odpowiada neutronowi o energii 10^{-7} eV i jaka jest jego prędkość.

Otrzymany wynik $T = 0,001 \text{ K}$ mówi nam, skąd się bierze nazwa „ultrazimne” neutrony, a prędkość $v = 4,4 \text{ m/s}$ świadczy o tym, że ultrazimny neutron może być dogoniony i schwytyany przez biegnącego człowieka. Oczywiście, na schwytywanie ultrazimnych neutronów wymyślono inne sposoby. Będzie o nich mowa w drugiej części artykułu, a także o tym, po co się to robi.



Źródło zimnych neutronów do zainstalowania w kanale poziomym reaktora w Kjeller (Norwegia). Wewnątrz perforowanej osłony widoczny kulisty zbiornik na ciekły wodór.

Jak odkryto pozasłoneczne układy planetarne

Dr Janusz KAŁUŻNY

Powstanie Układu Słonecznego to z pewnością jedna z najtrudniejszych zagadek przyrodoznawstwa. Trzeba sobie jasno powiedzieć, że wszystkie dotychczasowe rozważania na ten temat to raczej hipotezy niż teorie. Składają się na to dwa zasadnicze powody.

Po pierwsze, w procesie powstawania układu planetarnego musiały masowo zachodzić zjawiska niesłychanie trudne do ujęcia matematycznego. Weźmy np. taki pozornie banalny problem. Dwie bryki o zadanym składzie chemicznym, stanie skupienia i masie zderzają się z zadaną prędkością. Pytanie: czy w wyniku zderzenia sklejają się one w jedną brykę, czy rozbijają się na wiele fragmentów? Sprawa wygląda tu dużo gorzej niż z ewolucją gwiazd, ponieważ zjawiska zachodzące w gazach znamy dużo lepiej.

Po drugie, Układ Słoneczny jest jedynym układem planetarnym dostępnym naszym obserwacjom. O innych układach planetarnych wiemy tylko tyle, że w ogóle są. Nie mamy więc możliwości – jak to jest w przypadku gwiazd – badania innych układów planetarnych w innych fazach ewolucji, by próbować fazy te uszeregować w kolejności chronologicznej.

Co prawda, znamy już kilka pyłowych dysków okologwiazdowych, które prawdopodobnie kondensują się w planety, ale bliższe szczegóły tego procesu poznamy nie wcześniej niż po uruchomieniu teleskopu kosmicznego.

Sytuacja w tej dziedzinie jest więc trudna, nie przeszkadza to jednak, że przynajmniej od dwustu lat ludzie próbują dociekać, jak Układ Słoneczny mógł powstać. W XVIII wieku pojawiły się trzy hipotezy kosmogoniczne.

1745 – G.L. Buffon wyraził przypuszczenie, że wskutek kolizji Słońca z innym ciałem niebieskim została ze Słońca wyrwana porcja materii, która następnie skondensowała się w planety.

1755 – I. Kant stwierdził, że – być może – Słońce i planety powstały mniej więcej razem przez narastanie zgęszczeń w pierwotnej materii rozproszonej.

1796 – P.S. Laplace wyraził przypuszczenie, że planety powstały przez zagęszczenie się materii, która oderwała się od Słońca wskutek jego szybkiej rotacji.

Żadna z tych hipotez nie została opracowana matematycznie. Tak się złożyło, że największe uznanie zdobyła na pewien czas hipoteza Laplace'a (niesłusznie nazywana czasem teorią Kanta-Laplace'a). Okazało się jednak, że wbrew tej teorii ogromną większość momentu pędu całego Układu Słonecznego – bo aż 98% – niosą planety, pomimo że ich łączna masa jest drobnym ułamkiem masy Słońca.

Coraz bardziej upewniamy się, że nasz Układ Słoneczny nie jest jedynym układem planetarnym we Wszechświecie. Zagadnieniu temu została poświęcona specjalna sesja na 20 Walnym Zebraniu Międzynarodowej Unii Astronomicznej w sierpniu 1988 r. Zakomunikowano tam mianowicie, że można wykonywać rutynowe pomiary prędkości radialnych gwiazd z dokładnością rzędu kilkunastu metrów na sekundę.

Właśnie na pomiarach prędkości radialnych (a dokładniej: ich okresowych zmian w czasie) polega najskuteczniejszy chyba sposób wykrywania ciemnych satelitów gwiazd (por. *Delta* 3/1989). Bowiem wskutek posiadania takiego satelity (planety?) gwiazda centralna musi w tym samym rytmie co on obiegać wspólny środek masy. Przypuśćmy, że rozsądnym oszacowaniem prędkości tego ruchu będzie jej wartość dla Słońca, które niewątpliwie musi jakoś obiegać wspólny z Jowiszem środek masy. Masa Jowisza wynosi 1/1047 masy Słońca, promień jego orbity 5,20 j.a., okres obiegu 11,87 lat, a więc wynikająca z tego prędkość Słońca wynosi

$$\frac{2\pi \cdot 5,20 \text{ j.a.} / 1047}{11,87 \text{ lat}} = 12,5 \text{ m/s.}$$

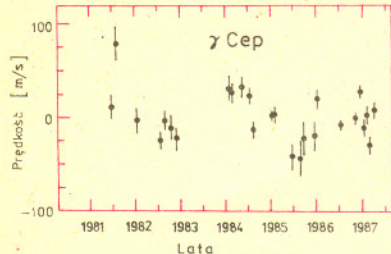
Odpowiada temu dopplerowskie przesunięcie linii widmowych $\Delta\lambda/\lambda = v/c = 4 \cdot 10^{-8}$. Krótko mówiąc, aby można było wykrywać obecność planet, trzeba umieć mierzyć prędkości radialne gwiazd z dokładnością do kilkunastu metrów na sekundę.

Tradycyjnie prędkości radialne wyznacza się następująco. Światło gwiazdy przepuszczone przez spektrograf szczelinowy ogniskowane jest na kliszy fotograficznej dając tam widmo gwiazdy. Dodatkowy układ optyczny równoległy do badanej wiązki światła wpuszcza do spektrografu przez tę samą szczelinę dwie wiązki światła pochodzącego od źródła wzorcowego (najczęściej neonówka lub łuk elektryczny między elektrodami żelaznymi). W wyniku tego na kliszy po obu stronach widma gwiazdy naświetla się widmo porównawcze. Po wywołaniu i utwaleniu kliszy mierzy się (precyzyjnym komparatorem) położenia linii widma porównawczego i tak dostaje się tzw. krzywą dyspersji, czyli empiryczną zależność długości fali linii od jej położenia na kliszy. Mierząc wreszcie położenia linii gwiazdowych „odczytuje” się z tej samej krzywej dyspersji ich długości fali.

Jest to metoda rzetelna, pewna i powszechnie stosowana. Dokładność wyznaczenia prędkości radialnej na podstawie jednego spektrogramu jest rzędu 100 m/s, a w każdym razie nie lepsza, i to z użyciem największych teleskopów, największych dyspersji itd. Jest to więc o rząd wielkości za mało, by wykrywać układy planetarne – potrzebny byłby do tego jakiś skok jakościowy.

I skok taki został zrobiony. Złożyło się na to kilka czynników. Po pierwsze, w nowej metodzie widmo wzorcowe powstaje dzięki tej samej wiązce światła co widmo gwiazdy. Uzyskuje się to w ten sposób, że w strumień światła gwiazdy wstawia się przezroczysty zbiornik z gazem „dodającym” do widma gwiazdy własne linie absorpcyjne. Inaczej mówiąc, w spektrografie powstaje widmo gwiazdy wzbogacone sztucznie o widmo wzorca. Doskonałym wzorcem okazał się fluorowódor, który w bliskiej podczerwieni ma wiele bardzo wąskich i dość równomiernie rozmieszczonych linii widmowych. Dzięki temu, że widmo jest jedno, znikają wszelkie problemy związane z jego szerokością, jak wygięcie linii, wpływ różnego mechanicznego gięcia poszczególnych części spektrografu itd.

Po drugie, tradycyjna klisza fotograficzna została zastąpiona detektorem elektronicznym. Detektor taki zbudowany jest z dużej liczby mikroskopijnych odbiorników światła ułożonych w szereg. Rozmiar pojedynczego odbiornika (tzw. pixel) wynosi około 15 mikronów, a ich liczba w detektorze sięga kilku tysięcy (istnieją też detektory dwuwymiarowe zawierające ponad milion pixeli). Kwanty światła padające na pixel powodują pojawienie się ładunku elektrycznego, który jest następnie precyzyjnie odczytywany. Główną zaletą detektorów elektronicznych jest ich niezwykle wysoka czułość przewyższająca



Zmiany prędkości radialnej gwiazdy gamma Cefeusza. Amplituda zmian wynosi około 27 m/s, a okres 2,7 roku. Wysokość pionowych kresek odpowiada błędowi pomiaru dla danego punktu. Masa hipotetycznej planety jest szacowana na 1,6 masy Jowisza.

Nowe pomysły pojawiły się dopiero w XX wieku. Wg hipotezy F.R. Moultona i T.C. Chamberlina przejście jakiejś gwiazdy w pobliżu Słońca spowodowało rozpad okolicznych osrodków na coś w rodzaju „ramion spiralnych”, które następnie skondensowały się w planety. Wg zaś J.H. Jeansa i H. Jeffreysa siły przyływowe ze strony owej obcej gwiazdy wyrwały z samego Słońca obłok materii, który dał początek planetom. Dowiedziano jednak wkrótce, że mechanizmy te albo musiałyby działać wbrew zasadom zachowania (np. energii), albo Układ Słoneczny musiałby być drastycznie mniejszy niż jest w rzeczywistości.

Rozwój astrofizyki w XX wieku doprowadził do przekonania, że układ planetarny zapewne powstał niemal jednocześnie ze Słońcem, niejako „przy okazji”, z otaczającej młode Słońce mgławicy. Zaburzenia w tej mgławicy, które mogą powstawać nawet bez pomocy z zewnątrz, narastały formując planety. Nowe globy w miarę osiadania na nich coraz większej masy rozgrzewały się (O. Szmíd), a ciśnienie światła i wiatr słoneczny unosiły lżejszy materiał dalej od Słońca (G.P. Kuiper) i tak powstały planety grupy Jowisza. Jednocześnie pole magnetyczne wmróżone w wirujące Słońce napędzało mniej lub bardziej zjonizowaną okoliczną mgławicę dostarczając jej momentu pędu (H. Alfven).

Tak w najogólniejszych zarysach przebiegało prawdopodobnie powstawanie Układu Słonecznego. Być może, podobnie dzieje się przy innych młodych gwiazdach, a dalszy postęp w tej dziedzinie będzie uwarunkowany rozwojem wiedzy o wczesnych stadiach ewolucji gwiazd.

T. K.

o rząd wielkości najlepsze klisze fotograficzne. Umożliwia to znaczne skrócenie czasu ekspozycji niezbędnego do uzyskania widm wysokiej jakości. Krótkie czasy ekspozycji są koniecznym warunkiem przy mierzeniu prędkości radialnych gwiazd z dokładnością rzędu 10 m/s. Spowodowane jest to tym, że teleskop znajduje się na powierzchni rotującej Ziemi i na skutek tego względna prędkość radialna gwiazdy zmienia się z amplitudą kilkuset m/s z okresem dobowym (prędkość rotacji na równiku wynosi ok. 500 m/s). Wreszcie po trzecie, dzięki detektorom elektronicznym widmo rejestrowane jest od razu w postaci cyfrowej, dogodnej do bardzo wyrafinowanej analizy komputerowej.

Program obserwacyjny mający na celu wykrycie okresowych zmian prędkości radialnych pobliskich gwiazd, podobnych do Słońca, jest prowadzony od 1980 roku przez dwie grupy astronomów. Grupa kanadyjska (B. Campbell, G. Walker, S. Yang) przedstawiła wyniki obserwacji 16 gwiazd. Typowy błąd pojedynczego pomiaru prędkości radialnej wynosi 10 m/s. U siedmiu spośród badanych gwiazd wykryto zmiany prędkości radialnych z amplitudami kilkunastu metrów na sekundę. Zmiany te interpretowane są jako wynik obiegania gwiazd przez planety o masach z przedziału 1 – 10 mas Jowisza (rysunek). Dolne ograniczenie na masę dostaje się z obserwowanej amplitudy zmian prędkości radialnej, natomiast górne ograniczenie otrzymywane jest z niezależnych danych astrometrycznych. Skąd jednak wiemy, że satelity badanych gwiazd są rzeczywiście planetami, a nie mało masywnymi gwiazdami?

Powszechnie przyjmuje się, że najmniej masywne gwiazdy mają masy około 0,08 masy Słońca (80 mas Jowisza). Wartość ta wynika zarówno z ocen teoretycznych, jak i z obserwacji. Przez gwiazdę rozumiemy tutaj obiekt, w którego centrum zachodzą reakcje termojądrowe będące źródłem większości energii emitowanej z jego powierzchni. Przypuszcza się, że obiekty o masie mniejszej niż 0,08 masy Słońca mogą tworzyć się w czasie kolapsu obłoków materii międzygwiazdowej. Takie hipotetyczne obiekty noszą nazwę brązowych karłów. Aczkolwiek ze względu na zbyt małą masę nie są one w stanie zainicjować w swoim wnętrzu reakcji termojądrowych, mogą one emitować przez długi czas znaczące ilości promieniowania kosztem energii potencjalnej zapadającego się gazu. Można powiedzieć, że brązowy karzeł to niedoszła gwiazda, której zabrakło nieco masy do ostatecznego uformowania się. Cechą charakterystyczną brązowych karłów jest mała jasność (znacznie mniejsza niż najmniej masywnych gwiazd) i niska temperatura powierzchni, co powoduje, że większość energii jest emitowana w dalekiej podczerwieni. Pomimo usilnych poszukiwań nie zdołano, jak dotychczas, odkryć ani jednego brązowego karła. Istotną różnicą między brązowym karłem a planetą jest sposób powstawania. O ile brązowy karzeł powstaje na skutek kolapsu fragmentu obłoku materii międzygwiazdowej, to planety tworzą się w dysku okologicznej gwiazdy z resztek materii pozostałej po uformowaniu się macierzystej gwiazdy. Szacuje się, że graniczna masa oddzielająca masywne planety od brązowych karłów wynosi około 10 mas Jowisza. Tak więc obiekty wykryte przez astronomów kanadyjskich wydają się być rzeczywiście masywnymi planetami, a nie mało masywnymi gwiazdami.

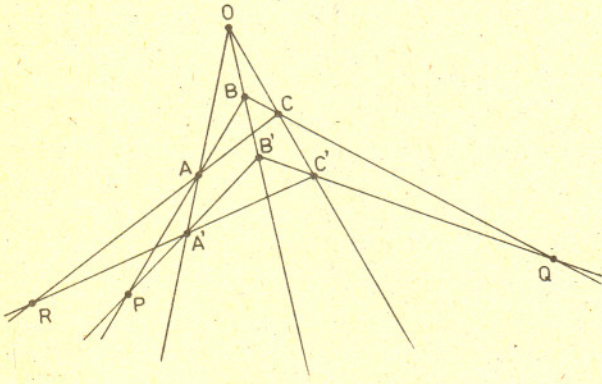
Drugą grupą wykonującą od kilku lat program obserwacyjny, mający na celu poszukiwanie mało masywnych ciał obiegających pobliskie gwiazdy, jest grupa amerykańska kierowana przez Davida Lathama. Technika stosowana przez Amerykanów daje nieco mniej dokładne wyniki niż osiągnięte przez astronomów kanadyjskich, pozwala jednak na obserwacje znacznie słabszych gwiazd. Najbardziej spektakularnym odkryciem dokonany przez grupę Lathama jest stwierdzenie, że gwiazda oznaczona numerem HD 114762 wykazuje zmiany prędkości radialnej z okresem 84 dni i amplitudą 533 m/s. W przedziale czasu, który upłynął od momentu rozpoczęcia obserwacji, ciało odpowiedzialne za te zmiany dokonało ponad trzydziestu obiegów dookoła swojej macierzystej gwiazdy. Gwiazda HD 114762 ma masę zbliżoną do masy Słońca. Na podstawie trzeciego prawa Keplera można ocenić, że odkryty obiekt, obiegający gwiazdę, ma orbitę o rozmiarach zbliżonych do rozmiarów orbity Merkurego. Jego masa jest szacowana na 10 mas Jowisza, ale dalsze obserwacje są konieczne, aby stwierdzić, czy jest on planetą czy też raczej brązowym karłem. Tak więc, choć planet obiegających inne słońca nikt jeszcze nie widział i zapewne długo jeszcze nie zobaczy, to jednak rozważania o ich istnieniu przestały być spekulacjami i zyskały sensowne podstawy obserwacyjne.



mała delta

Patrząc różnie na to samo

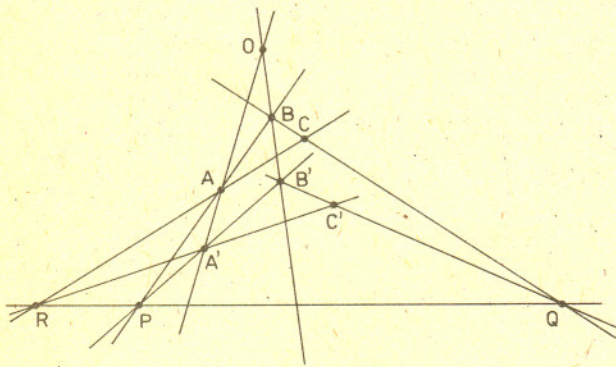
Na rysunku 1 mamy dwa trójkąty (ABC i $A'B'C'$) wpisane w trzy proste wychodzące z jednego punktu (O). Jak można się przekonać przykładając linijkę, przecięcia ich odpowiednich boków (P, Q, R) leżą na jednej prostej. Czy tak jest zawsze?



Rys. 1

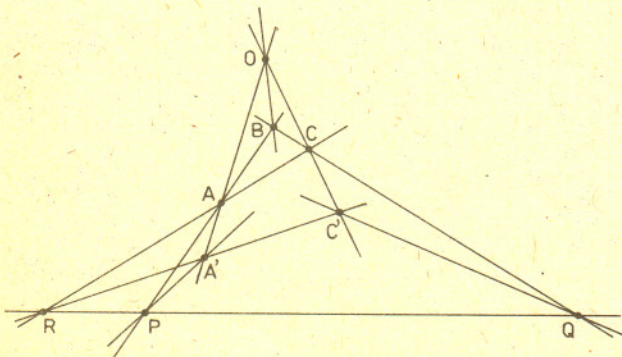
Oczywiście. Na rysunku 1 można zobaczyć również coś zupełnie innego. Jest to ostrosłup trójkątny (zapomnieliśmy narysować jego podstawę) przecięty dwiema płaszczyznami. Nic więc dziwnego, że oba przecięcia są trójkątami. Nic też dziwnego, że punkty leżące na obu płaszczyznach (a tak leżą punkty P, Q i R) leżą na jednej prostej – tak (to jest wzdłuż prostej) przecinają się płaszczyzny.

W ten sposób przez inne spojrzenie na rysunek dowiedliśmy twierdzenia Desarguesa (czytaj: dezarga). Jeżeli dorysujemy prostą $P-Q-R$, to otrzymamy obrazek nazywający się konfiguracją Desarguesa. Ciekawą jego własnością jest to, że nie sposób zdecydować (patrz na niego), która z prostych jest „ostatnia”, czyli którą otrzymujemy jako prostą łączącą punkty przecięcia odpowiednich boków dwóch trójkątów. Spójrzmy na rysunek 2. Nie różni się on przecież niczym od rysunku 1: mamy dwa trójkąty (RAA' i QBB') wpisane w trzy proste przechodzące przez jeden punkt (P) i wobec tego punkty przecięcia ich odpowiednich boków (C, O, C') leżą na jednej prostej (choć jest ona nie narysowana). Jest to znów rysunek do twierdzenia Desarguesa. Czytelnik zechce sprawdzić, że usunięcie dowolnej (jednej) prostej z konfiguracji Desarguesa w niczym sytuacji nie zmieni. Choć zobaczyć wtedy ostrosłup może być znacznie trudniej.



Rys. 2

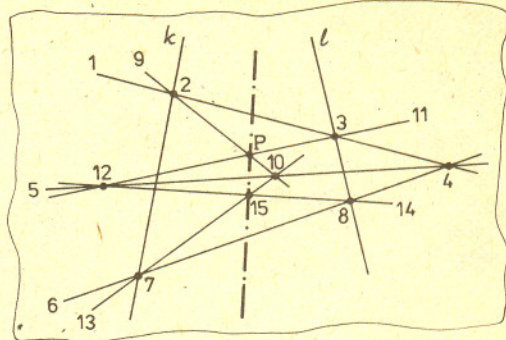
W konfiguracji Desarguesa można też nie narysować jednego (dowolnego) punktu, a na mocy twierdzenia Desarguesa okaże się, że pozbawione go trzy proste muszą w jeden punkt trafić. Przecież na rysunku 3 znów mamy dwa trójkąty (BCO i PRA') wpisane w trzy proste przechodzące przez jeden punkt (A). Dwa przecięcia odpowiednich boków już mamy (Q i B), więc ten trzeci musi leżeć na przechodzącej przez nie prostej.



Rys. 3

Zabawnym zastosowaniem twierdzenia Desarguesa jest konstrukcja (samą linijką) prostej przechodzącej przez punkt wspólny dwóch prostych przecinających się daleko poza kartką papieru, na której mamy konstrukcję wykonać. Oto ta konstrukcja:

Dane są proste k i l oraz punkt P . Rysujemy prostą 1 przecinającą k i l w punktach 2 i 3 i nie przechodzącą przez P . Obieramy na niej punkt 4, przez który prowadzimy inne (również nie przechodzące przez P) proste 5 i 6. Prosta 6 przecina k i l w punktach 7 i 8. Prosta 9 przez P i 2 przecina 5 w punkcie 10, prosta 11 przez P i 3 – w punkcie 12. Proste 13 (przez 7 i 10) i 14 (przez 8 i 12) przecinają się w punkcie 15. Prosta przechodząca przez P i 15 musi przejść przez punkt przecięcia prostych k i l . Prawda?



Małą Deltę przygotował Marek KORDOS



Rozwiązanie zadania M 556.
Niech $a \leq b$. Jeśli jest k serii liter A , to litery B mogą utworzyć $k - 1$, k lub $k + 1$ serii. Ponieważ $k \leq a$, więc w przypadku gdy $a = b$, można otrzymać co najwyżej $2a$ serii. Jeśli zaś $a < b$, to maksymalna liczba serii wynosi $2a + 1$.
Ostatecznie, maksimum liczby serii wynosi $2a$ dla $a = b$ i $2 \min(a, b) + 1$ dla $a \neq b$.



Rozwiązanie zadania F 279.
Aby na podstawie dopplerowskiego przesunięcia linii widmowych można było zaobserwować zmianę prędkości, wielkość przesunięcia musi być większa od naturalnej szerokości linii widmowych, która wynika m.in. z ruchu cieplnego molekuł na powierzchni Słońca. Oznacza to, że prędkość statku v musi przekraczać średnią prędkość molekuł wodoru, która dla $T = 6000$ K wynosi $v_T = 10^4$ m/s. A więc

$$v \geq v_T = 10^4 \text{ m/s.}$$

Minimalną liczbę szczelin siatki dyfrakcyjnej określimy na podstawie zdolności rozszczepiającej

$$R = mN \geq \frac{\lambda}{\delta \lambda} \approx \frac{c}{v}$$

Dla $m = 2$ otrzymujemy $N \geq 1,5 \cdot 10^4$.

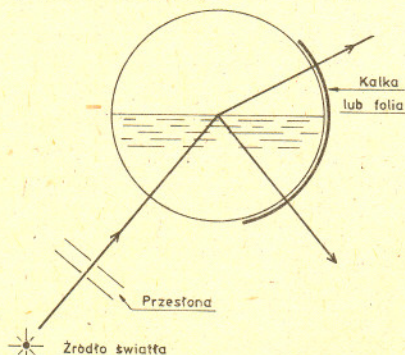
Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

KORESPONDENCYJNY KLUB FIZYKÓW

Drodzy Członkowie i Sympatycy Klubu!

Postanowiliśmy wprowadzić punktację i nagrody za najlepsze rozwiązania problemów przedstawionych w kolejnych wydaniach Klubu. Co miesiąc będziemy przyznawali nagrodę książkową dla autora najciekawiej opracowanego rozwiązania.

- Postaraj się o rurkę szklaną w kształcie litery U (kupiłem taką rurkę za 200 zł w sklepie z wyposażeniem akwarium). Umocuj ją w pozycji pionowej i napełnij jakąś cieczą, na przykład wodą. Słup cieczy w rurce wpraw w drgania, na przykład przez lekkie dmuchnięcie w jedno z ramion rurki. Słup cieczy będzie się wahać. Zbadaj doświadczalnie, od czego zależy okres wahań. A może potrafisz wyprowadzić wzór na okres wahań i sprawdzić go doświadczalnie?
- Zbadaj, ile wynosi kąt graniczny padania dla całkowitego odbicia na granicy ośrodków woda – powietrze. Proponuję wykorzystać w tym celu słoik typu twist napełniony do połowy wodą z niewielką (parę kropeł) domieszką mleka, aby widać było w wodzie bieg promieni świetlnych. Rysunek podpowie ci, jak przeprowadzić pomiary.
- Zbadaj rozchodzenie się fal poprzecznych na powierzchni wody w wannie. Źródłem fal mogą być krople spadające z mokrej gazy. Proponuję wykonanie dokumentacji fotograficznej obserwowanych zjawisk. Oto garść propozycji: a) fala kołowa, b) pojedynczy impuls, c) odbicie fal, d) zjawisko Dopplera. Mile widziane własne pomysły.



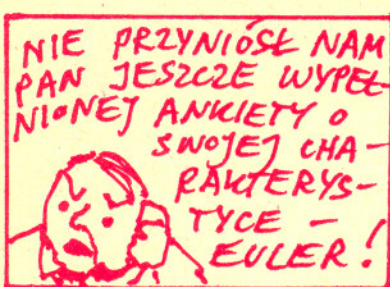
Redaguje doc. dr Tomasz HOFMOKL

Listy prosimy przysyłać pod adresem:

Korespondencyjny Klub Fizyków, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego, ul. Hoża 69, 00-681 Warszawa.

O charakterystyce Eulera

Mgr Danuta CIESIELSKA, mgr Sławomir CYNK



Ze wzorem Eulera spotykamy się już w szkole średniej. Mówi on, że w wielościanie wypukłym suma liczby wierzchołków i liczby ścian jest równa liczbie krawędzi powiększonej o dwa. W szkole wykorzystany został do dowodu istnienia dokładnie pięciu wielościanów foremnych. Niestety, w podręczniku szkolnym wzór Eulera udowodniony nie jest.

Zacznijmy od uzupełnienia tej „drobnej” luki – wykażmy prawdziwość wzoru Eulera dla wielościanów wypukłych. Zanim to jednak uczynimy, wprowadzimy kilka definicji i oznaczeń.

Definicja. Wielościanem wypukłym nazywamy ograniczoną część wspólną skończonej liczby półprzestrzeni.

Oznaczenia. Przez W oznaczmy liczbę wierzchołków wielościanu wypukłego, przez K – liczbę krawędzi, przez S – liczbę ścian tego wielościanu.

Wzór Eulera przyjmuje teraz postać następującą:

Twierdzenie. Jeżeli P jest wielościanem wypukłym, to zachodzi wzór

$$W - K + S = 2.$$

Dowód: Wiemy, że wielościan P ma W wierzchołków. Umieścimy wielościan w przestrzeni tak, by każdy z wierzchołków znalazł się na innej wysokości (tzn. jeśli wierzchołek $w_i = (x_i, y_i, z_i)$, to $z_i \neq z_j$ dla $i \neq j$). Możliwość takiego ułożenia wielościanu wydaje się oczywista. Dowód tego faktu Czytelnik może z satysfakcją dla siebie przeprowadzić. Załóżmy więc, że wielościan jest ułożony tak, jak opisaliśmy to przed chwilą; aby uprościć zapis rozumowania, przyjmijmy, że wierzchołek w_1 jest najniższym, wierzchołek w_2 następny itd., aż do najwyższego wierzchołka, czyli w_W (inaczej mówiąc – zachodzi następujący ciąg nierówności: $z_1 < z_2 < z_3 < \dots < z_W$).

Wybermy jeden z wierzchołków i zbadajmy te spośród krawędzi i ścian wielościanu, które wychodzą z tego wierzchołka „w górę”. Oznaczmy przez k_i ($i = 1, \dots, W$) liczbę krawędzi, a przez s_i ($i = 1, \dots, W$) liczbę ścian, dla których wierzchołek w_i jest najniższym punktem. Wtedy, oczywiście, $k_W = s_W = 0$, bo od wierzchołka w_W nic nie wznosi się ku górze. Zauważmy również, że

$$k_1 = s_1, \quad \text{czyli} \quad s_1 - k_1 = 0$$

(z pierwszego wierzchołka tyle samo krawędzi i ścian „idzie w górę”).

Podobna własność dla pozostałych wierzchołków nie jest aż tak oczywista. Z każdego spośród wierzchołków w_2, \dots, w_{W-1} przynajmniej jedna krawędź i tym samym co najmniej dwie ściany „idą w dół od niego”. Przyjrzyjmy się całemu narożu o wierzchołku w_i ($i \geq 2$). Obejdźmy je zgodnie z ruchem wskazówek zegara; w podróży tej możemy dokonać następujących ciekawych obserwacji:

Jeśli dwie ściany mają wspólny wierzchołek, to albo mają także wspólną krawędź, albo nie mają żadnych innych punktów wspólnych.

Ściany „idące w górę” od wierzchołka w_i wtedy i tylko wtedy, gdy obie jej krawędzie schodzące się w tym wierzchołku „idą w górę” od niego.

Ściany „idące w górę” od wierzchołka w_i tworzą „wachlarz”, tzn. mają one wspólny wierzchołek w_i ; oraz dają się ustawić w ciąg taki, że każde dwie kolejne ściany mają wspólną krawędź (na rysunku 3 „wachlarzem” jest zbiór kolorowych).

Teraz już bez problemu zauważymy, że

$$k_i - s_i = 1 \quad \text{dla} \quad i = 2, \dots, W - 1$$

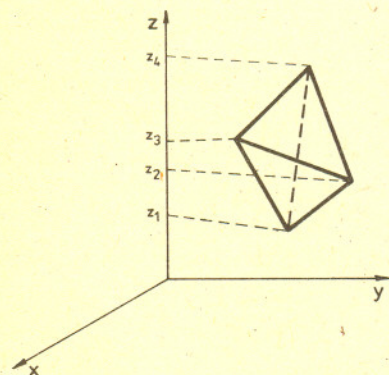
(liczba krawędzi w „wachlarzu” jest o jeden większa niż liczba ścian).

Dla otrzymania ostatecznego wyniku, czyli wzoru Eulera, wystarczy przeprowadzić małą buchalterię. Każda ściana ma najniższy wierzchołek, zatem $S = s_1 + s_2 + \dots + s_W$ oraz każda krawędź ma najniższy wierzchołek, czyli $K = k_1 + k_2 + \dots + k_W$. Odejmując te równania stronami otrzymujemy równość

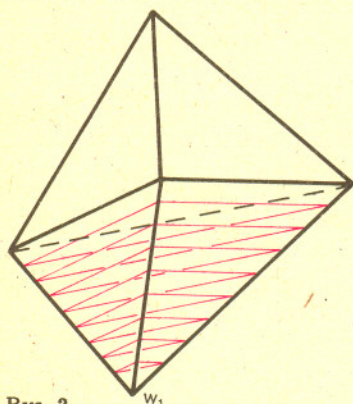
$$K - S = \sum_{i=1}^W (k_i - s_i) = \sum_{i=2}^{W-1} 1 = W - 2.$$

Wobec czego $W - K + S = W - (K - S) = W - (W - 2) = 2$.

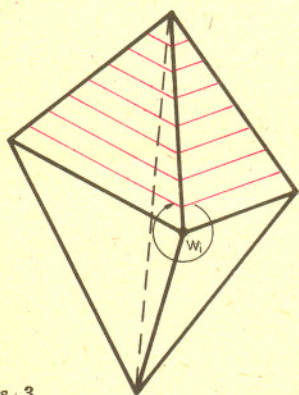
Tym samym wykazaliśmy wzór Eulera dla wielościanów wypukłych. Dowód ten różni się od dowodu podanego przez Leonharda Eulera. Co ciekawsze, oryginalny dowód Eulera nie był w pełni poprawny! Zainteresowanych historią wzoru Eulera odsyłamy do artykułu Z.T. Pogody „Historia wzoru Eulera dla wielościanów” (*Matematyka* 1/1989).



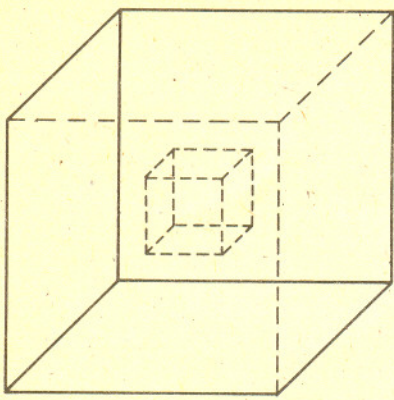
Rys. 1



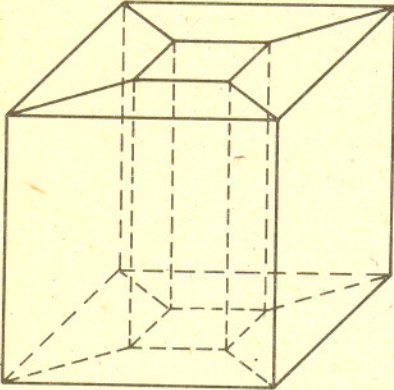
Rys. 2



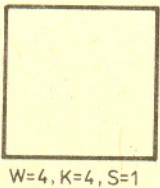
Rys. 3



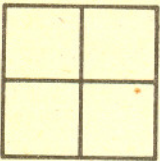
Rys. 4



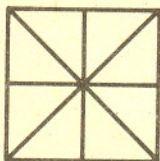
Rys. 5



$W=4, K=4, S=1$

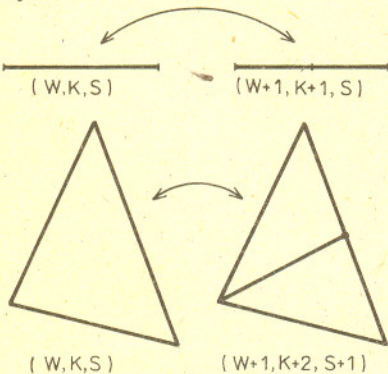


$W=9, K=12, S=4$



$W=9, K=16, S=8$

Rys. 6



Rys. 7

Do tej pory badaliśmy wzór Eulera jedynie w przypadku wielościanów wypukłych. Niemniej jednak wyrażenie stojące po lewej stronie wzoru ma sens dla każdej figury geometrycznej, która jest sumą mnogościową skończonej liczby punktów, odcinków i wielokątów wypukłych. Figurę, dla której opisane rozbięcie istnieje, będziemy nazywać wielościanem. Jednak nie warto rozpatrywać wszystkich rozbić wielościanu na sumę: np. okazuje się, że traktowanie brzegu sześcianu jako sumy sześciu kwadratów nie jest sensowne. Będziemy mówić, że rozbięcie figury na punkty, odcinki i wielokąty wypukłe jest dopuszczalne, gdy:

1° Wraz z każdym wielokątem z rozbięcia do zbioru odcinków należą wszystkie krawędzie tego wielokąta, a wraz z każdym odcinkiem do zbioru punktów należą jego końce.

2° Dowolne dwa różne elementy rozbięcia mają wspólny co najwyżej kawałek brzegu jednego z elementów (brzegiem odcinka są jego końce), przy czym wtedy ta część wspólna jest też elementem rozbięcia.

Dla dowolnego wielościanu A liczbę $\chi(A) = W - K + S$ nazwijmy jego charakterystyką Eulera.

Dla lepszego zilustrowania wprowadzonych określeń obliczmy charakterystykę Eulera najprostszych wielościanów:

a) Zbiór jednopunktowy. Ponieważ w tym przypadku $W = 1, K = 0, S = 0$, więc $\chi = 1$.

b) Odcinek. Tym razem $W = 2, K = 1, S = 0$, a zatem, podobnie jak poprzednio $\chi = 1$.

c) Łamana zwyczajna otwarta. Jeśli przez n oznaczymy liczbę odcinków, z których jest ona zbudowana, to otrzymamy $W = n + 1, K = n, S = 0$, czyli znowu $\chi = 1$.

d) Łamana zwyczajna zamknięta. Podobnie jak poprzednio oznaczymy przez n liczbę odcinków, z których jest ona zbudowana. Tym razem jednak otrzymamy $W = n, K = n, S = 0$ i w konsekwencji $\chi = 0$.

e) Wypukły n -ką. Ponieważ $W = n, K = n, S = 1$, więc raz jeszcze otrzymujemy $\chi = 1$.

f) Powierzchnia wielościanu wypukłego. Ten przykład mamy już obliczony. Wystarczy bowiem rzut oka na wzór Eulera, aby stwierdzić, że w tym przypadku $\chi = 2$.

g) Powierzchnia bryły powstałej przez wydrążenie we wnętrzu sześcianu dziury w kształcie drugiego, małego sześcianu (rys. 4). Jak łatwo sprawdzić, w tym przypadku $W = 16, K = 24, S = 12$, a zatem $\chi = 4$.

h) Powierzchnia bryły powstałej przez wywiercenie w sześcianie otworu „na wylot” (rys. 5). Tym razem $W = 16, K = 32, S = 16$ i w efekcie $\chi = 0$.

W podobny sposób możemy obliczyć charakterystykę Eulera coraz bardziej skomplikowanych wielościanów. Natychmiast jednak nasuwa się wątpliwość. Czy wartość $W - K + S$ nie zależy od sposobu rozbięcia wielościanu na sumę punktów, odcinków i wielokątów wypukłych? Innymi słowy, czy charakterystyka Eulera jest wyznaczona jednoznacznie?

Kwadrat, na przykład, możemy rozbić tak, jak na rysunku 6. We wszystkich trzech sytuacjach otrzymujemy $W - K + S = 1$. I nie jest to przypadek. Okazuje się bowiem, że jeśli tylko podział wielościanu jest dopuszczalny, to liczba $W - K + S$ nie zależy od wyboru takiego podziału. Jeśli bowiem wybierzemy dowolne dwa dopuszczalne podziały tego samego wielościanu, to możemy przejść od jednego z nich do drugiego dokonując kroków polegających na: podziale odcinka na dwa (rys. 7), podziale wielokąta wypukłego na dwa lub likwidacji takich podziałów. Żadna z opisanych czterech operacji nie zmienia liczby $W - K + S$, liczba ta więc pozostaje stała.

Powyższe rozumowanie nie tylko dowodzi, że wielkość $W - K + S$ nie zależy od wyboru podziału wielościanu, ale ponadto pokazuje, że jest to najprostsze wyrażenie o tej własności. Oznacza to, że Euler wybrał najlepszą możliwą lewą stronę „swego” wzoru.

Z powyższych uwag o charakterystyce Eulera mogłoby się wydawać, że są to jedynie ciekawostki kombinatoryczne. Tak jednak nie jest. Charakterystyka Eulera jest bardzo ważnym pojęciem matematyki współczesnej. O jej znaczeniu może świadczyć na przykład olbrzymia liczba różnych jej definicji i uogólnień. Niestety, objętość artykułów drukowanych w *Delcie* uniemożliwia przedstawienie (choćby w skrócie) najważniejszych jej własności i zastosowań. Ograniczymy się tylko do wymienienia dwóch: jest ona najprostszym niezmiennikiem topologicznym oraz w pełni charakteryzuje dwuwymiarowe orientowalne rozmaitości bez brzegu. Ostatnie zdanie brzmi niezwykle tajemniczo. Postaramy się wyjaśnić je bliżej w którymś z kolejnych numerów *Delty*. Tym, którzy chcą dowiedzieć się czegoś więcej na temat charakterystyki Eulera, polecamy książeczkę Ю.А. Пашкина „Эйлерова характеристика”.

Obserwacje gwiazd zmiennych zaćmieniowych mogą wydawać się obecnie zajęciem mało pasjonującym. Czy długie śledzenie regularnych zmian jasności może być twórcze? Okazuje się, że niekiedy może. Gwiazda DI Herculis to układ dwóch gorących składników typu B obiegających się w czasie 10,55 dni, przy czym ich względna orbita jest silnie eliptyczna o dużej osi 0,4 j.a. Ziemia leży akurat w płaszczyźnie tej orbity, a ponieważ obie składowe gwiazdy są zbliżonej jasności i rozmiarów, oba zaćmienia są doskonale widoczne i ich momenty można rejestrować z wysoką dokładnością.

Gdyby gwiazdy obiegały się jak punkty materialne, to zaćmienia obserwowalibyśmy z absolutną regularnością. Tymczasem tak nie jest. Niektóre tego przyczyny są chyba oczywiste. Gwiazdy nie są punktami materialnymi, mają skończone rozmiary i wewnętrzną strukturę, rotują, a ich wzajemne oddziaływanie grawitacyjne deformuje ich kształty. W rezultacie ich względna orbita nie jest niezmienną elipsą, lecz powoli obracającą się – w efekcie jedna gwiazda wokół drugiej opisuje rozetkę. Za miarę tego zjawiska przyjmuje się kąt, o jaki obróci się duża oś elipsy w jednostce czasu, czyli oś łącząca peryastron z apoastronem. W przypadku DI Herculis tempo obracania się dużej osi orbity wynosi $0^{\circ}65/\text{wiek}$.

Nie byłoby w tym nic niezwykłego, gdyby nie fakt, że liczby tej nie daje się uzasadnić teoretycznie. Mianowicie na podstawie krzywej blasku układu i znajomości typów widmowych gwiazd można odtworzyć ich odległość, rozmiary, budowę itd., można więc też obliczyć, jak szybko powinien przesunąć się peryastron.

Dwaj wytrwali obserwatorzy tej gwiazdy, Edward Guinan i Frank Maloney z Villanova University (Pennsylvania, USA) twierdzą, że na gruncie newtonowskiej teorii grawitacji powinno to wynosić $1^{\circ}93/\text{wiek}$, po uwzględnieniu zaś efektów ogólnej teorii względności $2^{\circ}34/\text{wiek}$. Jest więc w pewnym sensie odwrotnie niż w klasycznym przypadku Merkurego. Ruch jego peryhelium w tempie $43''/\text{wiek}$ jest szybszy niż wynikałoby z fizyki newtonowskiej i dopiero teorią Einsteina uzasadniła tę wartość. W przypadku DI Herculis – przeciwnie – ruch peryastronu jest zbyt wolny i zastosowanie teorii pełniejszej daje większą niezgodność z obserwacjami!

Wspomniani badacze twierdzą przede wszystkim, że niezgodność ta nie może być skutkiem jakichkolwiek błędów obserwacyjnych, odpowiedzialna zaś za to może być cała teoria, na podstawie której przeprowadzono obliczenia. Sugerują w rezultacie cztery możliwe wytłumaczenia tej niezgodności: w układzie może znajdować się jeszcze rozproszona materia wokół obu gwiazd; względna orbita jest właśnie w stadium gwałtownego ukoławiania się wskutek przyptywowego działania gwiazd na siebie nawzajem; w układzie znajduje się gdzieś trzeci składnik; coś jest nie w porządku z ogólną teorią względności.

Pierwsze trzy możliwości są, zdaniem badaczy, bardzo mało prawdopodobne, bo albo nie ma za nimi żadnych argumentów, albo już dałoby się je uwzględnić. Czwarta możliwość brzmi z kolei szczególnie „heretycko”, ale cała sprawa jest na tyle intrygująca, że zebrano całą listę gwiazd podwójnych podobnie osobliwie się zachowujących, by móc problem rozstrzygnąć na drodze systematycznych badań. Ja osobiście przewiduję, że teoria względności jeszcze raz się obroni.

dr Tomasz KWAST

Zadania

Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 556. Ustawiono w ciąg a liter A i b liter B . Znaleźć największą możliwą liczbę serii. Serią nazywamy każdy maksymalny (tzn. taki, którego nie da się przedłużyć) podciąg takich samych kolejnych elementów.
Rozwiązanie na str. 9

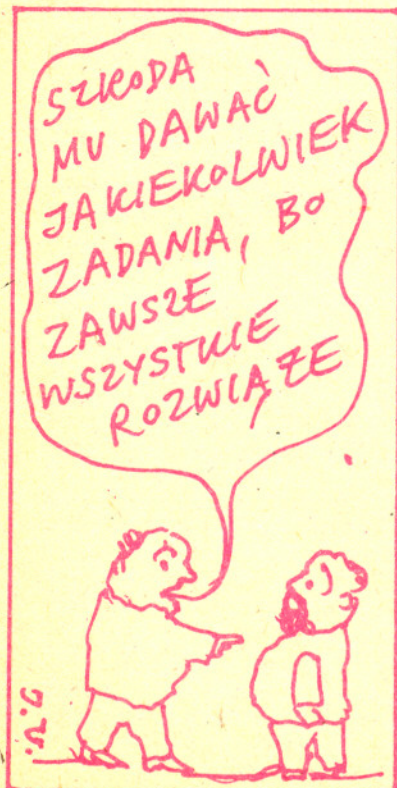
M 557. Znaleźć szansę otrzymania dokładnie k serii przy losowym ustawieniu w ciąg a liter A i b liter B .
Rozwiązanie na str. 5

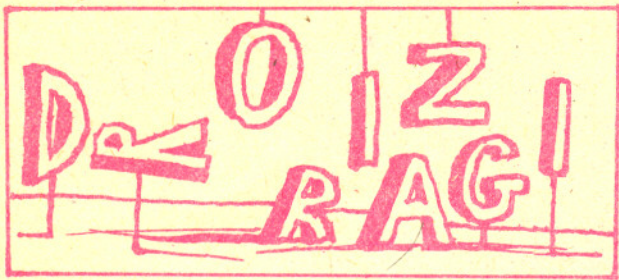
M 558. Zaobserwowano następujący układ miejsc pustych i zajętych przy barze: PZPPZPPZPPZPZP. Czy można ten wynik wyjaśnić działaniem przypadku?
Rozwiązanie na str. 4

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI

F 278. Promieniowanie lasera rubinowego ulega rozpraszaniu na falach dźwiękowych w wodzie. Na skutek rozpraszania zachodzi dopplerowskie przesunięcie częstotliwości światła. Ocenić liczbę szczelin siatki dyfrakcyjnej, za pomocą której można zmierzyć przesunięcie częstotliwości w pierwszym rzędzie dyfrakcji. Kąt pomiędzy światłem padającym a odbitym wynosi 90° , prędkość dźwięku w wodzie $v = 1400 \text{ m/s}$, współczynnik załamania wody $n = 1,3$.
Rozwiązanie na str. 17

F 279. Oszacować prędkość, z jaką powinien oddalać się od Słońca pojazd kosmiczny, aby znajdujący się w nim astronauta, mający do dyspozycji spektrometr z siatką dyfrakcyjną, mogli stwierdzić ruch względem Słońca obserwując widmo promieniowania wodoru słonecznego w drugim rzędzie. Ile szczelin powinna mieć ta siatka dyfrakcyjna? Temperatura powierzchni Słońca wynosi $T = 6000 \text{ K}$.
Rozwiązanie na str. 9





W matematyce są i takie rozumowania:

Wykażemy, że istnieją takie liczby niewymierne a i b , że a^b jest liczbą wymierną. A oto dowód.

$\sqrt{2}$ jest liczbą niewymierną. Jeśli $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ jest liczbą wymierną, to twierdzenie jest dowiedzione. Jeśli nie jest, to równość

$$(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 = 2$$
 dowodzi twierdzenia.

Dowód ten jest dla wielu (również matematyków) odrażający – dowiedliśmy, że coś (para liczb niewymiernych o żądanej własności) istnieje, a nie potrafimy tego wskazać. Zbudowano nawet matematykę wykluczającą tego rodzaju dowody, jednak większość pozostała przy „starej”. (Żeby nie było wątpliwości:

$\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ jest liczbą niewymierną; dowód tego faktu jest trudny.)



V. de Michele z Muzeum Historii Naturalnej w Mediolanie znalazł w 1973 roku w Bibliotece Ambrozjańskiej (tamże) wzmiankę o śmierci spowodowanej przez meteoryt. Mianowicie w roku 1663 lub 1664 w Mediolanie pewien franciszkanin został trafiony meteorytem w udo, w wyniku czego wkrótce zmarł z upływu krwi. Sam meteoryt został wydobyty z jego nogi, zaginął jednak gdzieś w połowie XVIII wieku – pozostała tylko informacja w bibliotece.



Naukowcom z IBM Almaden Research Center udało się sfotografować ułożenie atomów w molekułe benzenu (C_6H_6). Zdjęcia te bezpośrednio potwierdzają przypuszczenie Augusta Kekulégo (niemieckiego chemika), że atomy tworzą pierścień (tzw. pierścień benzenu). Pewnej nocy w 1865 r. Kekulému, który pracował nad strukturą benzenu, przysniła się molekuła benzenu w kształcie węża gryzącego swój ogon. Od tamtego czasu wiele pośrednich doświadczeń potwierdziło trafność snu Kekulégo.



Coś z science fiction? Naukowcy radzieccy chcieliby stworzyć atmosferę na Marsie podobną do atmosfery ziemskiej. Projekt radziecki wykorzystuje mechanizm powstania atmosfery ziemskiej, mianowicie zrzucenie niebiesko-zielonych glonów na powierzchnię Marsa. Za jeden lub dwa tysiące lat glony mogłyby „przerobić” tyle dwutlenku węgla na tlen, że ludzie mogliby oddychać powietrzem marsjańskim.



W 1872 roku Feliks Klein, obejmując katedrę matematyki w Erlangen, wygłosił wykład przedstawiający program badawczy, który zamierzał realizować w kierowanej przez siebie katedrze. Program ten okazał się tak szeroko zakrojony, że stanowi do dziś ważny kierunek badań matematycznych. Program erlangerński (jak dziś nazywa się początek badań niemienników) sformułował Klein mając 23 lata.

Syriusz (α Wielkiego Psa), najjaśniejsza gwiazda na niebie to biała, gorąca gwiazda typu A1 V. Tymczasem znane są historyczne zapiski z VI wieku i wcześniejsze, w których Syriusz jest określany jako gwiazda czerwona. Jak wiadomo, jest to układ podwójny i niektórzy badacze przypisują inny jego wygląd w przeszłości Syriuszowi B. Ich zdaniem składnik ten niedawno był czerwonym olbrzymem, który uległ wreszcie przemianie w białego karła. W zasadzie tak przebiega ewolucja gwiazd, jednak zupełnie tajemnicze jest, dlaczego w przypadku Syriusza B miałyby się to odbyć tak błyskawicznie i bez śladu, powinniśmy bowiem widzieć resztki otoczki odrzuconej przez czerwonego olbrzyma. Jedynym faktem pasującym do tej hipotezy jest podwyższona zawartość metali u Syriusza A, co może sugerować wchłonięcie przezeń części otoczki towarzysza. W sumie jednak całe to zjawisko nie pasuje do współczesnych teorii.



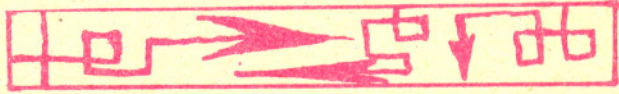
Odkrycie wysokotemperaturowych nadprzewodników przyćmiło inne doniosłe odkrycie w fizyce ciała stałego. W Laboratorium BASF w RFN odkryto organiczny polimer (poliacetylen domieszkowany jodem) o bardzo wysokiej przewodności w temperaturze pokojowej. Jego przewodność jest co prawda czterokrotnie gorsza od miedzi (około $150000 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$), ale przy tej samej masie polimer ma dwukrotnie mniejszy opór niż miedź. Wagowo jest to najlepszy przewodnik na świecie.



Pojęcie trójkąta równobocznego (dokładniej trójargumentowa relacja $Q(ABC)$ spełniana wtedy i tylko wtedy, gdy trójkąt ABC jest równoboczny) wystarcza do zbudowania całej geometrii trójwymiarowej. Wynik ten jest przykładem tego, jak bardzo nieefektywne i zgoła zbędne mogą być twierdzenia matematyki. Geometria uprawiana w takim języku byłaby straszliwie skomplikowana i żmudna. Nic przeto dziwnego, że nikt nawet nie próbował zrealizować tej, udowodnionej przecież, możliwości.



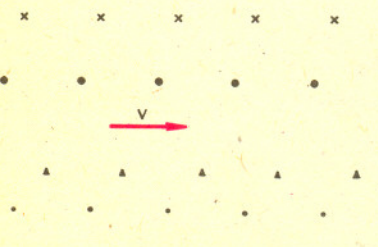
Kilkadziesiąt lat temu uważano, że galaktyki składają się z gwiazd. Czterdzieści lat temu stwierdzono, że istotną rolę odgrywa gaz międzygwiazdowy i promienie kosmiczne. Obecnie coraz bardziej docenia się rolę pól magnetycznych jako istotnych składników galaktyk. Chociaż natężenia tych pól są bardzo słabe (kilka mikrogausów), to gęstość energii pola $\frac{1}{8\pi} H^2 \approx 10^{-12} \text{erg/cm}^3 \approx 1 \text{eV/cm}^3$ jest porównywalna z energią termiczną gazu międzygwiazdowego (nkT , $n \approx 1$ cząstka w cm^3 , $T \approx 10^4 \text{K}$), z energią turbulencji ($\frac{1}{2} \rho v^2$, $v \approx 10 \text{km/s}$) i gęstością energii promieni kosmicznych.



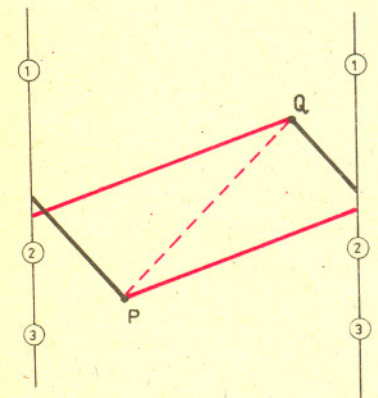
Nie „wirus”, ale „dżdżownica” wpuszczona do sieci komputerowej przez pewnego studenta Uniwersytetu Cornell w USA unieruchomiła kilka tysięcy amerykańskich komputerów używających systemu operacyjnego UNIX. „Dżdżownica” różni się od „wirusa” tym, że nie wymaga innego programu komputerowego do przenoszenia się z maszyny na maszynę. Składała się z dwu części: 99-liniowego próbnika napisanego w języku C i znacznie większego korpusu skompilowanego w języku wewnętrznym. Jeśli próbnikowi udało się przedostać do wnętrza komputera, przywoływał pozostałą część. Próbnik wykorzystywał m.in. specjalne własności programów pocztowych w systemie UNIX (mail programs) pozwalające na przeniknięcie do komputera bez znajomości hasła.

Płaszczyzny lokalnie euklidesowe

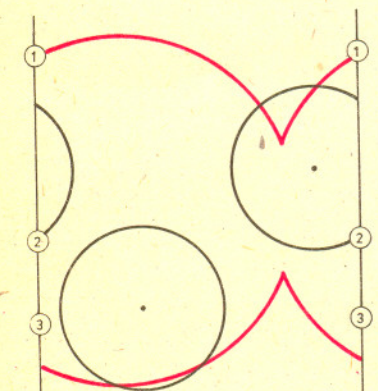
Sklejmy na płaszczyźnie euklidesowej te punkty, które łączą wielokrotności ustalonego z góry wektora \vec{v} . A więc punkt P sklejamy z punktami $P + \vec{v}$, $P - \vec{v}$, $P + 3\vec{v}$, $P - 7\vec{v}$ itd., ogólnie z punktami $P + k\vec{v}$, gdzie k przebiega zbiór liczb całkowitych.



Na tym rysunku sklejamy jednakowo oznaczone punkty.



Punkty oznaczone kółeczkiem z tą samą cyferką reprezentują ten sam punkt. Umowa taka przyjęta jest na wszystkich dalszych rysunkach.



Symetria z poślizgiem to złożenie symetrii osiowej z przesunięciem o wektor równoległy do osi. Tylko takie złożenie symetrii osiowej z przesunięciem jest przemienne (tj. obojętne jest, które z tych przekształceń wykonamy najpierw, a które potem).

Oczywiście, sklejenie wszystkich punktów płaszczyzny w jeden spełnia podany wyżej warunek. Aby tę możliwość wyeliminować, dopiszmy na końcu pierwszego zdania: „i tylko te punkty”. Wówczas, jeżeli \vec{PQ} nie jest wielokrotnością wektora \vec{v} , punkty P i Q nie zostaną sklejone. Nietrudny eksperyment myślowy pozwala odkryć, że w wyniku sklejenia otrzymamy powierzchnię walca. Tym, którzy wolą „patrzeć palcami” niż „oczyma wyobraźni”, polecamy taką metodę: zaznaczyć na przezroczystej folii jakimś znacznikiem punkt P i (tym samym znacznikiem) punkty, które z nim mają być sklejone, potem (innym znacznikiem) punkt Q i sklejane z nim punkty, punkt R i ..., a następnie zwinąć folię w rurkę tak, by każdy znacznik było widać tylko jeden raz. To, co będzie widać – to właśnie wynik sklejenia. Albo (mówiąc uczenie) lokalnie euklidesowa płaszczyzna typu walca.

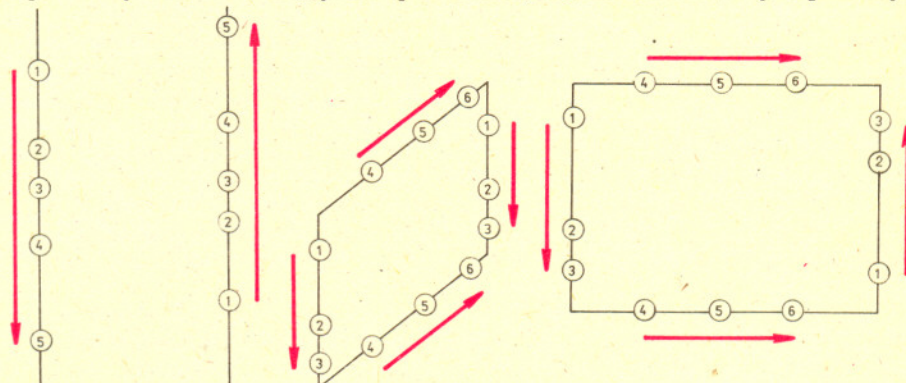
Dziwna ta nazwa ma swoje uzasadnienie. Mianowicie, jeśli odległości między punktami będziemy mierzyli nitką na walcu, to okaże się, że wszystkie pomiary wykonane w obrębie „koła” o średnicy mniejszej od długości wektora \vec{v} dadzą takie same wyniki, jak gdyby były wykonane na płaszczyźnie; np. będzie prawdziwe twierdzenie Pitagorasa. (Koło zostało wzięte w cudzysłów, bo jest to teraz inna figura niż zwykłe koło – dalej już takie odróżnienia nie będą zaznaczane.) Jednak, dla odległości większych, różnice się pojawią. Taka sytuacja jest w matematyce oznaczana słowem „lokalnie”.

Wdzięcznym zadaniem badawczym jest zbadanie geometrii otrzymanej przestrzeni. Zbadanie geometrii, czyli znalezienie możliwie dużej kolekcji odpowiedzi na pytania „jak wygląda...”, ustalenie obowiązujących twierdzeń itp.

Dla stworzenia sobie lepszych warunków do takiego badania można lokalnie euklidesową płaszczyznę typu walca obejrzeć jeszcze inaczej. Weźmy bowiem walec i rozetnijmy go wzdłuż tworzącej. Otrzymamy pas. Będzie on przedstawiał walec, jeśli umówimy się, że punkty brzegów „leżące na tym samym poziomie” będziemy utożsamiali. Zostawiając chętnym doprecyzowanie tego sformułowania poprzestaniemy na dwóch rysunkach. Na pierwszym z nich mamy trzy odcinki łączące punkty P i Q , na drugim zaś dwa okręgi o tym samym małym promieniu i jeden o promieniu zdecydowanie większym. Odcinek to takie ułożenie nitki na walcu, że mocniej już naciągnąć się jej nie da – okazuje się (proszę sprawdzić na prawdziwym walcu), że dwa punkty można połączyć wieloma różnymi odcinkami (mamy początek naszej kolekcji). A okrąg może mieć „dziobki”!

Ta ostatnia metoda oglądania walca ma i tę zaletę, że może być zastosowana do badania innych płaszczyzn lokalnie euklidesowych. Można je otrzymać sklejając punkty różniące się o wielokrotne wykonywanie ustalonej symetrii z poślizgiem (otrzymuje się płaszczyznę typu wstęgi Möbiusa), sklejając punkty różniące się o wielokrotne (niezależne) wykonywanie przesunięć o dwa, ustalone, nierównoległe wektory (otrzymuje się płaszczyznę typu torusa), bądź sklejając punkty różniące się o wielokrotne (niezależne) wykonywanie ustalonej symetrii z poślizgiem i przesunięcia o ustalony wektor prostopadły do jej osi (płaszczyzna typu butelki Kleina).

Żadnego z tych sklejeń nie można jednak wykonać „fizycznie” – tak, jak zrobiliśmy to w przypadku płaszczyzny typu walca za pomocą przezroczystej folii. Żeby wykonać takie zwinienia folii, musielibyśmy folię rozciągać, a to psuje lokalną euklidesowość. Pozostaje więc eksperyment myślowy, który można wspomóc rysunkami rozciętych odpowiednich lokalnie euklidesowych płaszczyzn.



Poruszone tu sprawy są omawiane np. w rozdziale 7 książki: Marek Kordos, *O różnych geometriach*, seria *Delta przedstawia*, Wydawnictwa „Alfa”, 1987. Jest też książka w całości poświęcona temu tematowi: В.В. Никулин, И.Р. Шафаревич, *Геометрии и группы*, „Наука”, 1983. Ale to, co jest tam napisane, dotyczy sposobów uzyskiwania płaszczyzn lokalnie euklidesowych i nie daje odpowiedzi na pytania o geometrię tych płaszczyzn.

Należy jednak pamiętać, że utożsamienie brzegów musi być gładkie, co oznacza, że po jego (myślowym) wykonaniu „spoina” nie może się niczym różnić od innych fragmentów uzyskanej płaszczyzny lokalnie euklidesowej.

Opracował M. K.

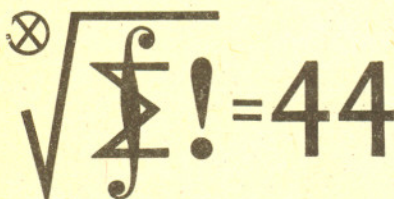
Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań:

31 I 1990

Zmieniamy zasadę ustalania terminu nadsyłania rozwiązań zadań ligowych – można je nadsyłać do końca miesiąca $n + 3$.

Decyzję o zmianie podjęto w czerwcu 1989 r.



Czołówka ligi zadaniowej

Klub 44 M

po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 187 ($WT=2,10$), 188 ($WT=1,39$), z numeru 3/1989

Józef Siwy	- Łaziska G	40,89 pkt
Henryk Kasprzak	- Żary	40,51 pkt
Andrzej Krzysztofowicz	- Gdańsk	39,01 pkt
Dariusz Rybacki	- Kraśnik	38,49 pkt
Andrzej Szymczak	- Gdańsk	37,73 pkt
Krzysztof Zawisławski	- Warszawa	37,09 pkt

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 3$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązanie tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 1/1989.

Zadania z matematyki nr 197, 198

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

197. Dana jest liczba pierwsza p oraz liczby całkowite a_i, b_i ($i = 1, \dots, p-1$), przy czym różnice $a_i - b_i$ nie są podzielne przez p . Udowodnić, że można z każdej pary $\{a_i, b_i\}$ wybrać liczbę x_i tak, by suma $x_1 + \dots + x_{p-1}$ była podzielna przez p .

198. Wyznaczyć wszystkie liczby rzeczywiste x , dla których spełniona jest nierówność

$$(x-1)^{x+1} > (x+1)^{x-1}.$$

Za dziedzinę funkcji $(u, v) \mapsto u^v$ przyjmujemy tu zbiór wszystkich par liczb rzeczywistych (u, v) spełniających jeden z następujących warunków:

a) $u > 0, v$ dowolne; b) $u = 0, v \geq 0$; c) $u < 0, v$ całkowite.

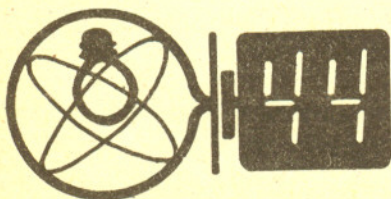
Zadanie 198 zaproponował pan Henryk Kornacki z Augustowa.

Zadania z fizyki nr 95, 96

Redaguje dr Andrzej NADOLNY

95. Płot składający się z pionowych desek o szerokości a , między którymi występują szczeliny o szerokości b , zasłania odległy duży obiekt. Obserwator porusza się równoległe do płotu, w odległości d od niego, ze stałą prędkością v . Jaka powinna być ta prędkość, aby obserwator mógł widzieć cały obiekt w sposób możliwie niezakłócony? Przyjmujemy, że kierunek obserwacji jest prostopadły do płotu, a rozmiary katowe obiektu są znacznie większe od stosunku b/d .

96. Trzy punkty materialne o masie m , obdarzone ładunkiem elektrycznym q , są połączone ze sobą nieważkimi nici o jednakowej długości d . W stanie równowagi, w warunkach bezgrawitacyjnych, nici tworzą trójkąt równoboczny. Wyznaczyć przyspieszenie każdego z punktów materialnych w chwili przecięcia jednej z nici.



FIZYCZNE NOWINKI

Redaguje dr hab. Andrzej HENNEL

WODÓR SPINOWO SPOLARYZOWANY

Atomy wodoru są bardzo aktywne chemicznie. Jeżeli przeprowadzamy reakcję, w której powstaje atomowy wodór, to bardzo krótko przebywa on w stanie atomowym. Przy braku innych "kandydatów" do stworzenia nowego związku chemicznego wodór chętnie łączy się w cząsteczki H_2 . W takiej cząsteczce spiny obydwu elektronów są przeciwnie skierowane. Fakt ten umożliwia tworzenie wiązania cząsteczki, gdyż obydwie elektrony mogą "przebywać" pomiędzy protonami i utrzymywać cały układ w całości za pomocą oddziaływania elektrostatycznego. Jedynym sposobem uniemożliwienia atomom wodoru tworzenia cząsteczek jest więc zmuszenie elektronów do równoległego ustawienia spinów. Taką właśnie metodę stosują już od kilku lat różne grupy fizyków w celu otrzymania (tzw. spinowo spolaryzowanego wodoru). Równoległe ustawienie wszystkich spinów osiągane jest przy jednoczesnym zastosowaniu silnego pola magnetycznego (rzędu kilku tesli) i niskiej temperatury (znacznie poniżej 1 kelwina). W celu zmniejszenia roli procesów odwracania spinu przy zderzeniach z naczyniem zawierającym gaz ścianki naczynia pokrywa się błoną nadciężkiego helu. Całość eksperymentu jest dość skomplikowana i początkowo udawało się jedynie utrzymywać w ten sposób niewielkie ilości gazu oznaczanego jako Ht. Niezwykle interesująca z punktu widzenia teoretycznego jest natomiast wartość graniczna:

$$n^{2/3}/T = 6,3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}/\text{K},$$

gdzie n jest koncentracją wodoru Ht, a T jego temperatura. Powyżej tej granicy w wodorze spinowo spolaryzowanym powinna nastąpić tzw. kondensacja Bosego—Einsteina, czyli przejście fazowe do gazu o całkowicie kwantowych własnościach. W ubiegłym roku dwie konkurujące ze sobą grupy dokonały znacznego postępu na drodze ku owej granicy. Na uniwersytecie w Amsterdamie pokryto ścianki naczynia mieszaniną ^4He oraz ^3He i osiągnięto $n = 3 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ w temperaturze $T = 100$ milikelwinów. Natomiast w USA połączony zespół laboratorium Bella oraz Massachusetts Institute of Technology zrezygnował z komplikujących eksperyment ścianek i zbudował pułapkę magnetyczną o niejednorodnym polu magnetycznym. W pułapce tej osiągnięto, jak dotąd, $n = 8 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ w temperaturze $T = 3$ milikelwinów, jednakże, zdaniem autorów pracy, możliwe jest znaczne obniżenie temperatury. Do osiągnięcia temperatury lub koncentracji odpowiadającej kondensacji kwantowej jest wciąż daleko, jednakże obydwie grupy nie powiedziały jeszcze ostatniego słowa

8 grudnia

Rozmawiałem z Docentem. Przeczytał wstępną wersję mojej pracy magisterskiej, wyniki bardzo mu się spodobały. Ma zastrzeżenia do redakcji, poza tym w twierdzeniu o regularności można – jego zdaniem – znacznie osłabić założenia. Pytał, czy myślałem już o przyszłej pracy. Sam zaczął mówić o naszym uniwersytecie. Będę się musiał zastanowić.

11 grudnia

Docent rozmawiał z Dyrektorem Instytutu. Stoją trochę kruchro finansowo, mogą mi zaoferować jedynie dwupokojowe mieszkanie. Jestem nieco zły, myślałem o czteropokojowym. Dwa pokoje z kuchnią – co to za warunki?

20 grudnia

Mam pojechać w styczniu na konferencję do Katowic, gdzie wygłoszę referat. Jeżeli pójdzie dobrze, zatrudnienie na uczelni pewne. Docent coś przebąkiwał o talonie na samochód... Ja w każdym razie nic konkretnego nie powiem, zanim nie będzie jasne, co z tym mieszkaniem. Na dwa pokoje absolutnie nie pójde.

4 stycznia

Rozmawiałem z Wackiem, ubiegłorocznym absolwentem. Radzi, żeby nie decydować się pochopnie. Podpiszę zgodę i będę siedział tu przez trzy lata, a gdzie indziej mogą zaoferować znacznie lepsze warunki. On podpisał kontrakt pół roku temu, a obecnie w Katowicach dają mu znacznie więcej.

5 stycznia

Odwiedził mnie Jurek. Siedzieliśmy w jednej ławce w szkole, on poszedł na fizykę. Już podpisał angaż. Kontrakt na dwa lata, samochód, cztery pokoje z kuchnią, częścię uposażenia w walucie wymienialnej. Tym z fizyki to dobrze. Kombinują więcej z zastosowaniami, to mają więcej szmalu. Czemu ja wybrałem matematykę? Jurek niedawno widział Władka, ten ma kłopoty. Zamiast pójść na studia, zaczął w pierwszoligowym klubie grać w piłkę. Ledwo wiąże koniec z końcem, poza tym chyba go wkrótce wyrotują. Podobno strzelił w ubiegłym sezonie za mało bramek. Choroba umysłowa – liczyć bramki! To tak, jakby nam ktoś kazał pod groźbą wyrzucenia z pracy liczyć publikacje! Uśmiał się setnie. Ale Władka szkoda, fajny był chłop. Zresztą – sam sobie winien. Uczyć się trzeba, a nie grać w piłkę. Za rozum w nogach nikt nie płaci.

7 stycznia

Konferencja już za dwa tygodnie. Wacek sugeruje, by pogadać z ludźmi z Akademii Wojskowej. Tam są świetne warunki pracy, moglibyśmy spróbować zgłosić się razem. Wystarczy pójść po studiach do wojska, resztę oni załatwią. Uniwersytet nie będzie mógł składać reklamacji do nas jako do wychowanków, są odpowiednie przepisy. Z tego wszystkiego nie mam czasu myśleć o założeniach twierdzenia o regularności.

24 stycznia

Już po konferencji. Referat wypadł dobrze, potem dorwał mnie facet z Wojskowej. Tak jak mówił Wacek, wszystko załatwią. Byle na razie nic nie mówić na uczelni.

26 stycznia

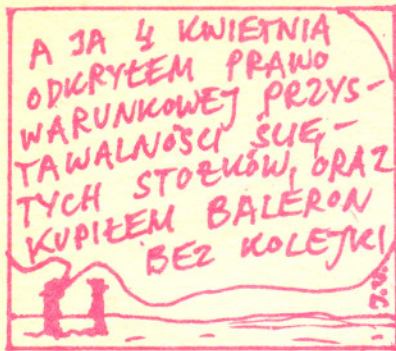
Ja to mam nosa! Wspomniałem Docentowi o tych z wojska. Niemal ze skóry nie wyskoczył. Będę miał trzy pokoje i talon na poloneza. To była zagrywka!

4 lutego

W Instytucie głośno, wybuchła afera międzynarodowa. Na konferencji w Princeton mgr W. miał wygłosić referat. W przeddzień przyszedł wieczorem do hotelu kompletnie pijany. Profesor G., szef polskiej delegacji, zobaczył to i użył swoich wpływów, by referat magistra odwołano. Teraz się toczy błyskawiczne postępowanie dyscyplinarne.

8 lutego

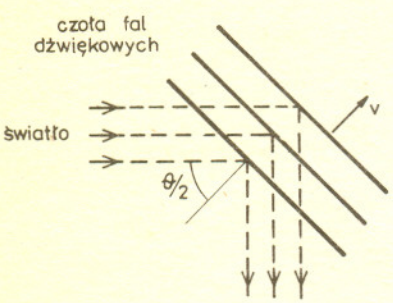
Wszystko jasne! Specjalna komisja przy Głównym Komitecie do spraw Matematyki oczyściła magistra W. z zarzutów. Ostatecznie każdemu wolno pić co chce, innym od tego wara! W ramach rekompensaty przyznano mu dodatkowe stypendium dla rozwijających się matematyków i miesięczne wczasy na Capri. Profesorka za karę wyrzucili z uniwersytetu. Został przeniesiony do Zalesia, na filię Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Maniowach Górnych. Dobrze mu tak, niech nie pcha nosa w cudze sprawy!



Jak łatwo można się zorientować, artykuł ten nie przedstawia rzeczywistej sytuacji. Każdy z łatwością spostrzeże, że informacja o wywiadzie zamieszczonym w *Delcie* nie może być prawdziwa, przecież *Delta* ukazuje się z nieledwie półrocznym opóźnieniem.



Rozwiązanie zadania F 278.
Interferencyjne odbicie światła zachodzi tylko na tych falach dźwiękowych, dla których spełniony jest warunek Wulfa-Bragg'a.



Przesunięcie dopplerowskie częstości ν rozpraszanego światła określa wzór

$$\Delta \nu = 2\nu \frac{v}{c/n} \sin \frac{\theta}{2}$$

Zdolność rozszczepiająca siatki powinna być

$$R = mN > \frac{\nu}{\delta \nu}$$

(N – liczba szczelin siatki).
Stąd dla $m = 1$ otrzymujemy

$$N \geq \frac{c}{2\nu n \sin(\theta/2)} \approx 1,2 \cdot 10^5$$

Kartki z pamiętnika odnaleźli
Krzysztof CIESIELSKI
i Zdzisław POGODA

20 lutego
Miałem oferty z Warszawy i Katowic. Obie nęcące. Ci z Katowic są przy kopalni, mają dodatkowe fundusze. Z drugiej strony co stolica, to stolica. Waham się. Delikatnie każdej ze stron wspomniałem o tej drugiej. . .

23 lutego
Niedobrze. Mają znieść talony na samochody.

24 lutego
Wszystko w porządku. Talony zniosą, ale dla uniwersytetów zawsze coś będzie. Nawet lepiej, bo będzie nie talon, ale od razu samochód.

6 marca
Wacek leży. Dostał nagrodę dla najlepszego młodego matematyka roku i zaraz potem kupił go ci z Katowic. Chyba załatwili to jakoś z naszym Rektorem, bo nikt się nie czepiał. Ale ten bałwan udzielił „Delcie” wywiadu, w którym przyznał się ile dostał. Dureń! Ma przegwizdane. Takich rzeczy się na głos nie mówi, a już prasie. . . Stracił zaufanie całego środowiska.

9 marca
Zdecydowałem się. Idę do Warszawy. Załatwię zwolnienie z wojska, komfortowe cztery pokoje, toyotę i solidny zastrzyk dolarowy. Docentowi nic jeszcze nie mówię.

12 marca
Chyba Docent ma jakieś przecieki, bo sam z siebie zaproponował mi wyjazd do Francji na Szkołę Wiosenną. Sugeruje referat. Oczywiście, musiałbym wcześniej uzupełnić to nieszczęsne twierdzenie. W nawale spraw zupełnie o tym zapomniałem.

15 marca
Co miesiąc – to afera! Profesorowi Johnsonowi z Oxfordu odebrali Nagrodę Nobla w fizyce. Udowodniono, że swoje wyniki osiągał pod wpływem narkotyków. Zapowiadają zaostrzenie przepisów i mocną kontrolę.

21 marca
Stało się! Międzynarodowa Unia wydała zakaz picia kawy na 24 godziny przed referatem i serię innych dziwnych zarządzeń. Podobno wszyscy na konferencjach będą siusiać do probówek. Ze zdenerwowania całą noc nie spałem.

22 marca
Docent mnie uspokoił. Koledzy z biologii wynaleźli takie tabletki, że po ich zażyciu kawa w organizmie jest nie do wykrycia. Za dwa tygodnie jedziemy na konferencję. Referat mam mieć, choć twierdzenia jeszcze nie udowodniłem. Ponoć za referaty coś płacą.

7 kwietnia
Udało się. Referat wypadł świetnie, przyłożyłem się. Docent twierdzi, że na żadnym seminarium tak dobrze nie mówiłem. Prosił o odbitki, wytłumaczyłem, że u nas ciężkie warunki, na publikację czeka się nawet i do pół roku, ale jak będę miał, to przysię. W każdym razie – zapunktowałem.

8 kwietnia
Dobrze to rozegrałem. Tyle mówiłem o złych warunkach pracy, że wczoraj jeden Belg zaoferował mi posadę w Brukseli. Nawet nie marzyłem, że mi się trafi taka gratka!

10 kwietnia
W nocy spakowałem walizki i pojechałem do Belgii. Nikt nie zauważył. Nie mogłem wrócić do kraju, bo z wyjazdu byłoby naci. Warunkiem koniecznym zezwolenia na pracę za granicą jest doktorat, 28 lat i uregulowany stosunek do służby wojskowej. Nie puściliby mnie. Teraz tylko przejść pozytywnie testy wydajnościowe i na iloraz inteligencji. Jak nie pójdzie – odpukać – to wrócę i wytłumaczę, że musiałem nagle opuścić konferencję z przyczyn rodzinnych.

13 maja
Od miesiąca siedzę w Belgii. Inne warunki, nie ma co mówić! Nawet udowodniłem w końcu twierdzenie o regularności w słabszej wersji. Przedwczoraj dotarł do mnie list od Jurka. Załączył wycinek z „Wiadomości Matematycznych”. Odsądzają mnie od czci i wiary za to, że reprezentując kraj zostałem za granicą. W piśmie jest też oświadczenie Głównego Komitetu do spraw Matematyki. Ukarali mnie trzyletnim zakazem referowania na konferencjach i publikowania w czasopiśmie naukowych. Bardzo mnie to rozbawiło. Tak, jakby nie wiedzieli, że na Zachodzie nikt się takimi decyzjami nie przejmuje. . .