delta h=6,63·10⁻³⁴J·s ħ=3,14159

Dnia 9 lutego 1983 roku zmarł w Warszawie

Profesor MARIAN DANYSZ

wybitny fizyk i wychowawca
wielki człowiek

SPIS TREŚCI

NUMERU 4(112)

W następnym numerze:
Wymiar w topologii

UWAGA PRENUMERATORZY CZASOPISM

Informujemy P.T. Prenumeratorów indywidualnych, że został skrócony termin przyjmowania wpłat na konta bankowe administrujących przedsiębiorstw RSW na prenumeratę czasopism w 1983 r.
Termin przyjmowania wpłat na poszczególne okresy 1983 r. mija:
28 lutego — na II kwartał i dalsze okresy roku bieżącego,
31 maja — na III kwartał i II półrocze roku bieżącego,
31 sierpnia — na IV kwartał roku bieżącego.
Wpłaty na prenumeratę indywidualną na konta bankowe przedsiębiorstw RSW należy dokonywać wyłącznie w urzędach pocztowych nadawczo-oddawczych właściwych dla miejsca zamieszkania prenumeratora.

Na IV stronie okładki
sztych XIX-wieczny plamy na Słońcu

„Delta"
matematyczno-fizyczno-astronomiczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Polskiego Towarzystwa Astronomicznego wydawany przy poparciu Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Adres Redakcji
ul. Koszykowa 6a
00-564 Warszawa

Krajowe Wydawnictwo Czasopism
RSW „Prasa—Książka—Ruch"
ul. Noakowskiego 14
00-666 Warszawa
Nakład 50 000 egz. Objętość 2 ark. wyd; 2,50 ark. druk;
papier offsetowy V kl. 70 g.
Wydrukowano w drukarni im. Rewolucji Październikowej
Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 4053/83 M-10

WARUNKI PRENUMERATY

Cena prenumeraty rocznej zł 240,— cena prenumeraty półrocznej zł 120,—
1. dla osób prawnych — instytucji i zakładów pracy:
— instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miastach wojewódzkich i pozostałych miastach, w których znajdują się siedziby oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch", zamawiają prenumeratę w tych oddziałach,
— instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch" i na terenach wiejskich opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli.
2. dla osób fizycznych — indywidualnych:
— osoby fizyczne zamieszkałe na wsi i w miejscowościach, gdzie nie ma oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch", opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych i u doręczycieli,
— osoby fizyczne zamieszkałe w miastach — siedzibach oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch" opłacają prenumeratę w urzędach pocztowych przy użyciu „blankietu wpłaty" na rachunek bankowy: Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw w Warszawie, ul. Towarowa 28, nr konta NBP XV Oddział w W-wie Nr 1153-201045-139-11.
3. Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch", Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto NBP XV Oddział w W-wie Nr 1153-201045-139-11. Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleceniodawców indywidualnych i o 100% dla zlecających instytucji i zakładów pracy.

Termin przyjmowania prenumeraty:
— od prenumeratorów indywidualnych zamieszkałych w miastach siedzibach oddziałów RSW „Prasa — Książka — Ruch" — do dnia
28 lutego 1983 r. — na II kwartał i dalsze okresy roku bieżącego,
31 maja 1983 r. — na III kwartał i II półrocze roku bieżącego,
31 sierpnia 1983 r. — na IV kwartał roku bieżącego,
— od instytucji, zakładów pracy i prenumeratorów indywidualnych zamieszkałych na wsi i w małych miasteczkach do dnia 10 miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty.

Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

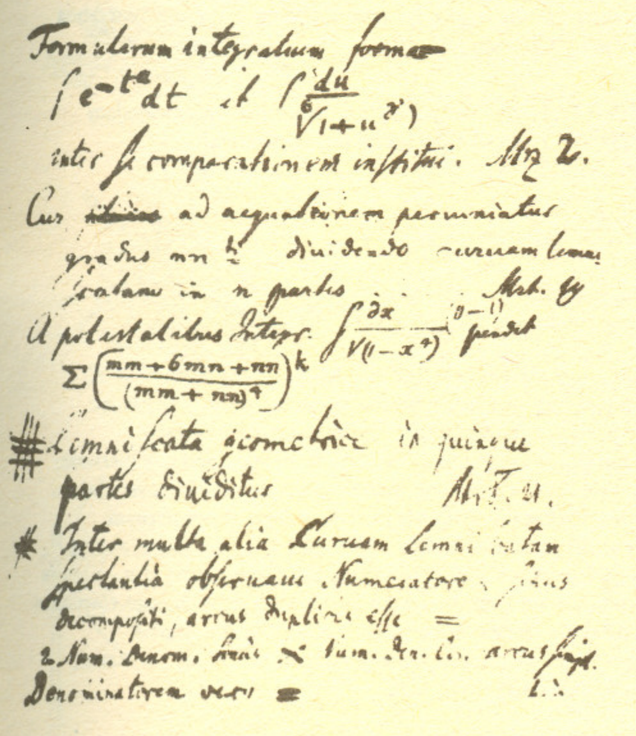
Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTĘ":
— w Księgarni Ośrodka Wydawnictw Naukowych PAN, Warszawa — Pałac Kultury,
— w Głównej Księgarni Naukowej, Warszawa — ul. Krakowskie Przedmieście 7,
— w Księgarni Ossolineum, Wrocław — Rynek 8,
— w Księgarni Naukowej, Kraków — Podwale 6.

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona" Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa, Poland or with
— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 München 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland,
— Earlcourt Publications Ltd., 130 Shepard Bush Centre, London W12, Great Britain,
— Licosa Commisionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia.

Cena 1 egzemplarza zł 20,— nr indeksu 35723/35550

Wiek XIX był stuleciem pary i elektryczności, nasze stulecie nie doczekało się jeszcze jednoznacznego określenia. Jedni uważają, że potomni będą od naszych czasów rozpoczynać liczenie Epoki Komputerów, drudzy — że wiek XX będzie w XXI nazwany stuleciem biologii, albo ogólniej — wiekiem nauki. Nie brak zresztą i poglądów skrajnych, uznających za najważniejsze fakty epoki różnego rodzaju gwałtowne wydarzenia.
Prestiż ludzi nauki jest w dalszym ciągu wysoki, choć określenie „uczony" trąci dziś myszką i wydaje się pretensjonalne. Mówi się raczej „naukowiec" lub najbezpieczniej „pracownik naukowy". Niektórzy z tych ostatnich starają się jak mogą obniżyć walor słowa „nauka". Starczy wspomnieć dość liczną kolekcję „sesji naukowych" na temat „Przejście PRL do fazy rozwiniętego budownictwa socjalistycznego", w które obfitował rok minus pierwszy (licząc od 1980).
Skąd jednak, z jakiego okresu historycznego może pochodzić wciąż powszechny autorytet uczonych? Nie z wieków średnich, ani nawet nie z wieku XVIII — wtedy nauka nie miała tak bezpośredniego wpływu na codzienne życie, a ludzi „oświeconych" było niewielu. Dopiero wiek XIX wraz z ekspansją terytorialną, kurczeniem się świata i prężnymi systemami gospodarczymi zrodził ludzi, którzy za swój jedyny sens przebywania na tej Ziemi widzieli twórczość naukową. Być może właśnie to podziwiali w nich drobni i grubi kapitaliści, być może uczeni imponowali im wiedzą i służyli im jak latarnia trzeźwemu (tj. do oświetlenia drogi), a nie jak pijanemu (tj. tylko jako podpora). Być może wreszcie pociągały ich wysokie wartości moralne społeczeństwa uczonych. To już temat dla socjologa.
Na naszych oczach nauka gwałtownie przyspiesza, a mimo rozlicznych kryzysów na badania naukowe wciąż łoży się niebagatelne sumy. A sami uczeni potrafią się dziś głośno skarżyć, że za mało zarabiają, że dawniej na ich stanowisku miało się prestiż, sławę i pieniądze, a dziś...
No tak, jak to dawniej bywało? W książce Ewy Curie o jej matce czytamy, że Piotr Curie będąc już światowej sławy fizykiem zarabiał mniej niż wykwalifikowany robotnik (a więc relacja jak dzisiaj). Nawet jednak najwybitniejszym uczonym dzisiaj nie wpadłoby do głowy to, co zrobili Piotr i Maria: sprowadzili *za własne pieniądze* z Czech smółkę uranową i w przeciekającej szopie po kilkudziesięciu miesiącach ciężkiej pracy fizycznej wyodrębnili nowy pierwiastek: rad.
Za takie zaangażowanie uczonych społeczeństwo niejako odpłacało się bezgraniczną wiarą w odkrycia naukowe, w to, że „nauka stanowi wartość pewną", że jest „potęgi kluczem". To zaś znów wpływało mobilizująco na uczonych i na zasadzie tego swoistego sprzężenia zwrotnego rosła ranga prawdziwej nauki.
Dziś ten sielankowy obrazek przybladł i poszarzał. Trochę winna temu jest sama nauka, coraz rzadziej orzekająca „jest tak a tak", a częściej „na ten temat najnowsza teoria głosi...". Jeżeli jednak teoria T jest dziś najnowsza i najlepsza, to jutro będzie nią S, a pojutrze jeszcze inna, więc najlepiej (myśli przeciętny obywatel) w żadną nie wierzyć. Może i tak być musi, od kiedy rzeczywiście zdaliśmy sobie sprawę, że w miarę rozwoju wiedzy pojawia się coraz więcej pytań bez odpowiedzi i zjawisk, które wymykają się teorii. Ale może szkoda, że coraz częściej słyszymy wypowiedzi: „Naukowiec? To zawód jak każdy inny", a coraz rzadziej trafiają się uczeni, którzy ten zawód traktują nie tylko jako sposób zarabiania pieniędzy. Autorytet, jakim wciąż cieszą się uczeni jest wyraźnie dziewiętnastowiecznego pochodzenia i za to powinniśmy im, ówczesnym fanatycznie zaangażowanym badaczom, serdecznie podziękować.
I zastanowić się: czy nasi następcy podziękują nam?

Pauca sed matura



Reprodukcja strony z dziennika Gaussa, w którym zapisywał swoje spostrzeżenia matematyczne. Dziennik ten stanowi interesujący przedmiot badań historyków matematyki.

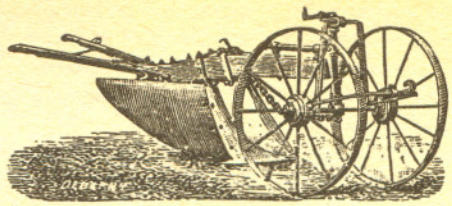
— niewiele, lecz dojrzałe — taka była dewiza Karola Fryderyka Gaussa. Rzeczywiście, opublikowane przezeń prace i dzisiaj są studiowane przez specjalistów, gdyż nadal są aktualne, jak choćby słynne „Disquisitiones arithmeticae", które zapoczątkowały nowoczesną teorię liczb, a w szczególności teorię form kwadratowych. Dzieło to, liczące kilkaset stron, ukazało się drukiem, gdy autor miał 24 lata. Mając 22 lata — jeszcze w wieku XVIII (rok 1799) uzyskał stopień naukowy na podstawie dowodu zasadniczego twierdzenia algebry.
Zajmował się astronomią (obliczył orbitę planetoidy Ceres), napisał aktualną do dziś „Teorię ruchu ciał niebieskich" i był profesorem astronomii na uniwersytecie w Getyndze. Badania astronomiczne doprowadziły go do rozwinięcia teorii szeregu hipergeometrycznego. Zajmował się również fizyką (jednostkę indukcji magnetycznej nazwano gausem; w jednostkach SI 1 gaus odpowiada 0,0001 tesli) i geodezją. Stworzył metodę najmniejszych kwadratów, rozwinął geometrię różniczkową powierzchni — kontynuatorem jego badań był B. Riemann. Swoje wyniki z geometrii nieeuklidesowej uznał zapewne za niedojrzałe i ich nie opublikował.
Na medalu pamiątkowym wybitym po jego śmierci (1855) widnieje napis

GEORGIUS V
REX HANNOVERAE
MATHEMATICORUM
PRINCIPI

Ów książę matematyków zapisał się trwalej w historii niż niejeden król.

Wszystko o równaniach algebraicznych

Dr Maciej BRYŃSKI



Przez długie stulecia algebra była nauką o rozwiązywaniu równań i przez długie stulecia postępy tej wiedzy nie były specjalnie imponujące. Równania liniowe, pewne równania kwadratowe, a także szczególnie proste równania wyższych stopni rozwiązywali już starożytni Grecy. Dla nich jednak równanie miało sens jedynie wtedy, gdy wiązało pewne wielkości geometryczne, dlatego też rozwiązywanie równania polegało na ogół na podaniu opisu odpowiedniej konstrukcji geometrycznej. W Średniowieczu wiedza o rozwiązywaniu równań niewiele się posunęła, właściwie matematycy do wieku XV potrafili radzić sobie jako tako z równaniami liniowymi i kwadratowymi, choć nie znali wzorów na pierwiastki, których my teraz uczymy się w szkole, dopiero bowiem F. Viete wpadł w XVI w. na prosty, ale doskonały pomysł oznaczenia wielkości liczbowych literami. (Spróbujmy wyrazić słownie, bez użycia wzorów, sposób rozwiązywania równania kwadratowego!) Istotny krok naprzód uczynili matematycy włoscy w XVI w. podając wzory na pierwiastki równań stopnia trzeciego i czwartego. I co dalej? Naturalne wydawało się poszukiwanie wzorów na pierwiastki równania stopnia piątego, a w dalszej perspektywie stopnia szóstego, siódmego i tak dalej. Wielu matematyków podjęło ten trud nie zważając na niepowodzenia. Ponieważ wzory Cardano (na pierwiastki równania stopnia trzeciego) oraz wzory Ferrariego (dla równania stopnia czwartego) są dość skomplikowane, więc spodziewano się, że dla równań wyższych stopni wzory na pierwiastki mogą być jeszcze bardziej zawiłe. W każdym razie poszukujący sposobów rozwiązywania równań algebraicznych pracujący w XVII i XVIII wieku widzieli przed sobą nieprzebrany ogrom pracy. Sprawa wyjaśniła się w sposób nieoczekiwany w wieku XIX. Okazało się mianowicie, że równań stopnia piątego i stopni wyższych nie można na ogół „wcale" rozwiązać. Wyjaśnijmy tę sprawę nieco dokładniej.
Jak wiadomo, pierwiastkami równania kwadratowego

$$ax^2+bx+c = 0$$

są liczby $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,
a więc liczby wyrażające się przez współczynniki danego równania za pomocą działań arytmetycznych i operacji pierwiastkowania. O to właśnie chodzi przy rozwiązywaniu równań.

Mówimy, że równanie algebraiczne

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$$

jest *rozwiązalne przez pierwiastniki*, jeżeli pierwiastki tego równania można wyrazić w zależności od współczynników $a_0, a_1, \ldots, a_n$ za pomocą działań dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia oraz wyciągania pierwiastków (dowolnego stopnia).

Chcemy mieć więc takie wzory na pierwiastki równania, w których współczynniki równania występują jako parametry odpowiednio połączone znakami działań arytmetycznych i znakami pierwiastkowania. Podstawiając w miejsce tych parametrów konkretne wartości liczbowe współczynników danego równania otrzymać chcemy konkretne wartości pierwiastków tego równania.

W roku 1803 ukazała się praca P. Ruffiniego zawierająca twierdzenie głoszące, że równanie stopnia piątego nie jest rozwiązalne przez pierwiastniki. Dowód Ruffiniego nie był niestety poprawny. Dwadzieścia lat później Norweg Niels Henrik Abel udowodnił to twierdzenie stawiając w ten sposób kropkę nad i, wyjaśniając definitywnie kwestię istnienia ogólnych wzorów na pierwiastki równań algebraicznych: wzory takie nie istnieją dla równań stopni wyższych od 4.

W ten sposób problem poszukiwania wzorów na pierwiastki został zakończony. Odkrycie to było zaskakujące i niespodziewane, gdyż po raz pierwszy chyba udowodniono, że nie można wykonać pewnej konkretnej operacji, że do niektórych liczb nie można „dojść" wykonując najbardziej naturalne działania.

Z tego, że nie istnieją wzory na pierwiastki dowolnego równania, powiedzmy stopnia piątego, nie wynika jednak, że nie można wyznaczyć pierwiastków żadnego równania stopnia piątego. Bardzo przecież łatwo o przykłady równań wyższych stopni, których pierwiastki potrafimy wyznaczyć. Możemy przecież natychmiast wskazać pierwiastki równań

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) = 0,$$
$$x^6-8 = 0.$$

Pierwiastki te są w pierwszym przypadku liczbami wymiernymi (a nawet naturalnymi), w drugim wyrażają się przez liczby wymierne za pomocą działań arytmetycznych i operacji pierwiastkowania. Czy dla każdego równania jest podobnie? Musimy pytanie to sprecyzować dokładniej, do tego potrzebna będzie następująca definicja.

Ciałem liczbowym nazywamy taki zbiór liczb K zawierający liczby 0 i 1, w którym spełnione są warunki:
jeśli $a \in K$, $b \in K$, $b \neq 0$, to $a+b \in K$, $a-b \in K$, $ab \in K$, $\dfrac{a}{b} \in K$.

Niech więc

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$$

będzie równaniem o współczynnikach z ciała liczbowego K. Czy pierwiastki danego równania można wyrazić używając elementów ciała K, działań arytmetycznych i operacji pierwiastkowania? Odpowiedź na to pytanie podał w pierwszej połowie XIX w. genialny matematyk francuski Ewaryst Galois. Teoria Galois wiąże z każdym równaniem algebraicznym o współczynnikach w ciele liczbowym K pewną grupę, zwaną grupą Galois. Odpowiednie własności algebraiczne grupy Galois decydują o tym, czy wszystkie pierwiastki rozważanego równania wyrażają się przez elementy ciała K za pomocą działań algebraicznych i operacji pierwiastkowania. Można wykazać, że np. pierwiastki równania

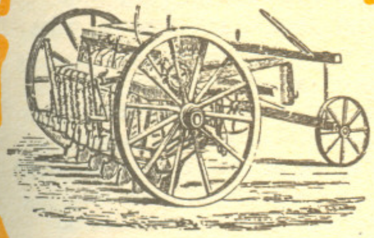
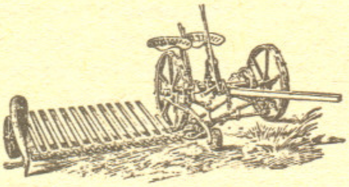
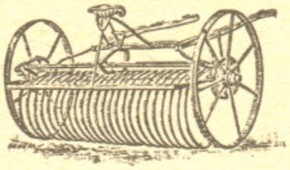
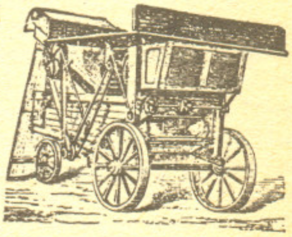
$$x^5-4x-2 = 0$$

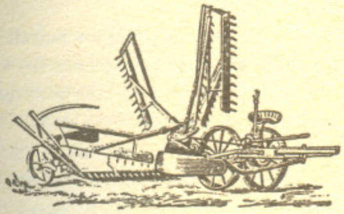
nie wyrażają się w ten sposób, choć oczywiście równanie to *ma* pierwiastek rzeczywisty.

Teoria równań algebraicznych doczekała się więc w pierwszej połowie ubiegłego stulecia definitywnego wyjaśnienia. Twierdzenie Abela-Ruffiniego orzekło, że nie ma wzorów na pierwiastki równań wyższych stopni, z teorii Galois wynika odpowiedź na pytanie, czy pierwiastki konkretnego równania wyrażają się we względnie przyzwoity sposób, czy też są to liczby, których właściwie „nie można" zapisać.

Nie sposób nie zwrócić uwagi na to, że z teorii Galois wynika jednoznaczna i ostateczna odpowiedź na pytanie o wykonalność konstrukcji geometrycznych. Punkt (x, y) można skonstruować za pomocą cyrkla i linijki wtedy i tylko wtedy, gdy wychodząc z wielkości danych można współrzędne x oraz y otrzymać w wyniku rozwiązywania równań kwadratowych (zob. *Konstrukcje geometryczne*, Biblioteczka Delty, t. 1).

Wyniki Galois i Abela rozstrzygnęły więc ostatecznie kluczowe zagadnienia algebry i geometrii, ich znaczenie nie ogranicza się jednak tylko do zamknięcia tych żywych i rozwijanych od wieków problemów. Prace tych matematyków stały się podwaliną do rozwoju nowoczesnej algebry, zwłaszcza teorii grup i teorii ciał, a także innych działów matematyki.

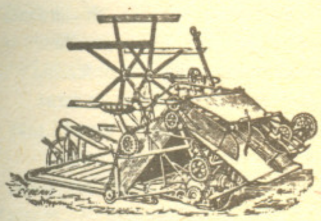







Zadania

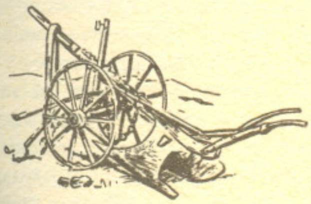
Redaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI

M 328. Wykazać, że w każdym trójkącie nierównoramiennym następujących 11 punktów leży na jednym okręgu: ortocentrum H (punkt przecięcia wysokości), środek O okręgu opisanego, trzy rzuty punktu O na wysokości trójkąta, trzy rzuty ortocentrum H na symetralne oraz trzy rzuty ortocentrum H na proste łączące O z wierzchołkami trójkąta.
Rozwiązanie na str. 7



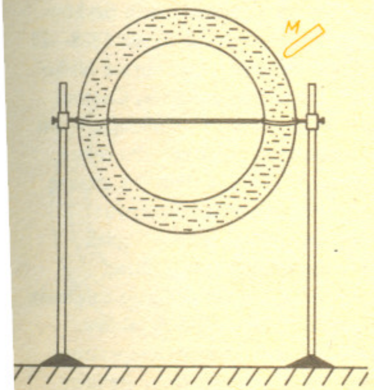
M 329. Wykazać, że jeżeli trzy ściany czworościanu są wzajemnie prostopadłe, to kwadrat pola czwartej ściany jest równy sumie kwadratów pól tych trzech ścian.
Rozwiązanie na str. 16

M 330. Przez każdy wierzchołek trójkąta prowadzimy proste połowiące obwód tego trójkąta. Udowodnić, że proste te przecinają się w jednym punkcie.
Rozwiązanie na str. 16



Redaguje mgr Tomasz TRATKIEWICZ

F 133. J. Tyndall (1820—1893) w książce „Ciepło jako rodzaj ruchu" opisuje następujące zjawisko. Południowy stok dachu katedry w Bristolu pokryto arkuszami blachy ołowianej utrzymującej się na krokwiach dzięki znacznemu tarciu. Od samego początku zaobserwowano, iż pokrycie powoli, lecz w sposób ciągły, ześlizguje się. Po dwóch latach przesunięcie wynosiło już 18 cali. Przybicie arkuszy do krokwi okazało się nieskuteczne — gwoździe były wyrywane. Wyjawić przyczynę opisanego zjawiska.
Rozwiązanie na str. 11



F 134. Podczas wykładów A. H. Popow (1859—1906) często demonstrował następujący efekt. Zaciski dwóch identycznych galwanometrów łączone były przewodnikami kilkunastometrowej długości. Gdy jeden z galwanometrów przechylano, wskazówka drugiego wychylała się. Dlaczego?
Rozwiązanie na str. 11

F 135. A. Compton (1892—1962) wymyślił przyrząd pozwalający wykrywać istnienie dobowego ruchu Ziemi. Urządzenie składa się z toroidalnej szklanej rury wypełnionej cieczą z drobną zawiesiną, która może być obserwowana przez mikroskop M (patrz rysunek). Gdy rura zostaje obrócona o 180° wokół poziomej osi, ciecz zaczyna krążyć wzdłuż rury. Występowanie cyrkulacji cieczy świadczy o istnieniu dobowego ruchu Ziemi. Dlaczego?
Rozwiązanie na str. 5

Ruchy Browna (I)

Dr Bogdan CICHOCKI

Pogląd, iż ciała makroskopowe zbudowane są z drobnych składników jakimi są atomy i molekuły jest dzisiaj przyjmowany przez wszystkich fizyków za oczywisty. Stosując metody fizyki statystycznej możemy na podstawie praw rządzących ruchem tych składników wyprowadzić między innymi prawa termodynamiki, wyliczyć ciepło właściwe różnych substancji, ich podatność magnetyczną, opór elektryczny itp. Podstawy fizyki statystycznej zwanej dawniej teorią kinetyczno-molekularną zostały sformułowane w drugiej połowie XIX w. w pracach Clausiusa, Maxwella, Boltzmanna i Gibbsa. Potrafili oni wykazać, że przyjęcie hipotezy o atomowej strukturze materii pozwala na jakościowe wyjaśnienie zjawisk makroskopowych i otrzymanie zgodnych z doświadczeniem wyników ilościowych. Mimo to większość ówczesnych fizyków nie wierzyła w istnienie atomów. Na potwierdzenie można przytoczyć dwa spektakularne fakty. L. Boltzmann pisząc podręcznik teorii kinetycznej (wydany w 1908 r.) podał we wstępie jako cel swojej pracy uratowanie od zapomnienia dotychczasowych osiągnięć tej teorii. M. Planck, po początkowych niepowodzeniach w próbach rozwiązania problemu promieniowania ciała doskonale czarnego na gruncie termodynamiki i elektrodynamiki, sięgnął po statystyczną interpretację II zasady termodynamiki. Swoją decyzję nazwał „aktem desperacji".

Kiedy zatem społeczność fizyków przekonała się ostatecznie do hipotezy atomowej?

Stało się to na początku XX wieku. Przełomowym momentem było zakończenie sukcesem zmagań z problemem tzw. ruchów Browna. Warto przypomnieć historię tych zmagań.

W roku 1828 szkocki botanik Robert Brown opublikował sprawozdanie ze swoich obserwacji dokonanych latem poprzedniego roku. Posługując się mikroskopem z nowym wówczas obiektywem achromatycznym zaobserwował, iż zawieszone w cieczy drobne pyłki kwiatowe o rozmiarach rzędu $1\mu m$ wykonują nieustanne, nieregularne ruchy podobne do błądzenia. Dość szybko okazało się, że ruchy takie były obserwowane dużo wcześniej przez innych uczonych (m.in. przez Leeuwenhoeka w 1650 r.), ale nie poświęcili im oni większej uwagi i w przeciwieństwie do Browna nie rozpoczęli nad nimi systematycznych badań. Początkowo Brown przypuszczał, że ma do czynienia z objawami życia. Przypuszczenie to wydawało się zrozumiałe, skoro przedmiotem jego zainteresowania były pyłki kwiatowe. Nie mogło być jednak utrzymane. Brown bowiem po zbadaniu zawiesin pyłków wielu roślin, między innymi przechowywanych w zielniku sto i więcej lat, uczynił krok następny, zaczął obserwować zawiesiny rozdrobnionych minerałów, początkowo organicznych, później nieorganicznych. Badał dosłownie wszystko, od sadzy z kominów londyńskich przez kawałki szkła do ... odłamków Sfinksa. W każdym przypadku, niezależnie od rodzaju substancji, o ile tylko była ona dostatecznie rozdrobniona, występowały charakterystyczne nieregularne ruchy ziarenek zawieszonych w cieczy. Po wielokrotnym powtarzaniu eksperymentów Brown doszedł do wniosku, że ziarenka te poruszają się „same z siebie"

Ruchy Browna ziarenek zawieszonych w cieczy.

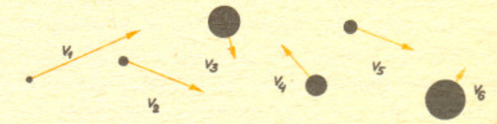
Praca Browna wzbudziła szerokie zainteresowanie, przedrukowały ją wszystkie poważniejsze pisma naukowe. Powszechnie krytykowano myśl Browna o samoistności wspomnianych ruchów. Proponowano różnego rodzaju wytłumaczenia. Przypuszczano, że powodem ruchów mogą być: różnice temperatur w silnie oświetlonej cieczy, parowanie, prądy powietrza, przepływ ciepła, zjawiska związane z napięciem powierzchniowym, oddziaływanie między cząsteczkami zawiesiny, drgania spowodowane dotykaniem próbki itp. Część tych hipotez należało odrzucić już na podstawie wyników wspomnianej pracy Browna, pozostałe na podstawie badań tego uczonego, których rezultaty opublikował w 1829 r. Przeprowadził on między innymi sprytny eksperyment polegający na dodaniu do wody, w której zawieszone były drobne ziarenka, odrobiny oleju. Po wstrząśnięciu powstały kropelki wody otoczone cienką warstewką oleju. Spowodowało to drastyczne ograniczenie parowania, mimo to intensywność ruchów ziarenek nie zmalała. Niektóre kropelki zawierały tylko jedno ziarenko i również wtedy poruszało się ono w charakterystyczny sposób. Ani parowanie, ani wzajemne oddziaływanie cząsteczek zawiesiny nie mogły być zatem przyczyną tajemniczych ruchów. Nie bacząc na te rezultaty następne pokolenia fizyków wracały do wszystkich wspomnianych hipotez, by przy ich pomocy uzyskać rozwiązanie zagadki. Tymczasem zainteresowanie pracami Browna szybko zmalało i przez blisko trzydzieści następnych lat nic istotnego w tej sprawie się nie wydarzyło. Fizycy mieli poważniejsze problemy do rozwiązania. Tak przynajmniej uważali.

W ciągu tych trzydziestu lat nastąpił znaczący postęp w innych dziedzinach fizyki. Przede wszystkim w latach czterdziestych i pięćdziesiątych XIX w. sformułowano ostatecznie podstawowe prawa termodynamiki. Najpierw za sprawą R. Mayera, J. P. Joule'a i H. Helmholtza została sformułowana I zasada termodynamiki, która sprowadzała się do rozszerzenia znanego z mechaniki prawa zachowania energii na wszystkie procesy makroskopowe. Wkrótce potem R. Clausius i W. Thomson (lord Kelvin) inspirowani przez pracę Carnota zakończyli sukcesem zmagania z drugą zasadą termodynamiki. Stwierdzała ona niemożliwość skonstruowania tzw. perpetuum mobile II rodzaju, czyli urządzenia pobierającego ciepło z otoczenia i w całości zamieniającego je na pracę. Rozpoczęło się teraz pasmo sukcesów termodynamiki. Na podstawie jej zasad i przy użyciu niezbyt zaawansowanego aparatu matematycznego potrafiono opisać i zrozumieć ogromną ilość zjawisk przyrody. Nie mogło to pozostać bez wpływu na światopogląd ówczesnych fizyków. Termodynamika obok mechaniki stała się wzorcem doskonałości teorii fizycznej.

Przypomniano sobie wtedy o ruchach Browna — nie bez powodu. Nie trzeba było przeprowadzać zbyt subtelnego rozumowania, by stwierdzić, że zjawisko to trudno pogodzić z prawami termodynamiki. Przecież zgodnie z II zasadą izolowany układ fizyczny powinien po pewnym czasie osiągnąć stan równowagi termodynamicznej, co oznaczało, że ruchy cząsteczek zawiesiny powinny stopniowo zanikać. Przyjmując, że prawa termodynamiki odnoszą się do wszystkich zjawisk fizycznych, jedyną możliwością uniknięcia sprzeczności było wykazanie, iż przyczyną ruchów Browna są czynniki zewnętrzne. Tą drogą poszło wielu fizyków. Powrócono ponownie do hipotez wysuwanych w latach 1828—29 i rozpoczęto szczegółowe badania. Prowadzono je przez blisko pięćdziesiąt lat nie osiągając pozytywnych rezultatów. Cantoni umieścił zawiesinę pomiędzy dwoma szkiełkami eliminując w ten sposób parowanie. Próbkę przechowywał przez rok. Po roku ruchy ziarenek były identyczne jak pierwszego dnia. Na zmianę intensywności ruchów Browna nie miały również wpływu: wyeliminowanie wstrząsów, umieszczenie próbki w kąpieli o stałej temperaturze, gotowanie zawiesiny przez godzinę, stosowanie światła o różnych barwach, ani zmiana jego natężenia w stosunku 1:1000. Ustalono jednak kilka ważnych faktów. Intensywność ruchów wzrastała wraz ze wzrostem temperatury, malała wraz ze wzrostem rozmiarów cząsteczek (przy średnicy

większej niż 4μm ruchy Browna były niedostrzegalne) i była tym mniejsza, im większa była lepkość cieczy.
Jak już wspomnieliśmy na wstępie, począwszy od lat pięćdziesiątych XIX w. nastąpił intensywny rozwój teorii kinetyczno-molekularnej opartej na hipotezie o atomowej strukturze materii. Przy pomocy tej hipotezy i przy użyciu metod statystycznych można było wyjaśnić istotę wielu zjawisk fizycznych i uzyskać ich ilościowy opis. Przykładowo, ciśnienie gazu sprowadzono do wyniku zderzeń atomów czy molekuł gazu ze ściankami naczynia, temperaturę absolutną T powiązano ze średnią energią kinetyczną $\langle E_{kin} \rangle$ molekuły gazu ($\langle E_{kin} \rangle = 3/2 \cdot k_B T$, gdzie k_B jest stałą Boltzmanna), wyprowadzono równanie stanu gazu doskonałego i równanie van der Waalsa, wyjaśniono zjawisko lepkości i przewodnictwa cieplnego wyliczając odpowiednie współczynniki transportu itp. Stosunkowo szybko zauważono (Wiener, Cantoni), że teoria kinetyczna dostarcza prostego wytłumaczenia ruchów Browna. Po prostu ruchy te są wynikiem zderzeń molekuł cieczy z ziarenkiem zawiesiny. Molekuły cieczy uderzając ziarenka z różnych stron powodują ich zygzakowaty ruch. Wydawałoby się, że zagadka została rozwiązana. Na pełny sukces trzeba było jednak jeszcze długo czekać.

We wstępie stwierdziliśmy przecież, że większość fizyków XIX w. nie wierzyła w istnienie atomów. Postawa ta miała swoje przyczyny. Nauka osiągnęła w tym okresie ogromne sukcesy m.in. dzięki wyeliminowaniu z rozważań wielu niewidzialnych fluidów, takich jak cieplik czy flogiston. Przyczyniło się to do spopularyzowania stanowiska filozoficznego zwanego nominalizmem. Zgodnie z tym stanowiskiem zajmowanie się hipotetycznymi tworami, których nikt nigdy nie widział, a takimi były atomy, nie miało sensu. Używano wprawdzie pojęcia atomu, ale widziano w nim tylko słowo oznaczające pewien zbiór faktów (między innymi jeden z głównych reprezentantów nominalizmu W. Ostwald starał się napisać podręcznik chemii (1900 r.) bez użycia tego słowa). Wyjaśnienie ruchów Browna na podstawie teorii kinetyczno-molekularnej musiało zatem spotkać się z ostrą krytyką. Tak też się stało. Najpełniej krytykę tę sformułował Karl Nägeli w swojej pracy z 1879 r. Korzystając z dostępnych ówcześnie danych o przewidywanych rozmiarach atomów wyliczył przeciętną prędkość, jaką mogło uzyskać ziarenko zawiesiny na skutek zderzenia z jedną molekułą cieczy. Uzyskana prędkość była niezwykle mała; dla ziarenek o średnicy 3 μm wynosiła ona tylko $2 \cdot 10^{-3}$ μm/s. Aby cokolwiek można było zaobserwować pod mikroskopem, powinna ona być przynajmniej rzędu 1 μm/s. Co więcej, ziarenko jest bombardowane przez molekuły cieczy ze wszystkich stron z ogromną częstotliwością (średnio 10^{20} zderzeń na sekundę). Jeżeli nawet zostało poruszone w jedną stronę, to natychmiast na skutek uderzenia z drugiej strony zostanie zatrzymane. W rezultacie powinno stale pozostawać w jednym miejscu.
Nieco później do tych zarzutów dołączono jeszcze jeden, bardzo poważny. Jeżeli przejdziemy nad uwagami Nägeli'ego do porządku dziennego, to i tak czeka nas przykra niespodzianka. Z punktu widzenia teorii kinetycznej na badane zawiesiny można spojrzeć jak na mieszaniny molekuł cieczy i bardzo dużych „molekuł", którymi są zawieszone ziarenka.
W stanie o temperaturze T średnia energia kinetyczna każdej molekuły, a więc także i ziarenek, jest równa $3/2 \cdot k_B T$.



Zgodnie z przewidywaniami teorii kinetyczno-molekularnej w stanie równowagi termodynamicznej średnie energie różnych cząsteczek są sobie równe

$$\left\langle \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \right\rangle = \ldots = \frac{3}{2} k_B T.$$

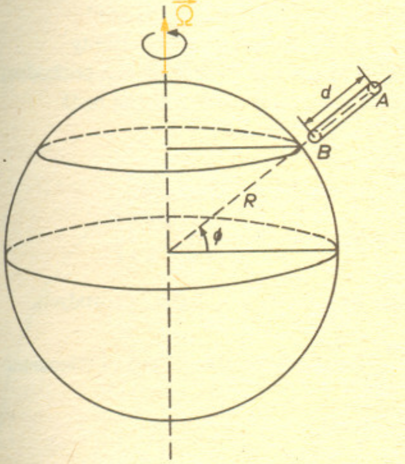
Możemy w związku z tym oszacować przewidywaną przez teorię kinetyczną prędkość pojedynczego ziarenka. W typowej sytuacji ($T \sim 300$ K, masa ziarenka $\sim 10^{-12}$ g) wynosi ona około 0,4 cm/s. Tymczasem z pomiarów otrzymywano wartość około 0,5 μm/s, czyli prawie 10 tysięcy razy mniejszą!
Ta niezgodność zbiła z tropu wielu fizyków. Jak zatem rozwikłano zagadkę ruchów Browna? O tym w następnym numerze „Delty".

Rozwiązanie zadania F 135

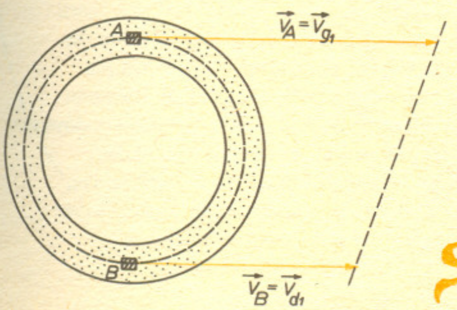
Rozważmy zachowanie cieczy z punktu widzenia inercjalnego obserwatora związanego z osią Ziemi. Ograniczymy się do szczególnego ustawienia przyrządu (w płaszczyźnie pionowej pokrywającej się z kierunkiem: wschód-zachód, rys. 1). Ciecz znajduje się w spoczynku względem rury, a dwa jej elementy A i B leżące na osi torusa poruszają się wraz z Ziemią z prędkościami v_A i v_B (rys. 2). Po obróceniu przyrządu prędkości danych elementów nie ulegają zmianie, zmienia się natomiast prędkość górnej i dolnej części rury. Wynoszą one obecnie: v_{g2} i v_{d2}. Oznacza to, że prędkości elementów A i B względem rury wynoszą teraz v_w i $-v_w$. Ciecz zaczyna więc krążyć w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara (gdy patrzy się na przykład w kierunku północnym) z prędkością względem osi torusa równą $|v_w|$ (rys. 3).
Wynosi ona:

$$|v_w| = v_A - v_{d2} = v_A - v_B = \Omega(R+d)\cos\varphi - \Omega R\cos\varphi = \Omega d\cos\varphi.$$

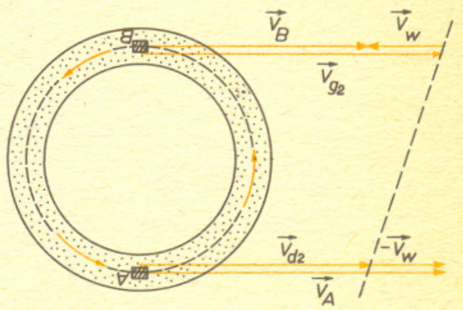
Dla Warszawy, po przyjęciu $d = 1$ m, otrzymuje się wartość rzędu setnych milimetra na sekundę. Ruch cieczy z taką prędkością utrzymuje się długo (szczególnie gdy przekrój poprzeczny torusa jest znaczny) i zaobserwowanie uporządkowanego przemieszczania się zawiesiny nie sprawia kłopotu. Podobne rozważania dla poziomego ustawienia przyrządu pozostawiamy jako ćwiczenie. A jak za pomocą przyrządu Comptona można określać strony świata?



Rys. 1



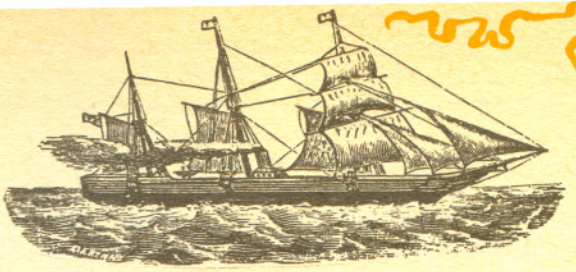
Rys. 2



Rys. 3

Ciągłość, różniczkowalność, całkowalność

Dr Andrzej WOLAK



Nie każda funkcja ciągła jest różniczkowalna. Odpowiedni przykład każdy poda. Ale „na pewno" punkty nieróżniczkowalności takiej funkcji będą izolowane. Jeszcze w 1806 r. Ampére próbował udowodnić, że funkcja ciągła musi być różniczkowalna wszędzie poza pojedynczymi punktami.

Inni autorzy (np. Cauchy) byli bardziej ostrożni i gdy potrzebowali, to zakładali dodatkowo różniczkowalność funkcji ciągłej.

Bernard Riemann (1826—1866) był jednym z najwszechstronniejszych matematyków XIX wieku. Jego prace dotyczą analizy matematycznej, teorii liczb, geometrii, teorii funkcji, mechaniki i fizyki matematycznej i w co najmniej czterech z tych dziedzin znajdą się fundamentalne odkrycia łączone z jego nazwiskiem. Starczy wymienić całkę Riemanna, warunki Cauchy'ego-Riemanna holomorficzności funkcji, funkcję ζ Riemanna w teorii liczb, metrykę riemannowską na rozmaitościach różniczkowych czy wreszcie geometrię Riemanna na płaszczyźnie.

Chcemy tu opisać dwie funkcje badane przez Riemanna. Pierwsza z nich to opisana w pracy habilitacyjnej (1854) funkcja, która między dowolnymi dwoma punktami, choćby bardzo bliskimi, jest nieciągła nieskończenie wiele razy, jest jednakże całkowalna.

W § 6 dysertacji Riemann pisze (symbolika oryginalna — przekład autora artykułu): „Funkcji takich nikt jeszcze nie badał, dlatego wygodnie będzie nam wyjść od określonego przykładu. Oznaczmy dla krótkości przez (x) różnicę między x a najbliższą mu liczbą całkowitą, lub, jeśli x leży akurat w środku odcinka pomiędzy dwiema kolejnymi liczbami całkowitymi, to średnią arytmetyczną z liczb $1/2$ i $-1/2$, tj. zero; niech następnie n oznacza dowolną liczbę całkowitą, p — liczbę nieparzystą. Wtedy, jak łatwo pojąć, szereg

$$f(x) = \frac{(x)}{1} + \frac{(2x)}{4} + \frac{(3x)}{9} + \ldots = \sum_{1,\infty} \frac{(nx)}{nn}$$

będzie zbieżny przy wszelkiej wartości x; suma jego przybliża się do określonej granicy, kiedy argument przybliża się do wartości x, stale malejąc lub stale rosnąc. Mianowicie, w przypadku, gdy $x = \frac{p}{2n}$ (przy czym p i n są względnie pierwsze), jest

$$f(x+0) = f(x) - \frac{1}{2nn}\left(1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \ldots\right) = f(x) - \frac{1}{16nn},$$

$$f(x-0) = f(x) + \frac{1}{2nn}\left(1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \ldots\right) = f(x) + \frac{1}{16nn},$$

jednakowoż we wszystkich pozostałych przypadkach

$$f(x+0) = f(x), f(x-0) = f(x).$$

I tak oto funkcja $f(x)$ ma punkty nieciągłości dla tych wszystkich wymiernych wartości x, które można przedstawić w postaci ułamka nieskracalnego, mającego parzysty mianownik; wobec tego liczba punktów skoku pomiędzy dowolnie bliskimi granicami jest nieograniczenie duża; jednakże liczba skoków przewyższających z góry zadaną wielkość jest zawsze skończona. Dlatego taką funkcję możemy całkować w dowolnym przedziale."

Ta praca Riemanna wywołała m.in. zainteresowanie „dziwnymi" funkcjami. Nicolas Bourbaki w swojej „Historii matematyki" pisze, że „całka Riemanna znalazła swe naturalne miejsce w prądzie myślowym, który prowadził wtedy do gruntownego zbadania pojęcia ciągłości i funkcji zmiennej rzeczywistej (Weierstrass, Du Bois-Reymond, Hankel, Dini) i miał doprowadzić do powstania teorii mnogości (Cantor)."

Pierwszy przykład funkcji ciągłej, nie mającej nigdzie pochodnej podał w 1872 r. uczeń Riemanna, Karl Weierstrass. Była to funkcja

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b^n \cos(a^n x\pi),$$

gdzie a jest nieparzyste, $0 < b < 1$ oraz $ab > 1 + \frac{3\pi}{2}$.

Zauważmy od razu, że wydawać by się mogło, że funkcje o tak dziwnych własnościach mogą być rozpatrywane przez matematyków, ale poza matematyką zastosowania mieć nie mogą. Tymczasem kilka lat temu użyto ich przy opisie ruchów Browna.

Wygłaszając odczyt o „swojej" funkcji Weierstrass powiedział, że przykład ciągłej, nigdzie nie różniczkowalnej funkcji, znał już Riemann, mianowicie

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n^2 x}{n^2},$$

ale że dowód jest trudny i dlatego lepiej jest podać prostsze przykłady. Nie jest wykluczone, że Weierstrass „dowodu" Riemanna nie przeczytał. Bowiem dopiero w 1913 r. Hardy wykazał, że powyższa funkcja Riemanna istotnie nie ma pochodnej w punktach postaci πy, gdzie y jest liczbą niewymierną bądź liczbą wymierną postaci $\frac{2m}{4n+1}$ lub $\frac{2m+1}{2n}$.

Natomiast w 1970 roku, ponad sto lat po Riemannie, J. Gerverowi udało się obliczyć, że w punktach $\frac{2m+1}{2n+1}$ funkcja Riemanna ma pochodną równą $-\frac{1}{2}$! Dla pozostałych punktów $\left(\text{tj. postaci } \frac{2m}{4n+3}\right)$ różniczkowalność funkcji Riemanna wciąż nie jest rozstrzygnięta.

Historycy matematyki zaczęli więc dociekać, czy Riemann pomylił się, czy też gdzieś nastąpiło „przekłamanie". Choć bowiem Riemann używał tej funkcji przy okazji swych badań w teorii funkcji eliptycznych, nie znaleziono nigdzie jego dowodu, że opisana funkcja nie ma *nigdzie* pochodnej. Dziś specjaliści uważają (opierając się na dostępnych źródłach), że Riemann mówił tylko o „nieróżniczkowalności", zaś jego młody podówczas uczeń zrozumiał „nieróżniczkowalna w każdym punkcie". Erwin Neuenschwander napisał (Mathematical Intelligencer, 1/1978), że Riemann z pewnością wiedział o tej funkcji więcej, niż dziś nam się wydaje.

Nie zmylił się mistrz taki, chciałoby się dodać.

Trochę dziewiętnastowiecznej geometrii

W 1848 roku Jacob Steiner wyliczył, że na rzutowej płaszczyźnie zespolonej jest na ogół 7776 stożkowych stycznych do 5 danych. „Na ogół" znaczy tu tyle, że tylko przy bardzo specjalnym ustawieniu danych stożkowych ta liczba może się zmniejszyć. Ale jak odkrył w 1864 r. Chasles obliczenie Steinera było błędne, stożkowych takich jest „tylko" 3264.

W przestrzeni trójwymiarowej łatwo o większe liczby. Gdy danych jest 9 kwadryk (powierzchni stopnia 2), to na ogół znajdzie się 666 841 008 kwadryk stycznych do nich. Ten wynik Schuberta z 1871 roku sprawdzili dziś „nowoczesnymi" metodami Laksov (Kopenhaga) i Vainsencher z Pernambuco. Gdy piszę te słowa, sprawdzają (być może wraz z S. Kleimanem ze słynnego Massachusetts Institute of Technology) inny wynik Schuberta z 1879: jest na ogół

5 819 539 783 680

„twisted cubics" stycznych do 12 danych kwadryk; co to jest „twisted cubic" piszemy kilka wierszy dalej.

Moda „retro" w matematyce polega na okazywaniu większego szacunku zbiorom skończonym, problemom kombinatorycznym oraz obliczeniom choćby i takim jak wspomniane wyżej. Matematycy pierwszej połowy XX wieku woleli badać „nieskończoność", ciesząc się, że ich dziewiętnastowieczni poprzednicy nauczyli ich jak to robić. Problemy kombinatoryczne kwitowali pogardliwym „phi, takie tam wyliczanki". Hermann Weyl powiedział „Gdyby ktoś chciał mieć jednozdaniową definicję matematyki, należałoby powiedzieć: Jest to nauka o nieskończoności". Wacław Sierpiński wyraził przed śmiercią życzenie (później spełnione), aby na jego grobie wyryć słowa „Badacz nieskończoności". Rozwój matematyki nie zahaczył tej, o jakiej tu wspomnieliśmy, „liczącej geometrii"; czego właśnie dowodem są trudności, jakie mamy z „nowoczesnym" sprawdzeniem tych i innych rezultatów Schuberta, zawartych w jego niesamowitej książce „Kalkül der abzählenden Geometrie" (1879; II wydanie 1979). Choć być może inne są dziś motywy zajmowania się takimi zagadnieniami, to wyraźnie zyskują one na popularności.

Wiele miejsca poświęcił Schubert krzywym zwanym dziś po angielsku „twisted cubics", co można by przetłumaczyć jako „skręcone krzywe trzeciego stopnia". Są to krzywe rzutowe, dające się w części skończonej opisać przedstawieniem parametrycznym (t, t^2, t^3). W trójwymiarowej przestrzeni rzutowej można je w odpowiednim układzie współrzędnych opisać układem równań

$$\begin{cases} x_0x_2 - x_1^2 = 0 \\ x_1x_3 - x_2^2 = 0 \\ x_0x_3 - x_1x_2 = 0. \end{cases}$$

Schubert wyliczył 11 możliwych typów algebraicznych deformacji takich krzywych, a Norweżka Ragni Piene sprawdziła w 1981 roku, że się nie pomylił. Czytając książki starych mistrzów dziwimy się, jak olbrzymie były ich osiągnięcia w stosunku do posiadanych „narzędzi badawczych".

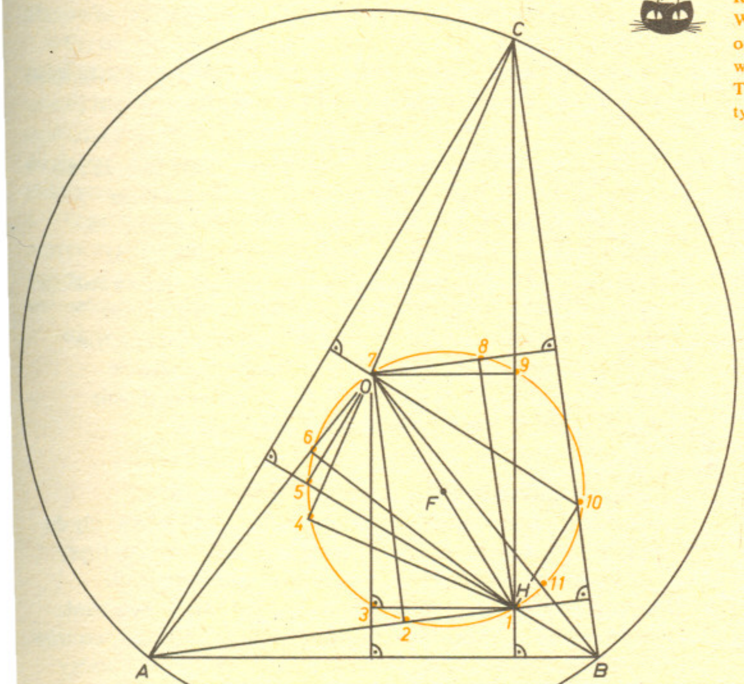
A na zakończenie jeszcze jedno zadanie Schuberta:

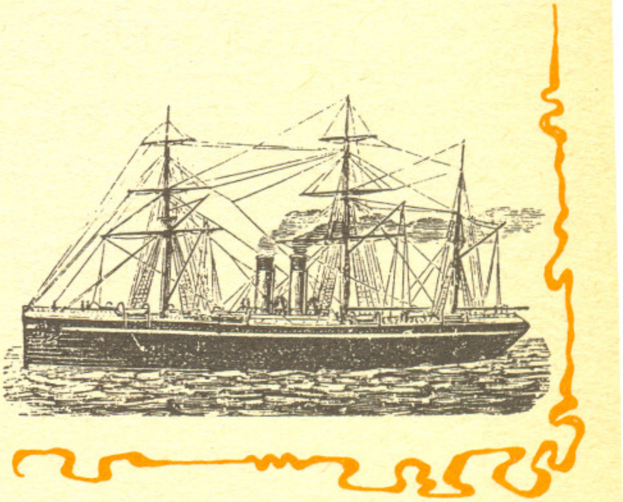
ile „twisted cubics" przechodzi przez 6 danych punktów?

Schubert napisał, że na ogół jedna i że to łatwo wyliczyć. Ragni Piene wyliczyła to używając „nowoczesnych" metod, ale twierdzi, że nazywanie tego „łatwym zadaniem" jest lekką przesadą. Tak, mało kto potrafi dziś zrozumieć, jak Kolumb mógł odkryć Amerykę bez map tejże.

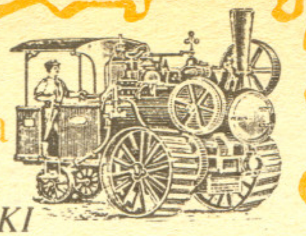
M. Sz.

Rozwiązanie zadania M 328.
Wymienionych 11 punktów leży na okręgu o środku w punkcie połowiącym odcinek *OH*, dla dowodu wystarczy zauważyć, że z każdego z nich odcinek *OH* widać pod kątem prostym (rysunek).
Teza zadania pozostaje prawdziwa i dla trójkątów równoramiennych, z tym tylko, że niektóre spośród wymienionych 11 punktów pokrywają się.





Pole czy materia



Doc. dr Michał ŚWIĘCKI

W XIX wieku powstała idea, która oprócz swych ogromnych, znanych sukcesów zawiera wciąż niedocenioną szansę zbudowania podstaw fizyki na zupełnie nowym zestawie pojęć i przyrządów. Ideą tą jest elektrodynamika Maxwella-Faradaya i związana z nią koncepcja pola fizycznego.

Podstawą pierwszej w ogóle teorii fizycznej, mechaniki newtonowskiej, jest pojęcie siły. Siła jest przyczyną wszelkich przyspieszeń ciał. Na znanych już w XVII wieku prawach sił (prawo ciążenia, prawo sprężystości, prawo tarcia) oparto też budowę podstawowych przyrządów mechanicznych. Siła, której źródłem było z definicji jakieś ciało zewnętrzne, musiała działać w kierunku od albo do tego źródła. Nie było bowiem żadnego niematerialnego przekaźnika sił, który mógłby zmienić ten podstawowy kierunek. Fakt ten był szczególnie drastyczny dla siły powszechnego ciążenia, która będąc, jak trzeba, siłą przyciągającą, musiała przy tym działać natychmiastowo na kosmiczne nawet odległości. Niepokoiło to samego Newtona, ale nie widać było żadnego powodu, żeby w systemie mechaniki wprowadzić jakiekolwiek zmiany. Przeciwnie, system ten dostarczał wciąż nowych dowodów swej doskonałości. Przypomnijmy choćby XIX-wieczną już historię odkrycia Neptuna.

Mechanika Newtona miała pewną ważną własność. Zasady dynamiki wraz z jedną znaną siłą elementarną, siłą powszechnego ciążenia, tworzyły system zwarty. Można było wyobrazić sobie Wszechświat złożony jedynie z doskonale sztywnych ciał pozbawionych struktury wewnętrznej i Wszechświat taki działałby ściśle według praw Newtona. Zresztą strukturę wewnętrzną ciał wyobrażano sobie podobnie — jedynie siły wiążące ciała nie miały być podobne do grawitacji, miały działać nie poprzez próżnię, ale raczej za pomocą pewnych niejasnych więzów materialnych. I wprawdzie znano już pewne zjawiska elektryczne i magnetyczne, ale mało kto interesował się nimi poważnie.

Dlatego odkrycie w 1785 r. ścisłych praw rządzących oddziaływaniem ładunków elektrycznych i biegunów magnetycznych stanowiło istotny przełom w fizyce. Prawa Coulomba okazały się zupełnie podobne do prawa ciążenia, choć odkryte siły mogły być również odpychające. Prawa te zostały oczywiście sformułowane w oparciu o mechaniczne przyrządy pomiarowe (waga skręceń), zaś nowe siły zostały wprowadzone jako pewnego rodzaju odstępstwa od praw sił uprzednio znanych. Trzeba było tylko wprowadzić niegrawitacyjne źródła sił elektrycznych. Tak powstała ścisła definicja ładunku elektrycznego. I chociaż pojawił się on dla wyjaśnienia niezgodności znanych praw sił z obserwacjami, to system mechaniki wcale przy tym nie ucierpiał. Pojawił się jedynie nowy problem mechanicznego wyjaśnienia istoty ładunku. Tej sprawie w gruncie rzeczy były poświęcone XIX-wieczne badania zjawisk elektromagnetycznych.

Badania te zaczęły się od katastrofy. Oersted odkrył siłę oddziaływania magnesu i przewodnika z prądem elektrycznym, która nie była ani odpychająca, ani przyciągająca. Działała w kierunku prostopadłym do kierunku źródła. W tej sytuacji należało albo zburzyć doskonały system mechaniki newtonowskiej, albo założyć, że siły elektromagnetyczne mają jakiś nieznany nośnik materialny. Wybrano, jak wiemy, to drugie rozwiązanie, a ów nośnik nazwano *polem*.

Od tego czasu właśnie pole (elektryczne, magnetyczne, a także grawitacyjne) było źródłem siły, a źródła dotychczasowe (ładunki, masy) jedynie pole to wytwarzały i ulegały jego działaniu. Faraday tak silnie uwierzył w realność pola, że rozpoczął doświadczenia, których istotą był nie ruch ładunków i magnesów, ale wytwarzanych przez nie pól. W ten sposób odkryto zjawiska indukcji elektromagnetycznej. Wreszcie Maxwell ułożył równania dla pola elektromagnetycznego, z których wynikało, że pola te mogą się poruszać zupełnie niezależnie od jakichkolwiek ładunków i magnesów. Hertz wkrótce odkrył te tzw. fale elektromagnetyczne doświadczalnie i zbadał falowe ich własności.

Okazało się zresztą, że zjawiska elektromagnetyczne wyjaśniają ogromną ilość niepowiązanych uprzednio faktów i własności materii. Na początku XIX wieku, dzięki doświadczeniom Younga runęła newtonowska, korpuskularna teoria światła. Światło okazało się, zgodnie z niemodną dotychczas teorią Huygensa, falą. Odkryto też chemiczne działanie światła, a co więcej stwierdzono, że nie tylko światło, ale i krótkofalowy, niewidoczny kraniec poza jego widmem wywiera wpływ chemiczny na chlorek srebra. Badania te doprowadziły do powstania pierwszej fotografii, tzw. dagerotypu. Zidentyfikowano też działanie cieplne długofalowego pozawidzialnego krańca. Oba rodzaje promieniowania niewidzialnego, zwane odtąd ultrafioletowym i podczerwonym wykazywały wszystkie typowe dla światła własności przy odbiciu, załamaniu, interferencji i dyfrakcji.

W tym czasie znane już były prace Faradaya dowodzące istnienia pewnych związków pomiędzy światłem i zjawiskami elektromagnetycznymi (skręcenie płaszczyzny polaryzacji światła w polu magnetycznym). Dlatego, kiedy Maxwell udowodnił, że pojawiające się w jego równaniach fale elektromagnetyczne muszą poruszać się z prędkością światła, stało się jasne, że wszystkie rodzaje promieniowania to po prostu nic innego tylko fale elektromagnetyczne. Pod koniec stulecia odkryto jeszcze jeden rodzaj tych fal — promienie X (Roentgena).

W ciągu tych samych lat fizycy nabrali też przekonania, że cała struktura wewnętrzna materii może być wyjaśniona przez przyjęcie założenia, że jej elementy są obdarzone ładunkiem elektrycznym. Pierwsze sugestie tego typu znajdują się już w pracach Volty nad budową ogniwa i Faradaya nad zjawiskiem dysocjacji elektrolitycznej. Pod koniec XIX wieku Lorentz stworzył konsekwentną teorię budowy materii opartą na tym założeniu i wyjaśniającą podstawowe elektromagnetyczne i optyczne własności ciał. Do wyjaśnienia pozostała jedynie struktura elementów składowych materii, atomów.

Tak wielkie sukcesy elektrodynamiki i ugruntowany już poprzednio sukces mechaniki w naturalny sposób prowadziły do prób połączenia tych teorii. Od samego zresztą początku fizycy badający elektromagnetyzm przedstawiali go w terminach zapożyczonych z mechaniki. Faradayowskie linie sił były bardzo mechaniczne i składały się z rozłożonych w sposób ciągły centrów sił elektrycznych i magnetycznych. Konsekwentnie też Faraday był przeciwnikiem korpuskularnej teorii budowy samej materii, którą również uważał za pewien ciągły rozkład centrów sił.

Mechaniczna siła miała być jedynym podstawowym pojęciem przyszłej teorii. Faradayowi nie udało się rozwinąć dalej tej koncepcji materii bez materii. Tym bardziej że coraz więcej faktów przemawiało na korzyść teorii kinetyczno-molekularnej. Maxwell był już jej gorącym zwolennikiem i współtwórcą. To nie materia miała być według niego polowa, ale pole materialne. Fale elektromagnetyczne powinny, zdaniem Maxwella, rozchodzić się w doskonale sprężystym ośrodku materialnym — eterze — złożonym pewnie z cząsteczek. Rozpoczęły się bezskuteczne prace nad zbudowaniem modelu takiego ciała sprężystego, które przenosiłoby jedynie fale poprzeczne.

Nie należy się dziwić wysiłkom poświęconym konstrukcji modelu eteru. W równaniach Maxwella ciała materialne były źródłami pola elektromagnetycznego, które z kolei działało siłą na inne ciała materialne. Występowała dwoistość pojęć, którą należało oczywiście usunąć. Faraday proponował usunąć materię, Maxwell — pole. Żaden z nich nie proponował usunięcia siły.

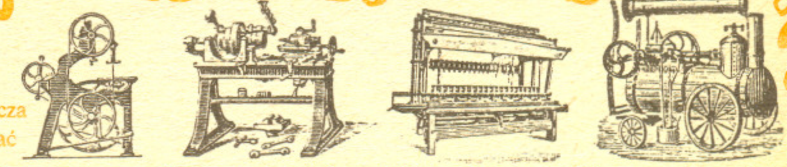
Wzór na siłę musiał być dopisany do równań Maxwella. Podobnie jak i równania dynamiki Newtona. Bez tego elektrodynamika stawała się pozbawiona jakiegokolwiek sensu fizycznego. Na pojęciu siły było też oczywiście oparte działanie wszelkich przyrządów elektrycznych i magnetycznych.

Konieczność dopisania równań mechaniki do równań pola brała się między innymi z liniowości równań Maxwella. Wynika z niej, że pole, którego źródłem są dwa ładunki elektryczne, jest równe sumie pól wytworzonych przez każdy z ładunków oddzielnie. Fakt ten jest jednak prawdziwy jedynie dla ładunków nieruchomych umocowanych przy pomocy pewnych sił zewnętrznych. Ładunki swobodne muszą poruszać się i to niejednostajnie pod wpływem wzajemnego oddziaływania (za pośrednictwem pola), sumaryczne pole staje się zmienne w czasie, pojawia się promieniowanie i zasada dodawania pól przestaje mieć jakikolwiek związek z rzeczywistością. Dzięki dopisaniu równań dynamiki elektrodynamika pozbawiona sił zewnętrznych staje się więc teorią nieliniową. Przy czym nie jest to nieliniowość ani w równaniach mechaniki, ani teorii pola. Bierze się ona jedynie ze wzoru na siłę wywieraną przez pole elektromagnetyczne na ładunki i prądy elektryczne. Fakt ten niewątpliwie niepokoił Maxwella. Okazało się, że słusznie.

Nieliniowe sprzężenie mechaniki i elektrodynamiki jest źródłem pewnej istotnej niespójności teorii. Okazuje się bowiem, że uzyskana przy okazji nieliniowość równań dynamiki prowadzi do słabego naruszenia pierwszej jej zasady. Naładowana elektrycznie pojedyncza cząstka powinna sama się przyspieszać, a w konsekwencji również promieniować. Narusza to między innymi zasadę zachowania energii. Prawda, że naruszenie to jest bardzo słabe i może mieć znaczenie jedynie dla zjawisk wewnątrzatomowych. Niemniej jednak elektrodynamika wraz z mechaniką przestają być systemem zwartym w sensie newtonowskim. Nie może istnieć świat działający jedynie w oparciu o ten system.

Wybiegnijmy nieco poza wiek XIX. Postawił on przed fizykami podstawowy problem wyeliminowania z teorii albo pojęć mechanicznych, albo polowych. Zagadnienie to stało się zresztą wkrótce znacznie bardziej drastyczne. Praca Einsteina z 1905 r. pozbawiła fizyków resztek nadziei na istnienie materialnego eteru. Równocześnie zatriumfowała też kinetyczno-molekularna teoria materii, a nawet światło okazało się mieć czasami własności korpuskularne. W tej sytuacji Einstein poszedł faradayowską drogą teorii niematerialnego pola i wyeliminował przy okazji również newtonowskie pojęcie siły. Pole sił grawitacyjnych zostało zastąpione przez własności zakrzywionej przestrzeni, równania pola okazały się nieliniowe, zaś równania ruchu mogły być z nich po prostu wyprowadzone. Równania dynamiki Newtona, jak i samo pojęcie siły grawitacyjnej stały się dobrymi, w warunkach ziemskich, przybliżeniami równań dla przestrzeni. Niestety, nie można było opierając się o pierwotne dla teorii Einsteina pojęcia związane z krzywizną przestrzeni zbudować odpowiednich przyrządów fizycznych. „Siły" grawitacyjne są na to za słabe, a żadnych innych oddziaływań nie udało się dotychczas zgeometryzować.

W tej sytuacji fizyka XX wieku poszła zupełnie inną drogą. W czasie badania własności atomu szybko odkryto istotne odstępstwa od elektrodynamiki. Nazwano je oddziaływaniami silnymi i słabymi. Oddziaływania te bada się oczywiście za pomocą klasycznych przyrządów elektromagnetycznych, w których pojęcie siły spełnia podstawową funkcję. Powiedzieliśmy, że pojęcie to jest raczej zewnętrzne w elektromagnetycznej teorii pola niematerialnego. Co więcej, zgodnie z XVII-wiecznymi już kanonami fizyki przyrządy muszą działać w sposób przez nas kontrolowany. Tylko wtedy bowiem przeprowadzane doświadczenia mogą być nazwane pomiarami. Kontrolujemy więc siły działające w przyrządach elektromagnetycznych używanych do badania zjawisk atomowych, a więc takich, dla których elektrodynamika nie jest systemem zwartym. I to właśnie przez wprowadzenie do niej sił. Dla takich zjawisk siła nie może być uważana w ogóle za wewnętrzne pojęcie teorii. Nic więc dziwnego, że własności zarówno elektromagnetycznych zjawisk atomowych, jak i oddziaływań wyłamujących się jawnie z elektrodynamiki okazały się statystyczne. Wtedy kanonizowano pojęcie zewnętrznego w stosunku do teorii przyrządu klasycznego. Tak powstała mechanika kwantowa i kwantowa teoria pola, teorie, które po prostu nie istnieją bez przyrządów pomiarowych. Tak też wykorzystano spuściznę, jaką pozostawił XIX wiek. Faraday, który nie znał matematyki i nie rozumiał prac Maxwella, wymyśliłby może coś lepszego. Gdyby na przykład zdążył wykorzystać po swojemu oczywistą własność linii sił, których osobliwym punktem skupienia były ładunki. Dla Maxwella ładunki były źródłem pola, a nie jego własnością. Reszta historii jest tego prostą konsekwencją.

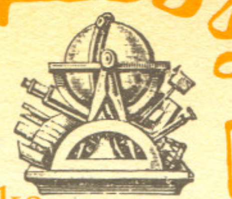


E. T. Bell w swojej książce „*Men of Mathematics*" przytacza następującą anegdotkę o Kelvinie. Miał on kiedyś zapytać klasę: „Czy wiecie, kto to jest matematyk?". Podszedł do tablicy i napisał na niej

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi}.$$

Wskazując palcem na to, co napisał, zwrócił się do klasy: „Matematyk to ktoś, dla kogo to jest oczywiste tak jak to, że dwa i dwa daje cztery".

Znany matematyk angielski, wybitny specjalista z teorii funkcji i analitycznej teorii liczb, John Littlewood (1885—1977) widzi tę sprawę inaczej. W swej książeczce „*A mathematician's miscellany*" (jest przekład rosyjski) napisał: „Wiele rzeczy nie jest w ogóle dostępnych intuicji, na przykład wartość całki $\int_0^\infty e^{-x^2}dx$".



Astronomia jest nauką zbliżającą człowieka do Boga[2]

1. Słońce

Ogromny pożar [powierzchni Słońca] jest niewyobrażalny. Wszystkie odkrycia nauk chemicznych powodują jeszcze większe zagubienie i zdają się oddalać nas od możliwego rozwiązania tej zagadki. Może powinniśmy raczej poszukiwać źródeł nieskończonej produkcji ciepła w zjawiskach tarcia, może wyładowań elektrycznych (...) niż w zwykłym spalaniu stałych lub płynnych paliw[1]. Jeśli Słońce składałoby się z samego węgla i możliwy byłby stały i wystarczający dopływ tlenu, spaliłoby się w ciągu 5000 lat dostarczając tyle energii, ile obserwujemy, (...) natomiast spadek swobodny tej materii na jego powierzchnię, powiedzmy, z odległości równej odległości Ziemi dostarczyłby energię 6000 razy więcej (...) Jednak pokazano, że trzeba by zrzucać masę równą Ziemi na stulecie, aby wytłumaczyć w ten sposób jasność Słońca. Jest niesłychanie mało prawdopodobne, że spada nawet 1/10 tej masy, przecież Ziemia też byłaby pod obstrzałem takiej meteorytowej materii. Innym sposobem wytłumaczenia stałej produkcji energii jest powolne kurczenie się Słońca (...), ale w tym wypadku już po około 5 000 000 lat zajmowałoby ono połowę dzisiejszej objętości. W tym czasie nastąpiłoby również zestalenie materii słonecznej, cała produkcja ciepła nie trwałaby dłużej niż 10 milionów lat (...) A więc przy najbardziej korzystnych warunkach wiek Słońca nie przekracza 18 milionów lat. Ziemia, oczywiście, jest młodsza[4].

Porównując dwa równe wycinki widomej powierzchni Słońca — *A* koło środka tarczy i *B* w okolicach brzegu możemy stwierdzić, że promienie z tych dwóch punktów padając na powierzchnię Ziemi mają następujące własności:

A wywiera dwukrotnie większy wpływ na termometr niż *B* (ciepło),
A oświetla 3 razy lepiej niż *B* (światło),
A siedmiokrotnie szybciej rozkłada sole fotograficzne srebra niż *B*[4].

Słońce kiedy obserwowane przez duży teleskop, przy użyciu kolorowych filtrów (...) posiada często duże i idealnie czarne plamy[1]. Wnioski Wilsona i Herschela, że plamy są depresjami na powierzchni Słońca, są niewątpliwie prawdziwe. Ale istnienie zimnego, stałego jądra jest, jak obecnie wiadomo, niemożliwe[4].

2. Planety

— Wulkan (...) Wiemy albowiem, że wszystkie pierwiastki każdej drogi planetarnej, oprócz długości wielkiej osi, podlegają małym zmianom, któreśmy perturbacjami albo przeszkodami nazwali. Szczególnie doznaje tych odmian położenie punktu przysłonecznego, które są skutkami bardzo powolnego obrotu osi wielkiej na drodze od zachodu na wschód. Obrót ten na drodze Merkurego wynosi 584" na jeden wiek; Leverrier pokazał, że ilość ta powinna być zwiększona o 38", ażeby mogły być zniesione wszelkie różnice pomiędzy obserwacją a rachunkiem. Czemuż przypisać te 38"? Nie ma innego sposobu nad odszukanie planetoidy pomiędzy Słońcem i Merkurym. I w rzeczy samej pan Lescarbout, lekarz z Orgeres, miłośnik astronomii i mający małe u siebie obserwatorium, dostrzegł dnia 26 Marca 1859 punkcik czarny na tarczy Słońca, zupełnie okrągły i peryodycznie powracający, a zatem posiadający wszelkie cechy planety. Planetoidę tę nazwano *Wulkanem*[2]. Skłaniamy się jednak ku wierze, że obecnie nie ma żadnych poważnych dowodów teleskopowych przejścia jakiejkolwiek intra-Merkuralnej planety na tarczy Słońca[3].

— Merkury — nie możemy wiele więcej zaobserwować niż to, że jest okrągły i wykazuje fazy[1].

— Wenus — Wenus ma atmosferę, świty i zmierzchy, podobne do naszych; atmosfera ta światło łamie i w niej wszelkie odmiany zachodzą. Jej mieszkańców zatrudnia pewno meteorologia, która może jest bardziej wykształconą aniżeli nasza, gdzie pierwsze dopiero kroki na jej naukowem polu stawiamy[2].

— Ziemia. W miesiącu Lutym 1851 r., czytał P. Foucault w Instytucie Francuzkim, zdanie sprawy z swych doświadczeń, które w Panteonie robił z pendułem, zawieszonym na nici platynowej, długości 220 st. par., a którego kula ważyła 40 kilogramów, czyli 100 funtów naszych (...) Podczas wachnień [pendułu] płaszczyzna oscylacyjna nie zmienia swego położenia, a to z powodu bezwładnej massy całego pendułu; ale tylko stół razem z Ziemią obraca się od zachodu na wschód, co kreski kolcem kuli na żwirku naznaczone wskazują[2].

— Księżyc — obliczono, odmierzono, odrysowano każdą dolinę, każdą równinę i górę. Zrobiono *mapy Księżyca* podobnie jak mapy geograficzne Ziemi. W ostatnich czasach nawet *odfotografowano* Księżyc, tak jak się fotografuje osobę jaką lub gmach. Powiedzieć można, że znamy Księżyc tak, jak gdybyśmy na nim byli (...) *Dostać się na Księżyc*! Ach, cóżby to była za ciekawa podróż! (...) Lecz niestety jest to niemożliwe. Już kilka mil ponad ziemią nie ma powietrza do oddychania, ani do podniesienia balonu. A więc nigdy nikt na Księżyc się nie dostanie[5].

— Mars — Bez wątpienia są na Marsie rośliny, zwierzęta zapewne też. Lecz odcień czerwonawy, widziany na lądach Marsa, pozwala przypuszczać, że *roślinność* jest tam nie zielona, lecz *czerwona*... Wyobraźmy sobie drzewa o czerwonych liściach! — Lecz pominąwszy to, świat na Marsie nie wydałby się nam zbyt różnym od naszego[5].

— Jowisz — Można uważać za pewne, że Jowisz, jeśli dobrze widzimy, nie jest ciałem stałym. Składa się on z par i chmur, które są pędzone przez burze o ogromnej sile[3].

— Saturn — Ostatnio wykazano ponad wszelką wątpliwość, że pierścienie nie są tworem ciągłym, ale rzeczywiście niezliczoną ilością małych, oddzielnych cząsteczek, a każda z nich obiega planetę na swój rachunek[4].

— Neptun — Zadanie trzech ciał, to jest: wyznaczenie biegu ciała niebieskiego pod wpływem słońca i trzeciego ciała perturbacyjnego, jest jednym z najtrudniejszych, ale za to jednym z najważniejszych zadań, i w ogólności nie zostało dotąd rozwiązane; ale też dla naszego układu nie potrzeba zupełnie ścisłego rozwiązania, ponieważ atrakcje planet są w porównaniu z atrakcją Słońca tak małe, iż działanie ich znacznych skutków nie sprawia. Jaka zaś jest potęga rachunku, Leverrier tego udowodnił. Pomimo niedokładności teorii, pomimo małości odmian, wyprowadził on wniosek z perturbacji o ciele perturbacyjnym, i te perturbacje doprowadziły go do oznaczenia miejsca nowej planety, Neptunem przezwanej, którą Galle odkrył. Trzeba być sprawiedliwym i trzeba przyznać, że położenie to wskazał także Adams anglik[2].

Odkrycie Neptuna oznacza dojrzałość nauki astronomicznej (...), jest ono tak niedawne, i jego obecna pozycja na ekliptyce tak niekorzystna, że prawie nic o tej planecie nie można powiedzieć. Początkowo podejrzewano, że ma ona pierścień, ale nie potwierdzono tej obserwacji. Okrąża ją co najmniej jeden satelita, którego istnienie pokazali panowie Lassell, Otto Struve i Bond[1].

— Komety — Światło nauki rozpędza ciemność co do wiadomości o naturze ogonów komet, tu to astronom znajduje się w w podobnem położeniu, jak Mairan akademik francuzki, przed jedną damą, której na każde zapytanie astronomiczne odpowiedział „nie wiem", zniecierpliwiona dama pyta go wreszcie, dla czego obrano go na akademika, kiedy nic nie wie? a on jej na to odrzekł, „dlatego, ażebym z czasem pani na jej zapytania mógł odpowiedzieć". Nic nie wiemy, jest to i teraz zwykła odpowiedź; powtórzył ją Arago, mówiąc o naturze ogonów komet[2].

Stanęliśmy na ostatnim krańcu planetarnego świata; ale któż powątpiewać może, czy nie przyjdzie czas, że ze zboczeń Neptuna dochodzić będziemy nowej znowu planety. Przestrzeń bez granic, przestwory niebios bezdenne, świadczą o wszechmocy Tego, którego niebiosa rozpowiadają chwałę, a dzieła rąk Jego oznajmuje firmament[2].

3. Widma gwiazd i gwiazdy zmienne

Jest możliwe, że im gorętsza gwiazda, tym prostsze jest jej widmo. Najjaśniejsze i w związku z tym prawdopodobnie najgorętsze gwiazdy jak *Syriusz* mają widma zawierające jedynie grube linie wodorowe i bardzo mało cienkich linii metalicznych, podczas gdy gwiazdy zimniejsze, takie jak nasze Słońce wykazują wiele więcej linii metali i brak linii niemetalicznych (z wyjątkiem prawdopodobnie tlenu). Najzimniejsze gwiazdy mają widma pełne pasm charakterystycznych dla związków metali i niemetali oraz nie związanych pierwiastków niemetalicznych[4].

Ogólna teoria gwiazd zmiennych, za którą przemawia ostatnio najwięcej argumentów, jest następująca: ciała te są z pewnego niezrozumiałego powodu miejscem wybuchów świecącego gazu wodorowego wydostającego się z ich wnętrz oraz powstawania ciemnych plam na ich powierzchniach. Te wybuchy i twory mają w większości przypadków tendencję do rytmicznego powtarzania. Istnieje jednak gwiazda, której zmiany mogą być spowodowane zupełnie innym mechanizmem — jest to *Algol*. Ogromna regularność z jaką światło tego obiektu słabnie, sugeruje możliwość, że jakieś ciemne ciało może obracać się wokół niego i częściowo go zaćmiewać w czasie każdego obrotu[4].

4. Droga Mleczna i Mgławica Andromedy

Gwiazdy na nieboskłonie nie są rozłożone izotropowo, tworzą pewną warstwę o małej grubości, w porównaniu z długością i szerokością. Ziemia znajduje się gdzieś w połowie tej grubości, w pobliżu miejsca, gdzie rozdziela się ona na dwa główne pasma nachylone względem siebie pod małym kątem[4]. Przejdźmy teraz do mgławic eliptycznych (...), największym i najpiękniejszym przykładem takich obiektów jest mgławica w Andromedzie (...). M. Arago przypuszcza, że mogą to być otoczki świecące odbitym światłem ciał słonecznych znajdujących się w ich środku i niewidocznych ze względu na dużą odległość[1]. Jest prawdopodobne, a właściwie prawie pewne, że odległość takich mgławic jest *tego samego rzędu*, co gwiazd. (...) Pięćdziesiąt lat temu jednak przeważał inny pogląd. Astronomowie uważali wtedy, że nie ma różnicy między mgławicami i kupkami gwiazd z wyjątkiem ich odległości, mgławice byłyby takimi kupkami, jednak zbyt odległymi, aby rozdzielić je na poszczególne gwiazdy. Rozważali oni więc mgławice jako „wszechświaty gwiazd", podobne do naszej galaktyki, do której należy Słońce. (...) Ten stary pogląd uderza nas spojrzeniem dalszym niż trzeba, jednak pozwolił sięgnąć dalej w przestrzeń niż dotychczas śmieliśmy[4].

Takie to są zdobycze na polu najwyższej nauki, na niem to się hartuje umysł, a człowiek coraz bardziej uznaje, że nie ma kresu nauka, i że im więcej umiemy, tem się więcej przekonywamy że bardzo mało umiemy[2].

Powyższe fragmenty są cytatami (lub literackim ich tłumaczeniem) z kilku książek opublikowanych w 2 połowie XIX wieku; oto one:

1. Sir John F. W. Herschel, BART, K. H., *Outlines of Astronomy*, Londyn 1859.
2. *Astronomia popularna*, Warszawa 1861.
3. Sir Robert Stawell. BALL,LL.D., *The Story of the Heavens*, Londyn 1890.
4. Simon Newcomb LL.D. i Edward S. Holden LL.D., *Astronomy for High Schools and Colleges*, Nowy Jork 1893.
5. K. Flammarion, *Astronomia, czyli nauka o Wszechświecie*, Lwów 1901.

Dają one pewien pogląd na to, czym zajmowała się astronomia w tych czasach. Skorzystano tu z podręczników akademickich i pozycji popularyzujących astronomię, ponieważ najważniejsze, czysto naukowe czasopisma, takie jak *Astronomische Nachrichten*, *Astronomical Journal* czy *Astrophysical Journal* wypełnione są monotonnymi pracami dotyczącymi pomiarów jasności i położenia gwiazd, planet i planetoid, próbami identyfikacji linii widmowych pierwiastków (m.in. nieznanego gazu helium) itd. Setki tomów z tych lat wypełnione są długimi wielostronicowymi tabelami, rysunkami nowych urządzeń (teleskopy, spektrografy, kamery fotograficzne), kilometrowymi obliczeniami mechaniki nieba itd. Należy pamiętać, że to właśnie te żmudne prace XIX-wieczne stały się podstawą wspaniałego rozkwitu astronomii ostatnich kilkudziesięciu lat.

Rozwiązanie zadania F 133

Przyczyną „spełzania" blachy było zjawisko cieplnej rozszerzalności ołowiu poddanego jednocześnie działaniu sił zewnętrznych. Gdyby arkusz spoczywał na poziomej płaszczyźnie, jego wydłużanie i kurczenie byłoby symetryczne i środek masy musiałby pozostawać nieruchomy. Na pochyłej powierzchni rozszerzanie i kurczenie się ku dołowi jest łatwiejsze (dlaczego?). W ciągu dnia „spełza" dolna część arkusza, nocą — górna.

Rozwiązanie zadania F 134

Do pokazów używano galwanometrów magnetoelektrycznych (ruchoma cewka w polu magnesu stałego). Przechylanie galwanometru wywoływało ruch wskazówki względem obudowy i jednocześnie zwojniczki względem pola magnetycznego, co wzbudzało w niej prąd indukcyjny rejestrowany przez drugi galwanometr.

Jedność istot żywych w jedności przyrody

Dr Andrzej ELŻANOWSKI

Od drugiej dekady do lat siedemdziesiątych XIX wieku panowało wśród biologów nastawienie, które zasługuje na miano optymizmu poznawczego. Można by pewno zadowolić się stwierdzeniem, że optymizm ten wyrósł po prostu z wielkich sukcesów dziewiętnastowiecznej biologii. Wydaje się jednak, że źródłem tego optymizmu było nie tylko aktualne znaczenie osiągniętych sukcesów, ale również perspektywy poznawcze, które otwarły się przed ówczesnymi biologami dzięki stwierdzeniu materialnej jedności całej przyrody, żywej i martwej, dowiedzionej niezbicie przez znakomitą większość odkryć tego okresu. Pozwoliło to na triumfalne odrzucenie spekulatywnej *Naturphilosophie* („Filozofii Przyrody"), która wszakże też głosiła jedność sił przyrody, tyle że duchową, ale dzięki temu, jak się wydaje, mocno zaszczepiła samą ideę jedności w świadomości uczonych — i to nie tylko biologów. Jest bardzo prawdopodobne, że Hans Christian Oersted inspirowany był w swoich doświadczeniach takimi właśnie przekonaniami — a doświadczenia te, jak wiadomo, doprowadziły do wykrycia elektromagnetyzmu.

Zanim jednak biologowie mogli dostrzec podporządkowanie swoich obiektów ogólnym prawom natury, musieli najpierw przekonać się o jedności istot żywych, zwłaszcza roślin i zwierząt, które do niedawna wcale nie wydawały się bliższe sobie niż minerałom gromadzonym w tych samych „gabinetach osobliwości". Stąd właśnie wynika tak wielkie znaczenie *teorii komórkowej* (1838—39), której autorami byli Matthias Jacob Schleiden i Teodor Schwann. Wykazali oni, że zarówno rośliny, jak i zwierzęta składają się z podobnych elementów nazwanych komórkami (*Zellen*), które zapewne są też elementarnymi ośrodkami procesów życiowych (co wykazano znacznie później). Tyle też zostało obecnie z dawnej teorii komórkowej, trzeba jednak pamiętać, że pierwotnie pod tą nazwą kryła się prawdziwa, oryginalna teoria życia — Schleiden i Schwann nie tylko wykryli podstawowy element budowy i funkcjonowania każdej istoty żywej, ale w swym mniemaniu sformułowali również teorię powstawania tego elementu, a więc powstawania życia (!). Zaobserwowali oni w kilku przypadkach powiększanie się ciała komórki wokół jej jądra, co doprowadziło ich do spekulatywnej tezy, że jądro to pełni rolę podobną do ośrodka krystalizacji, cały zaś proces powstawania komórki polega na chemicznym wytrącaniu. Poglądy te jednak zostały wkrótce obalone na podstawie licznych obserwacji podziałów komórkowych i już w roku 1855 Rudolph Virchow mógł sformułować słynne twierdzenie *omnis cellula e cellula* (każda komórka z komórki). Jednakże ta wczesna teoria życia Schleidena i Schwanna dowodzi, jak bardzo przyrodnicy tamtej epoki przygotowani byli na przyjęcie materialnej jedności przyrody.

W latach czterdziestych XIX wieku, a więc wkrótce po ogłoszeniu teorii komórkowej, fizjologowie dokonali licznych odkryć świadczących niezbicie o tym, że na organizmy żywe działają te same prawa i zachodzą w nich te same zjawiska co w otaczającym świecie nieożywionym badanym przez fizykę i chemię. Julius Robert Mayer przeprowadził porównanie organizmu z silnikiem cieplnym (1842) zapoczątkowując tym klasyczne badania bioenergetyczne, które ostatecznie wykazały dokładne podporządkowanie organizmów prawu zachowania energii. Emil Du Bois-Reymond (1848) odkrył stały związek przewodzenia impulsu nerwowego z przepływem prądu, a także zmiany chemiczne towarzyszące skurczowi mięśnia. Te i inne odkrycia stały się podstawą do sformułowania *programu redukcjonizmu*, który był zarazem deklaracją optymizmu poznawczego większości czołowych fizjologów niemieckich połowy XIX wieku (Du Bois-Reymond, Helmholtz, Ludwig, Brücke). Du Bois-Reymond w swoim podstawowym dziele, *Untersuchungen über thierische Elektrizität* (1848), zapowiadał „rozpłynięcie się" fizjologii w „organicznej fizyce i chemii", zaś Carl Ludwig w powszechnie wtedy używanym podręczniku fizjologii człowieka (1825—56) pisał, że fizjologia jest ostatecznie w stanie sprowadzić żywy organizm do składników chemicznych i „nieważkich płynów" (do których zaliczał elektryczność). Nietrudno zauważyć, że program ten przypomina tezy dzisiejszych biologów molekularnych, wykazujących podobny optymizm poznawczy.

W dwadzieścia lat po odkryciu jedności budowy organizmów wykazana została definitywnie jedność ich pochodzenia — po ukazaniu się dzieła Darwina (1859) sam fakt *ewolucji* rzadko był kwestionowany przez poważnych uczonych. Częściej natomiast przedmiotem krytyki bywała darwinowska *teoria doboru naturalnego*, która jednak przede wszystkim wzbudziła uznanie i entuzjazm większości przyrodników właśnie dzięki temu, że po raz pierwszy dostarczyła czysto materialistycznego wyjaśnienia zarówno samych przekształceń ewolucyjnych, jak i celowości w organizacji istot żywych — i tym właśnie różniła się zasadniczo, w oczach współczesnych, od wszystkich poprzednich transformizmów (zwłaszcza lamarkizmu). Do najwybitniejszych entuzjastów Darwina należał Ernst Haeckel, który zarazem był chyba najbardziej dynamicznym, choć bardzo swoistym, wyrazicielem optymizmu poznawczego epoki, i to zarówno na gruncie samej biologii, jak i filozofii (jako współtwórca monizmu materialistycznego). Połączył on w szczególny sposób dwa elementy wyjaśnienia charakterystyczne dla XIX wieku: mechanicyzm i historyzm. Wynikiem tego połączenia było *prawo biogenetyczne*, głoszące, że ontogeneza (rozwój osobniczy) jest skróconym i szybkim powtórzeniem filogenezy (rozwoju rodowego) — ponieważ filogeneza stanowi po prostu mechaniczną przyczynę ontogenezy. Prawo biogenetyczne otworzyło niemal nieograniczone i, jak wiemy dzisiaj, częściowo złudne możliwości rekonstrukcji filogenezy, i umożliwiło Haecklowi wyrysowanie pierwszego drzewa filogenetycznego (genealogicznego) świata organicznego. Za pośrednictwem Haeckla darwinizm odkrył oszałamiające perspektywy rekonstrukcji przeszłości.

Aż do końca XIX wieku perspektywa historyczna przyciągała wielu badaczy, którzy stworzyli podstawy współczesnej, ewolucyjnej klasyfikacji organizmów. Dopiero w dwudziestym wieku nastąpiło pewne zniechęcenie, spowodowane niedokładnością

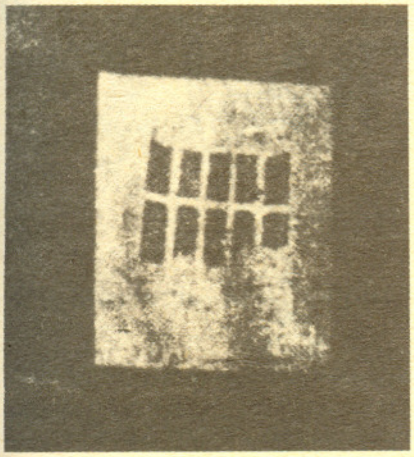
Osiągnięcia i postulaty wybitnych fizjologów zostały szeroko spopularyzowane przez wojujących, lewicowych przyrodników (Ludwig Büchner, Jacob Moleschott, Karl Vogt).
Słynęli oni ze skrajnych i, jak się niebawem okazało, pochopnych twierdzeń, będących wyrazem nieograniczonej wiary w naukę, utożsamianą z materializmem. Vogt pisał m.in., że „myśl wydzielana jest przez mózg tak samo, jak żółć przez wątrobę, a mocz przez nerki".

Dobór naturalny polega na tym, że osobniki o pewnych cechach pozostawiają w następnym pokoleniu więcej potomstwa niż inne. Jeżeli założymy dziedziczność cech, to z pokolenia na pokolenie muszą być kumulowane te cechy, które zwiększają sukces rozrodczy oraz eliminowane te cechy, które go ograniczają. Proces ten musi prowadzić do powstawania przystosowań. W ten sposób teoria doboru wyjaśniła celowość przyrody żywej, obalając tym samym jeden z powszechnie wówczas stosowanych argumentów na istnienie Boga (*Argument from Design*).

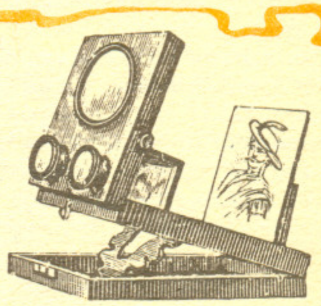
i arbitralnością metod stosowanych dotychczas do wydzielania jednostek systematycznych i rekonstrukcji filogenezy — bowiem metody, które dobre były do ustalania zrębów klasyfikacji, okazały się zbyt niedokładne do drobniejszych podziałów.

Odpowiednie uściślenie metod i odrodzenie filogenetyki nastąpiło dopiero w naszych czasach, tzn. w drugiej połowie XX wieku. Natomiast znacznie wcześniej pojawiły się dwa potężne ograniczenia perspektywy fizykalnej, która też, jak wiemy, wyłoniła się wcześniej. Jednym z nich była *świadomość*, która uznana została przez wielu uczonych XIX wieku za niepoznawalną — tego właśnie dotyczyło słynne „*ignorabimus*" Du Bois-Reymonda wypowiedziane już w 1872 roku w sławnym wykładzie *Über die Grenzen des Naturerkennens*. Drugim ograniczeniem owej perspektywy fizykalnej, dostrzeżonym w końcu XIX wieku, były procesy wewnątrzkomórkowe. Niemiecki fizjolog Max Verworn pisał: „Prześledziliśmy wszystkie zjawiska przemian materii, formy i siły aż do tego punktu, w którym znikają one w komórce. Ale o tym co dzieje się w komórce mięśniowej, zwojowej, limfatycznej, gruczołowej, jajowej, zmysłowej, itd. nie mamy najmniejszego pojęcia" (1893—94).

A teraz coś ku przestrodze Czytelników zarówno tych, jak i innych wywodów dotyczących historii nauki. Otóż nowsze syntezy rozwoju poznania naukowego, m.in. znane u nas książki Thomasa Kuhna (1968) i François Jacoba (1973), wykazały, jak bardzo różnią się postawy badawcze, sposoby stawiania i rozwiązywania problemów naukowych w kolejnych okresach, czasem oddzielonych jednym pokoleniem badaczy. Z drugiej strony, przeglądając standardowe opracowania historii biologii (a zapewne dotyczy to też innych nauk przyrodniczych) nietrudno zauważyć, że geneza odkryć i poglądów rekonstruowana jest zwykle na podstawie zasad i przekonań, które są oczywiste obecnie, ale nie musiały być oczywiste np. sto lat temu. Nic więc dziwnego, że niejedna taka rekonstrukcja okazuje się częściową lub całkowitą fikcją, która tym bardziej się zakorzenia, im bardziej jest logiczna we współczesnych kategoriach. Trudno o lepszy przykład niż interpretacja dokonanej przez Friedricha Wöhlera syntezy mocznika (1828), do niedawna niemal wszędzie przytaczanej jako koronny argument w przezwyciężeniu witalizmu. Tymczasem okazało się, że współcześni Wöhlerowi chemicy na ogół wierzyli w możliwość syntezy związków organicznych, która jedynie wobec skomplikowania tych związków wymagała przezwyciężenia trudności technicznych. Przekonanie to podzielał czołowy autorytet chemii tamtych czasów, Jöns Jacob Berzelius, który był zarazem umiarkowanym witalistą (!), bo odwoływał się do siły życiowej w związku z formowaniem się istoty żywej; natomiast samo jej życie wynikać miało ze sposobu połączenia podstawowych składników (1806) — nie trzeba więc tu odwoływać się do specjalnej siły życiowej.



Pierwszy negatyw otrzymany w 1835 roku przez Talbota



Najstarszy z zachowanych dagerotypów, wykonany w 1837 roku przez Daguerre'a

Sprawozdania z posiedzeń paryskiej Akademii Nauk ze stycznia 1839 roku zawierają następujący fragment:

„Pan Arago zabrał głos, aby przedstawić Akademii ogólne zasady pięknego odkrycia pana Daguerre'a, o którym rozpowszechnione są dotychczas jedynie błędne pojęcia.

Na całym świecie znane jest urządzenie optyczne, zwane camera obscura, wynalezione przez J. B. Portę; na całym świecie podziwiana jest dokładność i prawdziwość kształtów, barw i odcieni, z jaką przedmioty, znajdujące się na zewnątrz, tworzą swe obrazy na ekranie, znajdującym się w ognisku dużej soczewki, stanowiącej podstawową część urządzenia; na całym świecie podziwiano te obrazy i żałowano, że nie można ich utrwalić, zachować. Obecnie żal ten jest już bezpodstawny: pan Daguerre odkrył specjalne ekrany, na których obraz optyczny pozostawia doskonałą odbitkę; ekrany, na których wszystko to, co zawierał obraz, zostaje odtworzone aż do najdrobniejszego szczegółu z dokładnością i subtelnością wprost niewiarygodną. Naprawdę, można by stwierdzić bez przesady, że wynalazca odkrył środki, pozwalające na utrwalenie, zatrzymanie obrazów optycznych, gdyby jego metoda pozwalała na utrwalenie barw... Mówiąc krótko — w camera obscura pana Daguerre'a światło samo odtwarza kształty i proporcje przedmiotów zewnętrznych z dokładnością prawie matematyczną; stosunki fotometryczne rozmaitych płaszczyzn białych, czarnych, szarych są dokładnie zachowane, jednakże barwy czerwona, żółta, zielona itd. są odtworzone jako szare, gdyż metoda tworzy rysunki, a nie obrazy"...

Twierdzenie Cauchy'ego—Kowalewskiej

„Dajcie mi położenia i prędkości wszystkich punktów materialnych, a przepowiem przyszłość świata" — te słowa Pierre Simona de Laplace'a (1749—1827) dobrze oddają istotę determinizmu i dają mu matematyczną podbudowę. Skoro ruch cząstek materialnych opisywany jest równaniami różniczkowymi, które przy rozsądnych założeniach mają jednoznaczne rozwiązania (zależne tylko od warunków początkowych, np. od stanu w chwili czasowej t_0), to istotnie przewidzenie przyszłości świata jest teoretycznie wykonalne, choć może być bardzo kłopotliwe rachunkowo. W każdym razie (to ważna konsekwencja filozoficzna!) nie mamy wpływu na przyszłość, bo *każdy ruch da się opisać równaniem różniczkowym, a skoro ma ono jednoznaczne rozwiązanie...*

Dopiero co napisane zdanie może być przyjęte równie dobrze jako podstawa pesymistycznych, jak i optymistycznych zapatrywań na życie. Pesymista (a także np. leń) powie: skoro i tak nie mamy wpływu na to, co się stanie, to po co pracować, męczyć się — skoro to i tak wszystko jedno. Optymista powie wprost przeciwnie: nie ma rzeczy nieprzewidzianych, a więc rób swoje, a osiągniesz co chcesz. Chyba że jest to przeciwne boskim zamierzeniom względem twojej osoby, ale z Bogiem jeszcze nikt nie wygrał.

Ten krótki artykuł może być odczytany jako mini rozprawka filozoficzna, choć formalnie chce opowiedzieć o ważnym osiągnięciu matematyki XIX wieku: rozwiązaniach zagadnienia Cauchy'ego, a konkretnie o bodaj najbardziej klasycznym twierdzeniu Cauchy'ego — Kowalewskiej dotyczącym rozwiązań liniowych równań różniczkowych cząstkowych.

Sofia W. Kowalewska (1850—91), uczona rosyjska, uczennica Weierstrassa, była od 1884 r. profesorem uniwersytetu w Sztokholmie, a od 1889 członkiem Petersburskiej Akademii Nauk. Oprócz twórczości naukowej (z dziedziny równań różniczkowych, funkcji analitycznych, mechaniki teoretycznej i astronomii) zajmowała się działalnością publicystyczną i literacką, pisując nawet powieści. Omawiane w artykule twierdzenie, łączone z nazwiskiem jej i Augustyna Cauchy'ego (1789—1857) pochodzi z 1883 roku.

Teoria liniowych równań cząstkowych wyrosła wprost z intensywnych badań kilku specjalnych takich równań, których ważność doceniono już w wieku XVIII. Były to równania opisujące tak podstawowe zjawiska fizyczne jak grawitacja, elektromagnetyzm, rozchodzenie się dźwięku, przewodnictwo cieplne (a później zjawiska kwantowe). Później okazało się, że równania te mają znaczenie i w czystej matematyce: równanie Laplace'a $\Delta u = f$, gdzie Δ jest operatorem $\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^2$ — w geometrii i topologii rozmaitości riemannowskich, operator „ciepłoprzewodnictwa" $\frac{\partial}{\partial t} - \Delta_x$ występuje w probabilistyce,

Dla funkcji $f(a_1, \ldots, a_k, x_1, \ldots, x_l)$ operator Δ_x to $\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial}{\partial x_l}\right)^2$.

a bardzo podobny formalnie operator Schrödingera — $i\frac{\partial}{\partial t} - \Delta_x$ w mechanice kwantowej.

Ogólnie rzecz biorąc, problem Cauchy'ego to zagadnienie: *rozwiązać dane równanie różniczkowe przy danych warunkach początkowych.*

Dla równań zwyczajnych

$$\frac{du}{dt} - a(t) \cdot u = f(t), \text{ przy czym ma być } u(0) = u_0, \tag{1}$$

rozwiązanie problemu jest proste: jeżeli w przedziale „czasowym" $-T < t < T$ funkcje $a(t)$ i $f(t)$ są ciągłe, zaś u_0 jest dowolną stałą („warunki początkowe"), to rozwiązanie równania (1) istnieje dla $t \in (-T, T)$, jest jedyne i wyraża się np. wzorem

$$u(t) = e^{A(t,0)}u_0 + \int_0^t e^{A(t,s)}f(s)ds, \tag{2}$$

$$\text{gdzie } A(t, s) = \int_s^t a(s)ds.$$

Dla równań cząstkowych komplikuje się zarówno dokładne sprecyzowanie problemu, jak i kryteria istnienia i jednoznaczności rozwiązania. I właśnie wśród różnych twierdzeń o problemie Cauchy'ego prostotą, umiarkowaniem założeń i ogólnością wyróżnia się właśnie *twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej.* Chodzi w nim z grubsza rzecz biorąc o to, że problem Cauchy'ego ma jednoznaczne rozwiązanie, jeżeli bierzemy analityczne współczynniki i szukamy analitycznych rozwiązań. Spośród różnych wersji twierdzenia przytoczymy najbardziej klasyczną.

Funkcja analityczna to funkcja rozwijalna na szereg potęgowy

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

na całej prostej $-\infty < x < \infty$ (jeśli mowa o funkcjach rzeczywistych) lub na całej płaszczyźnie zespolonej C.

Niech będą dane

1) $n+1$ funkcji $A_j(z, t) = A_j(z_1, z_2, \ldots, z_m, t)$, $j = 0, 1, \ldots, n$, ciągłych względem „czasu" t, $|t| < T$ i analitycznych względem $z_1, \ldots, z_m$ w pewnym obszarze O_1 wokół początku układu współrzędnych,
2) funkcja $f(z, t)$ ciągła i analityczna jak wyżej,
3) funkcja $u_0(z)$ anlityczna jak wyżej. Rozpatrzmy problem Cauchy'ego o funkcji szukanej u

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{j=1}^{n} A_j(z, t)\frac{\partial u}{\partial z_j} + A_0(z, t) \cdot u + f(z, t) \tag{3}$$

z warunkami początkowymi

$$u|_{t=0} = u_0(z), \text{ tzn. } u(z, 0) = u_0(z). \tag{4}$$

Na przykład

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4z_1 z_2 t\frac{\partial u}{\partial z_1} + \sin z_1 \cdot e^{z_2}\sqrt{t}\,\frac{\partial u}{\partial z_2} + (z_1 + z_2^{13})u + (z_1^{12} + z_2^{198}),$$

przy czym ma być $u(z_1, z_2, 0) = 5z_1 - 3z_2^8$.

Wówczas — powiada twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej — jeżeli O_0 jest obszarem, którego domknięcie jest zawarte w O_1, to istnieje w nim jednoznaczne rozwiązanie problemu (3)—(4), tyle że być może w mniejszym przedziale czasowym $|t| < t_0 < T$.

Bardziej ogólna wersja twierdzenia dotyczy problemu Cauchy'ego na hiperpowierzchniach, tzn. zbiorach opisywanych jednym równaniem $\varphi(x) = 0$, istnieje oczywiście wiele innych wersji i uogólnień.

Dowody twierdzenia Cauchy'ego-Kowalewskiej nie są łatwe, choć warto zauważyć, że główna trudność polega zwykle na wykazaniu zbieżności szeregu, który opisuje funkcję będącą rozwiązaniem, a który z kolei wypisać nietrudno. Oczywiście współczesne dowody różnią się znacznie od oryginalnego dowodu Kowalewskiej.

Czy jednak z twierdzenia Cauchy'ego-Kowalewskiej wynikają jakieś wnioski „filozoficzne" dotyczące przyszłości świata? Mimo wszystko raczej nie, choć niektórzy mniej wykształceni matematycznie filozofowie skłonni by byli wyciągać z niego tezę o zdeterminowaniu przyszłości przez teraźniejszość. Ale dziś takie poglądy nie są modne, a ich matematyczne podstawy bardzo kruche. Po pierwsze bowiem we wszystkich twierdzeniach o rozwiązalności problemu Cauchy'ego są jakieś ograniczenia na funkcje dane i rozwiązania; w wersji Kowalewskiej nawet dość mocne (analityczność) i nie wszystkie „rozsądnie dane" warunki muszą być takie. Właśnie teoria „katastrof" René Thoma dostrzega, że w rozwoju każdego układu co pewien czas daje się zauważyć „osobliwość": nadmuchiwany balonik pęka nagle, a nie w sposób opisywany funkcją analityczną. To po pierwsze, a po drugie w świecie kwantów i tak nie ma nic pewnego, są tylko zjawiska mniej lub bardziej prawdopodobne. A przecież na zjawiska naszego makroświata jakoś tam wpływa zachowanie się elementarnych cząstek materii. Przewidywanie przyszłości (przynajmniej w zakresie spraw ludzkich) zostawić już należy — na szczęście — przyszłym pokoleniom.

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji „Delty"

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

Klub 44

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w nr $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

$$4-3\cdot\frac{\text{suma ocen za rozwiązania danego zadania}}{\text{liczba osób, które nadesłały choć jedno rozwiązanie z numeru}}$$

i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów (w dowolnym czasie) zostaje on członkiem Klubu, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo — to tytuł Weterana.
Ligę organizuje Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, oraz nasza Redakcja.
Szczegółowy regulamin został wydrukowany w nr 9/1981.

Zadania nr 52, 53, 54

Termin nadsyłania rozwiązań:
30 VI 1983 r.

$\otimes \sqrt{\int\Sigma!}=44$

52. Na płaszczyźnie dana jest łamana zamknięta $Ł$ o n bokach. Dowieść, że można ponumerować jej wierzchołki kolejno $A_0, A_1, \ldots, A_{n-1}$ (wybierając stosownie A_0) tak, by dla każdej liczby naturalnej $m < n$ zachodziła nierówność

$$A_0A_1+A_1A_2+\ldots+A_{m-1}A_m \geqslant \frac{m}{n}\cdot \text{długość } Ł.$$

53. Dane są liczby rzeczywiste a, b, przy czym $a+b \neq 0$. Udowodnić zbieżność i znaleźć granicę ciągu $\{x_n\}$ określonego wzorem rekurencyjnym: $x_1 = a+b$, $x_{n+1} = a+b-abx_n^{-1}$.

54. a) Czy zbiór wypukły na płaszczyźnie, nie zawierający żadnej półprostej, musi być ograniczony?
b) To samo pytanie dla wypukłego podzbioru przestrzeni trójwymiarowej.

(Zadanie **53** przysłał nasz Czytelnik pan Robert Kowal z Kielc).

Rozwiązania zadań z numeru 12/1982

Czołówka ligi zadaniowej "Klub 44"
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
z numeru 9/1982

Jacek Uryga	- Bytom	- 42,05pkt
Zbigniew Bartold	- Gdynia	- 37,81pkt
Edward Orzechowski	- Warszawa	- 34,01pkt
Paweł Kamiński	- Warszawa	- 29,75pkt
Dariusz Sowizdrzał	- Szczecin	- 23,15pkt
Marek Gałecki	- Milanówek	- 22,78pkt
Artur Smolczyk	- Tarnów Op.	- 20,78pkt

Współczynniki trudności zadań 31, 32, 33:
2,55 1,27 1,57

40. Pokażemy, że przy podanych założeniach o współczynnikach $a_0, \ldots, a_n$ wszystkie pierwiastki zespolone wielomianu $W(z) = a_0+a_1z+\ldots+a_nz^n$ są liczbami o module nie większym od 1. Stąd już wyniknie, że pierwiastki rzeczywiste leżą w przedziale $\langle -1,0)$, bo pierwiastków dodatnich nie ma. Niech z będzie dowolnym pierwiastkiem. Przypuśćmy, że $|z| > 1$. Pomnóżmy równość $W(z) = 0$ obustronnie przez $(1-z)$. Dostaniemy $a_0+(a_1-a_0)z+$ $+(a_2-a_1)z^2+\ldots+(a_n-a_{n-1})z^n-a_nz^{n+1} = 0$, skąd $z^{n+1} = c_0+c_1z+c_2z^2+\ldots+c_nz^n$, gdzie $c_0 = a_0/a_n$, $c_j = (a_j-a_{j-1})/a_n$, $j = 1, \ldots, n$. Liczby $c_0, \ldots, c_n$ są nieujemne, ich suma równa się 1. Zatem $|z|^{n+1} = \left|\sum c_jz^j\right| \leqslant \sum c_j|z|^j \leqslant \sum c_j|z|^n = |z|^n$, skąd $|z| \leqslant 1$, wbrew przypuszczeniu.

41. Niech A, B, C oznaczają odpowiednio punkty leżące na małym, średnim i dużym okręgu, i niech O będzie wspólnym środkiem tych okręgów. Przy ustalonym położeniu punktów A i B pole trójkąta ABC jest największe, gdy C leży możliwie najdalej od prostej AB, czyli gdy odcinki AB i OC są prostopadłe, przy czym punkty O i C leżą po tej samej stronie prostej AB. Zatem do takich trójkątów wystarczy ograniczyć uwagę. Jeśli x jest odległością prostej AB od punktu O, pole trójkąta ABC wynosi $AB\cdot(OC+x)/2 = (\sqrt{1-x^2}+\sqrt{7-x^2})\cdot(4+x)/2$. Badając tę funkcję w przedziale $0 \leqslant x \leqslant 1$ zwykłą metodą rachunku różniczkowego znajdujemy jej wartość maksymalną równą $9\sqrt{3}/2$ przy $x = 1/2$.

4	8	3	4	8	3	4	8
2	6	7	2	6	7	2	6
9	1	5	9	1	5	9	1
4	8	3	4	8	3	4	8
2	6	7	2	6	7	2	6
9	1	5	9	1	5	9	1
4	8	3	4	8	3	4	8
2	6	7	2	6	7	2	6

42. Ustawmy cyfry od 1 do 9 w „kwadrat magiczny" tak, by suma w każdym rządku poziomym lub pionowym była równa 15. Pokryjmy płaszczyznę siatką takich kwadratów (o wymiarach 3×3) i nałóżmy na to kwadrat 8×8. Jedną z możliwych realizacji widzimy obok. Zdejmowanie pionków z szachownicy możemy interpretować jak usuwanie cyfr z okienek. W każdym ruchu usuwa się trzy cyfry dające w sumie 15. Ponieważ suma wszystkich cyfr w przedstawionym kwadracie równa się $320 = 21\cdot15+5$, przeto samotna cyfra, która pozostaje po wykonaniu 21 ruchów, musi być piątką. Jej położenie jest, jak widać, określone jednoznacznie, z dokładnością do obrotów szachownicy o 90°, 180°, 270°. Pozostawiamy Czytelnikom sprawdzenie, że wykonanie 21 ruchów jest możliwe. Osamotniony będzie pionek stojący na jednym z czterech wyznaczonych pól.

Patrz w niebo

Kiedy zdano sobie sprawę, że gwiazdy są obiektami podobnymi do Słońca, przed astronomami stanął problem, z czego są one zbudowane: czy z materii znanej chemikom, czy może z jakiejś innej materii niebieskiej.

„Atmo sferę podniecenia, jakie ogarnęło astronomów, gdy stwierdzili, że w odległych ciałach niebieskich występują znane z laboratorium ziemskiego pierwiastki, oddają słowa jednego z nich, Williama Hugginsa (Atlas Reprezentatywnych Widm Gwiezdnych, 1899):
Obserwatorium stało się miejscem, w którym chemia ziemska bezpośrednio zetknęła się z chemią niebieską. Charakterystyczne linie wodoru ziemskiego zajaśniały obok odpowiednich linii wodoru z gwiazd lub też natrafiły na ciemne prążki spowodowane pochłanianiem wodoru w Syriuszu lub Wedze. Linie pochodzące z żelaza z naszych kopalń kojarzono z ciemnymi prążkami żelaza z gwiazd w przeciwległych częściach sfery niebieskiej. Stwierdzono że sód, tak wszechobecny na Ziemi, szeroko rozpowszechniony jest w przestrzeniach kosmosu".*

W ciągu ok. 80 lat od napisania tych słów odkryto istnienie w Kosmosie prawie wszystkich pierwiastków znanych (lub sztucznie wytworzonych!) na Ziemi. Dotychczas zidentyfikowano w widmach Słońca i gwiazd linie ponad 90 pierwiastków (w tym np. promet, pierwiastek odkryty na Ziemi w 1945 r., zidentyfikowany w widmach w 1970 r.; ameryk i kiur — 1944, 1972 itd.).

Opracowano wiele metod obliczania zawartości pierwiastków z obserwacji natężenia linii widmowych. W tabeli poniżej podano zawartości wagowe w procentach 14 najbardziej rozpowszechnionych w kosmosie pierwiastków w porównaniu z ich zawartością w materii bezpośrednio dostępnej analizie chemicznej (skały ziemskie, księżycowe i meteorytowe, woda morska). Skład Słońca wydaje się być typowy dla większości gwiazd. Niektóre z nich mają jednak bardzo zubożoną zawartość niektórych pierwiastków, np. otoczka gwiazdy ζ Oph ma ponad 1000 razy mniej wapnia (Ca) niż Słońce.

W ostatniej kolumnie tabelki podano również rozkład jąder atomowych bombardujących Ziemię w postaci promieniowania kosmicznego. Uderzająca jest tu niska zawartość wodoru względem innych pierwiastków, szczególnie C, N, O i Fe. Takiego składu chemicznego spodziewalibyśmy się przy obserwacji wybuchów gwiazd supernowych. Może więc promienie kosmiczne pochodzą z takich właśnie eksplozji?

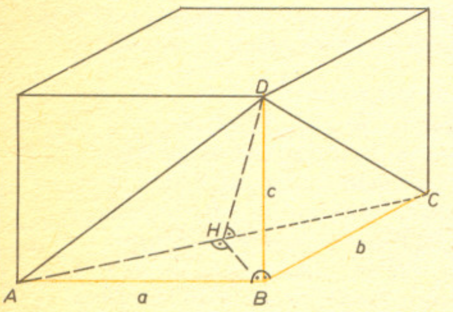
Wnikliwy Czytelnik zapewne już dawno złapał za kalkulator i podsumował poszczególne kolumny. Nie zawsze wychodzi 100%. Oczywiście, bo pierwiastki, które są obfite na Słońcu, nie muszą być rozpowszechnione na Ziemi. Nie zamieszczono w tabeli takich pierwiastków jak np. potas (2,9% skorupy ziemskiej), chlor (1,9% wody morskiej), tytan (ok. 5,8% skał księżycowych) czy mangan (0,5% promieni kosmicznych).

mgr Tomasz CHLEBOWSKI

*cytat zaczerpnięto z książki B. Kuchowicza „Kosmochemia", PWN, Warszawa 1979 r.

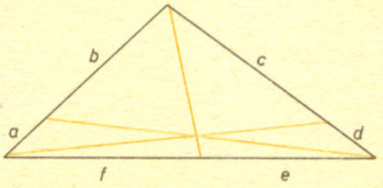
Wagowe zawartości kilkunastu pierwiastków w ciałach niebieskich (w %)

	Ziemia		Księżyc	Meteoryty	Słońce	Otoczka gwiazdy	Promienie
	skorupa	woda morska	(skały)		(fotosfera)	ζ Ophiuchi	kosmiczne
H	< 0,1	10,8	< 0,01	76,8	74,5		54,1
He	< 0,1	< 0,01	< 0,01	21,4	23,4		34,3
C	< 0,1	< 0,01	< 0,01	0,34	0,36	0,09	2,05
N	< 0,1	< 0,01	< 0,01	0,13	0,13	0,03	0,76
O	48,3	85,9	41,0	0,83	0,76	0,26	2,17
Ne	< 0,1	< 0,01	< 0,01	0,17	0.06	< 0,01	0,43
Na	1,8	1,1	0,33	< 0,01	< 0,01	< 0,01	0,20
Mg	1,5	0,13	5,0	0,06	0,06	< 0,01	0,82
Al	8,4	< 0,01	5,5	0,01	0,01	< 0,01	0,18
Si	29,1	< 0,01	18,9	0,07	0,08	< 0,01	0,76
S	< 0,1	0,09	< 0,01	0,04	0,04	0,03	0,17
Ca	2,3	0,04	7,5	0,01	0,01	< 0,01	0,17
Fe	4,2	< 0,01	14,3	0,12	0,10	< 0,01	1,21
Ni	< 0,1	< 0,01	< 0,02	0,01	0,01	< 0,01	0,05



Rozwiązanie zadania M 329.
W oznaczeniach jak na rysunku mamy $AC = a^2+b^2$,
$BH^2 = \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$, $DH^2 = c^2+BH^2 = \frac{a^2c^2+b^2c^2+a^2b^2}{a^2+b^2}$, zatem
(pole $\Delta ACD)^2 = \frac{1}{4}(a^2+b^2)\frac{a^2c^2+b^2c^2+a^2b^2}{a^2+b^2} =$
$=$ (pole $\Delta ABC)^2+$ (pole $\Delta ABD)^2+$ (pole $\Delta BCD)^2$.

Rozwiązanie zadania M 330.
W oznaczeniach jak na rysunku z prawej mamy $a+b+c = d+e+f$ oraz $c+d+e = f+a+b$, skąd wyliczamy, że $c = f$; podobnie stwierdzamy, że $d = a$ i $e = b$. Zatem $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f} = 1$ i teza wynika z twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Cevy.



Cykl Carnota

Mamy cylindryczny zbiornik z gazem zaopatrzony w ruchomy tłok. Przyrządu tego użyjemy w następujący sposób:

1. Utrzymujemy zbiornik w stałej temperaturze T_A. Gaz, jak to gaż, ma tendencję do rozprężania się. Pozwalamy mu na to, dbając jedynie o to, aby odbywało się to odpowiednio powoli. Odpowiednio, tzn. tak, aby układ cały czas był w stanie jak najbardziej zbliżonym do stanu równowagi, czyli stanu o jednorodnej temperaturze i gęstości. Dotyczy to także wszystkich kolejnych etapów.

2. Znudziło nam się — nie utrzymujemy stałej temperatury. Gaz dalej powoli się rozpręża, tym razem „na własny koszt" — stygnie.

3. Gdy gaz osiągnie temperaturę T_B (oczywiście niższą od T_A), zaczynamy bardzo powoli wpychać tłok, znów utrzymując gaz w stałej temperaturze. Odbieramy zatem cieplik wydzielający się wskutek sprężania.

4. Dalej wpychamy tłok, ale już nie odbierając cieplika. Po pewnym czasie rosnąca temperatura gazu znów osiągnie T_A. Jeżeli odpowiednio wybraliśmy moment zakończenia etapu 3, gaz będzie zajmował także tę samą objętość co na początku. Możemy więc zacząć od nowa.

Zauważmy, że cieplik pobrany przez gaz w etapie 1 (konieczny dla utrzymania stałej temperatury gazu w trakcie rozprężenia) został w całości oddany z powrotem w etapie 3. Istotnie: na początku i na końcu mamy ten sam gaz o tej samej temperaturze i w tej samej objętości — identyczne układy o tej samej zawartości cieplika. Zauważmy też, że praca wykonana przez gaz (wypychanie tłoka) jest większa od pracy wykonanej przez nas przy wpychaniu tłoka. Istotnie: przy tych samych położeniach tłoka temperatura gazu była przy rozprężaniu wyższa, a przy sprężaniu niższa; większe więc też było przy rozprężaniu ciśnienie działające na tłok.

A więc przepływ cieplika dał nadwyżkę pracy. „To wytwarzanie potęgi poruszającej zawdzięczamy jednak nie rzeczywistemu zużyciu cieplika, lecz przeniesieniu go z ciała gorącego do ciała zimnego". Można to porównać do działania młyna wodnego. „Potęga poruszająca wodospadu zależy od jego wysokości i od ilości cieczy; potęga poruszająca ciepła zależy również od ilości użytego cieplika i tego, co można by nazywać i co w istocie będziemy nazywać wysokością jego spadku, to znaczy różnicy temperatur ciał, między którymi zachodzi wymiana cieplika".

Opisaliśmy, jak łatwo się zorientować, cykl Carnota. Zresztą zgodnie z duchem jego pracy „Uwagi o potędze poruszającej ognia i maszynach zdolnych do wytwarzania tej potęgi" z 1824 roku. Nie wszystko jednak w powyższych wywodach jest zgodne z tym, co można przeczytać w dzisiejszych podręcznikach. Nie posługujemy się dziś pojęciem cieplika, a wytworzenie nadwyżki pracy w cyklu Carnota uważamy za wynik zamiany ciepła na pracę, zgodnie z I prawem termodynamiki — ciepło oddane przez gaz w trakcie sprężania jest mniejsze od ciepła pobranego w czasie rozprężania o „równowartość" uzyskanej nadwyżki pracy. Czym więc jest „cieplik" Carnota? Na pewno nie tym, co dziś nazywamy ciepłem. Nie ma sensu pojęcie „ilości ciepła" zawartej w danym ciele. Ta „ilość ciepła" musiałaby bowiem być identyczna dla identycznych ciał, a gaz przed rozpoczęciem cyklu Carnota niczym się nie różni od gazu po zakończeniu tegoż cyklu, mimo iż w trakcie przemian pobrał on (jak wiemy) więcej ciepła, aniżeli oddał.

Jest jednak wielkość, która w zjawiskach podobnych do cyklu Carnota ma wszelkie własności cieplika. Wprowadził ją Clausius w swojej pracy z 1854 r. pt. „O zmienionej postaci drugiej zasady termodynamiki", a w 1865 r. nazwał ją entropią. Entropia, lub według początkowej jej nazwy „zawartość przekształceń" jest wielkością, charakteryzującą stan fizyczny ciała, której zmiana równa jest ilości ciepła pobranego przez dane ciało podzielonej przez jego temperaturę bezwzględną. Dla zjawisk takich, które spełniają warunki odwracalności, to jest warunki, które postawiliśmy rozważanemu procesowi w punkcie 1, entropia układu odosobnionego jest wielkością stałą. We wszystkich innych przypadkach entropia wzrasta. Wzrasta więc ona dla wszystkich procesów rzeczywistych, bowiem proces spełniający warunki odwracalności musiałby odbywać się nieskończenie powoli.

Rozważmy więc cykl Carnota korzystając ze znanych nam już własności entropii. Ciepło Q_1 pobrane przez gaz w fazie 1 związane jest z przekazem entropii ΔS związkiem

$$Q_1 = T_A \Delta S.$$

W etapach 2 i 4 nie ma ani przekazu ciepła, ani przekazu entropii. W etapie 3 gaz oddał entropię ΔS, ale związany z tym przekaz ciepła Q_2 był, wskutek różnicy temperatur, już inny:

$$Q_2 = T_B \Delta S.$$

Pierwsza zasada termodynamiki wymaga więc, aby w procesie powstała nadwyżka pracy W:

$$W = Q_1 - Q_2 = (T_A - T_B)\Delta S.$$

Tak więc praca wytworzona w cyklu Carnota jest proporcjonalna do różnicy temperatur, w jakich odbywają się przemiany 1 i 3. Można ponadto zdefiniować sprawność cyklu Carnota:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_B}{T_A}.$$

Dlaczego akurat tak? Jest to związane z faktem, że w rzeczywistych silnikach cieplnych ciepło Q_2 odprowadzane jest zwykle po prostu do atmosfery, natomiast ciepło Q_1 wytwarzane jest przez spalanie paliwa. Istotne jest więc ciepło Q_1, którego wytworzenie nas kosztuje, a nie ciepło Q_2. Powyżej zdefiniowana sprawność jest miarą tego, jaka część tego ciepła została zamieniona na pracę. Łatwo zauważyć, że jest ona zawsze mniejsza od jedności. Sprawność rzeczywistych silników cieplnych, których działanie nie spełnia warunków odwracalności, jest ponadto znacznie mniejsza od sprawności idealnego silnika Carnota. Jest to oczywiste: silnik powodujący w swoim otoczeniu wzrost entropii musi w związku z tym oddać więcej ciepła, aniżeli oddaje silnik Carnota, pracujący pomiędzy tymi samymi temperaturami. Nie jesteśmy jednak skłonni czekać nieskończenie długo na uzyskanie użytecznej pracy po to tylko, aby uzyskać ją nieco „sprawniej".

mgr Robert BUDZYŃSKI