

SPIS TREŚCI

NUMERU 12(156)

Inwentarz niebieski <i>dr Stanisław Bajtlik, dr Tomasz Kwast, dr Ryszard Sienkiewicz, mgr Krzysztof Włodarczyk, mgr Jan Zalewski</i>	str. 1
Konkurs	str. 11
Zadania	str. 11
Mała Delta	str. 12
Kącik olimpijski	str. 13
Klub 44	str. 14
Rozstrzygnięcie konkursu na fotografię komety Halleja	str. 16

W następnym numerze:
Światło biegnie po okręgu

„Delta”

matematyczno-fizyczno-astronomiczny
 miesięcznik popularny
 Polskiego Towarzystwa
 Matematycznego, Polskiego
 Towarzystwa Fizycznego i Polskiego
 Towarzystwa Astronomicznego
 wydawany przy poparciu
 Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny

dr Maciej Bryński
 dr Bogdan Cichoński
 dr Antoni L. Dawidowicz
 dr Alicja Derkowska
 doc. dr Jan A. Gaj
 doc. dr Bolesław Gleichgewicht
 doc. dr Tomasz Hofmökł
 doc. dr Tadeusz Jarzębowski
 doc. dr Marcin Kubiak
 mgr Andrzej Mąkowski
 dr Zbigniew Plochocki — v-przewodniczący
 dr Jan Rempala
 prof. dr Konrad Rudnicki
 prof. dr Grzegorz Sitarski
 prof. dr Józef I. Smak
 prof. dr Kazimierz Stepien
 prof. dr Mieczysław Subotowicz
 doc. dr Andrzej Szymacha
 doc. dr Aniela Wolska
 prof. dr Andrzej Woszczyk
 prof. dr Wojciech Zakowski —
 przewodniczący

Redaguje kolegium w składzie:

mgr inż. Krzysztof Biesaga
 mgr Maciej Jędrzejczak — z-ca red. nac.
 mgr Krystyna Kordos — sekr. red.
 dr hab. Marek Kordos — red. nac.
 dr Tomasz Kwast — z-ca red. nac.
 mgr inż. arch. Mariola Łotysz
 dr Andrzej Majhofer
 mgr Anna Rudnik
 dr Jerzy Ryll
 mgr Joanna Udalska
 mgr Jan Zalewski

Adres Redakcji

ul. Koszykowa 6a
 00-564 Warszawa
 tel. 21-19-85

Krajowe Wydawnictwo Czasopism

RSW „Prasa—Książka—Ruch”
 ul. Noakowskiego 14
 00-666 Warszawa
 tel. centr. 25-72-91 do 93
 Biuro Reklam i Propagandy
 tel. 25-56-26
 Nakład 25 000 egz. Objętość 2 ark. wyd;
 2,50 ark. druk;
 papier offsetowy V kl. 70 g.
 Wydrukowano w Drukarni
 im. Rewolucji Październikowej
 Warszawa, ul. Mińska 65.
 Nr zam. 2785/12/86. P-53.

WARUNKI PRENUMERATY

Cena prenumeraty kwartalnej zł 105,— półrocznej zł 210,— rocznej zł 420,—

- dla osób prawnych — instytucji i zakładów pracy:
 - instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miastach wojewódzkich i pozostałych miastach, w których znajdują się siedziby oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”, zamawiają prenumeratę w tych oddziałach,
 - instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch” i na terenach wiejskich opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli.
 - dla osób fizycznych — indywidualnych prenumeratorów:
 - osoby fizyczne zamieszkałe na wsi i w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”, opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli,
 - osoby fizyczne zamieszkałe w miastach — siedzibach oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch” opłacają prenumeratę wyłącznie w urzędach pocztowych nadawczo-oddawczych właściwych dla miejsca zamieszkania prenumeratora. Wpłaty dokonują używając „blankietu wpłaty” na rachunek bankowy miejscowego oddziału RSW „Prasa-Książka-Ruch”.
 - Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto NBP XV Oddział w W-wie Nr 1153-201045-139-11. Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleconiodawców indywidualnych i o 100% dla zlecających instytucji i zakładów pracy.
- Terminy przyjmowania prenumeraty na kraj i za granicę:
 — do dnia 10 listopada na I kwartał, I półrocze roku następnego oraz cały rok następny,
 — do dnia 1-go każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty roku bieżącego.

Cena 1 egzemplarza zł 35,—



Wszystko, co widzimy na niebie w pogodną noc, jest znikomym ułamkiem ogromnej liczby obiektów rozrzuconych w otaczającej nas przestrzeni, stanowiących Wszechświat. Nie ma mowy o podaniu pełnej liczby obiektów, nie wiemy nawet, czy poznaliśmy już wszystkie ich typy, nie wiemy wreszcie, czy Wszechświat jest skończony, czy nie (i to zarówno w czasie, jak i w przestrzeni). Mimo to na podstawie obserwacji naszego otoczenia próbujemy poznać cechy Wszechświata jako całości postulując, że obserwowany z każdego punktu wygląda na średnio tak samo — jest to tzw. zasada kosmologiczna. Dlatego mamy nadzieję, że pewne globalne parametry Wszechświata już znamy, aczkolwiek nie tak dokładnie, jak chcielibyśmy. Chyba najważniejszą taką cechą Wszechświata jest jego rozszerzanie się, ekspansja. Dowodzi tego ucieczka galaktyk, czyli rozbieganie się ich z prędkością proporcjonalną do odległości od nas. Z tego bynajmniej nie wynika, że to my jesteśmy w centrum Wszechświata, gdyż dokładnie to samo widziałby obserwator mieszkający w dowolnej galaktyce. A konsekwencje ma to ogromne: wynika stąd, że kilkanaście miliardów lat temu Wszechświat „miał początek” i ewoluuje do dziś. Czy kiedykolwiek „będzie miał koniec” — tego dziś nie wiemy.

Uwagi
Podane wielkości dotyczą przyjętego modelu Wszechświata. Ponadto:

1. H oznacza stałą Hubble'a: $H = hH_0 = h \cdot 100 \text{ (km/s)/Mpc} = 3,2 \cdot 10^{-18} \cdot h \text{ s}^{-1}$. Z obserwacji wiadomo, że $1/2 \leq h \leq 1$.
2. Pojęcie horyzont określa rozmiar obszaru, z którego do danego punktu zdążyłyby dojść sygnały świetlne.
3. Przy gęstości mniejszej od gęstości krytycznej ρ_{kr} , Wszechświat będzie nieustannie rozszerzał się, natomiast przy gęstości większej od ρ_{kr} nastąpi taki moment, gdy Wszechświat zacznie się zapadać.
$$\rho_{kr} = \frac{3H_0^2 h^2}{8\pi G}$$
4. Parametr Ω charakteryzuje, na ile średnia gęstość Wszechświata różni się od ρ_{kr} , z obserwacji wiadomo, że $0,1 \leq \Omega \leq 1$.
5. Parametr Ω_b opisuje stosunek gęstości barionów do ρ_{kr} .

Wszechświat

			nr uwagi
wiek	$\sim H^{-1}$	$15 - 20 \cdot 10^9 \text{ lat}$	1
odległość do horyzontu	cH^{-1}	$3000 \cdot h^{-1} \text{ Mpc} = 9,3 \cdot 10^{27} \cdot h^{-1} \text{ cm}$	2
objętość przestrzeni wewnątrz horyzontu	$\frac{4}{3} \pi (cH^{-1})^3$	$3,3 \cdot 10^{84} \cdot h^{-3} \text{ cm}^3$	
średnia gęstość materii ρ	$\Omega \rho_{kr}$	$1,83 \cdot 10^{-29} \cdot h^2 \cdot \Omega \text{ g/cm}^3$	3,4
masa zawarta wewnątrz horyzontu	$\frac{4}{3} \pi \rho (cH^{-1})^3$	$6 \cdot 10^{55} \cdot h^{-1} \cdot \Omega \text{ g}$	
z tego w postaci barionów (neutronów i protonów)		$6 \cdot 10^{55} \cdot h^{-1} \cdot \Omega_b \text{ g} = 3,6 \cdot 10^{79} \cdot h^{-1} \cdot \Omega_b \text{ barionów}$	5

Materia wypełnia Wszechświat wysoce niejednorodnie i to tym bardziej niejednorodnie, im mniejsze obszary rozpatrujemy. Galaktyki (o nich dalej) są, oczywiście, doskonale rozróżnialne i można je uważać za podstawową formę występowania materii po prostu dlatego, że są największymi obiektami widocznymi na zdjęciach w postaci zwartych plamek lub niemal punktów. Znamy wiele gromad galaktyk, czyli grupowań galaktyk dających się zdecydowanie wyróżnić z tła, ale już nie jest jasne, czy wszystkie

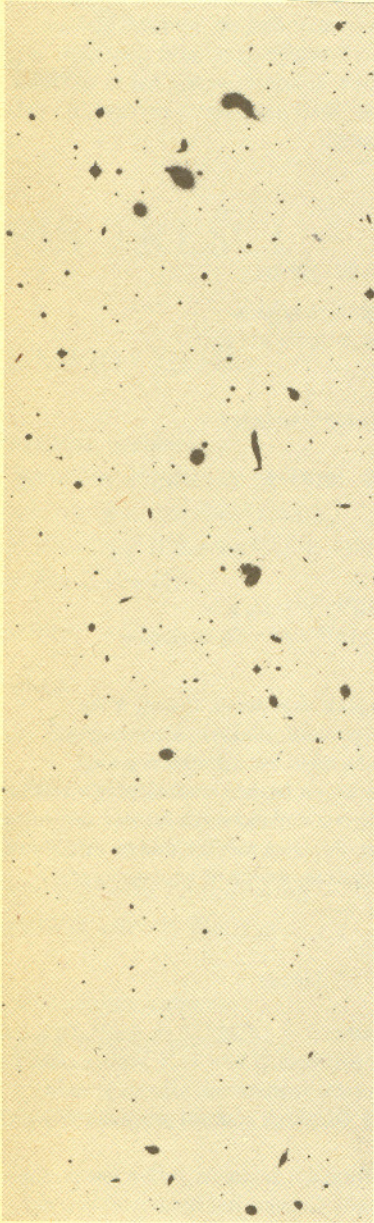
galaktyki wchodzą w skład jakichś gromad. Znamy kilka supergromad, czyli gromad gromad galaktyk, ale znowu nie wiadomo, czy każda gromada musi być członkiem jakiejś supergromady. Zagadnienie to jest bardzo trudne, gdyż z rozkładu galaktyk na niebie nie da się bez dodatkowych założeń odtworzyć ich rozkładu przestrzennego. Poniższa tabelka podaje informacje o kilku dość wyraźnie dających się wyróżnić supergromadach galaktyk.

Supergromada	Odległość Mpc	Średnica Mpc	średnica / grubość	Masa M_\odot	Uwagi
Panna	10	20	6 : 1	$\approx 10^{15}$	Współrzędne części centralnej $\alpha = 12^h 25^m$, $\delta = +12^\circ$. 60% masy zawarte jest w obszarze o rozmiarach $10 \times 3 \times 1 \text{ Mpc}$, z obszaru tego wystają cztery cygarowate zgęszczenia. Obejmuje m.in. oprócz Lokalnej Gromady Galaktyk również gromadę Wielkiej Niedźwiedzicy.
Hydra-Centaur	30—40	45	4 : 1	?	W skład wchodzą dwie gromady: gromada Hydra jest podobna do gromady Panny, gromada Centaur jest nieco większa, ma rozmiary 20—30 Mpc.
Perseusz	50	37	?	$10^{16} - 10^{17}$	Dwa zgęszczenia rozchodzące się od gromady Abell 426 (Abell — autor katalogu gromad galaktyk) o współrzędnych $\alpha \approx 3^h$, $\delta \approx +42^\circ$. Główny pas przechodzi przez bogate gromady Abell 347 i 262 i kończy się około $\alpha \approx 23^h$, $\delta \approx +25^\circ$. Pas ten składa się głównie z galaktyk eliptycznych i soczewkowatych. Drugi pas ciągnie się od Abell 426 do Abell 194 ($\alpha \approx 1^h 5$, $\delta \approx 0^\circ$). Obszar między pasami wypełniają galaktyki spiralne i eliptyczne.
Warkocz Bereniki	80	80	7 : 1	$< 10^{16}$	Składa się z dwu gromad Abell 1656 ($\alpha \approx 11^h$, $\delta \approx +20^\circ$) i 1367 ($\alpha \approx 13^h 6$, $\delta \approx +35^\circ$). Całość rozciąga się na większy obszar o długości około 60° i grubości 10° . Prawdopodobnie łączy się z gromadami Panny i Herkulesa.
Herkules	100	70	?	?	Składa się z dwu dużych gromad Abell 2151 i 2199 odległych o około 25° i połączonych „mostem” z galaktyk.
Korona Północna	240	180	?	?	Największa znana supergromada, zawiera 15 bogatych gromad galaktyk.

Oprócz „twardej” formy materii we Wszechświecie występuje, i to w ogromnych ilościach, energia. Mianowicie cały Wszechświat jest przeniknięty promieniowaniem o własnościach takich, jak promieniowanie ciała doskonale czarnego o temperaturze około 3 K. Promieniowanie to jest drugim, po ucieczce galaktyk, poważnym argumentem na rzecz teorii Wielkiego Wybuchu, według której jest ono pozostałością po dawnych czasach, gdy Wszechświat był młody i gorący.

Promieniowanie reliktowe

średnia temperatura	2,7 K
gęstość energii	$\sim 4 \cdot 10^{-13}$ erg/cm ³
liczba fotonów	
w zakresie widzialnym	10^{-2} cm ⁻³
w zakresie mikrofalowym	10^3 cm ⁻³
liczba fotonów przypadająca na jeden nukleon	$10^8 \Omega_b^{-1} \cdot h^{-2}$
prędkość ruchu Słońca względem promieniowania relikowego	380 ± 25 km/s
kierunek na sferze niebieskiej, w którym porusza się Słońce względem promieniowania tła	$\alpha = 11^h 2 \pm 0^m 1$ $\delta = -6^\circ 0 \pm 1^\circ 5$



Gromada galaktyk w Herkulesie

Na średnią gęstość Wszechświata składa się materia w supergromadach i w lukach między nimi, zatem w tych lukach gęstość musi być odpowiednio niższa od średniej. Udało się zlokalizować kilka szczególnie dużych, wyraźniejszych obszarów pozbawionych świecącej materii — w każdym razie na poziomie współczesnych obserwacji. Obszary te zostały z angielska nazwane voidami (od słowa *void* — pustka). Niepodobna orzec, czy błakają się w nich pojedyncze gwiazdy lub czy wypełnia je rozproszony gaz — wszechobecny wodór. Zapewne tak, bowiem zarówno pewien procent gwiazd stale ucieka z galaktyk, jak i gaz chętnie rozpręży się do możliwie największej objętości. W tym sensie natura rzeczywiście nie lubi próżni w wielkich obszarach. Jednak kilka voidów potrafimy wskazać i opisać. Oto one.

Wolarz — znajduje się w odległości 100 Mpc, średnica 100 Mpc. Położony jest między supergromadami Herkules i Korona Północna, został odkryty w 1981 roku.

Drugi, przypuszczalny, void znajduje się na niebie w obszarze ograniczonym współrzędnymi: $\alpha \approx 8^h \div 10^h 5$, $\delta \approx +5^\circ \div +75^\circ$, czyli rozciąga się na 100° na niebie, co odpowiada rozmiarowi około $300 \cdot h^{-1}$ Mpc i jest głęboki na około $150 \cdot h^{-1}$ Mpc.

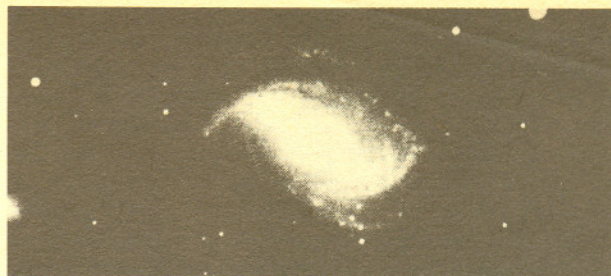
Jednak największymi „cegielkami” materii rozróżnialnymi na ogół bez żadnych wątpliwości są gromady galaktyk. Zgrupowania te zawierają nieraz wiele setek galaktyk i mają regularną sferycznie symetryczną budowę. Zazwyczaj w centrum takiej gromady leży jedna lub kilka olbrzymich galaktyk eliptycznych — najmasywniejszych członków gromady, peryferie zaś obsadzone są przez galaktyki najmniejsze i najslabsze. Jest to tzw. efekt segregacji mas, będący skutkiem praw mechaniki. W przypadku gromad nieregularnych można, oczywiście, zawsze mieć wątpliwości, czy danym obiektem jest jedna gromada z paroma zgęszczeniami, czy zbiór kilku mniejszych gromad. Faktem jednak pozostaje, że pierwszego rzędu zgrupowania galaktyk są powszechne i widać je wyraźnie.

Rozkład prędkości (radialnych) galaktyk w gromadach na ogół sugeruje, że musi tam być znaczna ilość materii rozproszonej — suma mas widocznych galaktyk nie wystarcza. W wielu przypadkach materię tę udało się „zobaczyć” w promieniowaniu rentgenowskim.

Bogate gromady galaktyk

Gwiazdozbiór	α	δ	Odległość Mpc	Prędkość radialna km/s	Średnia jasność galaktyk mag	Liczba galaktyk	Średnica gromady
Panna	$12^h 25^m$	$+12^\circ$	12	1200	12,5	2500	16°
Pegaz I	23 18	+ 8	7	3800	15,5	100	2
Rak	8 18	+21	9	4900	15,4	150	1,5
Perseusz	3 15	+41	11	5250	16,4	500	2
Warkocz Bereniki	12 56	+28	14	7500	17,0	800	4
W. Niedźwiedzica	11 43	+57	23	11800	18,0	300	1
Lew	10 24	+11	36	19600	19,0	400	0,5
Bliźnięta	7 04	+35	42	24000	19,5	400	?
Wolarz	14 30	+32	70	39500	21	400	?

Galaktyki, chociaż traktowane przez kosmologów jak punkty materialne (i niemal tak właśnie widać ich większość na zdjęciach), są zbiorowiskami gwiazd w liczbie sięgającej 10^{12} . Znamy galaktyki czterech typów: eliptyczne, spiralne, nieregularne i soczewkowate. Pierwsze trzy nazwy nie wymagają chyba wyjaśnień, natomiast galaktyki soczewkowate (najmniej liczne wśród galaktyk) wyglądają jak mocno spłaszczone galaktyki eliptyczne z dyskiem w płaszczyźnie równikowej, ale bez struktury spiralnej. Ciąg typów od kulistych (eliptyczne o zerowym spłaszczeniu), poprzez coraz bardziej spłaszczone, soczewkowate, spiralne do nieregularnych nie jest, wbrew pozorom, ciągiem ewolucyjnym. Prawdopodobnie struktura galaktyki jest z góry określona przez moment pędu macierzystego obłoku materii, z którego dana galaktyka powstała.



Galaktyka spiralna przegrodzona NGC4593

Klasyfikacja morfologiczna galaktyk

Eliptyczne — symbol E. Następująca po nim liczba oznacza widome spłaszczenie pomnożone przez 10, przy czym spłaszczenie = (duża oś — mała oś)/(duża oś).

Spiralne — Symbol S. Następująca po nim litera a, b lub c oznacza: a: duże jądro, słabe ramiona spiralne, c: małe jądro, potężne ramiona, b: postać pośrednia.

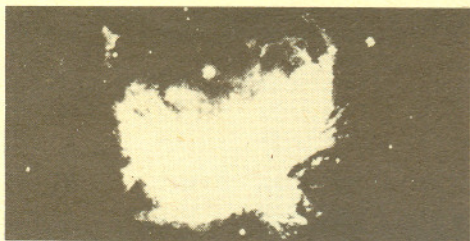
Soczewkowate — symbol S0. Są to mocno spłaszczone galaktyki eliptyczne z dyskiem w płaszczyźnie równikowej.

Nieregularne — symbol Ir.

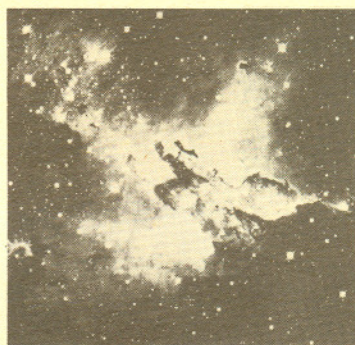
Lokalna grupa galaktyk

Nazwa i gwiazdozbiór	α	δ	Typ	Jasność mag	Odległość Mpc	Rozmiary kątowe	Prędkość radialna km/s	Masa M_{\odot}
Galaktyka	—	—	Sb	—	—	—	—	$1,5 \times 10^{11}$
NGC 147, <i>Cas</i>	$0^h 30^m$	$+48^{\circ} 14'$	E4	10,6	0,69	18'	?	?
NGC 185, <i>Cas</i>	0 36	+48 04	E0	10,3	0,69	14	-10	?
NGC 205, <i>And</i>	0 38	+41 25	E6	8,9	0,69	26	-6	?
M 32, <i>And</i>	0 40	+40 36	E2	9,1	0,69	12	+17	4×10^9
M 31, <i>And</i>	0 40	+41 0	Sb	4,3	0,69	245	-68	3×10^{11}
M 33, <i>Tri</i>	1 31	+30 24	Sc	6,3	0,72	83	-11	8×10^9
NGC 6822, <i>Sgr</i>	19 42	-14 53	Ir	9,3	0,50	20	+73	$1,5 \times 10^9$
IC 1613, <i>Cet</i>	1 02	+ 1 51	Ir	10,1	0,66	23	-129	4×10^8
SMC, <i>Dor</i>	0 51	-73 10	Ir	2,8	0,05	220	-13	$1,5 \times 10^9$
<i>Scl</i>	0 58	-33 58	E3	9,2	0,11	45	?	3×10^6
<i>For</i>	2 37	-33 44	E	9,1	0,23	50	-70	$1,5 \times 10^7$
LMC, <i>Tuc</i>	5 24	-69 50	Ir	0,6	0,05	430	+16	6×10^9
<i>Leo I</i>	10 06	+12 33	E4	11,3	0,23	14	?	10^6
<i>Leo II</i>	11 11	+22 26	Ir	12,9	0,23	11	?	?

LMC = Wielki Obłok Magellana, SMC = Mały Obłok Magellana



Wielka Mgławica w Orionie M42



Mgławica rozproszona M16

Mgławice rozproszone z katalogu Messiera

Nr	NGC	α	δ	Gwiazdozbiór	Jasność mag	Odległość pc
8	6523	$18^h 01^m,6$	$-24^{\circ} 23'$	<i>Sgr</i>	6,0	1500
16	6611	18 16,0	-13 48	<i>Ser</i>	6,4	1800
17	6618	18 17,9	-16 12	<i>Sgr</i>	7,0	1800
20	6514	17 58,9	-23 02	<i>Sgr</i>	9,0	7000
42	1976	5 32,9	- 5 25	<i>Ori</i>	4,0	460
43	1982	5 33,1	- 5 18	<i>Ori</i>	9,0	460
78	2068	5 44,2	+ 0 02	<i>Ori</i>	8,3	500

M8 = Laguna

M17 = Omega

M20 = Trójdzielna

M42 = Wielka Mgławica w Orionie

Oprócz gwiazd galaktyki zawierają pewną ilość materii rozproszonej (głównie wodór i pył międzygwiazdowy), przy czym prawie pozbawione jej są galaktyki eliptyczne, a spiralne i nieregularne mają jej najwięcej. Materia ta podlega niestannemu krążeniu: w ramionach spiralnych tworzą się z niej młode gwiazdy, starsze zaś tracą własną materię na rzecz ośrodka międzygwiazdowego.

Gołym okiem na całym niebie widać trzy galaktyki: Wielką i Mały Obłok Magellana (z Polski niewidoczne) oraz Wielką Mgławicę w Andromedzie (M31), pobliską galaktykę podobną do naszej. Naszą Galaktykę (typu spiralnego) oglądamy, oczywiście, od wnętrza i nagromadzenie się gwiazd w płaszczyźnie jej równika widzimy w pogodne noce jako Drogę Mleczną.

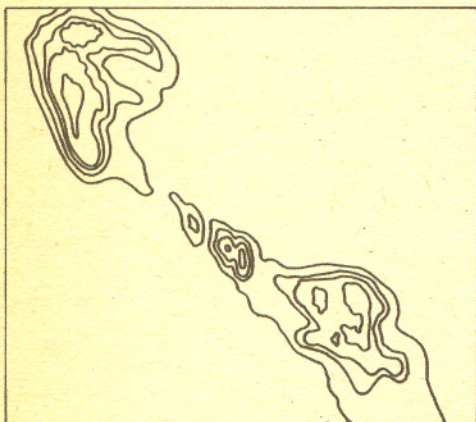
Galaktyki
z katalogu
Messiera

Nr	NGC	α	δ	Gwiaz- dozbiór	Typ	Jasność mag	Odległość kpc
31	224	0 ^h 40 ^m 0	+41°00'	<i>And</i>	Sb	4,8	680
32	221	0 40,0	+40 36	<i>And</i>	E2	8,7	680
33	598	2 31,0	+30 24	<i>Tri</i>	Sc	6,7	720
49	4472	12 27,2	+ 8 16	<i>Vir</i>	E1	8,6	12 500
51	5194	13 27,8	+47 27	<i>CVn</i>	Sc	8,1	11 500
58	4579	12 35,0	+12 05	<i>Vir</i>	SBc	8,2	12 500
59	4621	12 39,5	+11 55	<i>Vir</i>	E5	9,3	12 500
60	4649	12 41,1	+11 49	<i>Vir</i>	E2	9,2	12 500
61	4303	12 19,4	+ 4 45	<i>Vir</i>	Sc	9,6	12 500
63	5055	13 13,6	+42 18	<i>CVn</i>	Sb	10,1	7 300
64	4826	12 54,3	+21 57	<i>Com</i>	Sb	6,6	13 500
65	3623	11 16,3	+13 22	<i>Leo</i>	Sa	9,5	9 000
66	3627	11 17,6	+13 16	<i>Leo</i>	Sb	8,8	9 000
74	628	1 34,0	+15 32	<i>Psc</i>	Sc	10,2	8 000
77	1068	2 40,1	- 0 14	<i>Cet</i>	Sb	8,9	16 000
81	3031	9 51,5	+69 18	<i>UMa</i>	Sb	7,9	2 600
82	3034	9 51,9	+69 56	<i>UMa</i>	Ir	8,8	2 600
83	5236	13 34,2	-29 37	<i>Hya</i>	Sc	10,1	2 600
84	4374	12 22,5	+13 10	<i>Vir</i>	S0	9,3	12 500
85	4382	12 22,9	+18 28	<i>Com</i>	S0	9,3	12 500
86	4406	12 23,7	+13 13	<i>Vir</i>	E3	9,7	6 000
87	4486	12 28,3	+12 40	<i>Vir</i>	E0	9,2	12 500
88	4501	12 29,5	+14 42	<i>Com</i>	Sc	10,2	12 500
89	4552	12 33,1	+12 50	<i>Vir</i>	E0	9,5	12 500
90	4569	12 34,3	+13 26	<i>Vir</i>	Sb	10,0	12 500
91	4571	12 35,0	+14 02	<i>Vir</i>	?	10,0	?
94	4736	12 48,5	+41 24	<i>CVn</i>	Sb	7,9	10 000
95	3351	10 41,3	+11 58	<i>Leo</i>	SBb	10,4	9 000
96	3368	10 44,1	+12 05	<i>Leo</i>	Sa	9,1	9 000
98	4192	12 11,3	+15 11	<i>Com</i>	Sb	10,7	11 000
99	4254	12 16,3	+14 42	<i>Com</i>	Sc	10,1	12 500
100	4321	12 20,4	+16 06	<i>Com</i>	Sc	10,6	12 500
101	5457	14 01,4	+54 35	<i>UMa</i>	Sc	9,6	3 500
102	5866	15 05,1	+55 57	<i>Dra</i>	?	10,8	?
104	4594	12 37,4	-11 21	<i>Vir</i>	Sb	8,7	12 500
105	3379	10 45,2	+12 51	<i>Leo</i>	E1	9,2	?
106	4258	12 16,5	+47 35	<i>CVn</i>	Sb	8,6	?
108	3556	11 08,7	+55 57	<i>UMa</i>	Sc	10,7	?
109	3992	11 55,0	+53 30	<i>UMa</i>	Sb	10,8	?
110	205	0 37,6	+41 25	<i>And</i>	E6	9,4	680

Galaktyka eliptyczna NGC265

Galaktyka soczewkowata NGC524

Galaktyka spiralna M81

Galaktyka nieregularna — Wielki Obłok
Magellana

Mapa radiowa aktywnej galaktyki Centaurus A. Z jądra wychodzą strugi cząstek poruszających się z prędkością bliską prędkości światła, tworzące dwie chmury.

Obiekty M91 i M102, być może, nie są galaktykami.

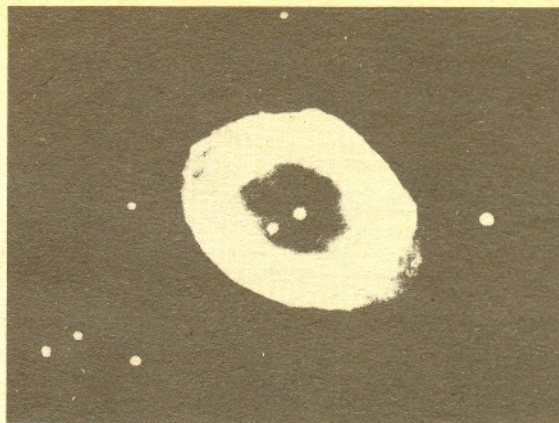
NGC — symbol katalogu Dreyera obiektów mgławicowych.

M31 — Wielka Mgławica w Andromedzie, M51 — Wir, M64 — Czarne Oko, M104 — Sombrero.

Oprócz przedstawionych tu krótko galaktyk tzw. normalnych znamy wiele galaktyk tzw. aktywnych. Aktywność przejawiają centralne części tych galaktyk, a polega ona na produkowaniu w jądrze energii w tempie przewyższającym wydajność jakichkolwiek reakcji termojądrowych. Galaktyki takie są najczęściej silnymi źródłami promieniowania radiowego lub rentgenowskiego albo obu razem. Wszystko wskazuje na to, że kwazary, które są najodleglejszymi źródłami promieniowania radiowego o fantastycznych mocach, są też galaktykami aktywnymi. Prawdopodobnie przyczyną aktywności jest bardzo masywna czarna dziura wchłaniająca w jądrze takiej galaktyki nawet poszczególne gwiazdy, trzeba jednak przyznać, że zjawisko to jest jeszcze dalekie od pełnego poznania.

Gwiazdy to w pewnym sensie „najważniejsze” obiekty we Wszechświecie — one wszak są źródłami energii (galaktyki, ich gromady itd. świecą, bo składają się z gwiazd). W ogromnej większości gwiazd energia wytwarzana jest w wyniku termojądrowej przemiany wodoru w hel (są to tzw. gwiazdy ciągu głównego); mniej liczne (dostatecznie masywne) i przez czas stosunkowo krótki (w późnych fazach ewolucji) wytwarzają energię w wyniku „spalania” cięższych pierwiastków, które sobie uprzednio wyprodukowały.

W zależności od masy początkowej późne fazy ewolucji gwiazdy mogą przebiegać spokojnie lub burzliwie. Mianowicie: mało masywne kończą swoje życie spokojnie jako brązowe lub białe karły. Białym karłem staje się mocno ściśnięte helowe jądro gwiazdy, która łagodnie odrzuciła swoje zewnętrzne warstwy. Przez jakiś czas tworzą one tzw. mgławicę planetarną, która szybko rozprasza się w przestrzeni. Gwiazdy masywniejsze mogą przejść w postać białego karła, który następnie wybuchnie jako supernowa I typu z wytworzeniem gwiazdy neutronowej. Wreszcie najmasywniejsze wybuchają jako supernowe II typu również z wytworzeniem gwiazdy neutronowej lub (być może) czarnej dziury.



Mgławica planetarna w Wodniku NGC7293

Mgławice planetarne z katalogu Messiera

Nr	NGC	α	δ	Gwiazdozbiór	Jasność mag	Odległość pc
1	1952	5 ^h 31 ^m 5	+21°59'	<i>Tau</i>	8,4	1100
27	6853	19 57,4	+22 35	<i>Vul</i>	7,6	300
57	6720	18 51,7	+32 58	<i>Lyr</i>	9,3	430
76	650	1 38,8	+51 19	<i>Per</i>	12,2	2510
97	3587	11 12,0	+55 18	<i>UMa</i>	12,0	3000

M1 = Krab

M27 = Hantle

M57 = Mgławica Pierścieniowa w Lutni

M97 = Sowa

Wiele gwiazd tworzy pary lub układy wielokrotne. W takich przypadkach jedna z gwiazd zmienia przebieg ewolucji swojej towarzyszką głównie przez przekazywanie jej części swojej masy. Jeżeli ową towarzyszką jest biały karzeł, to co jakiś czas (rzędu setek lat) może ona wybuchnąć jako gwiazda nowa, a jeśli gwiazda neutronowa, to może błyskać jako pulsar (tu częstość błysków — lecz nie wybuchów — jest rzędu kilkudziesięciu na sekundę). Przepływająca wtedy między tymi dwiema gwiazdami materia staje się silnym źródłem promieniowania rentgenowskiego.



Mgławica planetarna w Lutni M57

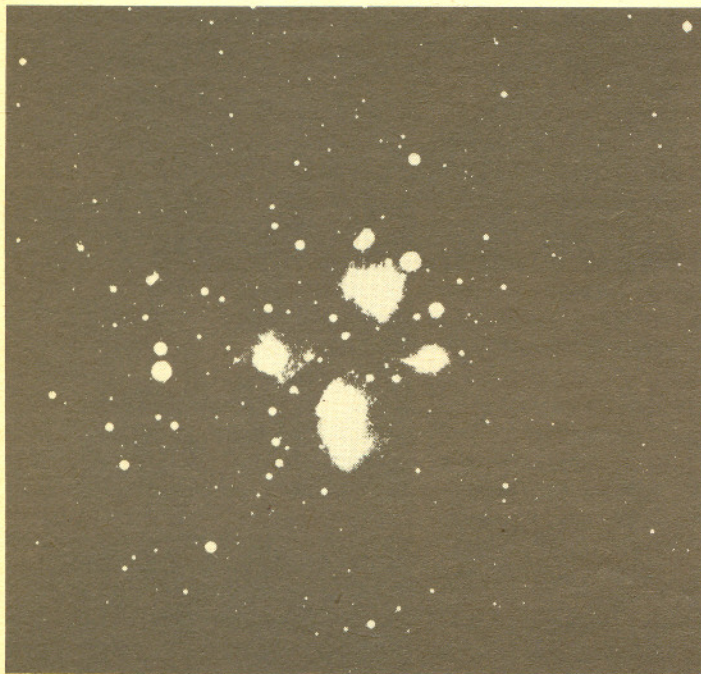
Najjaśniejsze gwiazdy

Gwiazda	Jasność mag	Widmo	Jasność absolutna mag	Odległość pc
Syriusz (α <i>CMa</i>)	-1,46	A1V	+1,4	2,7
Canopus (α <i>Car</i>)	-0,75	F0Ib	-4,4	55,5
Arktur (α <i>Boo</i>)	-0,05	K2III	-0,3	11,1
Wega (α <i>Lyr</i>)	+0,03	A0V	+0,5	3,3
Toliman (α <i>Cen</i>)	0,06	G2V	+4,5	1,3
Capella (α <i>Aur</i>)	0,08	G8III	-0,6	13,7
Rigel (β <i>Ori</i>)	0,13	B8Ia	-7,5	330
Procyon (α <i>CMi</i>)	0,37	F5IV	+2,6	3,5
Betelgeuse (α <i>Ori</i>)	0,42	M2Iab	-6,1	200
Achernar (α <i>Eri</i>)	0,47	B5IV	-2,0	31,2
Hadar (β <i>Cen</i>)	0,59	B1III	-3,4	62,5
Altair (α <i>Aql</i>)	0,76	A7IV	+2,3	5,0
Acrux (α <i>Cru</i>)	0,79	B1IV	-4,7	125
Aldebaran (α <i>Tau</i>)	0,86	K5III	-0,7	20,8
Antares (α <i>Sco</i>)	0,91	M1Ia	-2,7	52,5
Spica (α <i>Vir</i>)	0,97	B1V	-2,4	47,7
Polluks (β <i>Gem</i>)	1,14	K0III	+1,0	10,7
Fomalhaut (α <i>PSA</i>)	1,16	A3V	+2,0	300
Deneb (α <i>Cyg</i>)	1,25	A2Ia	-6,2	7,0
Regulus (α <i>Leo</i>)	1,35	B7V	-0,7	25,6

Klasyfikacja widmowa gwiazd

Ciąg literowych symboli O, B, A, F, G, K, M odpowiada przybliżonemu podziałowi gwiazd według temperatury, przy czym O oznacza gwiazdy najgorętsze (50 000 K), a M najchłodniejsze (3000 K). Podział dziesięciokrotnie drobniejszy uzyskuje się dodając cyfrę do symbolu literowego, przy czym np. A0 oznacza gwiazdy najgorętsze, a A9 najchłodniejsze gwiazdy typu A. Gwiazda o danej temperaturze może jednak mieć różną jasność i rozmiar — zależy to od jej zaawansowania w ewolucji. Odpowiada temu liczba rzymska na końcu całego symbolu, np. I oznacza jasne nadolbrzymy, V — gwiazdy ciągu głównego (karły), VII — białe karły.

Gwiazdy powstają w grupach (asocjacje) i często występują też w grupach tworząc tzw. gromady otwarte (luźne zbiorowiska setek gwiazd) i kuliste (zwarte zbiorowiska setek tysięcy gwiazd). Gromady otwarte widać w dużych ilościach w Drodze Mlecznej, kuliste zaś otaczają dość równomiernie naszą Galaktykę.



Plejady (M45)

Gromady kuliste z katalogu Messiera

Nr	NGC	α	δ	Gwiaz- dozbiór	Jasność mag	Odległość kpc
2	7089	21 ^h 30 ^m 9	- 1°03'	<i>Aqr</i>	6,3	17,0
3	5272	13 39,9	+28 38	<i>CVn</i>	6,4	15,0
4	6121	16 20,6	-26 24	<i>Sco</i>	6,4	2,3
5	5904	15 16,0	+ 2 16	<i>Ser</i>	6,2	8,3
9	6333	17 16,2	-18 28	<i>Oph</i>	7,3	7,9
10	6254	16 54,5	- 4 02	<i>Oph</i>	6,7	5,0
12	6218	16 44,6	- 1 52	<i>Oph</i>	6,6	5,8
13	6205	16 39,9	+36 33	<i>Her</i>	5,7	6,9
14	6402	17 35,0	- 3 13	<i>Oph</i>	7,7	7,4
15	7078	21 27,6	+11 57	<i>Peg</i>	6,0	15,1
19	6273	16 59,5	-26 11	<i>Oph</i>	6,6	6,9
22	6656	18 33,3	-23 58	<i>Sgr</i>	5,9	3,0
28	6626	18 21,5	-24 54	<i>Sgr</i>	7,3	4,6
30	7099	21 37,5	-23 25	<i>Cap</i>	8,4	12,6
53	5024	13 10,5	+18 26	<i>Com</i>	7,6	21,0
54	6715	18 52,0	-30 32	<i>Sgr</i>	7,3	15,1
55	6809	19 36,9	-31 03	<i>Sgr</i>	7,6	5,8
56	6779	19 14,6	+30 05	<i>Lyr</i>	8,2	14,0
62	6266	16 58,1	-30 03	<i>Oph</i>	6,6	6,9
68	4590	12 36,8	-26 29	<i>Hya</i>	8,2	12,0
69	6637	18 28,1	-32 23	<i>Sgr</i>	8,9	7,2
70	6681	18 40,0	-32 21	<i>Sgr</i>	9,6	20,0
71	6838	19 51,5	+18 39	<i>Sge</i>	9,0	5,5
72	6981	20 50,7	-12 44	<i>Aqr</i>	9,8	19,0
75	6864	20 03,2	-22 04	<i>Sgr</i>	8,0	24,0
79	1904	5 22,2	-24 34	<i>Lep</i>	7,9	13,2
80	6093	16 14,1	-22 52	<i>Sco</i>	7,7	11,0
92	6341	17 15,6	+43 12	<i>Her</i>	6,1	11,5
107	6171	16 29,7	-12 57	<i>Oph</i>	9,2	?

Gromady otwarte z katalogu Messiera

Nr	NGC	α	δ	Gwiaz- dozbiór	Jasność mag	Odległość pc
6	6405	17 ^h 36 ^m 8	-32°11'	<i>Sco</i>	5,3	405
7	6475	17 50,6	-34 48	<i>Sco</i>	4,1	250
11	6705	18 48,4	- 6 20	<i>Sct</i>	6,3	1700
18	6613	18 17,0	-17 09	<i>Sgr</i>	7,5	1500
21	6531	18 01,7	-22 30	<i>Sgr</i>	6,5	1300
23	6494	17 54,0	-19 01	<i>Sgr</i>	6,9	660
24	6603	18 15,5	-18 26	<i>Sgr</i>	4,6	5000
25	IC4725	18 28,8	-19 17	<i>Sgr</i>	6,5	630
26	6694	18 42,6	- 9 27	<i>Sct</i>	9,3	1500
29	6913	20 22,1	+38 22	<i>Cyg</i>	7,1	1200
34	1039	2 38,8	+42 34	<i>Per</i>	5,5	440
35	2168	6 05,8	+24 21	<i>Gem</i>	5,3	870
36	1960	5 32,0	+34 07	<i>Aur</i>	6,3	1130
37	2099	5 49,1	+32 32	<i>Aur</i>	6,2	1105
38	1912	5 25,3	+35 48	<i>Aur</i>	7,4	850
39	7092	21 30,4	+48 13	<i>Cyg</i>	5,2	250
40	—	12 21,0	+58 20	<i>UMa</i>	—	—
41	2287	6 44,9	-20 41	<i>CMa</i>	4,6	500
44	2632	8 37,4	+20 00	<i>Cnc</i>	3,7	158
45	—	3 44,1	+23 58	<i>Tau</i>	1,6	126
46	2437	7 39,5	-14 42	<i>Pup</i>	6,0	980
47	2422	7 34,3	-14 22	<i>Pup</i>	5,2	548
48	2548	8 11,2	- 5 38	<i>Hya</i>	5,5	480
50	2323	7 00,6	- 8 16	<i>Mon</i>	6,3	910
52	7654	23 22,0	+61 19	<i>Cas</i>	7,3	925
67	2682	8 47,8	+12 00	<i>Cnc</i>	6,1	830
73	6994	20 56,4	-12 50	<i>Aqr</i>	9,0	?
93	2447	7 42,4	-23 45	<i>Pup</i>	6,0	1100
103	581	1 29,9	+60 27	<i>Cas</i>	7,4	2600

M40 jest parą gwiazd.

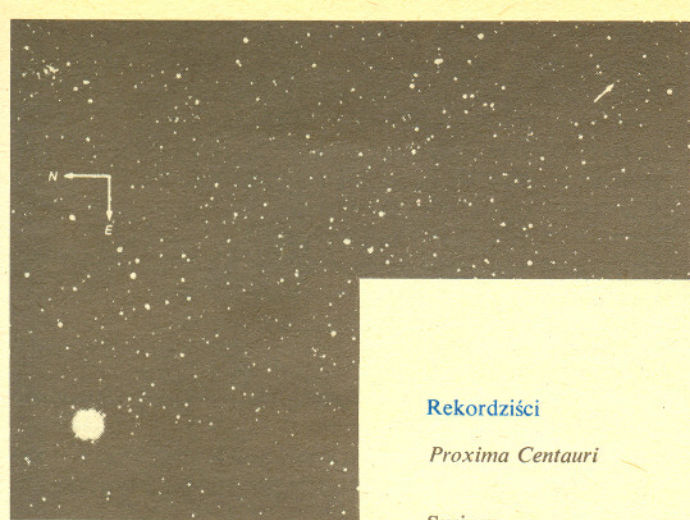
M44 = Praesepe.

M45 = Plejady.

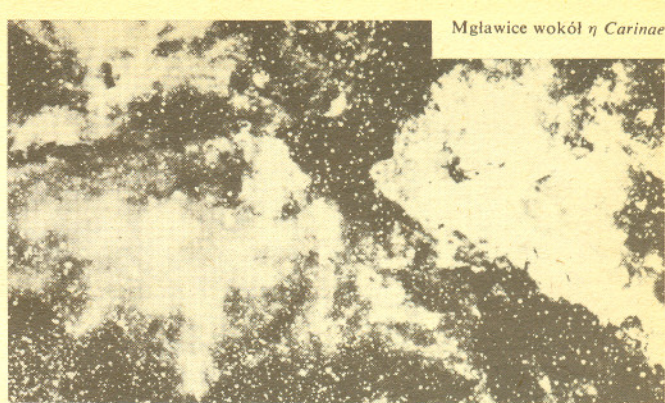
M73 jest czwórką gwiazd.



Gromada kulista M13



Układ potrójny α Centaura — dwa jaśniejsze składniki to najjaśniejsza gwiazda na zdjęciu, Proxima wskazana strzałką.



Rekordziści

Proxima Centauri

— gwiazda najbliższa Słońcu, odległość — 1,3 pc. Jest to zarazem najbliższy czerwony karzeł i najbliższa gwiazda rozblyskowa.

Syriusz

— gwiazda o największej obserwowanej jasności — 1^m46 .

η Carinae

— najjaśniejsza gwiazda w Galaktyce, o jasności $L \approx 3 \cdot 10^6 L_{\odot}$.

o Wieloryba

— gwiazda o największej średnicy kątowej, około $0'05$.

VY Wielkiego Psa

— gwiazda o największym tempie wypływu masy — $2 \cdot 10^{-4} M_{\odot}/\text{rok}$ (dla porównania Słońce traci na skutek tzw. wiatru słonecznego około $2 \cdot 10^{-14} M_{\odot}/\text{rok}$).

HD 215441

— gwiazda o najsilniejszym polu magnetycznym, około 34 000 Gs (gwiazda o typowym polu — 1020 Gs).

Gwiazda Polarna

— najbliższa cefeida (gwiazda zmienna pulsująca) o okresie 4^d ; odległość — 330 pc.

Syriusz B

— towarzysz Syriusza, najjaśniejszy i najbliższy biały karzeł, jasność — 8^m68 .

W 485 A

— najmasywniejszy biały karzeł o masie bliskiej masy granicznej dla białych karłów, wynoszącej $1,44 M_{\odot}$.

VB8B

— najchłodniejszy i najciemniejszy brązowy karzeł widoczny bezpośrednio, $T \approx 1360$ K, $L \approx 3 \cdot 10^{-5} L_{\odot}$, $M = 0,04-0,08 M_{\odot}$.

α Centaura

— najszerszy i o najdłuższym okresie układ potrójny gwiazd, składniki A i B tworzące układ podwójny są odległe o 0,1 pc od składnika C (*Proxima Centauri*), okres obiegu $3 \cdot 10^6$ lat.

AM Psów Gończych

— układ podwójny o najkrótszym okresie obiegu wynoszącym 17,5 minut.

Hiady

— najbliższa gromada otwarta, odległość — 40 pc.

ω Centaura

— najjaśniejsza gromada kulista, jasność — 4^m5 .

LMC

— Wielki Obłok Magellana, najbliższa galaktyka, odległość — 50 kpc.

Krab

— centralny obiekt Mgławicy Krab — pulsar — jest najsilniejszym źródłem promieniowania rentgenowskiego w naszej Galaktyce, jego jasność — 10^{37} erg/s.

LMC X-3, Cyg X-1,
Mon X-1

— te źródła promieniowania rentgenowskiego są składnikami układów podwójnych, przypuszcza się, że mogą one być czarnymi dziurami o masach około $10 M_{\odot}$.

PSR 0525+21

— najwolniej obracający się pulsar, $P = 3^s745\ 493\ 446\ 8$.

PSR 1937+215

— najszybciej obracający się pulsar, wykonuje 642 obroty/s.

NGC 6166

— największa znana galaktyka, jest około 100 razy masywniejsza od naszej Galaktyki.

3C 273

— najjaśniejszy i najbliższy kwazar, odległość 500 Mpc. Silne źródło promieniowania radiowego, optycznego, rentgenowskiego i gamma. Najwięcej energii wysyła w zakresie gamma, około 10^{46} erg/s.

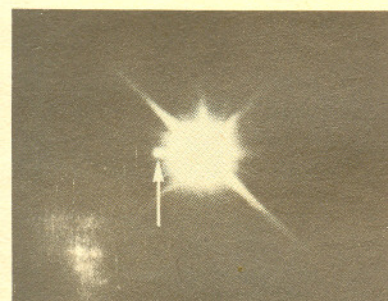
S5 0014+81

— najjaśniejszy znany kwazar, jego jasność przewyższa około 60 000 razy jasność naszej Galaktyki.

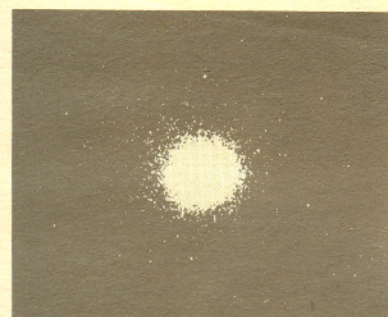
kwazar w Rzeźbiarzu

— najdalszy znany kwazar, przesunięcie ku czerwieni $z = 4,01$.

HD, W, VB, 3C, PKS, S — symbole katalogów wybranych obiektów.



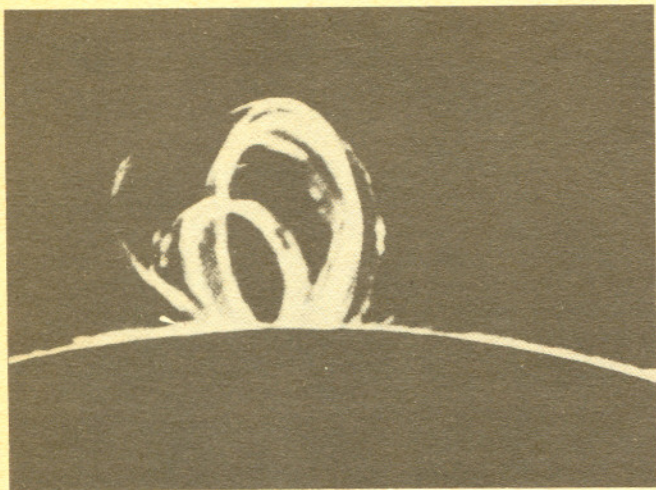
Układ podwójny Syriusza



Gromada kulista ω Centaura



Mgławica Krab (M1) — zaliczana do planetarnych, w rzeczywistości jest pozostałością po wybuchu supernowej w 1054 r.



Protuberancje słoneczne

Jeżeli prędkość radialna gwiazdy zmienia się okresowo, to przyczyną może być posiadanie przez nią „satelity”, którego nie widać bezpośrednio za pomocą największych współczesnych przyrządów. Nie wystarczy to jednak, by twierdzić, że zaobserwowaliśmy u tej gwiazdy układ planetarny. Być może taka gwiazda ma układ planetarny, ale na pewno znamy dotychczas tylko jeden — nasz Układ Słoneczny. W jego skład (oprócz Słońca) wchodzi 9 planet, tysiące planetoid, setki komet i mnóstwo drobniejszych ciał na rozproszonym pyłe kończąc. Układ Słoneczny ma wyraźnie wyróżnioną płaszczyznę, w której krążą planety i (prawie wszystkie) wirują, przy niej też skupia się większość drobnych ciał.

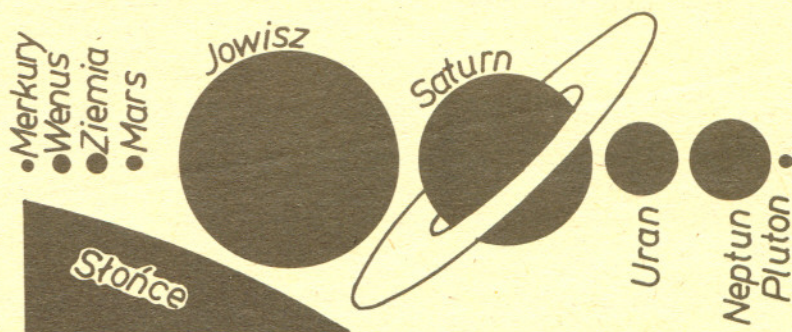
Układ Słoneczny powstał prawdopodobnie z tej samej mgławicy co Słońce około 4,5 miliarda lat temu i — jak widać — zdążył przeewoluować tak dalece, że na jednej z planet powstała cywilizacja, która rozpoczęła już podróże po swoim układzie planetarnym.

Fizyczne cechy planet

Planeta	Masa kg	Promień równikowy km	Splaszczenie	Przyspieszenie gravitacyjne m/s ²	Nachylenie równika do płaszczyzny orbity	Okres obrotu dni	Albedo
Merkury	$3,302 \cdot 10^{23}$	2439	0	3,70	0°?	58,646	0,06
Wenus	$4,869 \cdot 10^{24}$	6052	0	8,87	2,7	-243,2	0,80
Ziemia	$5,974 \cdot 10^{24}$	6378	1/298,3	9,78	23,44	0,997	0,38
Mars	$6,419 \cdot 10^{23}$	3397	1/150	3,71	24,80	1,026	0,16
Jowisz	$1,899 \cdot 10^{27}$	71398	1/15,4	23,41	3,7	0,410	0,70
Saturn	$5,686 \cdot 10^{26}$	60000	1/10,3	9,29	26,45	0,427	0,70
Uran	$8,698 \cdot 10^{25}$	25400	1/17	8,59	97	-0,65	0,90
Neptun	$1,030 \cdot 10^{26}$	24300	1/55	11,45	29	0,77	0,80
Pluton	$1,5 \cdot 10^{22}$	1700	?	0,4	?	-6,4	0,14?

Splaszczenie = (promień równikowy — promień biegunowy)/promień równikowy.

Albedo = (ilość energii odbitej)/(ilość energii padającej).

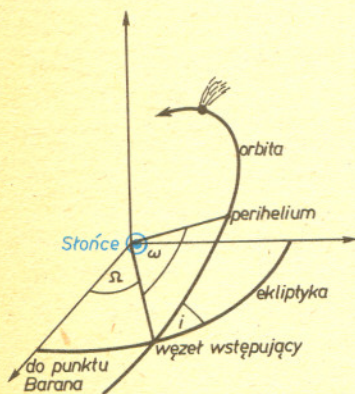


Porównanie rozmiarów Słońca i planet

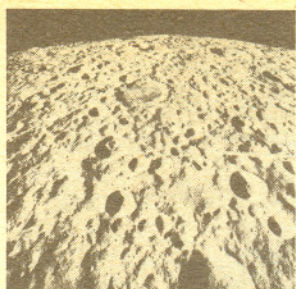
Elementy orbit planet

Planeta	a (j.a.)	e	i	Ω	ω	T_0
Merkury	0,3871	0,2056	7°00	48°18	29°07	16 XI 1986
Wenus	0,7233	0,0068	3,39	76,56	54,82	29 XII 1986
Ziemia	1,0000	0,0167	0,00	102,72*	—	3 I 1987
Mars	1,5237	0,0933	1,85	49,46	286,36	25 IX 1986
Jowisz	5,2026	0,0483	1,31	100,32	273,80	24 VI 1987
Saturn	9,5547	0,0559	2,49	113,55	339,25	18 I 1974
Uran	19,2181	0,0463	0,77	73,92	98,92	29 I 1967
Neptun	30,1096	0,0090	1,78	131,64	276,32	22 IX 1882
Pluton	39,5177	0,2486	17,15	108,95	113,52	12 IX 1989

a — półos wielka orbity, e — mimośród, i — nachylenie, Ω — długość ekliptyczna węzła wstępującego, ω — argument szerokości perihelium, T_0 — data przejścia przez perihelium. Podane są elementy średnie na początek 1987 r. (dlatego np. prawdziwe momenty przejścia przez perihelium mogą różnić się od podanych tu wartości T_0 nawet o kilka lat dla odległych planet). * Dla Ziemi podano $\Omega + \omega$.



Elementy orbity



Księżyc



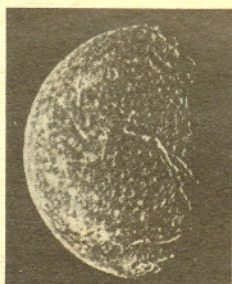
Phobos — cały



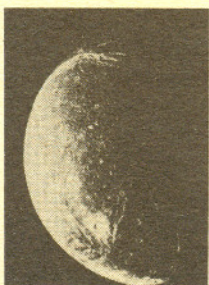
Io



Ganimedes



Titania



Ariel

	Promień orbity mln km	Mimośród orbity	Nachylenie orbity do płaszczyzny równika	Okres obiegu dni	Promień satelity km
Satelita Ziemi:					
Księżyc	0,384	0,055	18° ÷ 28°	27,322	1738
Satelity Marsa:					
Phobos	0,009	0,015	1,02	0,319	11
Deimos	0,023	0,001	1,82	1,262	6
Satelity Jowisza:					
Metis	0,128	0	0	0,295	20
Adrastea	0,129	0	0	0,298	10
Amalthea	0,181	0,003	0,45	0,498	85
Thebe	0,222	0,013	0,9	0,675	50
Io	0,422	0,004	0,04	1,769	1815
Europa	0,671	0,009	0,47	3,551	1569
Ganimedes	1,070	0,002	0,21	7,155	2631
Callisto	1,880	0,007	0,51	16,689	2400
Leda	11,094	0,148	26,1	238,7	5
Himalia	11,480	0,158	27,6	250,6	90
Lysithea	11,720	0,107	29,0	259,2	10
Elara	11,737	0,207	24,8	259,7	40
Ananke	21,200	0,17	33	-631	10
Carme	22,600	0,21	16	-692	15
Pasiphae	23,500	0,38	35	-735	20
Sinope	23,700	0,28	27	-758	15
Satelity Saturna:					
Atlas	0,138	0,002	0,3	0,602	16
1980S27	0,139	0,004	0	0,613	50
1980S26	0,142	0,004	0,1	0,629	42
Janus	0,151	0,007	0,1	0,695	95
Epimetheus	0,151	0,009	0,3	0,694	57
Mimas	0,186	0,020	1,52	0,942	196
Enceladus	0,238	0,004	0,02	1,370	250
Tethys	0,295	0	1,86	1,888	530
Telesto	0,295	?	?	1,888	12
Calypso	0,295	?	?	1,888	12
Dione	0,377	0,002	0,02	2,737	560
1980S6	0,377	0,005	0,02	2,737	16
Rhea	0,527	0,001	0,35	4,518	765
Tytan	1,222	0,029	0,33	15,945	2575
Hyperion	1,481	0,104	0,43	21,277	117
Japetus	3,561	0,028	14,7	79,331	730
Phoebe	12,954	0,163	5	-550,4	110
Satelity Urana:					
Miranda	0,129	0,003	4,22	1,414	200
Ariel	0,191	0,003	0,31	2,520	665
Umbriel	0,266	0,005	0,36	4,144	555
Titania	0,436	0,002	0,14	8,706	800
Oberon	0,584	0,001	0,10	13,463	815
Satelity Neptuna:					
Tryton	0,355	0?	21	-5,877	1750
Nereida	5,510	0,75	27,6	360,21	200
Satelita Plutona:					
Charon	0,020	0?	0?	6,387	500

Promienie satelitów mniejsze od 100 km są wielkościami przybliżonymi, małe satelity mają bowiem nieregularny kształt.

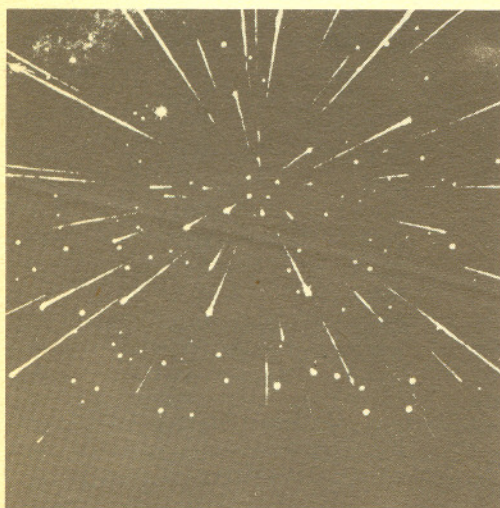
W 1986 r. Voyager 2 odkrył około 10 małych satelitów Urana — brak jeszcze o nich danych. Ujemny okres obiegu oznacza ruch wsteczny.

Większe planetoidy

Planetoida	Wielka półoś j.a.	Mimośród	Nachylenie	Średnica km	Kto i kiedy odkrył	Synodyczny okres obiegu	Data opozycji
1 Ceres	2,768	0,076	10°61	1080	Piazzi 1801	466 ^d 68	28 X 1970
2 Pallas	2,772	0,234	34,80	550	Olbers 1802	466,5	23 VIII 1970
3 Juno	2,668	0,258	13,00	250	Harding 1804	473,9	18 XI 1970
4 Westa	2,362	0,089	7,13	540	Olbers 1807	504,22	10 II 1970
6 Hebe	2,424	0,204	14,76	220	Hencke 1847	496,78	10 I 1970
7 Iris	2,385	0,231	5,50	170	Hind 1847	501,32	4 X 1969
9 Metis	2,387	0,124	5,60	130	Graham 1848	501,19	9 VI 1970
15 Eunomia	2,645	0,187	11,76	270	Gasparis 1851	475,97	11 III 1970
20 Massalia	2,408	0,143	0,68	106	Gasparis 1852	498,66	1 IV 1970
387 Aquitania	2,739	0,238	17,97	107	Courty 1894	468,62	14 XII 1969
471 Papagena	2,888	0,234	14,91	210	Wolf 1901	458,71	1 VII 1970
511 Davida	3,182	0,176	15,74	360	Dugan 1903	443,20	10 IV 1970

Synodyczny okres obiegu — okres, po którym powtarza się taka sama konfiguracja układu Słońce-Ziemia-dany obiekt (przy założeniu, że orbity są kołowe i leżą w jednej płaszczyźnie).

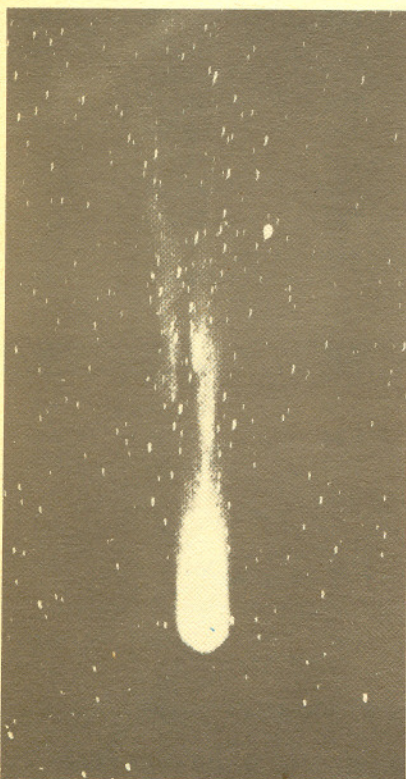
Rój meteorów z 9 X 1933 r.



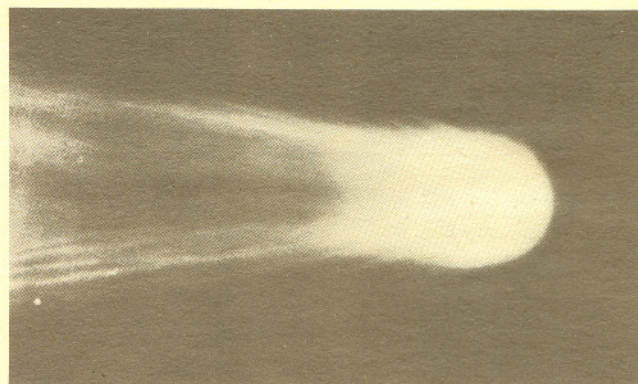
Stale roje meteorów

Rój	Data maksimum	Radiant		Natężenie meteorów/h	Związek z kometa?
		α	δ		
Kwadrantydy	3 I	15 ^h 4	+49°	30	?
Lirydy	23 IV	18,1	+33	8	I 1861
η Akwarydy	4 V	22,4	0	10	Halleya?
δ Akwarydy	30 VII	22,6	-10	15	?
Perseidy	12 VIII	3,1	+58	40	III 1862
Drakonidy	10 X	17,7	+54	?	III 1933
Orionidy	21 X	6,3	+15	15	Halleya?
Taurydy	4 XI	3,7	+17	8	Enckego
Leonidy	16 XI	10,2	+22	6	I 1866
Andromedydy	20 XI	0,9	+55	?	Bieli
Geminidy	13 XII	7,5	+32	50	?
Ursydy	22 XII	14,2	+76	12	Tuttle'a

Radiant — punkt na sferze niebieskiej, z którego pozornie wybiegają ślady meteorów.



Głowa komety Halleya w 1910 r.



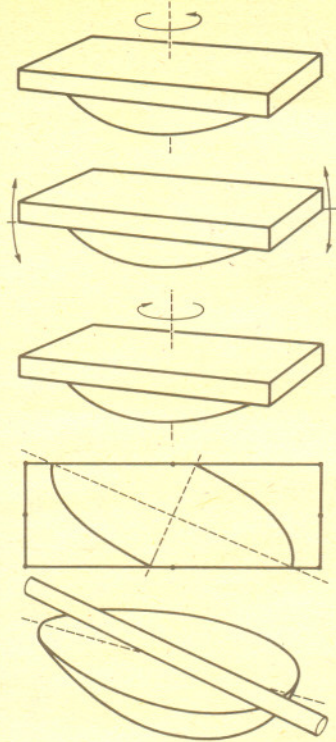
Wybrane komety okresowe

Nazwa	a j.a.	e	i	ω	Ω	T_0	Rok odkrycia
Encke	2,21	0,85	12°	186°	334°	28 III 1984	1786
Wolf	4,15	0,41	27	161	204	1 VI 1984	1884
Grigg-Skjellerup	5,43	0,82	21	359	213	30 VIII 1967	1902
Pons-Winnecke	3,42	0,64	22	172	93	21 VII 1970	1819
Giacobini-Zinner	3,49	0,71	32	172	195	31 VIII 1972	1900
Brooks	3,56	0,50	6	197	177	17 VI 1960	1889
Reinmuth	3,88	0,48	8	9	121	8 VIII 1965	1928
Arend	3,90	0,54	22	45	358	14 VI 1967	1951
Crommelin	9,18	0,92	29	196	250	25 X 1956	1818
Halley	17,94	0,97	162	112	58	9 II 1986	?

Znaczenie symboli jak w tabeli „Elementy orbit planet”.

Kometa Halleya w 1910 r.

Konkurs



Kiedy jeden z archeologów badających pozostałości kultury Celtów bezmyślnie zakręcił na stole znalezione właśnie kamienne ostrze celtyckiej siekiery, zauważył nieoczekiwane zjawisko. Po kilku obrotach kamień zatrzymał się (chybocząc się jednak wokół poziomej osi) i ... zaczął się obracać w przeciwnym kierunku. Pozornie przeczy to zasadzie zachowania momentu pędu.

W październikowym numerze *Scientific American* z 1979 roku opisano kształt kilku „kamieni”, które wykonują nawet po kilkanaście obrotów w kierunku przeciwnym do nadanego na początku. Nie istnieje, oczywiście, żadna „teoria” pozwalająca przewidzieć, jaki kształt daje najlepsze wyniki. Doświadczenie pokazuje, że „dobry” kamień powinien spełniać dwa warunki: dolna część nie powinna mieć osi symetrii (może to być np. łyżka bez trzonka), natomiast ciężka, górna część powinna być obrócona względem dolnej (rysunek). Większość takich kamieni ma jeszcze jedną ciekawą cechę: rozkręcone w jednym kierunku wirują, aż do całkowitego zatrzymania, a rozkręcone w drugim szybko zatrzymują się i zaczynają wirować przeciwnie.

Z pewnością wielu Czytelników zechce zobaczyć to zjawisko na własne oczy. Im właśnie proponujemy udział w noworocznym konkursie. Wygra ten uczestnik, którego kamień rozkręcony na szklanej szybie wykona najwięcej obrotów w kierunku przeciwnym do początkowego. O zwycięstwie zadecyduje najlepszy wynik uzyskany w dziesięciu próbach. Materiał i kształt — dowolne; ograniczone są jedynie rozmiary — nie mogą przekroczyć $12\text{ cm} \times 12\text{ cm} \times 6\text{ cm}$. Prosimy o zaznaczenie, którą stroną należy położyć kamień i w którą stronę zakręcić.

Prace konkursowe prosimy nadsyłać do dnia 15 III 1987 r. Przewidziane są atrakcyjne nagrody.



Zadania

Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 454. Wielomian o współczynnikach wymiernych dzieli się przez $x - \sqrt{2}$. Wykazać, że dzieli się także przez $x^2 - 2$.

Rozwiązanie na str. 15

M 455. Na kartce papieru narysowano figurę o polu równym 11. Kartkę złożono wielokrotnie otrzymując kwadrat o polu 1. Udowodnić, że można przekłuć szpilką złożoną kartkę tak, by figura została przekłuta w co najmniej jedenastu miejscach (jest to szczególnie przypadek twierdzenia Blichfelda).

Rozwiązanie na str. 15

M 456. Na podstawie jednego rzutu monetą należy rozstrzygnąć, czy jest ona normalna (tj. ma orła i reszkę), czy nie (tj. ma dwa orły). Przy błędnej decyzji ponosimy stratę 1, przy prawidłowej 0. Oto dość rozsądna strategia: gdy wypadnie reszka, monetę uznajemy za normalną, gdy wypadnie orzeł — za nienormalną. Średnia strata wynosi $1/2$ dla monety normalnej i 0 dla nienormalnej. Największa średnia strata wynosi więc $1/2$.

Czy istnieje strategia korzystniejsza, czyli taka, przy której największa średnia strata będzie mniejsza od $1/2$?

Rozwiązanie na str. 14

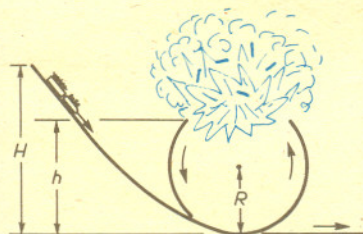
Redaguje mgr Rafał STAROŃSKI

F 210. Wybuch bomby wyrwał w górnej części kołowego toru kolejki-zjeżdźalni w wesołym miasteczku fragment szyny części kołowego toru o promieniu R , położony powyżej wysokości h (rysunek). Czy można tak dobrać wysokość H , z której zjeżdża wagonik, aby mógł bezpiecznie dojechać do końca toru? Tarcie można zaniedbać.

Rozwiązanie na str. 15

F 211. Ciężka „lekarska” piłka o masie m i promieniu r uderza z prędkością v w jedno z czterech nieruchomych początkowo skrzydeł drzwi obrotowych. Czy można znaleźć taką prędkość początkową piłki, aby drugie skrzydło drzwi uderzyło piłkę, zanim przemieści się ona na drugą stronę drzwi? Skrzydła drzwi umieszczone są pod kątem prostym. Odległość punktu zderzenia od osi obrotu przyjmujemy w przybliżeniu równą promieniowi drzwi R . Moment bezwładności wynosi I .

Rozwiązanie na str. 13



5 mała delta

Czarne jak Słońce

Ciałem czarnym jest też Słońce i inne gwiazdy. Natomiast Księżyc i planety, świecące jedynie światłem odbitym, nie są, oczywiście, ciałami czarnymi.

Barwy gwiazd są różne, bo różna jest ich temperatura. Stosunkowo chłodne gwiazdy (o temperaturze powierzchni około 3000°C) są czerwone, gorętsze, jak nasze Słońce (6000°C), są żółte, bardzo gorące (30 000°C) — niebieskie, a jeszcze bardziej gorące — fioletowe.

A jakiego koloru są gwiazdy czy też jakiegokolwiek inne ciała czarne (to przecież wszystko jedno) znacznie gorętsze od gwiazd fioletowych? Przecież poza fioletem w tęczy nie ma już żadnego koloru.

Otóż ciała takie świecą niewidzialnym światłem ultrafioletowym. Nieco tego światła wysyła również Słońce. Dzięki niemu właśnie opalamy się na plaży. Natomiast ciała chłodniejsze od czerwonych świecą niewidzialnym światłem podczerwonym. Niewielką ilość tego światła wysyłają wszystkie otaczające nas przedmioty. I dlatego możemy widzieć je nawet nocą, choć jedynie przez specjalne urządzenia — noktowizory.

A ciała jeszcze bardziej zimne... Te świecą... falami radiowymi. I tak na przykład ciało czarne ochłodzone do temperatury -270°C wysyła mikrofales, a także fale ultrakrótkie i telewizyjne.

W 1965 roku dwaj astrofizycy A. Penzias i R. Wilson odkryli, że fale takie wysyła również próżnia kosmiczna. Możemy je obserwować także jako płatki biegające po rozjaśnionych ekranach telewizorów znajdujących się daleko od miast i fabryk.

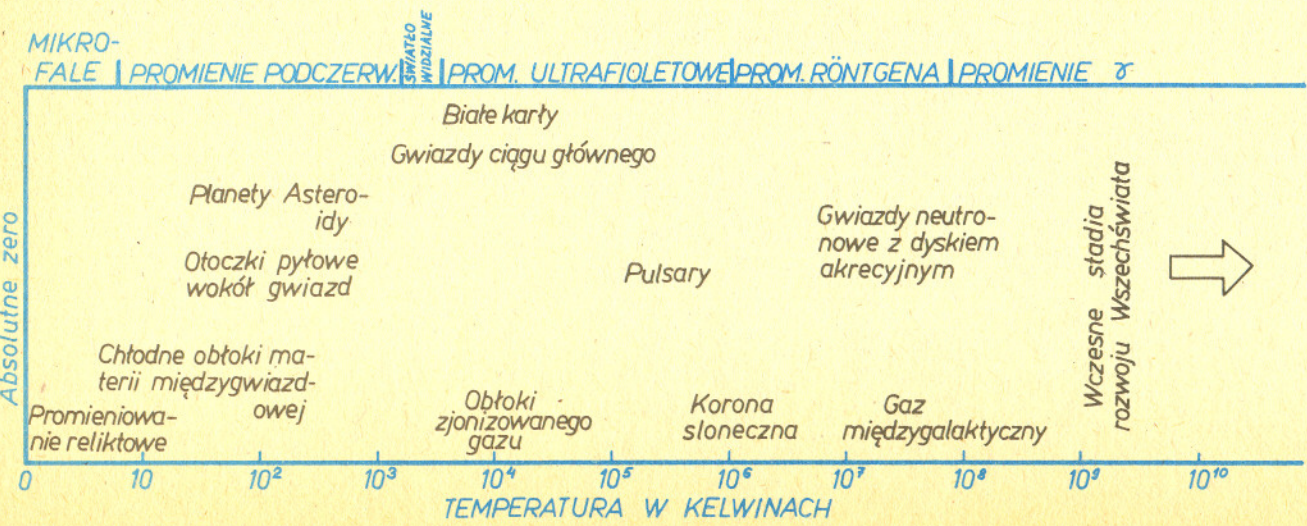
Tak więc próżnia kosmiczna okazała się ciałem czarnym o temperaturze -270°C. Że czarnym — z tym łatwo się pogodzić. Ale, że w ogóle ma jakąś temperaturę?!

Nie ulega jednak wątpliwości, że próżnia kosmiczna wygląda dokładnie tak samo, jak każde ciało czarne oziębione do temperatury -270°C. I nie jest to żadne złudzenie. Może wobec tego nie zdziwi Was już tak bardzo informacja, że 19 miliardów lat temu, kiedy Wszechświat był 2000 razy mniejszy, ta sama próżnia świeciła jaśniej niż Słońce.

Barwa przedmiotów zależy przeważnie od tego, jakiego koloru światłem przedmioty te oświetlimy. Oczywiście wyjątkiem od tej reguły są przedmioty czarne. Im mocniej je oświetlamy, tym bardziej są czarne na tle otoczenia. I to bez względu na kolor oświetlenia.

Fizycy często w wyjątkach, odkrytych w pewnej dziedzinie, znajdują nową regułę obejmującą znacznie szerszą skalę zjawisk. Dlatego wszystkie przedmioty (fizycy wolą mówić — ciała) podobne do czarnych nazwali ciałami czarnymi, choć często są one bardzo kolorowe. Tak więc ciała czarne to po prostu takie ciała, które same mogą świecić, ale ich barwa nie zależy od barwy oświetlenia. Przykładem takiego ciała jest rozżarzony w piecu węgiel.

Od czego więc zależy barwa ciał czarnych? Okazuje się, że tylko od ich temperatury. Wrzucony do pieca jakiegokolwiek przedmiot, na przykład żelazny gwóźdź, szybko przyjmuje barwę rozżarzonego węgla. I ten właśnie fakt decyduje o tym, że wewnątrz dostatecznie rozpalonego pieca jest całkiem dobrym ciałem czarnym.



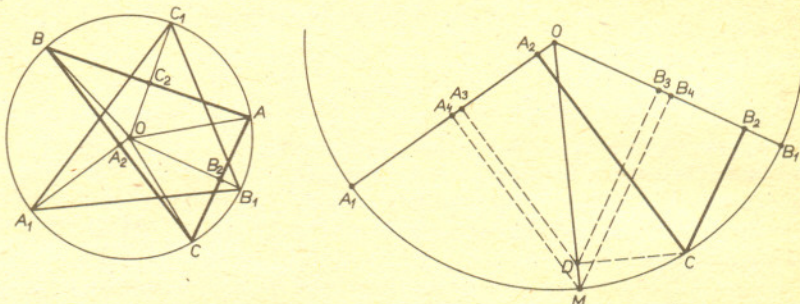
Dziś — zamiast twierdzenia — konstatacja pewnej prawidłowości. Twierdzenie może zresztą też, ale całkiem banalne:

$$\begin{cases} x \leq (b+c)/2 \\ y \leq (c+a)/2 \\ z \leq (a+b)/2 \end{cases} \Rightarrow x+y+z \leq a+b+c \quad (\text{i tak samo dla } \geq).$$

Wiele zadań (np. z geometrii trójkąta) sprowadza się do dowodów nierówności, w których i lewa, i prawa strona jest sumą trzech składników, a każdy powstaje z poprzedniego (I → II → III → I) przez cykliczną zmianę zmiennych (np. danych trzech boków, kątów, pól lub innych wielkości).

Wzmiankowana prawidłowość polega na tym, że często tezę można uzyskać przez zsumowanie trzech nierówności, łączących składniki lewej strony ze średnimi arytmetycznymi odpowiednich par składników prawej strony (lub odwrotnie). Przy tym, oczywiście, wystarczy udowodnić tylko jedną z tych trzech składowych nierówności, bo pozostałe dwie powstają z niej „cyklicznie”.

Oto przykład: Zadanie 4 z zawodów I stopnia XXXVII O.M. (w skrócie: 4 — I — XXXVII). Trójkąt ostrokątny ABC jest wpisany w okrąg, A_1, B_1, C_1 są środkami łuków BC, CA, AB (zawartych w półokręgach). Dowieść, że $S_{A_1B_1C_1} \geq S_{ABC}$.



Rozwiązanie. Sposób I. Mamy dowieść, że $S_{OA_1B_1} + S_{OB_1C_1} + S_{OC_1A_1} \geq S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OCA}$.

Zgodnie z poprzednią uwagą wystarczy, jeśli pokażemy, że $S_{OA_1B_1} \geq (S_{OBC} + S_{OCA})/2$. Oznaczmy przez M środek łuku A_1B_1 , przez D, A_2, B_2 — rzuty punktu C na OM, OA_1, OB_1 , przez A_3, B_3 — rzuty D na OA_1, OB_1 , a przez A_4, B_4 — rzuty M na OA_1, OB_1 . Nietrudno stwierdzić, że

$$S_{OA_1B_1} = S_{OA_4MB_4} \geq S_{OA_3DB_3} \geq S_{OA_2CB_2} = S_{OA_2C} + S_{OCB_2} = \frac{1}{2} S_{OBC} + \frac{1}{2} S_{OCA}.$$

Sposób II. Miary kątów trójkątów $A_1B_1C_1$ i ABC związane są wzorami $\sphericalangle A_1 = (\sphericalangle B + \sphericalangle C)/2$ itd. (cyklicznie). Stąd

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} R^2 (\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C), \quad S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} R^2 (\sin(B+C) + \sin(C+A) + \sin(A+B))$$

(R — promień okręgu opisanego). Należy więc udowodnić, że

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C \leq \sin(B+C) + \sin(C+A) + \sin(A+B).$$

W myśl omawianej prawidłowości wystarczy pokazać, że $(\sin 2A + \sin 2B)/2 \leq \sin(A+B)$. Ale to oczywiste, bo lewa strona równa się $\sin(A+B) \cos(A-B)$.

Zadania

1. Dowieść, że jeżeli A, B, C są kątami trójkąta, to

$$\sin A + \sin B + \sin C < \sin\left(A + \frac{B}{2}\right) + \sin\left(B + \frac{C}{2}\right) + \sin\left(C + \frac{A}{2}\right). \quad (2 - I - XXXIV)$$

2. Dwusieczne kątów A, B, C trójkąta ABC przecinają okrąg opisany na tym trójkącie odpowiednio w punktach K, L, M . Dowieść, że $AK + BL + CM > AB + BC + CA$.

(5 — II — XXXIV)

3. W trójkącie ABC wybrano punkty A', B', C' odpowiednio na bokach $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ tak, że proste AA', BB', CC' przecinają się w jednym punkcie. Udowodnić, że $S_{A'B'C'} \leq S_{ABC}/4$.

(6 — II — XXXVII)

4. Liczby a, b, c są długościami boków trójkąta. Dowieść, że

$$a^2(b+c-a) + b^2(c+a-b) + c^2(a+b-c) \leq 3abc.$$

(2 — VI MOM)

M.E.K.



Rozwiązanie zadania F 211. Na mocy zasady zachowania momentu pędu (obliczanego względem osi obrotu — rysunek) i zasady zachowania energii

$$\begin{aligned} mvR &= mv_k R + I\omega \\ \frac{mv^2}{2} &= \frac{mv_k^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \end{aligned}$$

gdzie v_k jest prędkością końcową piłki po zderzeniu z drzwiami, które spowodowało ich obrót z prędkością kątową ω . Stąd obliczamy:

$$\begin{aligned} v_k &= v \left(\frac{mR^2 - I}{I + mR^2} \right); \\ \omega &= \frac{2mvR}{I + mR^2}, \end{aligned} \quad v_k \text{ jest } > 0, \text{ jeśli } mR^2 > I,$$

Aby drugie skrzydło zdążyło uderzyć piłkę, prędkość kątowa musi być taka, by czas obrotu tego skrzydła do punktu, w którym piłka opuszcza drzwi $t_1 = \frac{\alpha}{\omega}$, był mniejszy niż czas t_2 , w jakim piłka przemieści się na odległość x od punktu zderzenia.

Czas t_2 jest równy $t_2 = \frac{x}{v_k}$, gdzie

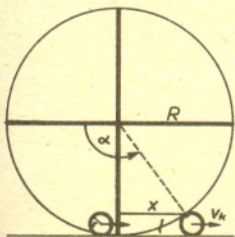
$$x = \sqrt{R^2 - (R-2r)^2}, \text{ a kąt } \alpha, \text{ o który obróci się drugie skrzydło, } \alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{l}{R}.$$

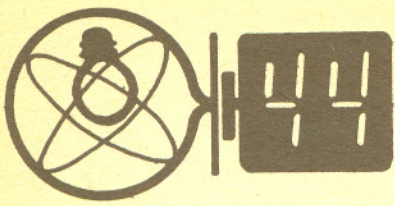
W przybliżeniu przyjmujemy, że długość łuku $l = \sqrt{r^2 + x^2}$.

Na tej podstawie otrzymujemy warunek

$$\frac{\alpha}{\omega} \leq \frac{x}{v_k}, \text{ czyli } v_k \left(\alpha \frac{mR^2 - I}{I + mR^2} - \frac{2mRx}{I + mR^2} \right) \leq 0,$$

który jest spełniony jedynie dla $v_k = 0$. Ma to miejsce jedynie w przypadku, gdy $mR^2 = I$. A więc drzwi mogą uderzyć piłkę przy dowolnej prędkości początkowej, jeśli tylko prędkość końcowa jest równa zero. W przeciwnym przypadku nie uderzą.





Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązanie tego zadania, a N — liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) — i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo — to tytuł **Weterana**.

Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 1/1986.

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 1987

Zadania z fizyki nr 39, 40

Redaguje dr Andrzej NADOLNY

39. Na środku poziomej, podpartej na brzegach, sprężystej płyty umieszczono silnik. Stwierdzono przy tym, że płyta ugięła się w tym miejscu o 1 cm. Zakładając, że masa silnika jest dużo większa od masy płyty, obliczyć przybliżoną częstotliwość drgań rezonansowych silnika na tej płycie.

40. Jak zmienia się okres obiegu Ziemi wokół Słońca (rok gwiazdowy) na skutek wypromieniowania energii przez Słońce? Gęstość strumienia tej energii w odległości od Słońca, równej średniemu promieniowi orbity Ziemi, wynosi $1,4 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$, pozostałe dane do obliczeń należy wziąć z tablic.

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 8/1986

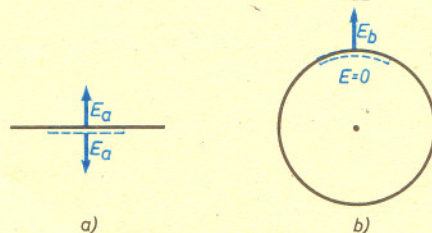
Przypominamy treść zadań:

31. Obliczyć stosunek E_a/E_b wartości natężenia pola elektrycznego, występującego w bezpośrednim sąsiedztwie powierzchni jednorodnie naładowanej ładunkiem o gęstości powierzchniowej σ , w dwóch przypadkach:

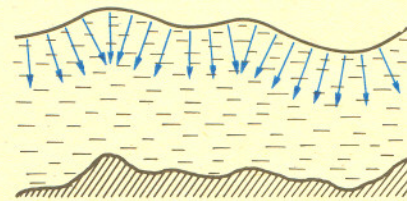
- a) nieskończona powierzchnia płaska (E_a),
- b) powierzchnia kuli (E_b).

32. W badaniach dna oceanicznego wykorzystuje się między innymi prowadzone za pomocą sztucznych satelitów Ziemi pomiary kształtu powierzchni oceanu, która — jak się okazuje — ma lokalne wzniesienia oraz depresje. Jakie informacje dotyczące dna oceanu można uzyskać na podstawie wyników takich pomiarów? Przytoczyć tok rozumowania.

31. W obu przypadkach wycinek powierzchni naładowanej o takim samym polu S „obudujemy” powierzchnią zamkniętą w kształcie cienkiej kanapki, jak na rysunku 1. Obie „kanapki” zawierają w swym wnętrzu taki sam ładunek σS . Zgodnie więc z prawem Gaussa strumień pola elektrycznego Φ przez ich powierzchnię jest dla przypadków a) i b) jednakowy (równy $\sigma S/\epsilon_0$). W przypadku powierzchni płaskiej natężenie pola elektrycznego E_a ma jednakową wartość po obu stronach naładowanej powierzchni, zatem strumień Φ wynosi $2E_a S$. W przypadku kuli niezerowa wartość E_b występuje tylko po jej zewnętrznej stronie (wewnątrz kuli pole znika) i strumień Φ jest równy $E_b S$. Z porównania obu przypadków wynika $E_a/E_b = 1/2$.



Rys. 1



Rys. 2

32. Powierzchnia oceanu odzwierciedla rozkład lokalnego pola grawitacyjnego, gdyż przyjmuje kształt powierzchni ekwipotencjalnej; w miejscach zwiększonej grawitacji powierzchnia wznosi się wyżej, w miejscach zmniejszonej grawitacji występuje obniżenie powierzchni oceanu. Schematycznie obrazuje to rysunek 2 (wektory przedstawiają natężenie pola grawitacyjnego). Anomalie grawitacyjne z kolei są związane z rozkładem mas w dnie oceanicznym. W pobliżu podwodnych gór występuje wzmoczone pole grawitacyjne, dolinom podmorskim towarzyszy zaś ujemna anomalia grawitacyjna. Kształt powierzchni oceanu umożliwia więc określenie topografii dna morskiego (metoda ta, nazywana obrazowaniem geotektonicznym, uzależniona jest w istocie od rozkładu gęstości w skorupie ziemskiej pod oceanem).

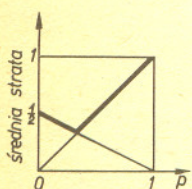


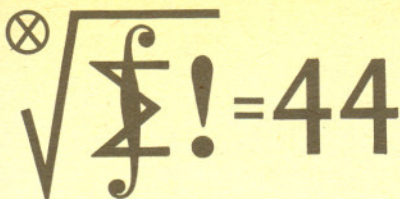
Rozwiązanie zadania M 456. Rozpatrzmy następującą strategię: gdy wypadnie reszka, monetę uznajemy za normalną; gdy wypadnie orzeł, z prawdopodobieństwem p uznajemy monetę za normalną, a z prawdopodobieństwem $1-p$ za nienormalną. Średnia strata dla monety normalnej wynosi teraz $\frac{1}{2}(1-p)$, a dla monety nienormalnej p .

Znajdziemy p , przy którym $\max\left\{\frac{1}{2}(1-p), p\right\}$ jest najmniejsze. Musi być $p = \frac{1}{2}(1-p)$

patrz rysunek. Zatem $p = \frac{1}{3}$; maksymalna

średnia strata wynosi wtedy $\frac{1}{3}$.





Zadania z matematyki nr 141, 142

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

141. Obliczyć sumę szeregu

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} + \dots$$

142. Wyznaczyć wszystkie liczby naturalne będące polami wielokątów ograniczonych łamanymi zamkniętymi bez samoprzecięć, których wszystkie boki mają długość jednostkową, a każde dwa kolejne boki są prostopadłe.

Zadanie 142 przysłał pan Jerzy Janowicz z Bolesławca.

Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 8/1986

Przypominamy treść zadań:

133. Dać przykład takiego wielościanu wypukłego, że wszystkie jego krawędzie mają równą długość i są styczne do pewnej sfery, ale nie istnieje sfera opisana na nim.

134. Rozwiązać równanie $x = 5 + (5 + \dots + (5 + x^{-1})^{-1} \dots)^{-1}$; po prawej stronie jest $n-1$ par nawiasów oraz n znaków odwrotności.

133. Weźmy sześcian oraz ośmiościan foremny o średnicy dwukrotnie dłuższej od krawędzi sześcianu, usytuowane tak, że każda krawędź sześcianu przecina dokładnie jedną krawędź ośmiościanu, przy czym krawędzie te są prostopadłe i połowią się. Można to sobie wyobrazić biorąc prostokątny układ współrzędnych i przyjmując za wierzchołki sześcianu punkty o współrzędnych równych ± 1 , a za wierzchołki ośmiościanu — punkty o jednej współrzędnej równej ± 2 , a pozostałych równych 0. Każda wspomniana wyżej para odcinków prostopadłych, z których jedna jest krawędzią sześcianu, a druga krawędzią ośmiościanu, stanowi parę przekątnych pewnego rombu (w podanym modelu analitycznym przykładem może być romb o wierzchołkach $(2,0,0), (1,1,-1), (0,2,0), (1,1,1)$). Niech Z będzie zbiorem złożonym ze wszystkich wierzchołków obu rozpatrywanych brył (sześcianu i ośmiościanu) i niech $B = \text{conv}Z$ będzie najmniejszym zbiorem wypukłym zawierającym Z . Bryła B jest wielościanem o wierzchołkach w punktach zbioru Z , a jej ścianami są określone przed chwilą romby. Bryła B ma więc 14 wierzchołków, 12 ścian i 24 krawędzie; jest to tzw. *dwunastościan rombowy*. Nietrudno sprawdzić, że spełnia on wszystkie warunki postawione w zadaniu.

134. Dane równanie przepisujemy w postaci $x = f^n(x)$, gdzie $f(x) = 5 + x^{-1}$, a f^n oznacza n -tą iteratę funkcji f (czyli n -krotne złożenie $f \circ f \circ \dots \circ f$). Funkcja f ma dwa punkty stałe, czyli liczby spełniające równanie $x = f(x)$. Są to $x_1 = (5 - \sqrt{29})/2$ i $x_2 = (5 + \sqrt{29})/2$. Te same liczby są, oczywiście, także punktami stałymi funkcji f^n , a więc rozwiązaniami danego w zadaniu równania. Przez indukcję sprawdzamy, że każda iterata f^n jest funkcją postaci $(ax + b)/(cx + d)$, przy czym $c > 0, d \geq 0$. Równanie $x = f^n(x)$ prowadzi zatem do równania kwadratowego $x(cx + d) = ax + b$ z dodatnim współczynnikiem przy x^2 ; ma więc co najwyżej dwa pierwiastki. Wobec tego liczby x_1, x_2 są jedynymi pierwiastkami rozważanego równania dla każdej naturalnej wartości n .



Rozwiązanie zadania M 455. Przypuśćmy, że za każdym razem figura zostaje przekłuta nie więcej niż 10 razy. Wówczas rzuty poszczególnych części figury pokrywają kwadrat o polu 1 nie więcej niż 10 razy, wobec tego pole figury nie może przekraczać 10; sprzeczność kończy dowód.



Rozwiązanie zadania M 454. Wystarczy wykazać, że jeśli $\sqrt{2}$ jest pierwiastkiem wielomianu w o współczynnikach wymiernych, to $-\sqrt{2}$ także. Niech $w(x) = (a_{2k}x^{2k} + \dots + a_2x^2 + a_0) + (a_{2l+1}x^{2l+1} + \dots + a_1x) = f(x) + x \cdot g(x)$, gdzie w wielomianach f i g występują wyłącznie parzyste potęgi x .

Wtedy $w(\sqrt{2}) = f(\sqrt{2}) + \sqrt{2}g(\sqrt{2}) = p + q\sqrt{2}$, gdzie p i q są wymierne. Ale $p + q\sqrt{2} = 0$; gdyby q było różne od zera, mielibyśmy $\sqrt{2} = -\frac{p}{q}$, co jest niemożliwe.

Stąd $q = 0$ i $p = 0$.

Mamy teraz $w(-\sqrt{2}) = p - q\sqrt{2} = 0$, co kończy dowód.



Rozwiązanie zadania F 210. Z zasady zachowania energii obliczamy prędkość wagonika w punkcie A (oznaczenia jak na rysunku)

$$v = \sqrt{2g(H-h)}$$

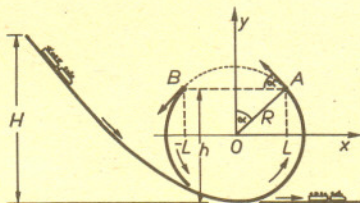
Dalej poruszać się będzie on jak ciało o masie m wyrzucone z prędkością v pod kątem α do poziomu, gdzie:

$$\sin \alpha = \frac{L}{R}, \quad \cos \alpha = \frac{h-R}{R}$$

Zasięg takiego rzutu ukośnego musi być równy długości wyrwy

$$2L = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2L(h-R)}{R^2}$$



Stąd obliczamy wysokość H

$$H = h + \frac{R^2}{2(h-R)}$$

Aby wagonik mógł bezpiecznie kontynuować jazdę wzdłuż dalszej części toru, wektor

prędkości wagonika musi być styczny do kołowej części toru w punkcie B . Tor ruchu wagonika w powietrzu jest parabolą o równaniu

$$y = (x+L) \tan \alpha - \frac{g}{2v^2 \cos^2 \alpha} (x+L)^2$$

w układzie współrzędnych jak na rysunku 1. Styczna do tej paraboli w punkcie B ma współczynnik kierunkowy równy

$$y'(-L) = L/(h-R)$$

Z drugiej strony współczynnik kierunkowy stycznej do okręgu w tym samym punkcie wynosi

$$a = L/(R^2 - L^2)^{1/2} = L/(h-R)$$

Wobec równości tych współczynników prędkość wagonika jest styczna do okręgu i umożliwia bezpieczne kontynuowanie jazdy.

Rozstrzygnięcie konkursu na fotografię komety Halleya

Nasz konkurs okazał się bardzo trudny. Zawiniła tu przede wszystkim sama kometa — była znacznie mniej efektowna, niż się spodziewano. Drugim winowajcą jest nasze położenie geograficzne, które (choć od dawna znane) okazało się bardzo niekorzystne — kometa była widoczna nisko nad horyzontem. Wreszcie pogoda też okazała się nie sprzyjająca. Mimo to otrzymaliśmy pięć wartościowych prac zawierających od 1 do 18 zdjęć. Komisja konkursowa w składzie

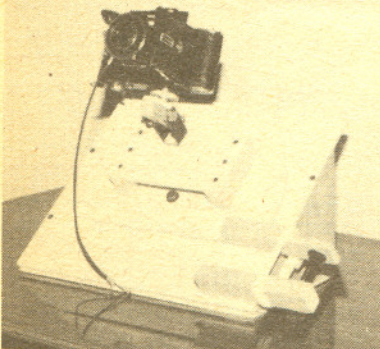
dr Tomasz Kwast — przewodniczący,
mgr Joanna Udalska,
mgr Jan Zalewski,

czyli nasi redakcyjni astronomowie, przyznała pierwszą nagrodę — lornetkę 10 × 50 pracy Janusza Ślusarczyka z Niepołomic. Drugą nagrodę „Ilustrowaną Encyklopedię dla Wszystkich — Fizyka”, WNT, 1985, otrzymuje Wiesław Krajewski z Krasnegostawu. Pozostali uczestnicy otrzymują po dwie książki z serii „Delta przedstawia”. Oto dane o nadesłanych pracach.

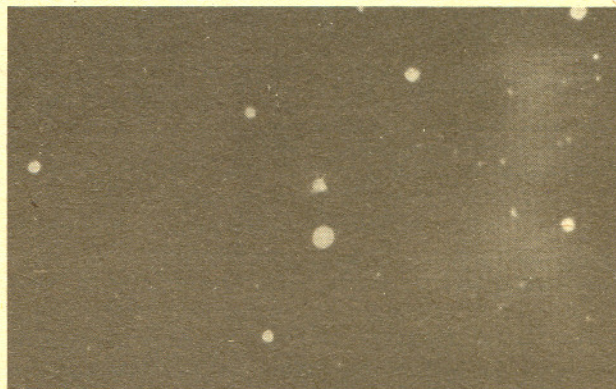
Nr	Autor	Miejscowość	Termin	Aparatura	Czas naświetlania min.	Liczba nadesłanych zdjęć
1	Wiesław Krajewski	Krasnystaw	23, 25, 30 grudnia 85 5 stycznia 86	Agfa Anastigmat Apotar 1 : 4,5/10,5 cm Fotopan HL 27 DIN Wywoływacz A-49 Papier extra twardy	7—12,5	12
2	Janusz Ślusarczyk	Niepołomice	11 listopada 85 5 stycznia 86 2—6 maja 86	Teleobiektyw Sonnar 300 mm 1 : 4 Fotopan HL	7—20	5
3	Bogdan Maciesowicz	Rzeszów	8, 11 listopada 85	Astrokamera Zeiss 60/270 Teleskop: refraktor Coude 150/2250 Szkłane płyty ORWO WP 1 22 DIN panchromatic Papier BH 1	10—30	18
4	Piotr Dzikowski	Leszno — Strzyżewice	1, 3 maja 86	Practica MTL 5 Pentacon Standard 1,8/50 Fotopan HL 27 DIN Papier extra twardy 26°	5—7	4
5	Artur Błachnio Krzysztof Gumny Waldemar Jaśkiewicz	Wałbrzych	1—4 maja 86	Obiektyw: anastygmat PZO Poloxer 210 mm Fotopan HL 27 DIN	11	1

Do prac były dołączone ciekawe opisy sposobu fotografowania. Warto zwrócić uwagę na fakt, że zdjęcia B. Maciesowicza są wykonane w znacznie większej skali od pozostałych fotografii. Większość autorów sama zbudowała mechanizm zegarowy prowadzący aparat za kometą — pomysł był zaczerpnięty z miesięcznika *Urania* 11/1983, 6/1985.

Jesteśmy pełni podziwu, że zdjęcia okazały się tak udane. Gratulujemy zwycięzcom.



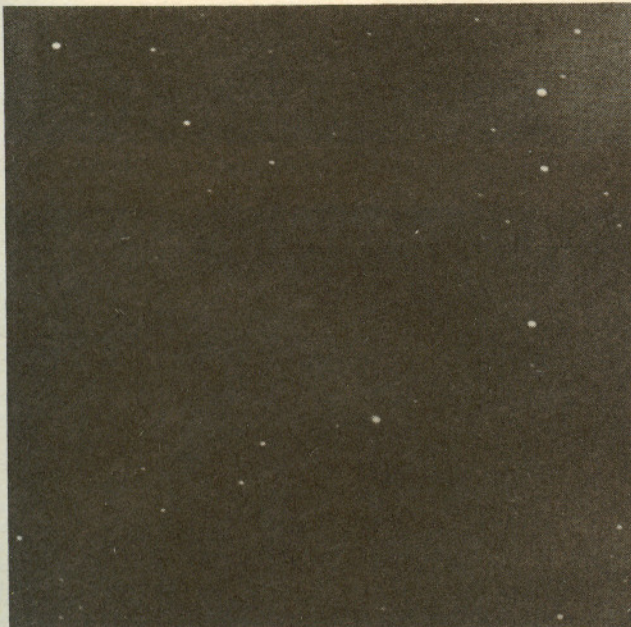
Mechanizm zegarowy konstrukcji W. Krajewskiego.



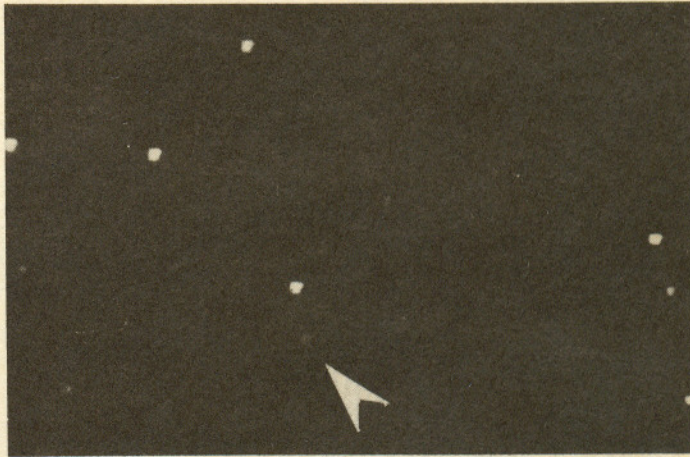
Fot. A. Błachnio, K. Gumny, W. Jaśkiewicz, 3 maja 1986r.



Fot. Janusz Ślusarczyk ,4 maja 1986 r.



Fot. Bogdan Maciesowicz, 5 stycznia 1986 r.



Seria zdjęć Wiesława Krajewskiego, 25 grudnia 1985 r., 30 grudnia 1985 r., 5 stycznia 1986 r.



Fot. Piotr Dzikowski, 1 maja 1986 r.