

SPIS TREŚCI

NUMERU 12 (144)

Rozdmuchany Wszechświat <i>prof. dr Marek Demiański</i>	str. 1
Zadania	str. 3
Tomografia kuli ziemskiej <i>dr Jan Królikowski</i>	str. 4
Opis ruchu za pomocą alternatywnej teorii mnogości <i>dr Wiesław Nagórko, prof. dr Czesław Woźniak</i>	str. 6
Mała Delta	str. 8
Nie różne, a jedna	str. 10
Klub 44	str. 12
Supersymetrie — nowa nadzieja fizyki <i>dr Jerzy Kowalski-Glikman</i>	str. 14
Teoria względności (10)	str. 15
Patrz w niebo	str. 17

W następnym numerze: Wirusy kuliste

Na stronach 9 i 10 znajduje się kalendarz na rok 1986. Należy wyciąć pasek wzdłuż oznaczonych linii i skleić tak, aby kółko pasowało do kółka, a kwadrat do kwadratu i aby wszystkie znajdowały się wewnątrz sklejania. Przedtem należy przewlec pasek przez okienko wycięte z okładki.

Szczęśliwego Nowego Roku!

„Delta”

matematyczno-fizyczno-astronomiczny
miesięcznik popularny
Polskiego Towarzystwa
Matematycznego, Polskiego
Towarzystwa Fizycznego i Polskiego
Towarzystwa Astronomicznego
wydawany przy poparciu
Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny
dr Jerzy Brojan
dr Maciej Bryński
dr Bogdan Ciechocki
dr Alicja Derkowska
doc. dr Jan A. Gaj
doc. dr Bolesław Gleichgewicht
doc. dr Tadeusz Jarzębowski
doc. dr Marcin Kubiak
mgr Andrzej Mąkowski
dr Zbigniew Plochocki — v-przewodniczący
dr Jan Rempala
prof. dr Konrad Rudnicki
prof. dr Grzegorz Sitarski
prof. dr Józef I. Smak
prof. dr Kazimierz Stepiń
prof. dr Mieczysław Subotowicz
dr Michał Szurek
doc. dr Andrzej Szymacha
doc. dr Aniela Wolska
prof. dr Andrzej Woszczyk
prof. dr Wojciech Zakowski —
przewodniczący

WARUNKI PRUNEMERATY

Cena prenumeraty kwartalnej zł 105,— półrocznej zł 210,— rocznej zł 420,—

- dla osób prawnych — instytucji i zakładów pracy:
 - instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miastach wojewódzkich i pozostałych miastach, w których znajdują się siedziby oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”, zamawiają prenumeratę w tych oddziałach,
 - instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch” i na terenach wiejskich opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli.
 - dla osób fizycznych — indywidualnych prenumeratorów:
 - osoby fizyczne zamieszkałe na wsi i w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch”, opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli,
 - osoby fizyczne zamieszkałe w miastach — siedzibach oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch” opłacają prenumeratę wyłącznie w urzędach pocztowych nadawczo-oddawczych właściwych dla miejsca zamieszkania prenumeratora. Wpłaty dokonują używając „blankietu wpłaty” na rachunek bankowy miejscowego oddziału RSW „Prasa-Książka-Ruch”.
 - Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto NBP XV Oddział w W-wie Nr 1153-201045-139-11. Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zlecniodawców indywidualnych i o 100% dla zlecających instytucji i zakładów pracy.
- Terminy przyjmowania prenumeraty na kraj i za granicę:
— do dnia 10 listopada na I kwartał, I półrocze roku następnego oraz cały rok następny,
— do dnia 1-go każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty roku bieżącego.

Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTA”:
— w Księgarni Ośrodka Wydawnictw Naukowych PAN, Warszawa — Pałac Kultury,
— w Głównej Księgarni Naukowej, Warszawa — ul. Krakowskie Przedmieście 7,
— w Księgarni Ossolineum, Wrocław — Rynek 8,
— w Księgarni Naukowej, Kraków — Podwale 6.
Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa, Poland or with
— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 München 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland,
— Earlcourt Publications Ltd., 130 Shepard Bush Centre, London W12, Great Britain,
— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia.

Cena egzemplarza za zł 35,—

Redaguje kolegium w składzie:

mgr inż. Krzysztof Biesaga
mgr Maciej Jędrzejczak — z-ca red. nac.
mgr Krystyna Kordos — sekr. red.
dr hab. Marek Kordos — red. nac.
dr Tomasz Kwast — z-ca red. nac.
mgr Andrzej Majhofer
mgr Anna Rudnik
mgr Ewa Rylłowa
dr Jerzy Ryll
mgr Joanna Udalska
mgr Jan Zalewski

Adres Redakcji
ul. Koszykowa 6a
00-564 Warszawa
tel. 21-19-85

Krajowe Wydawnictwo Czasopism

RSW „Prasa—Książka—Ruch”

ul. Noakowskiego 14

00-666 Warszawa

tel. centr. 25-72-91 do 93

Biuro Reklam i Propagandy

tel. 25-56-26

Nakład 30 000 egz. Objętość 2 ark. wyd;

2,50 ark. druk;

papier offsetowy V kl. 70 g.

Wydrukowano w drukarni

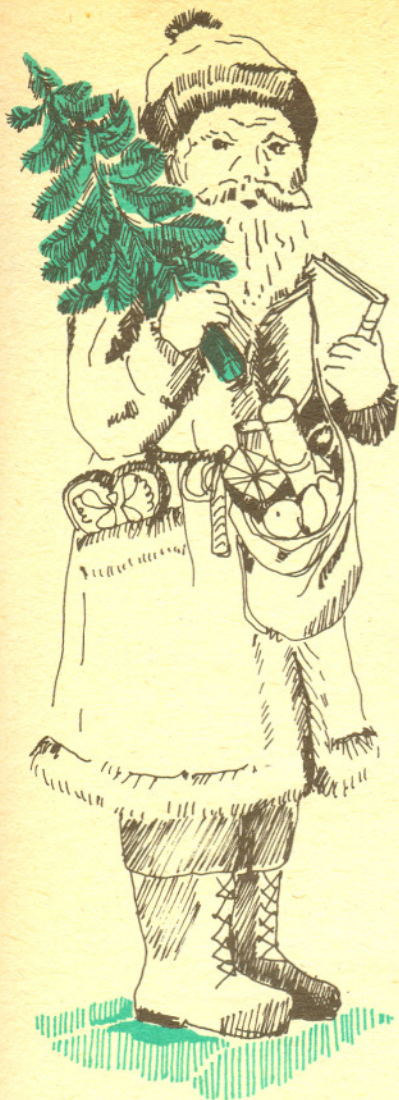
im. Rewolucji Październikowej

Warszawa, ul. Mińska 65.

Nr zam. 904/12/85. N-49.

Rozdmuchany Wszechświat

Prof. dr Marek DEMIAŃSKI



Od kilkunastu lat kosmologia przeżywa prawdziwy renesans. Powodem tego olbrzymiego zainteresowania Wszechświatem są związki, jakie występują między współczesnymi teoriami cząstek elementarnych a wczesnymi etapami ewolucji Wszechświata. Związki te pojawiły się, gdy zaczęto konstruować modele tak zwanych teorii wielkiej unifikacji.

Na poziomie elementarnych zjawisk można wyróżnić cztery podstawowe oddziaływania: grawitacyjne, słabe, elektromagnetyczne i silne (jądrowe). Spoglądając na tę listę oddziaływań elementarnych można się zastanawiać, do czego naturze potrzebna jest taka różnorodność. Od dość dawna przypuszczano, że ta różnorodność jest tylko pozorna, że przy energiach wyższych niż te, z którymi mamy do czynienia na co dzień, wszystkie oddziaływania będą jednakowo silne. Na pierwszy rzut oka najbardziej podobne do siebie są oddziaływania grawitacyjne i elektromagnetyczne. Nic więc dziwnego, że początkowo próbowano skonstruować teorię unifikującą właśnie te dwa oddziaływania. Sam wielki Einstein spędził ostatnie trzydzieści lat swego życia starając się skonstruować taką teorię. Dopiero na początku lat sześćdziesiątych znakomity amerykański fizyk Steven Weinberg i niezależnie Pakistańczyk Abdus Salam podali teorię unifikującą oddziaływania elektromagnetyczne i słabe. Konstrukcja tej nowej teorii była możliwa dzięki zastosowaniu nowego formalizmu tak zwanej teorii pól cechowania. Teoria Weinberga — Salama, która następnie została uzupełniona przez Glashowa, przewiduje istnienie nowych cząstek, spełniających rolę kwantów pola. Cząstki te powinny mieć różną od zera masę spoczynkową. Wielkim sukcesem teorii Salama — Weinberga było bezpośrednie odkrycie tych cząstek. Jeszcze zanim teoria unifikacji oddziaływań słabych i elektromagnetycznych została obserwacyjnie potwierdzona, zaczęto badać możliwości unifikacji oddziaływań silnych, słabych i elektromagnetycznych. Teorie takie noszą nazwę teorii wielkiej unifikacji lub w skrócie GUT od angielskiej ich nazwy Grand Unified Theories. Podobnie jak teoria Salama — Weinberga teorie wielkiej unifikacji korzystają z formalizmu teorii pól cechowania i przewidują istnienie nowych cząstek. Te nowe cząstki zwane bozonami pośrednimi powinny mieć bardzo dużą masę spoczynkową, tak dużą, że nie ma najmniejszych szans na to, aby mogły być one bezpośrednio wytwarzane w jakimś ziemskim laboratorium. Trudno też wyobrazić sobie jakiś astrofizyczny proces, w którym mogłyby powstawać cząstki o tak dużej masie. Jedynie w bardzo wczesnych etapach ewolucji Wszechświata panowały odpowiednie warunki do spontanicznego powstawania bozonów pośrednich, stąd obecne duże zainteresowanie tym, co działo się w bardzo młodym Wszechświecie.

Nasze obecne wyobrażenia o wczesnych fazach ewolucji Wszechświata opierają się na kilku obserwacyjnych faktach. Po pierwsze, Wszechświat się rozszerza i galaktyki rozbiegają się z prędkościami proporcjonalnymi do ich odległości. Po drugie, Wszechświat wypełniony jest jednorodnie promieniowaniem termicznym, którego obecna temperatura wynosi zaledwie trzy stopnie powyżej absolutnego zera. Jeżeli do tego dodamy założenie, że materia we Wszechświecie oddziałuje ze sobą zgodnie z ogólną teorią względności, to na tej podstawie możemy skonstruować model wielkiego wybuchu. W telegraficznym skrócie model wielkiego wybuchu przewiduje, że początkowo Wszechświat był bardzo gęsty (formalnie nieskończenie gęsty), bardzo gorący i rozszerzał się bardzo szybko. Przypuszcza się, że wszystkie składniki materii znajdowały się wówczas w stanie równowagi termodynamicznej. Jeżeli tak, to łatwo można odtworzyć pierwotny skład materii. W miarę rozszerzania się temperatura promieniowania, które było podstawowym składnikiem, opadała. Z gęstej i gorącej „zupy kwantowej” powstały protony i neutrony. Kiedy temperatura opadła do kilku miliardów stopni, powstał hel. Jak wynika z obecnych obserwacji, pierwotna przedgalaktyczna materia składała się w 25% z helu i w 75% z wodoru. Gdy temperatura spadła do około 4000 K, elektrony mogły na trwałe wiązać się z jądrami tworząc neutralne atomy. Liczba swobodnych elektronów gwałtownie zmalała i od tego momentu fotony zaczęły się rozchodzić praktycznie swobodnie. Był to bardzo ważny moment w historii Wszechświata. Fotony, które zostały

wówczas wyemitowane, obserwujemy obecnie jako reliktywne tło promieniowania elektromagnetycznego. Od tego też momentu obłoki neutralnej materii mogły zacząć kurczyć się, co doprowadziło w końcu do powstania galaktyk i gwiazd.

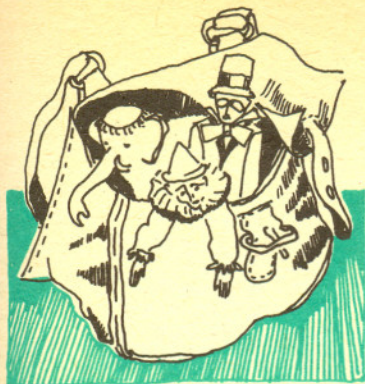
Interesujące jest zbadanie konsekwencji, do których prowadzi połączenie teorii wielkiej unifikacji z modelem wielkiego wybuchu. Początkowo, na bardzo wczesnych etapach ewolucji, temperatura była bardzo wysoka, a więc wysoka była też średnia energia cząstek i oddziaływania słabe, silne i elektromagnetyczne były nieodróżnialne. W końcu temperatura spadła na tyle, że średnie energie cząstek były niższe od energii progowej i nastąpiło spontaniczne złamanie symetrii. Pamiętajmy, że symetria zostaje złamana, gdy pola Higgsa przyjmują niezerową wartość. Pole Higgsa jest na ogół wielokomponentowe, a więc kiedy jest różne od zera, wyróżnia pewien kierunek. Kierunek ten może być zupełnie dowolny. Można przypuszczać, że kierunek ten będzie taki sam w obszarach, które są przyczynowo związane. Na granicy takich obszarów kierunki pól Higgsa będą różne. Tego typu defekty mogą przejawiać się jako nowe cząstki — monopole magnetyczne. Z oszacowań wynika, że monopole magnetyczne powinny mieć bardzo dużą masę spoczynkową. Łatwo jest teraz ocenić obecną gęstość monopoli magnetycznych. Przyjmijmy, że w każdym obszarze przyczynowo spójnym w momencie łamania symetrii powstał jeden monopol magnetyczny. Wiedząc jaka jest energia, przy której następuje łamanie symetrii, można obliczyć rozmiary tych obszarów, a zatem i obecną gęstość monopoli magnetycznych. Dochodzi się w ten sposób do zadziwiającego wyniku, średnia gęstość masy monopoli magnetycznych powinna być o około sto miliardów razy większa od oszacowanej średniej gęstości Wszechświata. Jest to oczywiście sprzeczność.

Model wielkiego wybuchu wprawdzie bardzo dobrze opisuje historię Wszechświata, jednak ma szereg słabych punktów. Na przykład zupełnie nie wyjaśnia obserwowanego faktu izotropowości temperatury promieniowania reliktywego. Dwie anteny ustawione na przeciwległe obszary nieba odbierają fotony, które nie miały szans oddziaływać ze sobą, a pomimo to ich średnie energie są takie same. Oczywiście może to być wynikiem odpowiednio dobranych warunków początkowych. Nie wyjaśnia to jednak niczego i znacznie bardziej zadowalające byłoby znalezienie jakiegoś fizycznego mechanizmu wyrównywania temperatury promieniowania reliktywego. Średnia gęstość materii we Wszechświecie jest bardzo bliska krytycznej gęstości, która oddziela modele kosmologiczne rozszerzające się wiecznie od modeli, w których po fazie rozszerzania następuje kurczenie. Ta dziwna koincydencja też nie znajduje wyjaśnienia w ramach modelu wielkiego wybuchu. Z obserwacji wynika, że w odpowiednio dużej skali materia jest rozłożona jednorodnie. Tego też nie wyjaśnia model wielkiego wybuchu.

Cztery lata temu Alan Guth zaproponował nowy model wczesnej ewolucji Wszechświata, który częściowo wyjaśnia te trudności modelu wielkiego wybuchu. Istotną rolę w tym modelu odgrywa pole Higgsa. Pole Higgsa, jak każde pole fizyczne, niesie ze sobą pewną energię. W bardzo wczesnych etapach gęstość energii pola Higgsa jest równa zeru. Po przejściu do stanu ze złamaną symetrią energia ta jest różna od zera. Guth zauważył, że uwzględnienie tej energii w równaniach opisujących dynamikę rozszerzania się Wszechświata prowadzi do bardzo interesujących konsekwencji. Po przejściu do stanu ze złamaną symetrią tempo rozszerzania się Wszechświata bardzo szybko zaczyna zależeć tylko od gęstości energii pola Higgsa. Gęstość energii pola Higgsa jest stała i wobec tego tempo rozszerzania się Wszechświata jest stałe. Tempo rozszerzania się jest stałe, gdy Wszechświat rozszerza się wykładniczo. Wykładniczo maleje wówczas temperatura i gęstość materii.

Wszechświat staje się praktycznie rzecz biorąc pusty. Epoka wykładniczego rozszerzania się nie trwa jednak zbyt długo. Aby to wyjaśnić, rozpatrzmy następujący prosty model. Wyobraźmy sobie ustawioną na stole półkulistą czaszę, na czubku tej czaszy ustawiamy małą kulkę metalową. Kulka znajduje się w stanie równowagi nietrwałej. Delikatne uderzenie w stół nie powoduje zmiany jej stanu, mniej delikatne trącenie stołu spowoduje stoczenie się kulki. Kulka znajdująca się na czubku czaszy ma pewną, różną od zera energię potencjalną, energia ta podczas staczania się zostaje zamieniona na energię kinetyczną. W modelu Gutha cały Wszechświat można porównać do naszej kulki, kiedy znajduje się ona na czubku czaszy, jej stała energia potencjalna jest analogiem gęstości energii pola Higgsa; podczas staczania się energia ta zostaje zamieniona





na inne formy energii i w końcu dzięki różnym oddziaływaniom przejawia się jako energia cieplna.

Model Gutha nosi nazwę modelu inflacyjnego. Podczas wykładniczego rozszerzania bardzo szybko rosną rozmiary Wszechświata, tak jak nominalne wartości banknotów podczas inflacji. Wykładnicze powiększanie się rozmiarów Wszechświata sprawia, że ta część Wszechświata, którą obecnie obserwujemy, mogła powstać z bardzo małego fragmentu, tak małego, że mieścił się on wówczas w obszarze przyczynowo spójnym. W tym obszarze dzięki różnego rodzaju oddziaływaniom materia mogła być rozłożona jednorodnie. W ten sposób model ten wyjaśnia obserwowaną jednorodność Wszechświata w dużej skali. Obszar ten następnie znacznie się rozszerzył (rozdmuchał) i ponieważ warunki fizyczne były takie same w każdym punkcie tego obszaru, po podgrzaniu temperatura wszędzie była taka sama. Mamy więc wyjaśnienie obserwowanej izotropii promieniowania relikowego. Pozostaje jedynie wyjaśnić sprawę monopoli magnetycznych i średniej gęstości we Wszechświecie. Jak wspominaliśmy, obszar, z którego powstał obecnie obserwowany Wszechświat, był mniejszy od obszaru przyczynowo spójnego, a więc mógł zawierać jeden monopol, bądźmy hojni, powiedzmy, że zawierał ich kilkadziesiąt. W późniejszych fazach ewolucji monopole magnetyczne nie powstają, więc w obecnie obserwowanym Wszechświecie może istnieć zaledwie kilkadziesiąt monopoli magnetycznych i ich średnia gęstość jest zanedbywalnie mała. Podczas wykładniczego rozszerzania gęstość energii pola Higgsa jest stała, natomiast inne wielkości determinujące tempo rozszerzania wykładniczo maleją i pod koniec tej fazy są zanedbywalnie małe. Wszechświat, który rozszerza się tak, że tempo rozszerzania zależy tylko od średniej gęstości energii, ma z definicji gęstość krytyczną. Model inflacyjny przewiduje więc, że średnia gęstość materii we Wszechświecie powinna być równa gęstości krytycznej.

Model inflacyjny jest tylko jednym z przykładów odkrywanych obecnie związków między teoriami wielkiej unifikacji a kosmologią. Jest zadziwiające, że mikroświat i makroświat są ze sobą w tak niezwykły sposób powiązane.



Zadania

Redaguje mgr Witold MARCISZEWSKI

M 418. Ciąg liczb $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ określony jest następująco: $a_1 = a_2 = 1, a_n = \frac{a_{n-1}^2 + 2}{a_{n-2}}$.

Wykazać, że wszystkie liczby tego ciągu są całkowite.
Rozwiązanie na str. 7

M 419. Czy dla każdego sposobu ułożenia kwadratu 6×6 z 18 kostek domina 2×1 można podzielić kostki na dwie grupy tworzące dwa mniejsze prostokąty?

Rozwiązanie na str. 4

M 420. Dany jest dowolny czworościan $ABCD$ i punkt M . Wykazać, że sześć płaszczyzn, z których każda zawiera jedną krawędź czworościanu i jest równoległa do prostej przechodzącej przez M i środek przeciwległej krawędzi, ma punkt wspólny.

Rozwiązanie na str. 5

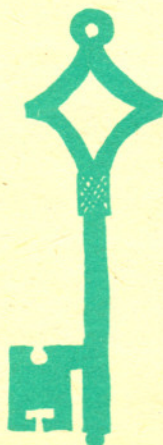
Redagują mgr Tomasz TRATKIEWICZ i mgr Włodzimierz ZIELICZ

F 186. Odejmując od ciężaru naczynia z gazem ciężar samego naczynia można znaleźć ciężar gazu. Dlaczego jest to poprawna metoda, mimo że większość cząsteczek nie ma żadnego kontaktu z naczyniem, a jedynie znikoma część zderza się ze ściankami?

Rozwiązanie na str. 6

F 187. Gaz jest podgrzewany lub ochładzany przez zmianę temperatury ścianek naczynia. Czy ciśnienie gazu na ścianki jest większe, gdy są one cieplejsze, czy gdy są chłodniejsze niż gaz?

Rozwiązanie na str. 14





Dr Jan KRÓLIKOWSKI

Fizyka wysokich energii ostatnich lat to przede wszystkim badanie własności najniższego znanego nam poziomu struktury materii — kwarków i leptonów — oraz ich oddziaływań. Jednym z oddziaływań między tymi „elementarnymi” obiektami jest oddziaływanie słabe, to samo, które powoduje promieniotwórczy rozpad β .

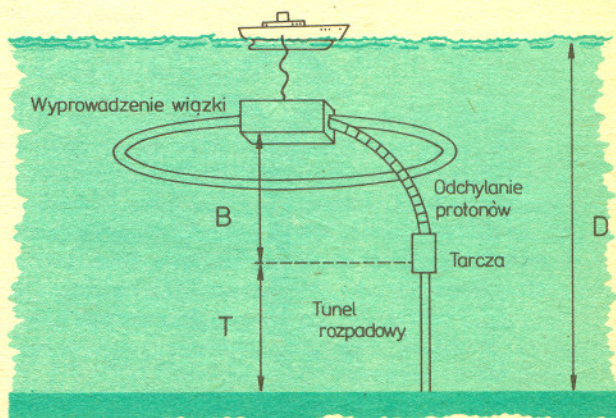
Wśród „elementarnych” leptonów istnieją takie, które oddziałują wyłącznie słabo — są to neutrina; cząstki te, według naszej najlepszej wiedzy, są bezmasowe i, jak sądzimy, nie mają struktury wewnętrznej. W ciągu ostatniego dziesięciolecia fizycy posługiwali się często neutrinami jako bardzo wygodnymi sondami do badania struktury wewnętrznej bardziej skomplikowanych tworów — protonów i jąder atomowych. Neutrino jako punktowe pociski nie zaburzały struktury bardziej skomplikowanych obiektów. Gdyby nie trudności w ich detekcji, byłyby idealnymi sondami w mikroświecie.

Czterej wybitni fizycy wysokich energii: A. de Rujula, S. L. Glashow, R. R. Wilson i G. Charpak zaproponowali w 1983 roku zastosowanie neutrino do zupełnie odmiennych badań — do badania budowy wewnętrznej Ziemi oraz do poszukiwań geologicznych — głównie ropy naftowej lub rud ciężkich metali (np. uranu). Tę propozycję, nazwaną przez autorów Tomografią Kuli Ziemskiej (TKZ), zamierzam przedstawić. Jest to pomysł z gatunku bardzo odważnych, a może nieco zwariowanych, choć reputacja naukowa autorów stawia ich niemal poza podejrzeniami. Ich pomysł opiera się na tym samym fakcie, który był wykorzystywany w badaniach w mikroświecie — na niezwykle słabych oddziaływaniach neutrino. Wiązka neutrino, wytworzona w akceleratorze, jest w stanie przeniknąć przez kulę ziemską niemal bez strat. Z drugiej strony straty neutrino to oddziaływanie z materią wnętrza Ziemi; nie mogą być zbyt małe, gdyż wtedy nie można by otrzymać informacji o strukturze tego wnętrza. Na szczęście oddziaływania neutrino wzrastają z ich energią, tak więc dysponując wiązką neutrino dostatecznie wysokiej energii możemy być pewni, że ich znacząca część będzie oddziaływała we wnętrzu Ziemi. Autorzy doszli do wniosku, że akcelerator przyspieszający protony do energii 10 TeV jest technicznie realizowalny i zupełnie wystarczający dla tych celów. Akcelerator ten został nazwany Geotronem. Wykonany za pomocą tradycyjnej technologii taki akcelerator miałby średnicę około 20 km, a jego koszt wyniósłby około 3 miliardów dolarów. Użycie najnowszej techniki jak np. nowoczesnych magnesów nadprzewodzących zmniejszyłoby wymiary i koszt Geotronu mniej więcej trzykrotnie, a okres budowy wyniósłby około trzech lat. Ze względu na przeznaczenie najlepiej byłoby zbudować Geotron ruchomy, więc np. pływający. Konstrukcja akceleratora około 40 m pod wodą uczyniłaby go niewrażliwym na fale. Rura próżniowa i magnesy mogłyby zostać zakotwiczone za pomocą kabli stalowych, prawdopodobnie z dokładnością do kilku centymetrów. Nie wystarcza to jednak dla 10 TeV synchrotronu, gdzie wymagana dokładność wzajemnego ustawienia magnesów wynosi kilkaset mikrometrów. Taki pływający Geotron powinien mieć automatyczny system korekcji prądów w magnesach, który wyczuwałby położenie wiązki w jednym magnecie i automatycznie sterował nią w środek następnego. Technicznie taki system jest już możliwy do zbudowania.

A. de Rujula i S. L. Glashow to wybitni fizycy teoretycy — S. L. Glashow otrzymał w 1979 roku Nagrodę Nobla — R. R. Wilson jest światowej sławy specjalistą od budowy akceleratorów, wieloletnim dyrektorem Laboratorium im. Enrico Fermiego koło Chicago, a G. Charpak to światowy autorytet w dziedzinie konstrukcji detektorów cząstek wysokich energii. Projekt został opublikowany w renomowanym czasopiśmie naukowym „Physics Reports” (dokładny odsyłacz: A. de Rujula et al. *Phys. Rep. C99*, no. 6, (1983, 343)).

Największy istniejący akcelerator przyspiesza protony do energii 0,8 TeV. Jest to tak zwany Tevatron w Laboratorium im. E. Fermiego koło Chicago (USA).

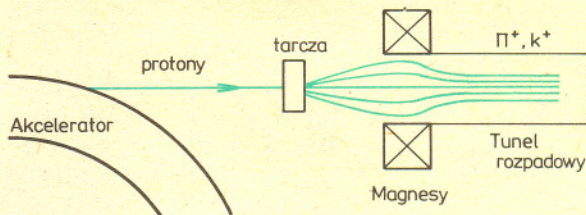
Rozwiązanie zadania M 419. Rozważmy 10 prostych równoległych do boków kwadratu i dzielących go na 36 kwadratów 1×1 . Każda z tych prostych dzieli kwadrat na dwa prostokąty zawierające parzyste liczby kwadratów 1×1 . Ponieważ kostki domina leżące całkowicie po jednej, ustalonej stronie tej prostej, zapelniają parzystą liczbę małych kwadratów, prosta ta musi przecinać parzystą liczbę kostek. Każda kostka jest przecinana przez dokładnie jedną prostą, a więc istnieje prosta nie przecinająca żadnej kostki ($2 \cdot 10 > 18$). Prosta ta wyznacza podział kwadratu na dwa mniejsze prostokąty ułożone z kostek.



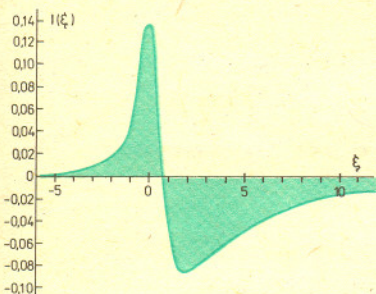
Pływający Geotron



Konstrukcja wiązki neutrinowej wymaga wyprowadzenia wiązki protonów z synchrotronu. Wiązka ta powinna być skierowana w stronę, w której chcemy prowadzić badania — w przypadku Geotronu w dół (wiązka neutronów nachylona pod kątem $4,5^\circ$ względem powierzchni Ziemi wychodzi z niej 1000 km od miejsca zagłębienia). Protony kierowane są na specjalną tarczę z ciężkiego materiału. Na jądrach tarczy produkują się wtórne cząstki — mezony π^+ i K^\pm , które ogniskujemy za pomocą specjalnych magnesów w taki sposób, żeby wpadły do tunelu rozpadowego. Mezony rozpadają się w tunelu (w locie) produkując neutrino np. według schematu: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu$. Wiązka neutronów skierowana jest wzdłuż osi tunelu rozpadowego.



Autorzy oszacowali wymaganą długość tunelu dla 10 TeV akceleratora na 7,5 km, a średnią energię neutronów na około 0,5 TeV. Ekstrapolując dane uzyskane przy istniejących wiązkach neutronów o niższych energiach można spodziewać się, że neutrino z Geotronu będą powodowały około 100 oddziaływań na 1 cm drogi wewnątrz Ziemi, a średnia strata energii wyniesie około 200 erg/cm. Można spodziewać się, że oddziaływania neutronów wzdłuż wiązki spowodują powstawanie fal dźwiękowych o częstościach około 100 Hz mierzalnych na powierzchni za pomocą układu specjalnych mikrofonów (geofonów). Neutrino przechodzące przez wodę wysyłają fale dźwiękowe o bardzo charakterystycznym bipolarnym przebiegu czasowym. Gdyby było to prawdziwe również w ośrodkach stałych, metoda posługująca się wiązkami neutronów stałaby się jeszcze wygodniejsza w użyciu, gdyż charakterystyczne sygnały bipolarnie łatwo odróżnić od innych drgań sejsmicznych. Autorzy proponują prowadzenie badań przy użyciu dostępnych wiązek neutronów o niższych energiach, na przykład za pomocą wiązki neutronów z istniejącego akceleratora Tevatron w Laboratorium im. E. Fermiego koło Chicago.



Sygnał dźwiękowy powstający przy przechodzeniu neutronów przez wodę.

Drugim sposobem detekcji neutronów jest badanie mionów powstających w oddziaływaniach neutronów z materią ziemską: $\nu + A \rightarrow \mu^- + \text{coś}$. Właśnie badania tego typu reakcji służyły do precyzyjnych pomiarów struktury protonów i jąder atomowych, o czym wspominałem na początku artykułu. W przypadku TKZ interesowałby nas raczej strumień mionów opuszczających wnętrze Ziemi. Większość tych mionów pochodziłaby z oddziaływań neutronów na ostatnich kilkuset metrach ich drogi wewnątrz Ziemi. Autorzy TKZ dokonali obliczeń oczekiwanego strumienia mionów, przy założeniu jednorodnego rozłożenia materii na wspomnianych kilkuset metrach. Dla 10 TeV Geotronu i wiązki neutronów nachylonej pod kątem $4,5^\circ$ spodziewamy się około 5000 mionów/($\text{m}^2 \cdot \text{puls Geotronu}$). Zmniejszenie tej liczby może świadczyć o występowaniu złóż ciężkich substancji — np. rud metali.

Wiązka neutronów przydatna do zastosowania powinna mieć małą rozbieżność kątową, gdyż tylko wtedy można by posługiwać się nią dla poszukiwań bogactw mineralnych. Oszacowano, że wiązka z omawianego Geotronu będzie miała średnicę około 11 m po przejściu 1000 km pod ziemią.

O ile projekt Geotronu i związanej z nim wiązki neutronów są dobrze ugruntowane i opierają się na pewnych podstawach, o tyle druga część projektu TKZ, tj. detekcja wiązki przechodzącej przez Ziemię i wyciąganie informacji na temat struktury wnętrza Ziemi wydają się dużo mniej pewne.

Jakie wnioski można wysnuć na temat projektu TKZ?

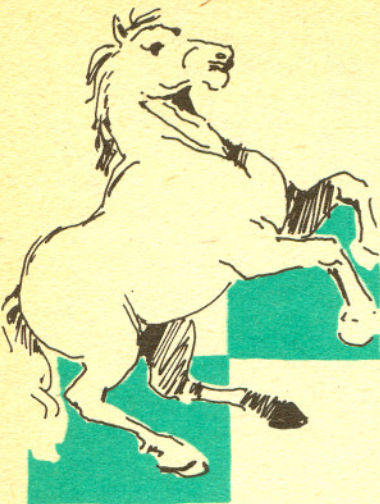
Po pierwsze, jest to projekt możliwy do zrealizowania, nawet w ambitnej wersji pływającego Geotronu, ale jest to projekt drogi. Sam Geotron będzie kosztował kilka miliardów dolarów. Konstrukcja i eksploatacja urządzeń do akustycznego badania wnętrza Ziemi też jest droga, prawdopodobnie zbyt droga w stosunku do obecnej ceny ropy naftowej. Warto sobie jednak zdać sprawę, że ta metoda może być stosowana do poszukiwań na stosunkowo dużych głębokościach, rzędu 20-30 km, gdzie tradycyjne wiercenia są bardzo trudne i niezwykle kosztowne. Może więc stać się opłacalna za kilkanaście lat, po wyczerpaniu się płytszych i łatwiej dostępnych złóż ropy.

Po drugie, autorzy TKZ są przekonani o sensowności dalszych badań przygotowawczych w dziedzinie TKZ, jak np. badań z zastosowaniem Tevatronu. Sądzę, że w bogatym programie doświadczalnym tego amerykańskiego akceleratora znajdzie się trochę czasu na nieortodoksyjne badania TKZ.



Rozwiązanie zadania M 420. Niech P i Q będą środkami krawędzi AB i CD — odpowiednio, O niech będzie środkiem ciężkości czworokąta $ABCD$, a N — punktem symetrycznym do M względem O . Punkty P i Q są symetryczne względem O , a więc prosta QM jest równoległa do prostej PN . Płaszczyzna zawierająca AB i równoległa do QM przechodzi przez punkt N . Podobnie można wykazać, że punkt N należy do pozostałych pięciu rozważanych płaszczyzn.

Opis ruchu za pomocą alternatywnej teorii mnogości



Dr Wiesław NAGÓRKO, prof. dr Czesław WOŹNIAK

Gdy w jakiejś teorii matematycznej znana już jest dostateczna liczba definicji oraz dostateczna liczba twierdzeń, przystępuje się zwykle do analizy polegającej na wyodrębnieniu terminów, których nie trzeba definiować, bo „wiemy, co one oznaczają” oraz twierdzeń, których nie trzeba dowodzić, bo są „oczywiste”, jedno i drugie zaś wystarczą do udowodnienia wszystkich pozostałych twierdzeń teorii. Tak wyodrębnione terminy nazywa się pojęciami pierwotnymi, a twierdzenia aksjomatami albo pewnikami teorii. Teoria zostaje wtedy zaksjomatyzowana. Zaksjomatyzowanie jest zawsze ustaleniem pewnych ram, poza które już wyjść nie można, jeżeli nie zmieni się aksjomatów. Przedaksjomatyczna postać teorii jest więc bogatsza, bo tkwią w niej możliwości różnych aksjomatyzacji. Istotne zakwestionowanie jednego układu aksjomatów i zaproponowanie nowego daje inną teorię aksjomatyczną, która jest konkurencyjna względem poprzedniej z takich czy innych względów. Jest więc względem niej pewną alternatywą.

Teoria mnogości (ST), dział matematyki zajmujący się zbiorami, którego podstawy sformułował Cantor, ma swoją postać przedaksjomatyczną oraz różne aksjomatyzacje. Alternatywna teoria mnogości (AST) sformułowana przez Vopěnkę kwestionuje niektóre aksjomaty ST. W dalszym ciągu zwrócimy uwagę tylko na niektóre różnice między ST i AST. Pełna analiza tych różnic nie jest tutaj możliwa.

Alternatywna teoria mnogości rozpatruje pojęcia pierwotne: klasa i zbiór. Każdy zbiór (w sensie AST) jest w sensie ST zbiorem skończonym (lecz nie na odwrót). Każdy zbiór jest klasą, ale nie każda klasa jest zbiorem, np. klasa wszystkich zbiorów. W AST każdą klasę, która jest zawarta w jakimś zbiorze, nazywa się semizbiorem. Istotą AST jest aksjomat mówiący, że istnieją semizbiory nie będące zbiorami. Intuicyjne przykłady podawane przez Vopěnkę to klasa wszystkich przodków Karola Darwina będących małpami czy zbiór ludzi żyjących na Ziemi w danej chwili. Jedną z konsekwencji powyższego aksjomatu jest to, że klasa (nie zbiór) liczb naturalnych w AST jest inna niż w ST. Oto jak definiujemy liczby naturalne:

Zbiór (w sensie AST) α jest liczbą naturalną, jeżeli spełnia warunki:

$$(\forall \beta \in \alpha) [\beta \subset \alpha],$$

tzn. każdy element zbioru α jest jego podzbiorem, (jest zbiorem w sensie AST),

$$(\forall \beta, \gamma \in \alpha) [\beta \in \gamma \vee \gamma = \beta \vee \gamma \in \beta].$$

Klasę liczb naturalnych oznaczamy przez N .

Zauważmy, że zbiory: pusty \emptyset , jednoelementowy $\{\emptyset\}$, dwuelementowy $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ itd. są liczbami naturalnymi. Możemy je więc „zidentyfikować” z klasycznymi liczbami naturalnymi przyporządkowując

$$0 \leftrightarrow \emptyset, \quad 1 \leftrightarrow \{\emptyset\}, \quad 2 \leftrightarrow \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \dots$$

Klasę liczb naturalnych odpowiadających klasycznym liczbom naturalnym oznaczmy przez FN . W AST dowodzi się, że $N \setminus FN \neq \emptyset$. W AST mamy więc „więcej” liczb naturalnych niż w ST. (Pamiętajmy jednak, że każda liczba naturalna jest (jako zbiór w sensie AST) zbiorem skończonym w sensie ST.) W AST każdy zbiór okazuje się być równoliczny z jakąś liczbą naturalną (z klasy N).

Postępując podobnie jak w ST można w oparciu o N określić klasę liczb całkowitych

$$C = N \cup \{\langle 0, \alpha \rangle : \alpha \neq \emptyset, \alpha \in N\},$$

gdzie $\langle 0, \alpha \rangle$ jest parą uporządkowaną $\langle 0, \alpha \rangle = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \alpha\}\}$, oraz klasę liczb wymiernych RN , w której określone są dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie mające znane własności. W RN określa się także pewną relację równoważności \doteq zwaną relacją nierozróżnialności

$$\alpha \doteq \beta \Leftrightarrow (\forall n \in FN) \left[|\alpha - \beta| < \frac{1}{n} \text{ lub } (\alpha > n \text{ i } \beta > n) \text{ lub } (\alpha < -n \text{ i } \beta < -n) \right].$$



Rozwiązanie zadania F 186. Na skutek działania siły ciężkości gęstość gazu w dolnej części naczynia jest większa niż w górnej. Dlatego większe jest ciśnienie gazu na dno niż na górną część naczynia. Wypadkową siłę działającą na ścianki można wyznaczyć korzystając z łatwej do wyprowadzenia zależności ciśnienia od wysokości w polu grawitacyjnym (tzw. wzór barometryczny):

$$p = p_0 e^{-\mu g h / RT},$$

gdzie p_0 — ciśnienie w pobliżu dna, p — ciśnienie w górnej części naczynia, μ — masa cząsteczkowa, h — wysokość naczynia, R — stała gazowa, T — temperatura gazu. Siła wypadkowa (dla p niewiele różniącego się od p_0 i cylindrycznego naczynia):

$$F_w = S(p_0 - p) \approx S \rho_0 \mu g h / RT,$$

gdzie S — pole powierzchni podstawy. Z równania stanu gazu doskonałego wynika, że średnia gęstość gazu jest w przybliżeniu równa $\rho = p_0 \mu / RT$, co daje

$$F_w = Mg,$$

gdzie $M = \rho \cdot S \cdot h$ jest masą gazu w naczyniu.

Zbiory liczb w AST mogą podobnie jak i zbiory liczb w ST służyć do opisu świata materialnego. Pokażemy to na przykładzie ruchu punktu materialnego. W mechanice analitycznej opartej o ST definiujemy następujące wielkości: liczbę $m \in \mathbb{R}_+$ i interpretujemy ją jako masę punktu, odwzorowanie klasy $C^2, p: [t_0, t_1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ interpretowane jako ruch punktu ($[t_0, t_1]$ jest przedziałem czasu) oraz odwzorowanie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ interpretowane jako siła działająca na punkt. Ponadto żądamy, by m, p, f spełniały warunek

$$m \cdot \frac{d^2 p(t)}{dt^2} = f(t)$$

zwany prawem Newtona.

W AST postępujemy podobnie, choć inaczej. Rezygnujemy z opisu opartego na liczbach rzeczywistych zastępując je liczbami wymiernymi. Ruch określamy jako odwzorowanie zbioru chwil $I = \{t_0, t_1, \dots, t_\omega\} (\omega \in \mathbb{N})$ w iloczyn kartezjański $(\mathbb{BRN})^3$ zbioru \mathbb{BRN} liczb wymiernych ograniczonych. Ruch p jest więc tutaj obiektem „danym” tylko w pewnych chwilach — tak jak to ma miejsce w kinie przy oglądaniu ruchu powstałego z nakładania na siebie kolejnych klatek taśmy filmowej. Dla takiego ruchu określamy prędkość i przyspieszenie

$$v(t_\alpha) = \frac{p(t_{\alpha+1}) - p(t_\alpha)}{t_{\alpha+1} - t_\alpha}, \alpha = 0, 1, \dots, \omega - 1,$$

$$a(t_\alpha) = \frac{v(t_\alpha) - v(t_{\alpha-1})}{t_\alpha - t_{\alpha-1}}, \alpha = 1, \dots, \omega - 1.$$

Zauważmy, że tak określone prędkości i przyspieszenia zawsze istnieją i nie są wielkościami przybliżonymi. Jeśli jednak zażądamy, by przeciwdziedziny funkcji v i a były zawarte w $(\mathbb{BRN})^3$, to może się zdarzyć, że v lub a nie istnieją. Zawężenie przeciwdziedzin v i a do $(\mathbb{BRN})^3$ jest ograniczeniem na ruch p , nie wystarczającym jednak, by mieć ruch klasy C^2 .

Załóżmy więc ponadto, że $t_{\alpha+1} - t_\alpha = \varepsilon$ dla $\alpha = 0, 1, \dots, \omega - 1$, gdzie $\varepsilon \neq 0$. Utwórzmy dalej „średnie” ruchu, prędkości, przyspieszenia i siły

$$s_n(t_\alpha) = \frac{1}{2n-1} \sum_{\gamma=\alpha-n+1}^{\alpha+n-1} s(t_\gamma),$$

gdzie s oznacza jedną z liter p, v, a lub $f, 1 \leq n \leq n(\alpha), n(\alpha) = \max\{\beta : t_{\alpha+\beta} \in I, t_{\alpha-\beta} \in I\} + 1$.

Łatwo sprawdzić, że dla tak uśrednionych wielkości zachodzi związek

$$m a_n(t_\alpha) = f_n(t_\alpha) \quad \text{dla } t_\alpha \in I.$$

Weźmy teraz takie $t_\alpha \in I$, że $\{t : t \doteq t_\alpha\} \subset [t_0, t_\omega]$.

Załóżmy, że istnieje takie $n_0 \in \mathbb{N}$ spełniające warunek $n_0 \cdot \varepsilon \neq 0$, że dla $n \geq n_0$ spełniających warunek $n \cdot \varepsilon \neq 0$ zachodzi:

$$p_n(t_\alpha) \doteq p_{n_0}(t_\alpha), v_n(t_\alpha) \doteq v_{n_0}(t_\alpha),$$

$a_n(t_\alpha) \doteq a_{n_0}(t_\alpha), f_n(t_\alpha) \doteq f_{n_0}(t_\alpha)$. W tym przypadku możemy przyjąć, że ruch, prędkość, przyspieszenie i siła określone są w każdej chwili $t \in \{t' : t' \doteq t_\alpha\} \subset [t_0, t_\omega]$ jako dowolne

$$(1) \quad \bar{p}(t), \bar{v}(t), \bar{a}(t), \bar{f}(t)$$

nierozróżnialne odpowiednio z $p_{n_0}(t_\alpha), v_{n_0}(t_\alpha), a_{n_0}(t_\alpha), f_{n_0}(t_\alpha)$. Wielkości (1) spełniają związek $m \bar{a}(t) \doteq \bar{f}(t)$. Z własności liczb wymiernych oraz relacji nierozróżnialności wynika, że wśród obiektów (1) istnieją $\tilde{p}(t), \tilde{v}(t), \tilde{a}(t), \tilde{f}(t)$, dla których

$$(2) \quad m \tilde{a}(t) = \tilde{f}(t).$$

Odwzorowanie $\tilde{p}(\cdot)$, dla którego istnieje $\tilde{v}(\cdot), \tilde{a}(\cdot), \tilde{f}(\cdot)$ oraz spełniony jest związek (2), nazwiemy ruchem regularnym, który odpowiada odwzorowaniu klasy C^2 w ST, a więc ruchowi klasycznemu.

W oparciu o AST możliwe więc jest opisanie fizycznego pojęcia ruchu, siły i praw Newtona bez posługiwania się przejściem granicznym. Możliwe jest także określenie pewnych warunków regularności odpowiadających ciągłości i gładkości w analizie klasycznej. Przedstawione podejście jest ilustracją tezy sformułowanej w 1916 roku przez B. Russella we „Wstępie do filozofii matematyki”: „Świat, w którym wszelki ruch składałby się z ciągu małych skończonych drgnień, byłby empirycznie nieodróżnialny od świata, w którym ruch byłby ciągły”.



Rozwiązanie zadania M 418. Liczby $a_1, a_2, a_3 = 3, a_4 = 11$ są całkowite, nieparzyste. Przypuśćmy, że liczby a_1, a_2, \dots, a_n są całkowite, nieparzyste ($n \geq 4$). Mamy $a_n^2 +$

$$+ 2 = \left(\frac{a_{n-1}^2 + 2}{a_{n-2}} \right)^2 + 2 =$$

$$= \frac{a_{n-1}^4 + 4a_{n-1}^2 + 4 + 2a_{n-2}^2}{a_{n-2}^2} =$$

$$= \frac{a_{n-1}^4 + 4a_{n-1}^2 + 2(a_{n-2}^2 + 2)}{a_{n-2}^2} =$$

$$= \frac{a_{n-1}^4 + 4a_{n-1}^2 + 2a_{n-1}a_{n-3}}{a_{n-2}^2} =$$

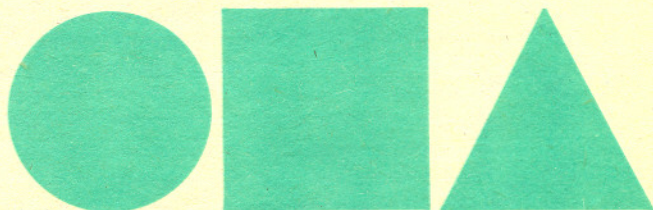
$$= \frac{a_{n-1}(a_{n-1}^3 + 4a_{n-1} + 2a_{n-3})}{a_{n-2}^2}.$$

Zauważmy, że liczby a_{n-1} i a_{n-2} są względnie pierwsze (a_{n-2} jest nieparzysta, a więc względnie pierwsza z $a_{n-1}^2 + 2$), czyli a_{n-2}^2 dzieli się przez a_{n-1} , a stąd a_{n-1} jest liczbą całkowitą, nieparzystą.

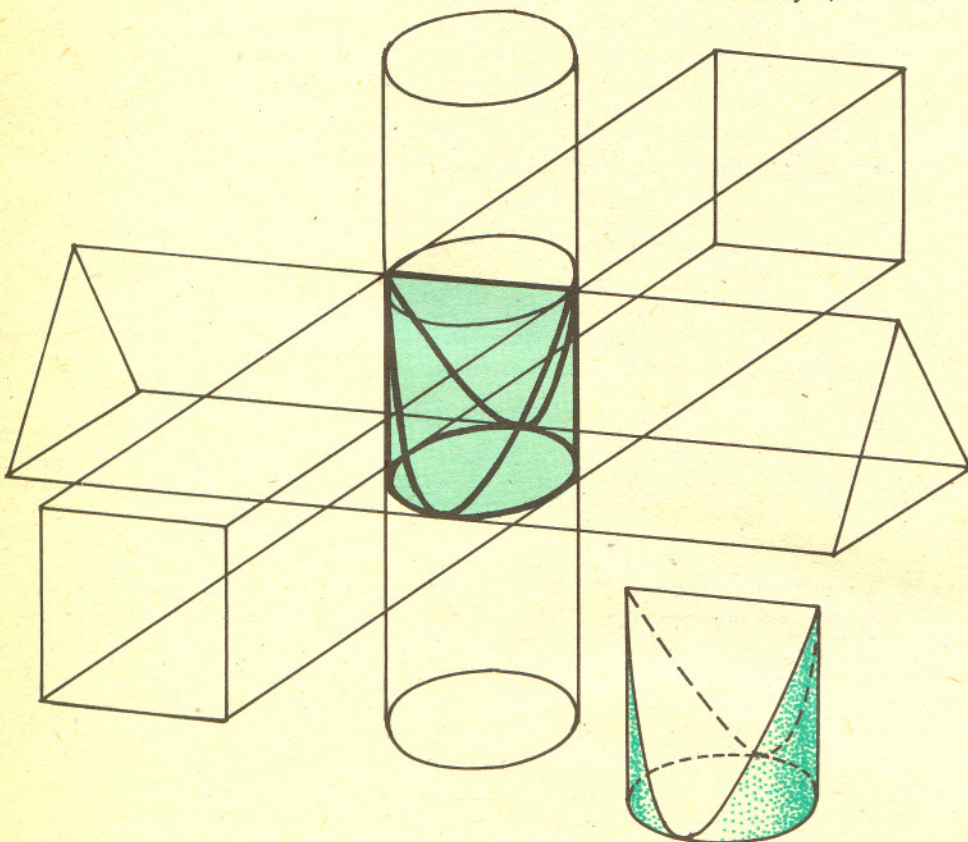
delta mała delta

Cienie

Gdyby ktoś z Czytelników kończył przed wojną Politechnikę, prawie na pewno zetknąłby się na zajęciach z geometrii wykreślnej z takim zadaniem: Jaka bryła oświetlona z trzech prostopadłych kierunków równoległymi promieniami rzuci odpowiednio cienie w kształcie koła, kwadratu i trójkąta równoramiennego?

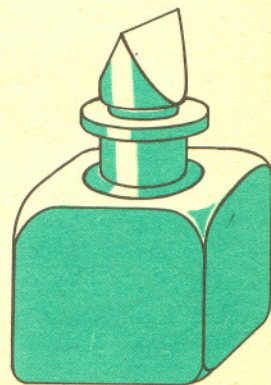


Rozwiązanie uzyskuje się dość łatwo, jeśli zauważyć, że poszukiwana bryła mieści się w trzech walcach: kołowym, kwadratowym i trójkątnym.



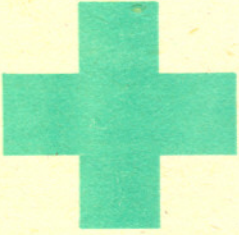
Zadanie było takie popularne, bo kałamarzyki tuszu kreślarskiego, jakie były wtedy w handlu, miały zakrętki właśnie tego kształtu.

Zadania związane z cieniami mają często praktyczne znaczenie. Np. astronomowie dlatego uważają ciała niebieskie za kuliste, bo z każdej strony widać je jako koła. Czy umielibyście udowodnić, że ich wniosek jest prawidłowy?



Oto kilka zadań o cieniach. Gdy ktoś z Was nie rozwiąże któregoś z nich lub gdy będzie chciał sprawdzić, czy rozwiązał dobrze, niech poszuka rozwiązań w numerze.

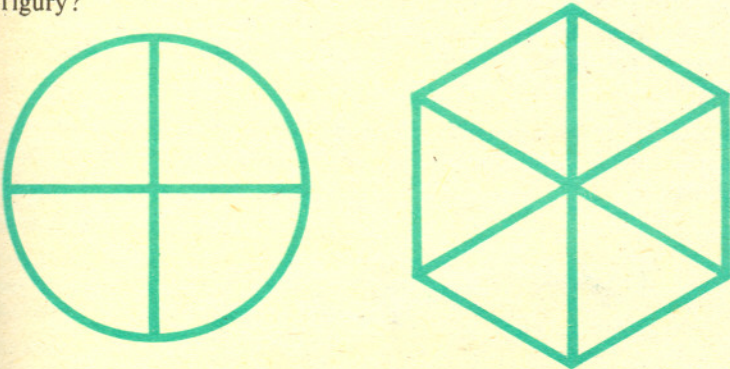
Bryła z trzech prostopadłych kierunków daje jednakowy cień w kształcie krzyża. Te warunki nie określają bryły jednoznacznie. Zadanie polega na wskazaniu dwóch różnych brył rzucających takie cienie.



Oto trzy cienie pewnej figury. Jak ona wygląda?



Znów dwie figury, z których każda rzuca z trzech kierunków prostopadłych jednakowe cienie. Jakie to figury?



A na zakończenie znów figura o trzech różnych cieniach. Jaka?



Małą Deltę przygotowali Marek KORDOS i Tadeusz WOJSZCZ

wydział ramki

	Styczeń	Luty	Marzec	Kwiecień	Maj	Czerwiec
6	13 20 27	3 10 17 24	3 10 17 24 31	7 14 21 28	5 12 19 26	2 9 16 23 30
7	14 21 28	4 11 18 25	4 11 18 25	1 8 15 22 29	6 13 20 27	3 10 17 24
1	8 15 22 29	5 12 19 26	5 12 19 26	2 9 16 23 30	7 14 21 28	4 11 18 25
2	9 16 23 30	6 13 20 27	6 13 20 27	3 10 17 24	1 8 15 22 29	5 12 19 26
3	10 17 24 31	7 14 21 28	7 14 21 28	4 11 18 25	2 9 16 23 30	6 13 20 27
4	11 18 25	1 8 15 22	1 8 15 22 29	5 12 19 26	3 10 17 24 31	7 14 21 28
5	12 19 26	2 9 16 23	2 9 16 23 30	6 13 20 27	4 11 18 25	1 8 15 22 29

Każdy, kto zainteresował się problemem, jaka jest geometria otaczającej nas rzeczywistości, stwierdza, że chyba nie ma tu jasności — w różnych gałęziach fizyki i astronomii przyjmuje się różne odpowiedzi na to pytanie. Czy więc mamy do czynienia z bałaganem metodologicznym? A może kiedyś „w końcu” okaże się, jaka odpowiedź jest prawdziwa? Tylko co się wtedy stanie z gałęziami, w których założono inne geometrie?

Na problem można też spojrzeć od innej strony. Matematycy tworzący poszczególne geometrie skądś przecież brali intuicje każące im przyjmować takie, a nie inne założenia. Czy to możliwe, aby te intuicje były całkiem rozbieżne?

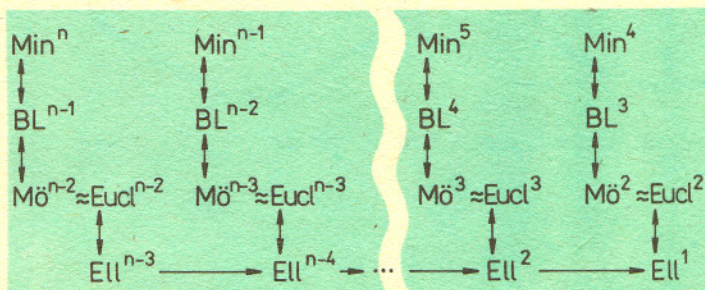
Jednym ze sposobów rozstrzygnięcia nasuwających się wątpliwości jest zbadanie wzajemnych związków między różnymi geometriami. Związków takich jest bardzo wiele, a więc badacz ma tu możliwość zastanowienia się, które z nich są najbardziej istotne.

Oto przykład. Weźmy pod uwagę n -wymiarową przestrzeń Minkowskiego Min^n (czyli czasoprzestrzeń — dla prostoty można na początek przyjąć $n = 4$). I zwróćmy uwagę nie na „samą” przestrzeń, a na kierunki w tej przestrzeni. Okaże się wówczas, że owe kierunki tworzą $(n-1)$ -wymiarową przestrzeń Bolyai-Łobaczewskiego BL^{n-1} . Wyjaśnienia wymaga słowo „tworzą”. Otóż kierunki prostych traktujemy jako punkty nowej przestrzeni, wszystkie kierunki danej płaszczyzny to nowa prosta itd. Nowy punkt leży na nowej prostej, gdy na starej płaszczyźnie była stara prosta mająca jako kierunek ten nowy punkt itd. Dwie nowe proste są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy wyznaczające je stare płaszczyzny są prostopadłe (w starym sensie) itd. Warto tu zwrócić uwagę na fakt, że nie tyle *uzyskujemy* z n -wymiarowej czasoprzestrzeni $(n-1)$ -wymiarową przestrzeń Bolyai-Łobaczewskiego, co raczej ona tam *jest* — nic przecież nie konstruowaliśmy ani nie zmieniali.

Podany przykład jest jeszcze ciekawszy, niż mogłoby to wynikać z powyższego. Przytoczone twierdzenie można bowiem odwrócić. Jeśli kierunki n -wymiarowej przestrzeni tworzą $(n-1)$ -wymiarową przestrzeń Bolyai-Łobaczewskiego, to przestrzeń ta jest przestrzenią Minkowskiego.

Rzecz byłaby tylko ciekawostką, gdyby nie fakt, że takich zależności jest więcej. Kierunki n -wymiarowej przestrzeni Bolyai-Łobaczewskiego tworzą $(n-1)$ -wymiarową przestrzeń Möbiusa $Mö^{n-1}$, a n -wymiarowa przestrzeń, której kierunki tworzą $(n-1)$ -wymiarową przestrzeń Möbiusa, jest przestrzenią Bolyai-Łobaczewskiego. Kierunki n -wymiarowej przestrzeni euklidesowej $Eucl^n$ tworzą $(n-1)$ -wymiarową przestrzeń eliptyczną Ell^{n-1} , a n -wymiarowa przestrzeń, której kierunki tworzą $(n-1)$ -wymiarową przestrzeń eliptyczną, jest przestrzenią euklidesową.

Uwzględniając fakt, że przestrzeń Möbiusa jest tylko innym opisem przestrzeni euklidesowej, oraz fakt, że każda hiperpłaszczyzna przestrzeni eliptycznej jest też przestrzenią eliptyczną, otrzymujemy piękną tabelkę



W szczególności wynika z niej, że w n -wymiarowej przestrzeni Minkowskiego w naturalny sposób mieszczą się wszystkie przestrzenie Minkowskiego do wymiaru 4, wszystkie przestrzenie Bolyai-Łobaczewskiego od wymiaru $n-1$ do wymiaru 3, wszystkie przestrzenie euklidesowe (czy Möbiusa) od wymiaru $n-2$ do wymiaru 2 i wszystkie przestrzenie eliptyczne od wymiaru $n-3$ do wymiaru 1. A przecież taką tabelkę na pewno można jeszcze uzupełnić i rozbudować.

Wyciągnięcie stąd wniosku, że nie ma różnych geometrii, a jest jedna, którą po prostu oglądamy z różnych stron i na różnym poziomie ogólności, mogłoby się wydawać przedwczesne, gdyby nie fakt, że można już wskazać konkretne sytuacje fizyczne, gdzie fragmenty przytoczonej tabelki realizują się. W doświadczeniu polegającym na zbadaniu, w jaki sposób bardzo szybko poruszający się elektron (co najlepiej opisać w czasoprzestrzeni Minkowskiego) odtwarza swoje pole po gwałtownej zmianie kierunku, jako naturalny otrzymujemy opis używający trójwymiarowej geometrii Bolyai-Łobaczewskiego.

A więc jednak!

6	13	20	27																					
5	12	19	26																					
4	11	18	25																					
3	10	17	24	31																				
2	9	16	23	30																				
1	8	15	22	29																				
7	14	21	28																					
7	14	21	28																					
6	13	20	27																					
5	12	19	26																					
4	11	18	25																					
3	10	17	24	31																				
2	9	16	23	30																				
1	8	15	22	29																				
7	14	21	28																					
6	13	20	27																					
5	12	19	26																					
4	11	18	25																					
3	10	17	24	31																				
2	9	16	23	30																				
1	8	15	22	29																				
7	14	21	28																					
6	13	20	27																					
5	12	19	26																					
4	11	18	25																					
3	10	17	24	31																				
2	9	16	23	30																				
1	8	15	22	29																				

Nie różne, a jedna

W artykule użyte są nazwy Min^n , BL^n , $Mö^n$, $Eucl^n$ i Ell^n . Z nich tylko $Eucl^n$, czyli przestrzeń euklidesowa, jest powszechnie znana. Oto modele pozostałych przestrzeni dla $n = 2$ w przestrzeni euklidesowej.

Model Min^2 na płaszczyźnie euklidesowej ma wszystkie euklidesowe punkty i proste jako swoje punkty i proste. Inną od euklidesowej prostotałość uzyskuje się przez wyróżnienie dwóch euklidesowo prostopadłych prostych k i l , oraz umowę, że k' jest prostopadła do l' wtedy i tylko wtedy, gdy euklidesowe dwusieczne utworzonych przez nie kątów są równoległe do k i l .

Model Min^3 uzyskuje się w przestrzeni euklidesowej analogicznie, z tym że wyróżnia się nie dwie proste, a tworzące pewnego (dowolnie obranego) stożka o przymyśle kącie rozwarcia. Itd.

Model BL^2 na płaszczyźnie euklidesowej ma jako punkty punkty euklidesowego koła otwartego, a jako proste — otwarte cięciwy tego koła. Dwie takie cięciwy uważamy za prostopadłe, gdy przedłużenie jednej z nich przechodzi przez punkt przecięcia stycznych w końcach drugiej.

Model BL^3 uzyskuje się analogicznie z kuli euklidesowej. Styczne zastępują tu stożek styczny. Itd.

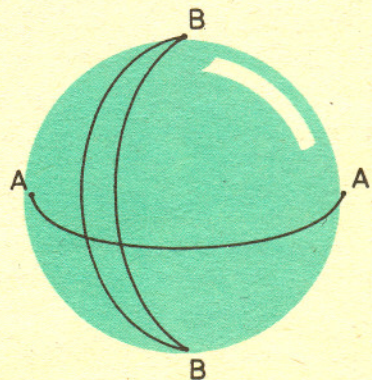
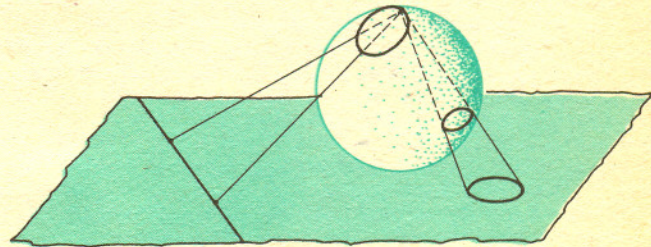
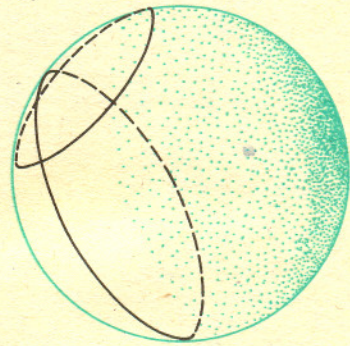
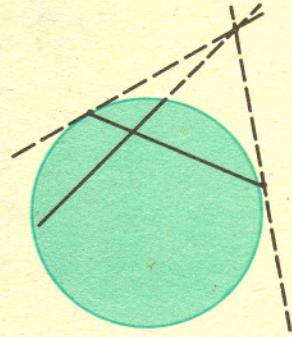
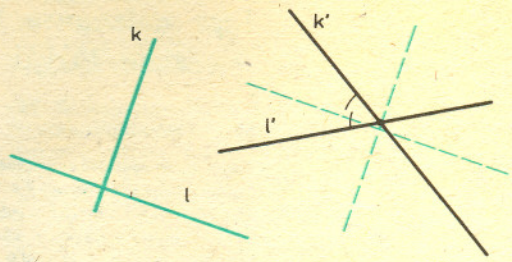
Model $Mö^2$ na dwuwymiarowej sferze w przestrzeni euklidesowej ma jako punkty punkty tej sfery, a jako proste — wszystkie okręgi na sferze. Gdy takie okręgi są euklidesowo prostopadłe, uważamy je za proste prostopadłe.

Przez rzut stereograficzny na płaszczyznę styczną do sfery uzyskujemy płaszczyznę euklidesową z jej wszystkimi prostymi i okręgami.

Model $Mö^n$ uzyskuje się w pełni analogicznie na n -wymiarowej sferze.

Model Ell^2 na domkniętej półsfery w przestrzeni euklidesowej ma jako punkty punkty tej półsfery, z tym że punkty antypodyczne brzegu półsfery utożsamiamy. Prostymi są półokręgi wielkie (wobec poprzedniej umowy są to więc krzywe zamknięte). Proste te uważamy za prostopadłe, gdy prostopadłe są te euklidesowe półokręgi.

Model Ell^n uzyskuje się w pełni analogicznie na n -wymiarowej półsfery.



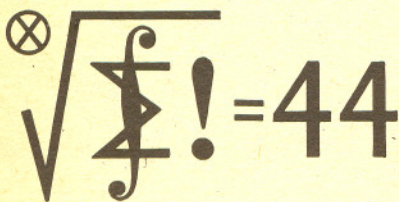


Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: Klub 44 M lub Klub 44 F. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązanie tego zadania, a N — liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (M lub F) — i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (M lub F), zostaje on członkiem Klubu 44, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo — to tytuł Weterana.

Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 1/1985.

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 1986



Zadania z matematyki nr 121, 122

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

121. W przestrzeni dany jest trójkąt ABC . Gdzie należy umieścić wierzchołek D czworościanu $ABCD$, by czworościan ten miał zadaną objętość V i minimalne pole powierzchni?

122. Znaleźć wszystkie funkcje $f: N \rightarrow R$ mające skończoną granicę $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ oraz spełniające warunek $f(xy) = f(x) + f(y)$

dla każdej pary liczb naturalnych x, y względnie pierwszych.

Zadanie 122 przysłał pan Sławomir Solecki z Ostrowa Wielkopolskiego.

Rozwiązania zadań z numeru 8/1985

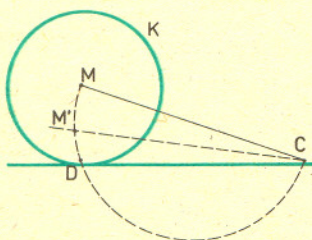
Przypominamy treść zadań:

113. W przestrzeni dana jest płaszczyzna π oraz dwa punkty A i B leżące poza tą płaszczyzną, po tej samej jej stronie. Niech Z będzie zbiorem tych punktów M , dla których istnieje sfera o środku M , przechodząca przez A i B , styczna do π . Udowodnić, że Z jest elipsą lub parabolą.

114. Dany jest ciąg liczb $a_n > 0$. Niech $x_n = (a_1 a_2 \dots a_n)^{1/n}$. Dowieść, że $a_{n+1} + \dots + a_{n+m} \geq (n+m)x_{n+m} - nx_n$ dla dowolnych liczb naturalnych n, m .

113. Zauważmy, że środek każdej sfery przechodzącej przez punkty A i B musi należeć do płaszczyzny symetrycznej odcinka \overline{AB} . Oznaczmy tę płaszczyznę przez σ . Dalsze rozważania ograniczymy do punktów $M \in \sigma$. Niech M będzie dowolnym punktem płaszczyzny σ , a M' jego rzutem na płaszczyznę π i niech S będzie sferą o środku M , przechodzącą przez A i B . Punkt M należy do zbioru Z wtedy i tylko wtedy, gdy M' należy do S . Rozróżnimy dwa przypadki:

1° Prosta AB jest nierównoległa do płaszczyzny π i przecina π w punkcie C . Punkt C leży poza odcinkiem \overline{AB} , a więc na zewnątrz sfery S . Zatem jeśli $M' = C$, to $M \notin Z$. Załóżmy więc w dalszym ciągu, że $M' \neq C$. Weźmy pod uwagę okrąg K otrzymany w przekroju sfery S płaszczyzną CMM' .

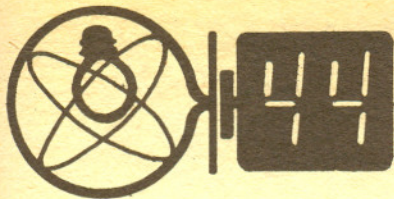


Poprowadźmy z punktu C półprostą CD' styczną do K , po tej samej stronie prostej CM , co punkt M' ; niech D będzie punktem styczności. Zachodzi wzór: $CD^2 = CA \cdot CB$. Kąty CDM i $CM'M$ są proste, zatem punkty D i M' leżą na półokręgu o

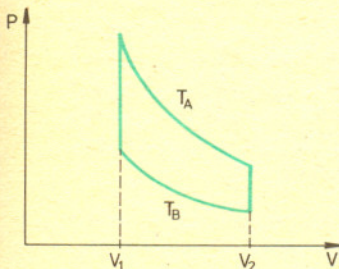
średnicy \overline{CM} . Stąd wynikają równoważności: $M \in Z \Leftrightarrow M' \in S \Leftrightarrow M' \in K \Leftrightarrow M' = D \Leftrightarrow CM' = CD \Leftrightarrow CM' = \sqrt{CA \cdot CB} \Leftrightarrow$ punkt M należy do powierzchni bocznej walca o osi prostopadłej do π , przechodzącej przez C , o promieniu $\sqrt{CA \cdot CB}$. Ponieważ uwagę ograniczyliśmy do punktów płaszczyzny σ , więc Z jest w tym przypadku częścią wspólną tej płaszczyzny i wzmiankowanej powierzchni walca. Oś walca nie jest równoległa do σ , wobec czego zbiór Z jest elipsą.

2° Prosta AB jest równoległa do π . Płaszczyzny π i σ są prostopadłe. Oznaczmy środek odcinka \overline{AB} przez E , a długość tego odcinka przez $2d$. Teraz mają miejsce równoważności: $M \in Z \Leftrightarrow M' \in S \Leftrightarrow MM' = MA \Leftrightarrow (MM')^2 = ME^2 + d^2$. Oczywiście MM' jest odległością punktu M od płaszczyzny π , czyli odległością M od prostej λ będącej krawędzią przecięcia płaszczyzn π i σ . Zatem w tym przypadku Z jest zbiorem tych punktów płaszczyzny σ , których kwadraty odległości od ustalonego punktu i ustalonej prostej (punktu E i prostej λ) różnią się o wielkość stałą (o d^2). Taki zaś zbiór jest parabolą, co można łatwo wykazać metodą geometrii analitycznej: przyjmując (na płaszczyźnie σ) prostą λ za oś Ox i prowadząc oś Oy przez punkt E , tak, że $E = (0, b)$, widzimy, że zbiór Z jest opisany równaniem $y^2 = x^2 + (y-b)^2 + d^2$, czyli równaniem $2by = x^2 + b^2 + d^2$; jest więc istotnie parabola.

114. Pokażemy, że dla każdego k jest $a_k \geq kx_k - (k-1)x_{k-1}$; sumując po k od $n+1$ do $n+m$ otrzymamy stąd tezę zadania. Ponieważ $x_k^k = x_{k-1}^{k-1} a_k$, więc nierówność, którą mamy udowodnić, przybiera postać $x_k^k x_{k-1}^{-(k-1)} \geq kx_k - (k-1)x_{k-1}$, a po podzieleniu stronami przez x_{k-1} — postać $t^k \geq kt - (k-1)$, gdzie przez t oznaczyliśmy stosunek x_k/x_{k-1} . Należy więc wykazać, że nieujemne jest wyrażenie $w = t^k - kt + k - 1 = t^k - (k-1)t - t + k - 1 = (t^k - t) - (t-1)(k-1) = (t-1)((t^{k-1} + t^{k-2} + \dots + t) - (k-1))$. Oba czynniki otrzymanego iloczynu są liczbami tego samego znaku (dodatnie dla $t > 1$, ujemne dla $t < 1$, zero dla $t = 1$). Stąd $w \geq 0$.



Rys. 3



Rozwiązania zadań z numeru 8/1985

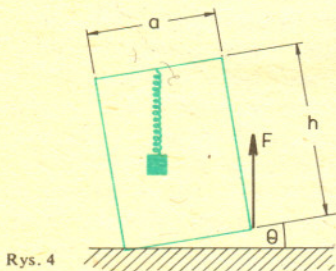
Przypominamy treść zadań:

11. W środku prostopadłościennego gablotki znajduje się przedmiot z cennego kruszcu, zawieszony na lekkiej, wiotkiej sprężynie, która jest zaczepiona do górnej ścianki. Zaproponować metody doświadczalne wyznaczenia masy tego przedmiotu, które by wykluczały jego zetknięcie się ze ściankami gablotki. Wszystkie ścianki są wykonane z takiej samej przezroczystej płyty, gęstość kruszcu nie jest znana.

12. Przyjmując, że potencjał górnej warstwy atmosfery, na wysokości 50 km, wynosi względem powierzchni Ziemi +400 kV, a pionowy gradient potencjału przy powierzchni Ziemi ma średnią wartość 100 V/m, obliczyć przybliżone wartości całkowitego ładunku elektrycznego kuli ziemskiej oraz całkowitego ładunku zawartego w atmosferze ziemskiej, podać znaki tych ładunków. Promień Ziemi wynosi 6400 km.

11. Spośród możliwych metod najprostsza wydaje się metoda statyczna, która polega na pomiarze siły F utrzymującej w stanie równowagi gablotkę podpartą na jednej krawędzi i wychyloną o kąt θ względem pionu (rys. 4). Oznaczając przez M i m odpowiednio masę gablotki oraz zawieszzonego w niej przedmiotu, a ponadto przez a i h boki gablotki, jak na rysunku, i przez g przyspieszenie ziemskie — wyprowadzamy z prostej analizy momentów sił (przy założeniu, że środek ciężkości gablotki pokrywa się z jej środkiem geometrycznym i że przedmiot nie styka się z jej ściankami) wzór na tę siłę

$$F = \frac{1}{2}(M+m)g - \frac{h}{a}\left(\frac{M}{2} + m\right)g \operatorname{tg}\theta.$$



Rys. 4

Zależność ta ma charakter liniowy: $F = A - B \operatorname{tg}\theta$. Na podstawie określonych doświadczalnie współczynników A i B wyznaczamy $m = \frac{2}{g}\left(\frac{a}{h}B - A\right)$.

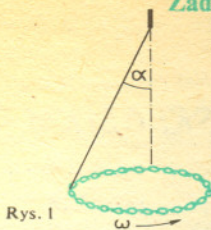
W metodzie dynamicznej na gablotkę zawieszoną na linie o długości $L \gg h$ działa się poziomą siłą F . Dla odpowiednio małego wychylenia x z położenia początkowego, spełniającego

warunek $\frac{x}{L} \ll \frac{F}{mg}$, uzyskane przez gablotkę przyspieszenie jest

równe $a = \frac{F}{M}$. Znając $M+m$ (z ważenia), możemy więc

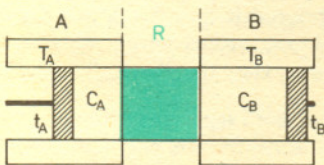
wyznaczyć m .

Istnieją też metody wykorzystujące drgania przedmiotu na sprężynie lub też wymuszone drgania gablotki (o innej częstotliwości) ze spoczywającym wewnątrz przedmiotem.



Rys. 1

Rys. 2



19. Zamknięty metalowy łańcuszek, połączony lekką nicią z pionową wirującą osią, wiruje z prędkością kątową ω przyjmując kształt kołowy jak na rysunku 1. Nić tworzy przy tym kąt α z pionem. Znaleźć odległość między środkiem ciężkości łańcuszka a osią obrotu.

20. W maszynie cieplnej przedstawionej schematycznie na rysunku 2 zachodzi proces kołowy składający się z dwóch przemian izotermicznych i dwóch przemian izochorycznych (rys. 3). Dwie części tej maszyny (oznaczone przez A i B) utrzymywane są w stałych temperaturach — odpowiednio T_A i T_B ($T_A > T_B$). Pomiędzy nimi znajduje się część pośrednia R , przez którą może przepływać z cylindra C_A do cylindra C_B lub odwrotnie stosowany jako ciało robocze gaz doskonały. Opisać funkcję, jaką spełnia w maszynie część R i podać, jakie powinna mieć ona cechy (jak może być zbudowana), aby funkcja ta była spełniana w sposób możliwie optymalny, tj. zapewniający sprawność maszyny zbliżoną do teoretycznej. Opisać ruchy tłoków t_A i t_B i ich wzajemną korelację konieczną do zapewnienia tłażania maszyny zgodnego z podanym cyklem (a) podczas pracy maszyny jako silnika cieplnego oraz (b) podczas pracy maszyny jako pompy cieplnej.

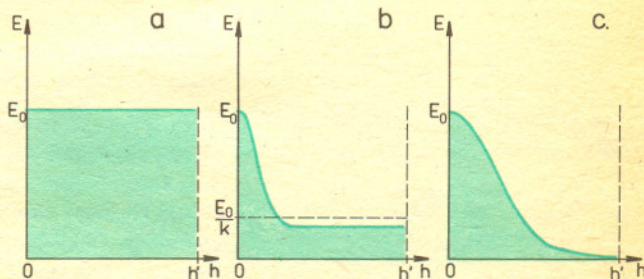
12. Traktujemy Ziemię jako kulę o promieniu R . Ładunek Ziemi obliczony na podstawie prawa Gaussa wynosi

$$|Q_z| = \epsilon_0 4\pi R^2 E_0 \approx 5 \cdot 10^5 \text{C};$$

E_0 jest tu (średnim) natężeniem pola elektrycznego przy powierzchni Ziemi, równym pionowemu gradientowi potencjału, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$ oznacza przenikalność elektryczną próżni. Ponieważ potencjał elektryczny nad powierzchnią Ziemi rośnie, znak ładunku Ziemi jest ujemny.

W celu wyznaczenia ładunku zawartego w atmosferze ziemskiej zauważmy, że potencjał na wysokości h' nad powierzchnią Ziemi — przy założeniu, że pole elektryczne ma kierunek pionowy, a jego wartość na wysokości h jest $E(h)$ — wynosi

$$V = \int_0^{h'} E(h) dh,$$



Rys. 5

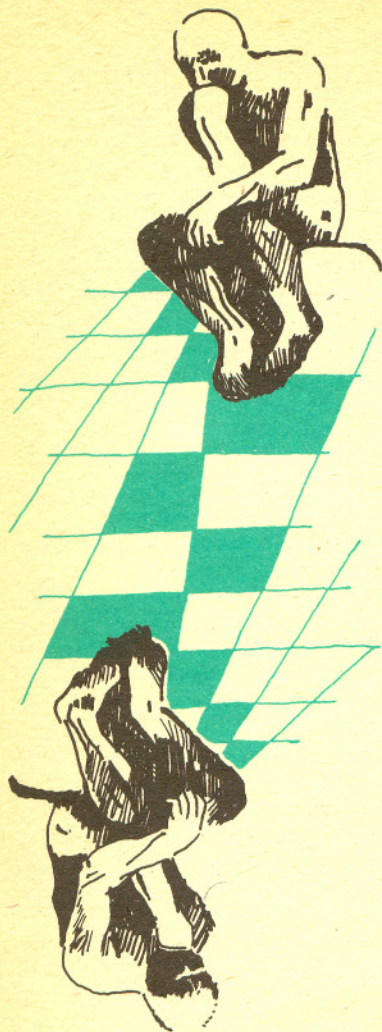
czemu graficznie odpowiada pole pod wykresem funkcji $E(h)$ (rys. 5). Gdyby atmosfera była pozbawiona ładunku, strumień pola elektrycznego przez powierzchnie sferyczne o promieniu $R+h$, współśrodkowe z kulą ziemską, byłby stały. Dla $h \ll R$ zachodziłoby więc $E(h) = E_0$ i w konsekwencji byłoby $V = E_0 h' = 5 \cdot 10^5 \text{V}$ (rys. 5a). Ponieważ podana w zadaniu wartość potencjału V jest $k = 12,5$ razy mniejsza, pole pod krzywą $E(h)$ musi być też k razy mniejsze. Wymaga to przyjęcia, że w atmosferze istnieje ładunek dodatni. Przy dodatkowym założeniu, że na żadnej wysokości h nie ma ładunku ujemnego, funkcja $E(h)$ jest monotoniczna, co prowadzi do wniosku $0 < E(h) < E_0/k$ (rys. 5b, c). Oznaczając ładunek atmosfery przez Q_a otrzymujemy zatem z prawa Gaussa

$$0 < |Q_z + Q_a| < |Q_z|/k, \text{ a stąd } \frac{k-1}{k} |Q_z| < Q_a < |Q_z|.$$

Stwierdzamy więc, że dodatni ładunek zawarty w atmosferze jest w przybliżeniu równy ujemnemu ładunkowi Ziemi.

Uwaga: przy wyprowadzeniu wzoru (*) przyjęto, że punkt zaczepienia sprężyny znajduje się na środku górnej ścianki, ewentualne odstępstwo od tego położenia — wobec możliwości zmierzenia odległości — daje się łatwo uwzględnić.

Dr Jerzy KOWALSKI-GLIKMAN



W 1983 roku, po kilkuletnich przygotowaniach, przeprowadzona została w CERNie w Genewie seria doświadczeń, których celem było znalezienie eksperymentalnego potwierdzenia teorii oddziaływań elektroslabych (teorii Weinberga-Salama). Owocem tych doświadczeń było nie tylko odkrycie tzw. bozonów pośrednich W^\pm i Z^0 (w których istnienie nikt już zresztą nie wątpił, jako że teoria Weinberga-Salama została potwierdzona pośrednio już kilka lat temu), ale również, jak to często bywa, zaobserwowanie nowych efektów. Stanowią one, być może, potwierdzenie istnienia w przyrodzie zjawisk postulowanych przez jakościowo nowe modele teoretyczne zwane teoriami supersymetrycznymi. Wspólną cechą tych teorii jest to, że są one niezmiennicze względem nowej klasy transformacji zwanych supersymetrijami.

Zanim przejdziemy do opisu teorii supersymetrycznych, zastanówmy się przez chwilę nad rolą symetrii w fizyce. Symetrią teorii fizycznej nazywamy niezmienniczość tej teorii względem pewnej klasy transformacji działających na obiekty przez nią opisywane (układy cząstek lub pól). Zazwyczaj transformacje te mają matematyczną strukturę grupy — dlatego też mówimy o grupie transformacji lub grupie symetrii.

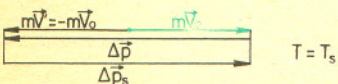
Znane dotychczas symetrie można podzielić na dwie klasy: symetrie czasoprzestrzenne i tzw. symetrie wewnętrzne. Do pierwszej grupy należą na przykład transformacje Galileusza, które nie zmieniają postaci równań Newtona, lub transformacja Lorentza występująca w mechanice relatywistycznej. Przykładem symetrii wewnętrznych mogą być symetrie cechowania elektrodynamiki. Wiadomo na przykład, że do potencjału pola elektrostatycznego można zawsze dodać dowolną stałą (przyjmuje się zazwyczaj, że jest ona tak dobrana, aby potencjał od ograniczonego rozkładu ładunków dążył do zera w nieskończoności). Symetrie cechowania odgrywają wielką rolę w tzw. teoriach pól Yanga-Millsa, które opisują oddziaływania elektroslabe i silne cząstek elementarnych. Odkrywanie nowych symetrii prowadzi często do ważnych odkryć fizycznych. Przykładem może tu być odkrycie szczególnej teorii względności, którą Einstein znalazł szukając mechaniki niezmienniczej względem transformacji Lorentza. To i wiele innych odkryć fizyki XX wieku było źródłem hipotezy, że im bardziej elementarny jest poziom badanych zjawisk, tym „większą symetrię” ma teoria je opisująca. Dlatego też odkrycie nowej klasy symetrii jest źródłem nadziei na zbudowanie teorii opisujących bardziej elementarny poziom zjawisk lub nawet teorii zuniifikowanej wszystkich oddziaływań cząstek elementarnych. Źródłem olbrzymiego w ostatnich latach zainteresowania teoriami supersymetrycznymi, szczególnie teorią supergrawitacji, jest to, że istnieją przesłanki wskazujące, iż teorie te mogą być kandydatami do miana teorii unifikacyjnych.

Aby opisać treść fizyczną supersymetrii, przypomnijmy kilka podstawowych pojęć z teorii cząstek elementarnych. Jak wiadomo, cząstki występujące w przyrodzie można podzielić na dwie klasy: bozony (nośniki oddziaływań grawitacyjnych, elektroslabych i silnych oraz tzw. cząstki Higgsa) i fermiony (kwarki i leptony). Supersymetria jest symetrią, która miesza bozony i fermiony. Dokładniej — w teorii supersymetrycznej każda cząstka bozonowa ma fermionowego partnera i dlatego liczba bozonów i fermionów w takiej teorii jest taka sama. Okazuje się ponadto, że wszystkie cząstki opisywane przez teorię supersymetryczną muszą mieć równe masy. Te dwa fakty zachodzące dla dowolnego supersymetrycznego modelu mają bardzo duże znaczenie dla fenomenologii cząstek elementarnych. Wynika z nich na przykład, że superpartnerem fotonu musi być bezmasowy fermion. Ale w przyrodzie nie ma takiej cząstki (neutrino z pewnych powodów nie pasuje), co oznacza, że nawet jeśli supersymetria jest symetrią przyrody, to jest ona ukryta przy energiach dostępnych w doświadczeniach akceleratorowych. Aby wyjaśnić dokładniej pojęcie ukrytej symetrii, wyobraźmy sobie ruch cząstki w potencjale przedstawionym na rysunku. Potencjał $V(x)$ jest parzysty ($V(x) = V(-x)$), ale cząstka o energii $E_1 < V_0$ może poruszać się tylko pomiędzy x_1 i x_2 i „nie czuje” symetrii potencjału — mówimy: symetria jest złamana. Z drugiej strony ruch cząstki o energii $E_2 > V_0$ jest zgodny z symetrią $x \rightarrow -x$. Tak więc symetria układu jest ukryta, jeśli energia cząstki jest odpowiednio mała. Można przypuszczać, że podobnie rzecz się ma z supersymetrią. Okazuje się, że jeśli jest ona złamana poniżej pewnej charakterystycznej energii (odpowiednik wysokości bariery V_0), to dla niskich energii część cząstek początkowo bezmasowych otrzymuje masy rzędu tej skali. Masy te w zależności od przyjętego modelu mogą wahać się od 10 do 10^{19} GeV (acz w modelach, które uchodzą za realistyczne, przynajmniej część supercząstek powinna mieć masy nie większe od 100—1000 GeV). Tak więc zjawiska supersymetryczne mogą znajdować się na granicy aktualnych możliwości obserwacyjnych.

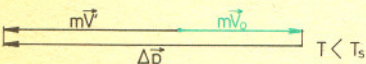
Ze wszystkich teorii supersymetrycznych największe nadzieje wiąże się z supersymetryczną teorią grawitacji — supergrawitacją. W teorii tej obok nośnika pola grawitacyjnego (grawitonu)



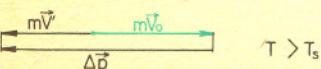
Rozwiązanie zadania F 187. Gdy temperatura gazu T jest równa temperaturze ścianek T_s , przy zderzeniach ze ściankami energia kinetyczna cząstek średnio nie ulega zmianie, a pęd zmienia tylko kierunek.



Gdy ścianka jest cieplejsza, gaz ogrzewa się, co oznacza, że średnio prędkość cząsteczki po odbiciu od ścianki jest większa niż przed odbiciem. W porównaniu z sytuacją równowagową większy jest teraz średni pęd przekazywany ściance, a więc i ciśnienie.



W przypadku chłodzenia gazu ciśnienie będzie mniejsze.



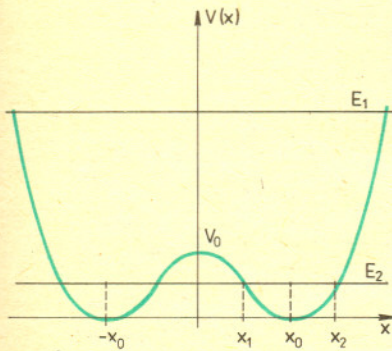


istnieją jego partnerzy supersymetryczni (grawitina) oraz inne pola, których interpretacja niskoenergetyczna nie jest jasna. Istnieje dokładnie 8 różnych teorii supergrawitacji: można je charakteryzować liczbą N równą liczbie grawitin ($1 \leq N \leq 8$, a dla $N = 0$ supergrawitacja jest równoważna ogólnej teorii względności Einsteina). Supergrawitacja jest teorią atrakcyjną z wielu powodów. Jest ona pierwszym znanym przykładem teorii zawierającej grawitację, którą (prawdopodobnie) można skwantować. We wszystkich znanych dotychczas modelach teorii grawitacji pojawia się problem tzw. renormalizowalności. W dużym uproszczeniu polega on na tym, że w teoriach tych po skwantowaniu pojawiają się wyrażenia nieskończone. Istnieje przypuszczenie, że w teoriach supergrawitacji, ze względu na symetrie, współczynniki przy nieskończonych wkładach od bozonów i fermionów mają równe wartości i przeciwne znaki i w efekcie kasują się. Ponieważ wierzymy w istnienie spójnej, kwantowej teorii grawitacji, byłby to silny argument za przyjęciem supergrawitacji.

Drugim powodem nadziei związanych z teorią supergrawitacji jest możliwość unifikacji w jej ramach wszystkich znanych oddziaływań. Najbardziej atrakcyjna jest w tym kontekście maksymalna, zawierająca 8 grawitin teoria supergrawitacji. Zawiera ona tylko dwa dowolne parametry, które muszą być znalezione doświadczalnie (co jest olbrzymim postępem w stosunku do teorii wielkich unifikacji oddziaływań elektrosłabych i silnych, która ma ponad 20 takich parametrów), a mianowicie stałą grawitacyjną i uogólnienie ładunku elementarnego. Co najważniejsze, teoria ta unifikuje w sposób naturalny grawitację i inne oddziaływania cząstek elementarnych.

Charakterystyczną skalą energii dla tej teorii (odpowiednik wysokości bariery V_0 na rysunku) jest tzw. masa Plancka — wielkość o wymiarze energii zbudowana ze stałej grawitacyjnej (bo mamy grawitację), stałej Plancka i prędkości światła (teoria jest kwantowa i relatywistyczna), wynosząca 10^{19} GeV. Przypuszcza się, że poniżej tej skali supersymetria zostaje złamana (przynajmniej częściowo), a oddziaływanie grawitacyjne staje się zaniedbywalnie małe w porównaniu z innymi oddziaływaniami cząstek elementarnych. Łamanie supersymetrii prowadzi do pojawienia się olbrzymich mas grawitin, których w związku z tym nie obserwuje się w doświadczeniach akceleratorowych (jednak masywne grawitina mogą mieć duże znaczenie w kosmologii). Sądzi się ponadto, że obserwowane w przyrodzie cząstki nie są elementarne, a raczej, że są to obiekty złożone z podstawowych obiektów opisywanych w ramach supergrawitacji.

Należy jednak wyraźnie powiedzieć, że wszystkie powyższe stwierdzenia mają charakter wysoce spekulatywny. Niemniej odkrycie dowolnej supercząstki byłoby silnym argumentem na korzyść supergrawitacji. Jest ona bowiem najbardziej elegancką spośród teorii supersymetrycznych, a jak wiadomo, przyroda jest bardzo elegancka.



10. Transformacja Lorentza

Wróćmy do opisanego w części 2 zjawiska Dopplera. Jego relatywistyczną wersję przedstawia rysunek 10a, na którym zaznaczyliśmy tylko linie światła promieni świetlnych, źródła i obserwatora. Źródło emituje impulsy światła w odstępach czasu T_0 w punktach O, A, A_1, \dots , a detektor rejestruje je w punktach O, B, B_1, \dots w odstępach T . Nasze zadanie polega na znalezieniu związku między okresami T_0 i T .

Odcinek AG (rys. 10b) składa się ze zdarzeń równoczesnych z A w układzie źródła, a BK ze zdarzeń równoczesnych z B w układzie detektora. Prędkość względna źródła i detektora jest równa

$$v = \frac{X_G}{T_0} = \frac{X'_K}{T}$$

Z niezmienniczości interwału czasoprzestrzennego wynika, że

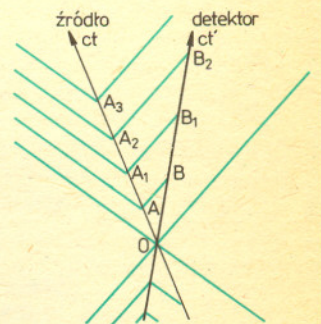
$$c^2 t_K^2 = c^2 T^2 - v^2 T^2,$$

a stąd $t_K/T = \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Podobnie otrzymujemy

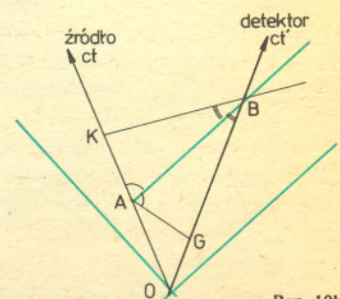
$$\frac{t_K}{T_0} = \frac{X_G + cT_0}{cT_0} = 1 + v/c$$

i z dwóch ostatnich równości:

$$(*) \quad \frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$$



Rys. 10a



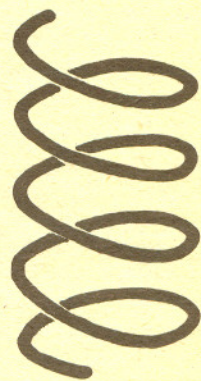
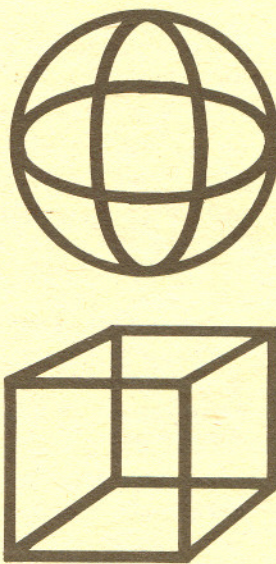
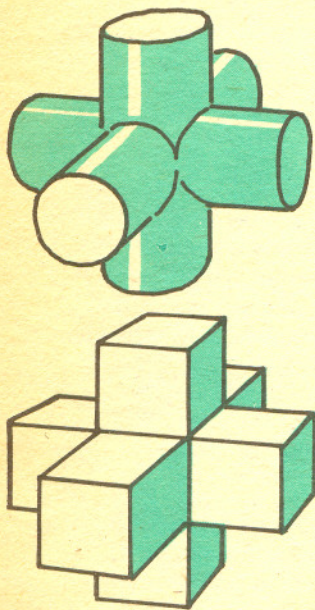
Rys. 10b



I tak minął rok i kto nie kleił mapy nieba co miesiąc, może teraz to zrobić za jednym zamachem mając już wszystkie (13) jej fragmenty. Kto ma komplet *Delty* z 1985 r., dysponuje też instrukcją sklejaną mapy zamieszczoną w numerze 1/1985, str. 16, ale na wszelki wypadek przypominamy ją w skrócie. Otóż, wpiery sklejamy wszystkie sektory ząbkami na zewnątrz i wzmacniamy linie sklejen dodatkowymi łukami naklejanymi na ząbki z obu stron. Podobnie wzmacniamy obrzeże całej czaszy — wzory łuków podane były również w *Delcie* 1/1985. Do chwili wyschnięcia spoeń wygodnie jest je przytrzymywać odpowiednią liczbą klamerek do wieszania bielizny. Na końcu wklejamy w pozostały otwór kołowy (okolobiegunowy) fragment mapy wzmocniony dodatkową warstwą kartonu. Należy tu zwrócić uwagę na właściwe ustawienie tego koła względem reszty czaszy, a zorientować się w tym można według granic gwiazdozbiorów i linii łączących gwiazdy.

Autorem mapy jest dr Tomasz CHLEBOWSKI

Rozwiązanie cieni



Na przykład te oba krzyżaki.

Helikoida (taka skrzyżowana wstążka).

Trzy prostopadłe okręgi i krawędzie sześciangu (z których kierunków należy oświetlić sześciang?).

Linia śrubowa.

Na relatywistyczne zjawisko Dopplera wpływ mają dwa czynniki: oddalanie się źródła od obserwatora oraz to, że odstęp czasu między dwoma zdarzeniami mierzony w układzie źródła jest inny niż w układzie obserwatora (dylatacja czasu). Przy małych prędkościach istotny jest tylko pierwszy czynnik (porównaj punkt 2). Przy dużych można tak wybrać warunki doświadczenia, żeby o zjawisku decydowała dylatacja czasu. Wystarczy, by prędkość źródła była prostopadła do kierunku obserwacji (tzw. poprzeczne zjawisko Dopplera).

Na zakończenie wyprowadzimy związek między współrzędnymi czasoprzestrzennymi w dwóch różnych inercjalnych układach odniesienia.

Dwaj obserwatorzy O i O' wyznaczają współrzędne zdarzenia A (rys. 10c) metodą opisaną w punkcie 4. Obserwator O wysyła w chwili t_1 sygnał świetlny, który jest rejestrowany przez O' w chwili t'_1 (według jego zegara) i biegnie dalej, aż do momentu odbicia (zdarzenie A). Obserwator O' rejestruje odbity sygnał w chwili t'_2 , a O w chwili t_2 . Ze wzoru (*) wynika, że

$$(**) \quad t'_1 = kt_1 \text{ i } t_2 = kt'_2, \text{ gdzie } k = \sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)}.$$

Obserwator O przypisze zdarzeniu A czas $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ i położenie $x = \frac{1}{2}(t_2 - t_1)c$, a obserwator

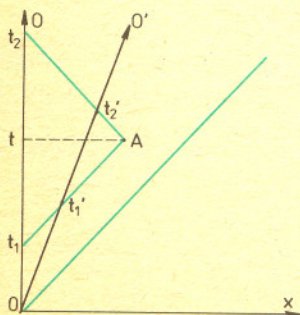
$$O' \text{ czas } t' = \frac{1}{2}(t'_1 + t'_2) \text{ i położenie } x' = \frac{1}{2}(t'_2 - t'_1)c.$$

Z równań (**) wynika poszukiwany związek między współrzędnymi (transformacja Lorentza):

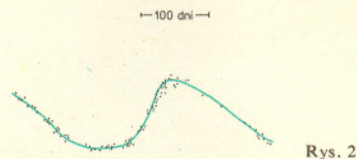
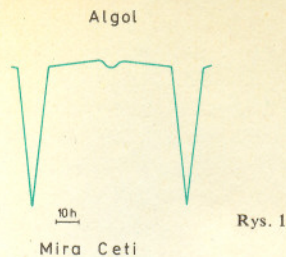
$$ct' = \frac{ct - \frac{v}{c}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Korzystając z tej transformacji można wyprowadzić wszystkie otrzymane przez nas uprzednio wnioski bez uciekania się do wykresów czasoprzestrzennych.

mgr Maciej JĘDRZEJCZAK



Rys. 10c



Tak się składa, że na ostatnim, grudniowym sektorze znajdują się dwie najatrakcyjniejsze gwiazdy zmienne: α Wieloryba, czyli *Mira Ceti* oraz β Perseusza, czyli Algol i dlatego chcemy tym razem zachęcić Was do obserwacji zmian jasności gwiazd. Jeśli poświęcicie choćby kilka godzin, możecie przekonać się naocznie, że gwiazdy rzeczywiście zmieniają swą jasność. Zacznijmy od Algola, którego okres zmian jasności wynosi 2,87 dnia (rys. 1), ale o którego zmienności można przekonać się w ciągu kilku godzin: w ciągu pięciu godzin przed minimum jego jasność spada ponad trzykrotnie. Przyczyną tego zjawiska w tym przypadku jest wzajemne zaćmiewanie się składników układu podwójnego.

Jak pisaliśmy w październikowym odcinku, najlepszym okresem do obserwacji komety Halleya jest okres około 10 stycznia. Proponujemy po zejściu komety Halleya w dniu 10 stycznia zwrócić uwagę właśnie na Algola: w ciągu kilku godzin dzielących nas od północy gwiazda ta będzie szybko słabnąć, na początku świecąc jaśniej niż bliska γ And, by około północy świecić znacznie słabiej niż δ Per, jedynie nieco jaśniej niż ϵ Cas. Odnajdźcie te gwiazdy wcześniej na niebie, żeby przekonać się, jak bardzo różnią się jasnością. Wszystkie zaznaczone są na mapie. Po północy proces ten odwróci się — Algol wróci do swej normalnej jasności. Może ktoś „odkryje” jakąś metodę oszacowania blasku i jego zmian i przyśle nam odpowiedni wykres?

Zupełnie inną gwiazdą jest leżąca niżej nad południowym horyzontem *Mira Ceti*. Przyczyną zmian jasności tej czerwonej gwiazdy są najprawdopodobniej pulsacje. Jej okres jest bardzo długi (w porównaniu do Algola) — wynosi około 11 miesięcy. Krzywa zmian jasności również jest inna (rys. 2). Szczęśliwie w grudniu i styczniu *Mira* osiąga maksimum blasku stając się najjaśniejszą gwiazdą w konstelacji Wieloryba. Za pół roku jej jasność będzie tak mała, że nie będzie mogła być dostrzeżona przez największe lunety amatorskie (poza tym Słońce będzie w sąsiednim gwiazdozbiornie Barana, co i tak uniemożliwi obserwacje). Jeszcze większą amplitudę zmian jasności (2,3 — 14,3 mag) i dłuższy okres (406,7 dnia) ma „letnia” gwiazda χ Cyg. Maksimum jasności osiągnie na początku czerwca, zmieniając wygląd tego gwiazdozbiornia tak, że bardziej będzie przypominał krzyż niż ptaka.

Czytelnikom, którym spodoba się ta zabawa, polecamy również pulsującą δ Cep (okres = 5,37 dnia) widoczną cały rok (nie porównujcie jej jasności z μ Cep, bo też jest zmienna, ale nieregularnie) oraz widoczną w lecie zaćmieniową β Lyr (okres = 12,91 dnia).