

SPIS TREŚCI

NUMERU 11(95)

Ciekle kryształy — nowy stan materii? <i>doc. dr Roman Dąbrowski</i>	str. 1
Drgania stochastyczne i trwałość konstrukcji <i>doc. dr Kazimierz Sobczyk</i>	str. 4
Liga	str. 10
Patrz w niebo	str. 11
Zadania	str. 11
Oddziaływania międzycząsteczkowe <i>doc. dr Lucjan Piela</i>	str. 12
Magister Pirożyński opowiada	str. 14
Cyrklem, linijką czy minikalkulatorem? <i>dr Jerzy Bednarczuk</i>	str. 15
Czy maszyna może zbudować drugą taką samą? <i>dr Stefan Wojciechowski</i>	str. 16

**W następnym numerze:
Różne geometrie**

„Delta”
 matematyczno-fizyczno-astronomiczny
 miesięcznik popularny
 Polskiego Towarzystwa
 Matematycznego, Polskiego
 Towarzystwa Fizycznego i Polskiego
 Towarzystwa Astronomicznego
 wydawany przy poparciu
 Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny:
 doc. dr Jerzy Bartke
 doc. dr Andrzej Bączyński
 doc. dr Bolesław Gleichgewicht
 prof. dr Kazimierz Goebel
 doc. dr Bolesław Grabowski
 dr hab. Jan Hanasz
 doc. dr Bolesław Iwaszkiewicz
 doc. dr Tadeusz Iwiński
 doc. dr Andrzej Januszajtis
 doc. dr Tadeusz Jarzembowski
 prof. dr Leon Jeśmanowicz
 dr Henryk Kaczorek
 prof. dr Marek Kuczma
 mgr Andrzej Mąkowski
 prof. dr Bohdan Paczyński
 prof. dr Zdzisław Pawlak
 prof. dr Arkadiusz Piekara
 doc. dr Sławomir Ruciński
 prof. dr Konrad Rudnicki
 prof. dr Zbigniew Semadeni
 doc. dr Grzegorz Sitarski

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60—, cena prenumeraty półrocznej zł 30—

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch” oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:
 — do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następnny
 — do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
 Jednostki gospodarki społecznej, instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch”.
 Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW, oraz prenumeratorzy indywidualni zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
 Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto NBP XV01 W-wa 1153-201045-139-11 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

Sprzedż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTA”:

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
 Sprzedż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.

Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, Konto PKO I OM W-wa 1531-912

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie Przedmieście 7 00-068 Warszawa, Poland or with

— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland.

— Earls Court Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,

— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia

Cena 1 egzemplarza zł 5— nr indeksu 35723/35550

prof. dr Józef Smak
 prof. dr Jan Stankowski
 doc. dr Kazimierz Stępień
 prof. dr Mieczysław Subotowicz
 doc. dr Stefan Turnau
 prof. dr Jerzy Wdowczyk
 doc. dr Andrzej Woszczyk
 prof. dr Janusz Zakrzewski —
 wiceprzewodniczący
 prof. dr Wojciech Żakowski —
 przewodniczący

Redaguje Kolegium w składzie:

mgr Tomasz Chlebowski
 mgr Maciej Jędrzejczak
 dr Marek Kordos — red. nac.
 dr inż. arch. Jacek Mazur — ilustracje
 dr Krzysztof Prażmowski — red. techn. graf.
 dr Michał Szurek
 mgr Krystyna Szypcio — sekr. red.
 doc. dr Michał Święcki — z-ca red. nac.

Adres Redakcji

ul. Hoża 69 pok. 151,

00-681 Warszawa

Zakład Narodowy im.

Ossolińskich — Wydawnictwo

Wrocław, Oddział w Warszawie

Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark.

wyd.; 2,50 ark. druk.;

papier offsetowy V kl. 71 g, rola 61

Wydrukowano w Drukarni im.

Rewolucji Październikowej

Warszawa, ul. Mińska 65

Nr zam. 691/12/81 L-7

Ciekłe kryształy — nowy stan materii?

Doc. dr Roman DĄBROWSKI

Istota stanu ciekłokrystalicznego

Przez codzienne doświadczenie i wiedzę nabytą w szkole mamy zakodowany w świadomości podział materii na trzy podstawowe stany skupienia: stały, ciekły i gazowy.

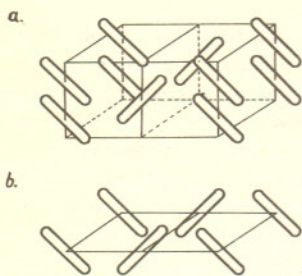
Stan stały ma budowę uporządkowaną, krystaliczną, charakteryzującą się tym, że atomy lub cząsteczki, z których jest zbudowany, znajdują się w dokładnie określonych miejscach przestrzeni i są wzajemnie odpowiednio zorientowane (rys. 1). Utworzona sztywna sieć przestrzenna jest złożona z powtarzających się elementów. W doskonałym kryształcie cząsteczki lub atomy nie mają zdolności przemieszczania się lub obrotu, mogą tylko drgać względem określonych punktów przestrzeni. W następstwie tego ciało stałe zachowuje niezmienny kształt, a jego własności fizyczne, np. wytrzymałość mechaniczna, przewodnictwo cieplne i elektryczne, prędkość rozchodzenia się światła i dźwięku są różne w różnych kierunkach przestrzeni — są anizotropowe.

Ogrzewanie kryształu powoduje, że energia ruchu drgającego cząsteczek rośnie. W pewnej temperaturze, gdy energia ta staje się porównywalna z energią wiązania cząsteczek w sieci krystalicznej, zyskują one swobodę ruchu translacyjnego i rotacyjnego a uporządkowanie dalekiego zasięgu znika (rys. 2). Przemianę fazową, w której dokonuje się przejście od ciała stałego do cieczy, nazywamy topnieniem. Cząsteczki w cieczy są ruchliwe, mogą się wzajemnie swobodnie przemieszczać. Ciecze nie mają własnego kształtu, są łatwo deformowane i przyjmują kształt naczynia. Zanik uporządkowania powoduje, że ich cechy fizyczne są izotropowe.

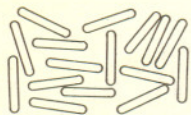
Jest grupa ciał stałych, w których proces topnienia można przeprowadzić etapami. Początkowo, gdy ogrzewamy ciało, cząsteczki zyskują w pewnej temperaturze możliwość rotacji (obrotu), a następnie w wyższej temperaturze, możliwość translacji (przesuwania się) lub — odwrotnie — najpierw uaktywnia się translacja cząsteczek a dopiero później rotacja. Te stany pośrednie między ciałem stałym i cieczą izotropową nazywamy stanami mezomorficznymi, a cząsteczki mające takie cechy mezogenami.

Stan pośredni, w którym pierwsza uaktywnia się rotacja cząsteczek, to kryształ plastyczny. Jest on zbudowany zwykle z cząsteczek o kształcie kulistym. Jeżeli cząsteczki mają kształt prętopodobny lub dyskopodobny, to zyskują one wcześniej aktywność translacyjną i stan ten nazywamy stanem ciekłokrystalicznym. Przejście substancji do stanu mezomorficznego możliwe jest tylko wtedy, gdy energia wiązania sieci krystalicznej jest mała. Własność tę mają kryształy molekularne, bowiem istniejące w nich międzycząsteczkowe wiązania są wynikiem działania słabych sił van der Waalsa. W ciekłym kryształcie cząsteczki zachowują uporządkowanie wyznaczone kierunkiem ich długiej osi (dla cząsteczek prętopodobnych) i płaszczyzną cząsteczki (dla dyskopodobnych). I tu dochodzimy do poznania najważniejszej cechy różniącej cieć ciekłokrystaliczną od cieczy zwykłej. Jest to cieć uporządkowana, tj. o anizotropowych własnościach fizycznych. Wizualnie cieć krystaliczna różni się od zwykłej cieczy tym, że jest mętna, silnie rozprasza światło, wyglądem przypomina rozwodnione mleko. Jest to związane z tym, że w ciekłym kryształcie istnieją obszary (domeny) wzajemnie przypadkowo zorientowane (rys. 3 A).

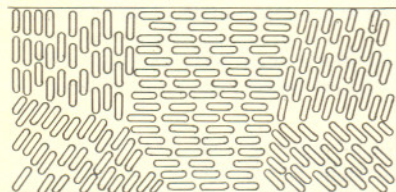
Wymiary domen są większe niż długości fal światła widzialnego i na ich granicach następuje silne rozpraszanie. Domeny te można porządkować przez działanie polami elektrycznymi, magnetycznymi, bodźcami mechanicznymi i siłami powierzchniowymi. Porządkowanie pod względem uzyskanych skutków można porównywać z tworzeniem monokryształu ciała stałego. Np. jeżeli umieścić ciekły kryształ między dwiema równoległymi płytkami szklanymi, to możemy cząsteczki zorientować długimi osiami równoległe do ścian (ułożenie homogenne rys. 3 B) lub prostopadłe do ścian (ułożenie homeotropowe rys. 3 C).



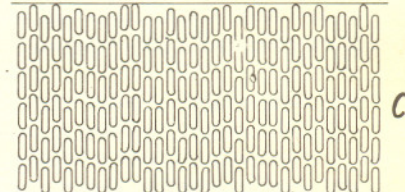
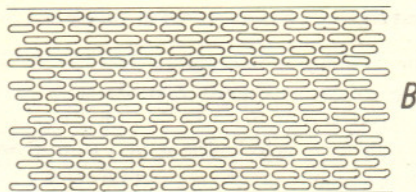
Rys. 1 Ułożenie cząsteczek w kryształcie stałym
a. komórka elementarna, b. widok z góry



Rys. 2 Ułożenie cząsteczek w cieczy izotropowej



Rys. 3 Ułożenie cząsteczek w ciekłym kryształcie
A — warstwa nieuporządkowana, B — uporządkowana homogenie, C — uporządkowana homeotropowo.



Ponieważ ciecze są łatwo odkształcalne, energia potrzebna do wywołania uporządkowania lub przeorientowania warstw jest bardzo mała. W tym tkwi główna zaleta i nowa jakość stanu ciekłokrystalicznego. Ma on własności anizotropowe, charakterystyczne dla stanu uporządkowanego i jednocześnie uporządkowanie to można zmieniać i regulować działaniem niskoenergetycznych bodźców. Ta cecha sprzyja praktycznemu wykorzystaniu ciekłych kryształów. Cząsteczki w ciekłym kryształcie nie są ułożone dokładnie równoległe swoimi długimi osiami jak pokazano na rys. 3 A, B, C. Równoległy lub prostopadły do ścian naczynia pozostaje średni



Rys. 4 Położenie cząsteczek ciekłego kryształu względem kierunku uporządkowania.

wyróżniony kierunek ułożenia (direktor). Same cząsteczki nachylone są pod kątem Θ do tego kierunku (rys. 4). Parametr uporządkowania ciekłego kryształu jest określony przez kąt Θ . Jego wartość liczbowa określa wzór:

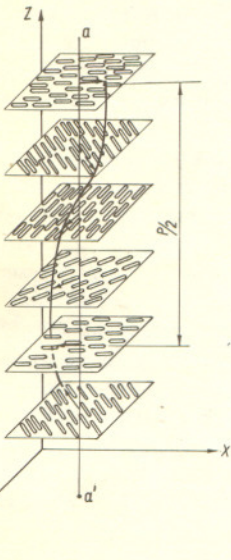
$$S = \frac{1}{2} \langle 3\cos^2\Theta - 1 \rangle.$$

W doskonałym, stałym kryształach $S = 1$, w cieczy izotropowej $S = 0$, a w ciekłym kryształach S przyjmuje wartości pośrednie między zerem i jednością.

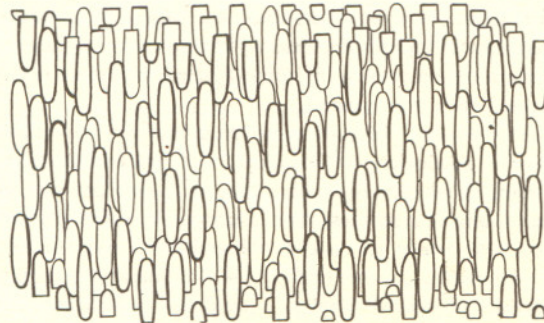
Rodzaje struktur ciekłokrystalicznych

Istnieje wiele możliwych struktur stanu ciekłokrystalicznego różniących się stopniem organizacji i uporządkowania cząsteczek. Trzy podstawowe typy struktur — trzy rodzaje ciekłych kryształów to *nematyki*, *smektyki* i *cholesteryki*.

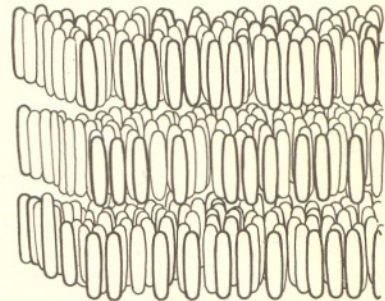
Nematyk ma najniższe uporządkowanie, $S = 0,6 \div 0,8$. Cząsteczki nematyka są ułożone długimi osiami w przybliżeniu równoległe, a ich środki ciężkości są rozmieszczone w przestrzeni przypadkowo (rys. 5). Cząsteczki mogą przemieszczać się swobodnie we wszystkich kierunkach. Smektyk ma wyższe uporządkowanie, $S = 0,8 \div 0,95$. Cząsteczki w smektyku uporządkowane są nie tylko co do kierunku, ale również położenia ich środków ciężkości są wzajemnie skorelowane. Prowadzi to do wytworzenia struktur warstwowych (rys. 6). Cząsteczki w warstwach mogą się swobodnie przemieszczać w płaszczyźnie warstwy lub możliwe jest tylko przemieszczenie się całych warstw cząsteczek względem siebie. Cząsteczki w warstwach są zatem uporządkowane lub nie, ale cząsteczki jednej warstwy nigdy nie przechodzą do warstw sąsiednich. W zależności od stopnia uporządkowania cząsteczek w warstwie i od nachylenia direktora względem płaszczyzny warstwy (ułożenie ukośne lub ortogonalne) rozróżniamy kilka typów smektyków, które są oznaczone dużymi literami alfabetu *A, C, B, D, F, G, H*. Ich stopień uporządkowania rośnie w wymienionej kolejności.



Rys. 7 Uporządkowanie cząsteczek w cholesteryku



Rys. 5 Uporządkowanie cząsteczek w nematykach



Rys. 6 Uporządkowanie cząsteczek w smektykach

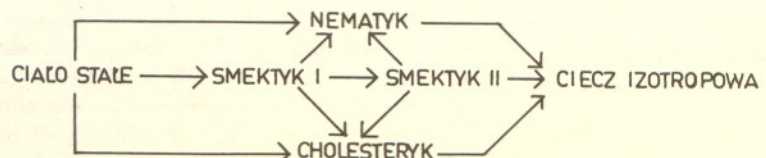
Smektyki i nematyki różnią się znacznie lepkością. Smektyki są bardzo lepkiemi cieczami nie tworzącymi menisku charakterystycznego dla cieczy izotropowych i nematyków.

Cholesteryk można traktować jako szczególny przypadek nematyka. Jeżeli rozpatrywać cząsteczki położone w określonej, wybranej płaszczyźnie, to są one uporządkowane tak jak w nematyku. Jednak ze względu na szczególne cechy budowy cząsteczek, długie osie cząsteczek leżących w kolejnych warstwach obrócone są względem siebie o pewien określony kąt (rys. 7). W ten sposób tworzy się struktura śrubowa o określonej wartości skoku (P). Cząsteczki w warstwie położonej w połowie skoku, są ułożone równoległe do warstwy pierwszej, ale odwrócone o 180° .

Kierunek uporządkowania zmienia się na przeciwny co $\frac{P}{2}$ i warstwy o tej grubości zachowują się względem promieniowania elektromagnetycznego jak cienkie warstwy dyfrakcyjne. Wartość $\frac{P}{2}$ jest często równa długości fali światła w zakresie widzialnym, dlatego odbite selektywnie światło wywołuje u obserwatora efekt barwny. Poza tym światło odbite od warstwy cholesteryka jest spolaryzowane kołowo. Zjawisko selektywnego odbicia światła i struktura spiralna różnią ciekły kryształ cholesteryczny od nematycznego.

Ciało stałe może przechodzić w ciecz izotropową przez jedną lub kilka faz ciekłokrystalicznych. Możliwe warianty przejść są przedstawione poniższym schematem, co zapisujemy w uproszczeniu

$K \rightarrow N \rightarrow I$ lub $K \rightarrow Ch \rightarrow I$ lub $K \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow N \rightarrow I$.



Barwy obserwowane dla nieuporządkowanych warstw ciekłokrystalicznych powstają w wyniku interferencji spolaryzowanego promieniowania o różnych długościach fali.

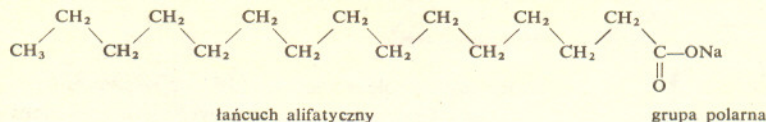
Fazy ciekłokrystaliczne mogą być rozróżniane przez obserwację dyfrakcji promieni rentgenowskich lub na podstawie charakterystycznych obrazów obserwowanych za pomocą mikroskopu polaryzacyjnego. Ciekłe kryształy obserwowane w mikroskopie polaryzacyjnym to przepiękny i fascynujący świat barwnych obrazów.

Budowa cząsteczek ciekłokrystalicznych

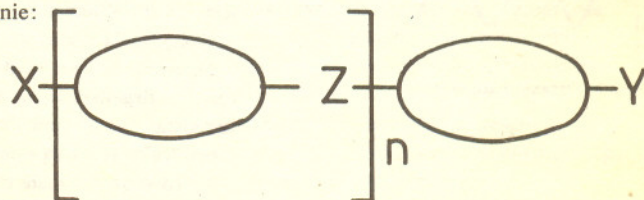
Rozróżniamy dwie grupy substancji ciekłokrystalicznych: substancje tworzące ciekłe kryształy termotropowe i substancje tworzące ciekłe kryształy liotropowe.

W ciekłych kryształach termotropowych przejście z fazy stałej do mezofazy dokonuje się pod wpływem ogrzewania. W kryształach liotropowych przejście to następuje pod wpływem działania rozpuszczalników. W określonym przedziale stężeń roztwór zyskuje strukturę uporządkowaną i cechy charakterystyczne dla stanu ciekłokrystalicznego. Tak zachowują się np. wodne roztwory białek i niektórych polimerów, mydeł i innych związków zawierających cząsteczkę złożoną z długiego łańcucha alifatycznego i końcowej grupy polarnej.

Przykładem takiej cząsteczki jest cząsteczka mydła o następującej budowie

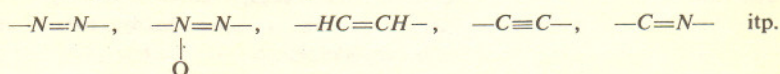


Ciekłe kryształy liotropowe pełnią ważną rolę w budowie materii żywej i jej organizacji, np. w strukturach komórkowych. Jest to jednak temat wymagający oddzielnego omówienia. Tutaj ograniczę się tylko do przedstawienia budowy cząsteczek dających ciekłe kryształy termotropowe. Podstawową, wspólną cechą większości poznanych związków tworzących termotropowe ciekłe kryształy, a szczególnie tych, które zyskały praktyczne zastosowanie, jest wydłużony kształt ich cząsteczek. Długość takiej cząsteczki jest ponad trzykrotnie większa od szerokości, a elementy, z których jest zbudowana, są przy tym dobrane tak, by miała ona dużą sztywność. Jej budowę można przedstawić schematycznie:



Dwa pierścienie lub szeregi złożone z kilku pierścieni są połączone grupą centralną (Z) zapewniającą ich wzajemne naprzemianległe ułożenie. Znane są jednak związki także bez grup centralnych. Na końcach pierścieni znajdują się różnego rodzaju i różnej długości grupy końcowe (X, Y).

O cechach związku ciekłokrystalicznego decydują wszystkie elementy, z których się on składa: rodzaj i liczba pierścieni, charakter grup centralnych oraz grup końcowych. Przykłady pierścieni spotykanych w cząsteczkach związków o własnościach ciekłokrystalicznych są pokazane na rys. 8. Niżej zestawione są przykłady grup centralnych częściej wykorzystywanych do łączenia pierścieni. Zawierają one przeważnie wiązanie wielokrotne

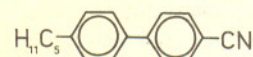
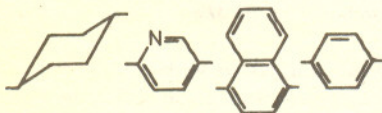


Grupami końcowymi natomiast mogą być grupy C_nH_{2n+1} , $C_nH_{2n+1}O$, CN itp. Zestawiając wymienione wyżej pierścienie, grupy końcowe i centralne w kolejności podanej na schemacie cząsteczki ciekłokrystalicznej można wytworzyć bardzo wielką liczbę związków ciekłokrystalicznych. Kilka przykładów bardziej znanych związków zestawiono obok. Pod wzorem podane są: nazwa związku, temperatury przejść fazowych, rodzaj mezofazy i wartość anizotropii dielektrycznej $\Delta\epsilon$.

Spośród licznych znanych związków ciekłokrystalicznych jedynie niewiele znajduje praktyczne zastosowanie. O możliwościach praktycznych zastosowań decydują głównie zakres mezofazy i anizotropia dielektryczna. Pożądane jest, aby mezofaza istniała w możliwie szerokim przedziale temperatur najlepiej od około -30°C do 100°C . Nie są znane związki ciekłokrystaliczne, które by miały taki zakres istnienia mezofazy. Dlatego praktycznie stosowane są mieszaniny wieloskładnikowe. Najkorzystniejsze są mieszaniny o składzie eutektycznym, ponieważ wtedy zyskuje się największe obniżenie temperatury topnienia.

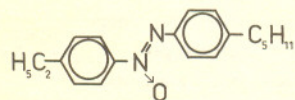
Celem uzyskania dużej wartości anizotropii dielektrycznej do cząsteczki związku należy wprowadzić grupę o dużym momencie dipolowym, np. CN ($\mu = 1,6 \cdot 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$). Można wytworzyć w ten sposób cząsteczki o wartościach $\Delta\epsilon = \pm 20$. Wartość ta jest niezwykle istotna z punktu widzenia praktycznych zastosowań ciekłych kryształów.

Rys. 8 Przykłady pierścieni i spotykanych w cząsteczkach związków ciekłokrystalicznych.



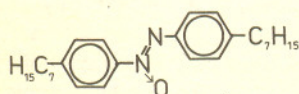
4-cyjano-4'-pentylobifenyl

299,5 K — 310 K, nematyk, $\Delta\epsilon = 14$



4-etylo-4'-pentyloazoksybenzen

278 K — 313,5 K, nematyk, $\Delta\epsilon = 0,2$



4,4' diheptyloazeksybenzen

307 K — 327,5 K, smektyk A, $\Delta\epsilon = 0,2$

Anizotropia dielektryczna decyduje o zdolności ciekłego kryształu do porządkowania się i przeorientowania pod działaniem zewnętrznego pola elektrycznego. Wartość anizotropii dielektrycznej określona jest wzorem:

$$\Delta\epsilon = \epsilon_{11} - \epsilon_{\perp 1}$$

gdzie $\epsilon_{11}(\epsilon_{\perp 1})$ — przenikalność dielektryczna ciekłego kryształu zorientowanego długimi osiami równolegle (prostopadle) do kierunku pola elektrycznego.

Ciało stałe utworzone z mieszaniny związków ma zwykle niższą temperaturę topnienia niż czyste składniki. Mieszaninę o składzie, dla którego uzyskuje się najniższą temperaturę topnienia, nazywamy eutektykiem.

Doc. dr Kazimierz SOBCZYK

Realne układy fizyczne, w szczególności współczesne konstrukcje, narażone są na działanie czynników zewnętrznych, których przebieg w czasie jest bardzo nieregularny i przypadkowy. W rezultacie takich wymuszeń powstają drgania elementów i całej konstrukcji. Ich obraz graficzny (oscylogram) jest jednak na tyle skomplikowany, iż tradycyjna analiza drgań, przywykła do zwykłych — najczęściej okresowych — funkcji czasu, staje się bezradna.

Jak charakteryzować różne skomplikowane i przypadkowe wymuszenia zewnętrzne? Jaka informacja mieści się we wspomnianych bardzo chaotycznych oscylogramach? Jak ją charakteryzować i wykorzystywać w ocenie negatywnych skutków owych drgań na człowieka i na niezawodność konstrukcji?

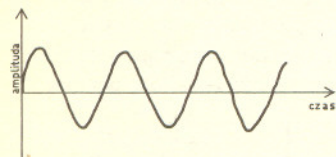
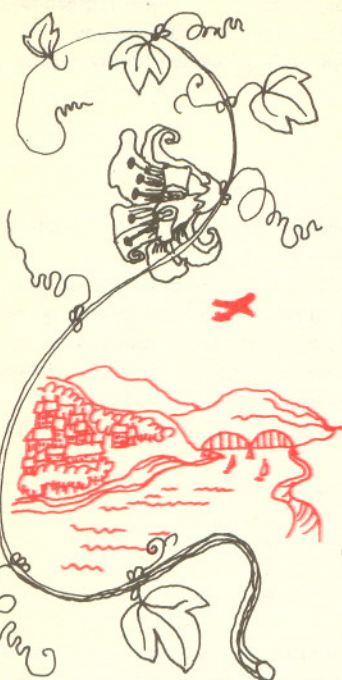
Z pomocą przychodzi teoria procesów stochastycznych — obszerna dziedzina współczesnej matematyki badająca prawidłowości zjawisk losowych przebiegających w czasie.

Wprowadzenie

Bardzo istotną rolę w wielu dziedzinach współczesnej techniki i nauki odgrywa zjawisko ruchu drgającego. Ograniczając się do zjawisk natury mechanicznej wystarczy wymienić takie przykłady jak: drgania lub wibracje maszyn i ich elementów, drgania samochodów przy ich ruchu po nierównościach, drgania powłok samolotowych czy statków morskich. Poza tym drgania są nierozłącznie związane z takimi procesami fizycznymi jak: rozchodzenie się dźwięku w powietrzu, deformacji w ciałach stałych itp.

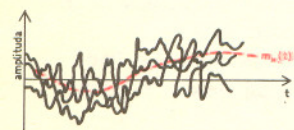
Potoczne rozumienie drgań pochodzące z codziennych obserwacji jest, jak się wydaje, wystarczająco jasne. Zwykle mówi się (także w teorii drgań), że układ mechaniczny wykonuje ruch drgający, jeżeli wielkości charakteryzujące go zmieniają się w czasie w sposób oscylacyjny, tj. rosnąc i malejąc na przemian. Najprostszym i naturalnym sposobem zapisu ruchu drgającego jest zależność okresowa, najczęściej sinusoidalna (Rys. 1). Taka sinusoidalna (lub harmoniczna) aproksymacja drgań stanowiła przez długi czas podstawę analizy drgań realnych układów fizycznych. W celu bardziej adekwatnego opisu rzeczywistych ruchów wibracyjnych rozważa się też tzw. drgania prawie okresowe i nieokresowe. Niezależnie jednak od matematycznego przedstawienia drgań i ich nieregularności istotny jest fakt, że w klasycznej czyli tradycyjnej teorii traktowane są one jako zjawisko deterministyczne; znaczy to, że eksperymenty przeprowadzone wiele razy w tych samych warunkach dają taki sam (lub bardzo zbliżony) zapis oscylograficzny. Struktura układów nowoczesnej techniki, a przede wszystkim skomplikowany, fluktuacyjny charakter wymuszeń zewnętrznych sprawiają, iż tego rodzaju opis staje się w wielu sytuacjach mało przydatny. Ta niewystarczalność deterministycznego opisu uwydatniła się w sposób jaskrawy wraz z rozwojem konstrukcji, w których precyzja działania i wysoka niezawodność są szczególnie ważne (statki kosmiczne, samoloty odrzutowe itp.). Okazało się, że przypadkowy, fluktuacyjny charakter wielu rzeczywistych ruchów drgających musi być wyrażony w sposób jawny — przez użycie w ich opisie teorii prawdopodobieństwa, a dokładniej — teorii procesów stochastycznych ujmującej przypadkowe zjawiska dynamiczne w terminach zdarzeń, prawdopodobieństw i wartości średnich. Przypadkowy lub stochastyczny charakter ruchu drgającego ujawnia się tym, iż eksperymenty przeprowadzone wiele razy w tych samych warunkach dają za każdym razem inny zapis oscylograficzny (Rys. 2). W takiej sytuacji jeden zapis przestaje mieć znaczenie, bowiem informacja o dynamice zawarta jest w całym zespole realizacji ruchu. W ten sposób dochodzi się do pojęcia drgania przypadkowego, lub — lepiej — stochastycznego. A zatem, drganie stochastyczne jest to ruch drgający przedstawiony za pomocą procesu stochastycznego $X(t, \gamma)$, tj. funkcji, która zależy nie tylko od czasu t ale także od przypadku (γ jest zdarzeniem elementarnym). Najprostszym przykładem drgania stochastycznego jest drganie harmoniczne, którego amplituda i faza są losowe. W takim przypadku wszystkie realizacje drgania mają taką samą sinusoidalną postać jako funkcja czasu; są jednakże nieregularnie przesunięte względem siebie i mają różne amplitudy. Istotny jest fakt, że szeroką klasę drgań stochastycznych można otrzymać w wyniku superpozycji takich elementarnych drgań przypadkowych.

Ruch każdego układu fizycznego (o skończonej liczbie stopni swobody) jest zdeterminowany przez trzy podstawowe grupy wielkości: a) warunki początkowe, tj. wielkości charakteryzujące początkowy stan układu; b) parametry charakteryzujące własności układu (i występujące w odpowiednich równaniach ruchu jako współczynniki); c) wymuszenia zewnętrzne. Jeżeli wymienione wielkości (niektóre lub wszystkie) są losowe, to również ruch — w szczególności ruch drgający — jest ruchem stochastycznym. W badaniu dynamiki konstrukcji inżynierskich podstawowe znaczenie ma przypadkowość wymuszeń zewnętrznych. Drgania konstrukcji przy przypadkowych wymuszeniach stały się ważną dziedziną współczesnej mechaniki i im poświęcimy naszą uwagę.



Rys. 1. Drganie harmoniczne.

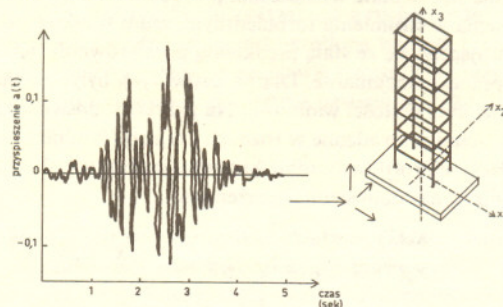
Pomiędzy zmiennymi losowymi X i Y może zachodzić zależność funkcyjna, może się też zdarzyć, że ze zmianą wartości jednej zmiennej zmienia się rozkład prawdopodobieństwa drugiej. Tego rodzaju zależność nazywamy stochastyczną. Jeżeli ulega również zmianie wartość przeciętna drugiej zmiennej, to zależność stochastyczną nazywamy korelacyjną.



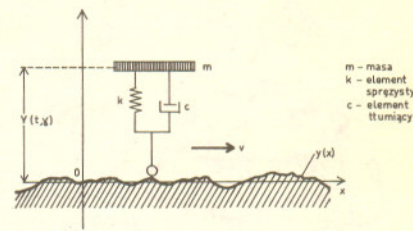
Rys. 2. Realizacja procesu stochastycznego.

Charakterystyka wymuszeń przypadkowych

Wymuszenia lub obciążenia działające na konstrukcje współczesnej techniki mają często bardzo chaotyczny i nieregularny przebieg w czasie. Przykładem takiego obciążenia może być ciśnienie pochodzące od porywistego wiatru. Inny przykład to siły powstające przy działaniu fal morskich na konstrukcje statków; fale morskie nie mają, jak wiadomo, charakteru regularnego w czasie i przestrzeni, a poprawny opis działania tych fal na konstrukcje jest oparty na przedstawieniu ich w postaci procesu stochastycznego. Działanie sejsmiczne charakteryzujące się ruchem gruntu ma również charakter stochastyczny (Rys. 3). Jeszcze jednym ważnym przykładem wymuszenia stochastycznego jest działanie strumienia turbulენტnej atmosfery na powłokę samolotu. Wreszcie sytuacja dobrze znana każdemu z codziennych doświadczeń — ruch samochodu po nierównościach drogi. Można przyjąć, że nierówności są rozłożone w sposób przypadkowy, zatem również ich działanie w czasie na koła samochodu ma charakter stochastyczny i wywołuje drgania stochastyczne pojazdu (Rys. 4).



Rys. 3. Typowy zapis wymuszenia sejsmicznego i działanie na budowlę.



Rys. 4. Uproszczony model pojazdu poruszającego się po przypadkowych nierównościach nawierzchni; masa m wykonuje drgania stochastyczne opisane przez $Y(t, \gamma)$.

Aby można było przeprowadzić analizę drgań wymuszonych siłami takimi, jak wymienione wyżej, należy coś wiedzieć o procesie stochastycznym charakteryzującym (matematycznie) owe wymuszenia. Informację tę otrzymujemy z badań doświadczalnych. Zbierane w odpowiednio zaplanowany sposób obserwacje liczbowe są opracowywane metodami statystyki. Otrzymanie pełnej informacji o procesie stochastycznym w postaci rozkładów prawdopodobieństwa jego wartości jest trudne. Toteż w praktyce wymuszenia losowe charakteryzuje się najczęściej w sposób prostszy przez podanie częściowej informacji w postaci wartości średnich rozważanego procesu. Najprostszą taką wielkością jest wartość przeciętna (oczekiwana) procesu

$$(1) \quad \langle X(t, \gamma) \rangle = m_X(t)$$

charakteryzująca „uśrednione” (po wszystkich możliwych realizacjach) zachowanie się procesu (linia przerywana na Rys. 2). Aby scharakteryzować wzajemną zależność między wartościami procesu $X(t, \gamma)$ w różnych chwilach czasu wprowadza się natomiast tzw. funkcję korelacyjną procesu

$$(2) \quad K_X(t_1, t_2) = \langle X(t_1, \gamma) X(t_2, \gamma) \rangle.$$

Dwie wymienione funkcje dostarczają istotnej informacji o badanym procesie stochastycznym, a ich wyznaczenie z doświadczeń nie nastęrcza trudności (dla wyznaczania funkcji korelacyjnej z danych doświadczalnych zostały skonstruowane i są używane odpowiednie urządzenia zwane korelatorami). Dodajmy, że jeśli można przyjąć (a często takie założenie jest uzasadnione), iż proces stochastyczny jest taki, że rozkłady prawdopodobieństwa jego wartości są gaussowskie (Rys. 5), to te dwie funkcje charakteryzują w pełni rozważany proces.

Teoria drgań stochastycznych korzysta bardzo często z dalszego uproszczenia. Otóż okazuje się, że wiele rzeczywistych obciążeń przypadkowych może być opisane przez tzw. procesy stacjonarne, tj. procesy, których charakterystyki nie zmieniają się przy przesunięciu skali czasu (charakter fluktuacji nie zależy od konkretnej chwili). Rysunek 6 pokazuje realizację procesu stacjonarnego. Dla takich procesów m_X jest wielkością stałą, zaś $K_X(t_1, t_2) = K(t_2 - t_1) = K_X(\tau)$. Bardzo ważny jest fakt, że dla procesów stacjonarnych istnieje wygodny w praktyce aparat analizy widmowej, analogiczny w swej idei do analizy harmonicznnej zwykłych funkcji — często używanej w różnych działach fizyki (akustyka, optyka) do charakteryzowania procesów (np. fal) za pomocą pojęcia częstości. Podstawową wielkością w analizie procesów stacjonarnych jest gęstość widmowa procesu $g_X(\omega)$, gdzie ω jest częstością. Między funkcją korelacyjną i gęstością widmową istnieje wzajemny związek: mianowicie, jeżeli proces przyjmuje tylko wartości rzeczywiste, to

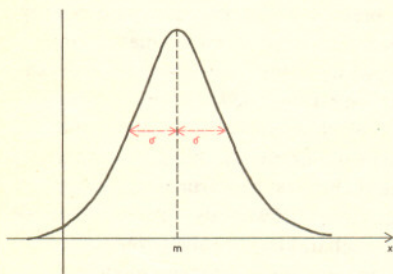
$$(3) \quad K_X(\tau) = \int_0^{\infty} g_X(\omega) \cos \omega \tau d\omega,$$

$$(4) \quad g_X(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_X(\tau) \cos \omega \tau d\tau.$$

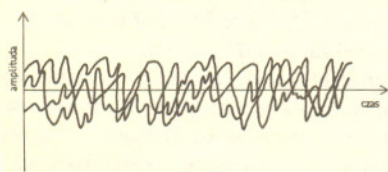
Jeżeli w procesie stochastycznym $X(t)$ związki probabilistyczne nie ulegają zmianie przy przesunięciu w czasie, to wartość przeciętna $E[X(t)] = m$ nie zależy od czasu. Funkcję

$$K(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)] - m^2$$

nazywamy funkcją korelacyjną procesu $X(t)$.



Rys. 5. Gęstość prawdopodobieństwa rozkładu gaussowskiego.



Rys. 6. Realizacja procesu stacjonarnego.

Zauważmy, że zgodnie z określeniem funkcji korelacyjnej (wzór (2)) jej wartość dla tych samych wartości czasu, tj. dla $t_1 = t_2 = t$ daje tzw. średni kwadrat procesu, czyli $K_X(t, t) = \langle X^2(t) \rangle$. W przypadku procesu stacjonarnego mamy zatem

$$(5) \quad \langle X^2(t) \rangle = K_X(0) = \int_0^{\infty} g_X(\omega) d\omega.$$

Ponieważ w licznych zastosowaniach wartość $\langle X^2 \rangle$ charakteryzuje energię rozważanego procesu, to zgodnie ze wzorem (5) $g_X(\omega)$ jest też nazywana gęstością widmową energii. Zgodnie z interpretacją pojęcia gęstości, iloczyn $g_X(\omega)d\omega$ określa tę część energii procesu, która zawarta jest w przedziale częstości od ω do $\omega + d\omega$. Wyznaczanie gęstości widmowej z danych doświadczalnych jest stosunkowo proste; dużą pomoc stanowią specjalne urządzenia zwane analizatorami widmowymi.

Okazuje się, że takie wymuszenia przypadkowe jak: obciążenie wiatrem, fluktuacje prędkości i ciśnienia w strumieniu turbulentnym, szum silników odrzutowych czy wymuszenie drgań pojazdu poruszającego się ze stałą prędkością po nierównościach realnych dróg mogą być traktowane jako procesy stacjonarne. Dla procesów tych były wyznaczone na podstawie doświadczeń funkcje korelacyjne i gęstości widmowe. Na przykład, doświadczalne badania nierówności dróg o różnej nawierzchni prowadzone w różnych krajach (Japonia, Niemcy, ZSRR) wykazały, iż funkcje korelacyjne profilów (wzdłuż kierunku jazdy) tych dróg $y(x)$ można z wystarczającą dokładnością przybliżyć następującymi wyrażeniami

$$(6) \quad K_y(\tilde{x}) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tilde{x}|},$$

$$(7) \quad K_y(\tilde{x}) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tilde{x}|} \cos \beta \tilde{x},$$

$$\tilde{x} = x_2 - x_1$$

lub ich kombinacją.

Ponieważ rozważamy sytuację, kiedy pojazd porusza się ze stałą prędkością v , czyli $x = vt$, $\tilde{x} = v\tau$, to funkcję korelacyjną wymuszenia działającego w czasie na koła pojazdu

$X(t, \gamma) = y(vt)$ otrzymujemy bezpośrednio z powyższych wyrażeń podstawiając w miejsce α i β odpowiednio $\alpha_1 = v\alpha$, $\beta_1 = v\beta$. Czytelnik z łatwością zauważy, że przypadek, kiedy pojazd porusza się ze zmienną prędkością, jest bardziej skomplikowany. Rysunek 7 przedstawia wykresy funkcji korelacyjnych (6) i (7), zaś Rys. 8 obrazuje odpowiadające tym funkcjom gęstości widmowe, które (po obliczeniu całki (4)) przyjmują postać

$$(6') \quad g(\omega) = \frac{\sigma^2}{\pi} \frac{\alpha v}{\omega^2 + \alpha^2 v^2},$$

$$(7') \quad g(\omega) = \frac{\sigma^2 \alpha v}{\pi} \frac{\omega^2 + \alpha^2 v^2 + \beta^2 v^2}{(\omega^2 - \beta^2 v^2 - \alpha^2 v^2)^2 + 4\alpha^2 v^2 \omega^2}.$$

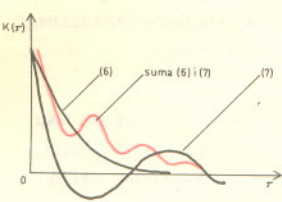
W zależności od rodzaju nawierzchni (np. droga brukowana, asfalt, asfalt na betonie itp.) stałe σ^2 , α , β przyjmują różne wartości; np. dla szosy o przeciętnej nawierzchni asfaltowej badanej w Japonii $\sigma = 1,21$ cm, $\alpha = 0,18$, $\beta = 0,54$.

Reakcja konstrukcji na wymuszenie stochastyczne

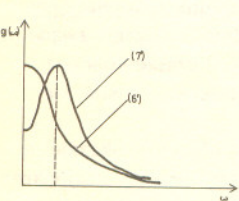
Jak reaguje układ fizyczny czy konstrukcja na wymuszenie o charakterze przypadkowym?

Oczywiście, reakcja konstrukcji i zmienność tej reakcji w czasie są również przypadkowe; innymi słowy reakcja konstrukcji jest opisana procesem stochastycznym $Y(t, \gamma)$. Podstawowy problem teorii drgań stochastycznych polega więc na scharakteryzowaniu procesu $Y(t, \gamma)$, gdy dana jest informacja o wymuszeniu $X(t, \gamma)$ i określone są własności badanego układu. Badanie takiego problemu pochłaniało uwagę mechaników i matematyków przez wiele lat, począwszy od połowy lat pięćdziesiątych. W celu wskazania istoty zagadnienia rozważmy tzw. czasowo-niezmienny, liniowy układ o jednym stopniu swobody. Taki układ stanowi wygodny model w analizie drgań wielu rzeczywistych konstrukcji. Liniowość układu oznacza, że relacja między wymuszeniem $X(t, \gamma)$ i reakcją $Y(t, \gamma)$ jest liniowa (w odpowiednich równaniach opisujących dynamikę nie występują potęgi $Y(t, \gamma)$ inne niż pierwsza). Układ jest czasowo niezmienny (lub stacjonarny), jeżeli jego własności (masa, tłumienie itp.) są stałe w czasie ruchu; jest to warunek spełniony w większości podstawowych konstrukcji inżynierskich. Jeden stopień swobody wskazuje, iż model jest na tyle prosty, że reakcja w każdej chwili jest całkowicie scharakteryzowana przez jedną wielkość Y ; okazuje się, że informacje otrzymane z analizy takiego uproszczonego modelu charakteryzują również dynamikę układów bardziej złożonych, o wielu stopniach swobody a nawet tzw. układów ciągłych — o nieprzeliczalnej ilości stopni swobody (np. belki, płyty, powłoki itp.). Liniowe układy czasowo-niezmiennne mają tę własność, że jeżeli wymuszenie jest sinusoidalne, lub — w postaci zespolonej — harmoniczne ($X = e^{i\omega t}$), to reakcja jest również harmoniczna o tej samej częstości, przy czym amplituda reakcji zależy od częstości, tj.

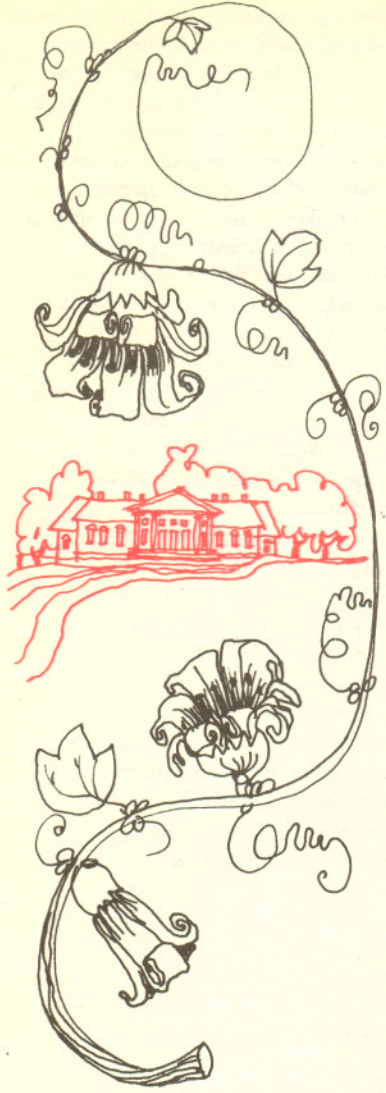
$Y = H(\omega)e^{i\omega t}$. Wielkość $H(\omega)$ jest więc częstotliwościową charakterystyką dynamiki rozważanego układu. Jej znajomość dla wszystkich wartości częstości daje informację potrzebną do otrzymania reakcji układu na dowolne znane wymuszenie. Funkcję $H(\omega)$ można stosunkowo prosto wyznaczyć eksperymentalnie. W analizie teoretycznej otrzymuje się ją łatwo z odpowiednich, różniczkowych równań drgań podstawiając w nich w miejsce X i Y wskazane wyżej wielkości harmoniczne.



Rys. 7. Funkcje korelacyjne wymuszeń pochodzących od nierówności drogi.



Rys. 8. Gęstości widmowe odpowiadające funkcjom korelacyjnym na Rys. 7.



Korzystając z pewnych faktów dotyczących stacjonarnych procesów stochastycznych oraz układów liniowych otrzymuje się rezultat: jeżeli na układ liniowy o charakterystyce częstotliwościowej $H(\omega)$ działa wymuszenie stochastyczne stacjonarne $X(t, \gamma)$ o gęstości widmowej $g_X(\omega)$, to gęstość widmowa reakcji układu na to wymuszenie wyraża się wzorem

$$(8) \quad g_Y(\omega) = |H(\omega)|^2 g_X(\omega).$$

Powyższy wzór stanowi jedną z podstawowych relacji w teorii drgań stochastycznych układów liniowych. Jak już wiemy, znając $g_Y(\omega)$ można łatwo, na podstawie wzorów (3) i (5), wyznaczyć funkcję korelacyjną $K_Y(\tau)$ czy średni kwadrat reakcji konstrukcji $\langle Y^2 \rangle$.

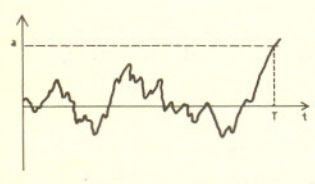
Jeżeli badany układ jest bardziej złożony — jest układem o wielu stopniach swobody — ale dalej pozostaje liniowy, to ogólna zasada wyznaczania charakterystyk statystycznych reakcji jest taka sama. Inaczej ma się sprawa, jeżeli ruch układu musi być opisany równaniami nieliniowymi. Ale i w tym przypadku zostały opracowane metody pozwalające charakteryzować reakcję; są one jednak pod względem rachunkowym bardziej zawile i w większości przybliżone. Wróćmy do przykładu związanego z ruchem pojazdu po nierównej drodze. Przyjmując, że gęstość widmowa profilu drogi jest określona wzorem (5) a model pojazdu jest taki jak na Rys. 4, otrzymujemy łatwo na podstawie wzoru (8) wyrażenie dla gęstości widmowej drgań masy m oraz po wykonaniu całkowania następujący wzór dla średniego kwadratu przemieszczenia pionowego

$$(9) \quad \langle Y^2 \rangle = \frac{\sigma^2}{2h} \frac{(4h^2 + \omega_0^2)\alpha v + 2h\omega_0^2}{\alpha^2 v^2 + 2h\alpha v + \omega_0^2},$$

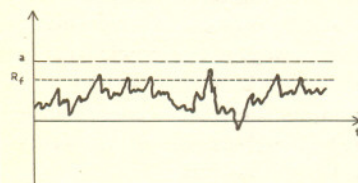
gdzie h jest współczynnikiem tłumienia zawieszenia, zaś ω_0 — tzw. częstość drgań własnych — charakteryzuje własności sprężyste zawieszenia. Powyższy wzór dostarcza istotnej informacji; wyraża on wartość średnią kwadratu przemieszczenia pionowego masy w zależności od wariancji pionowych nierówności drogi σ^2 , parametru charakteryzującego przestrzenną korelację nierówności profilu α , prędkości ruchu pojazdu v oraz parametrów charakteryzujących zawieszenie h i ω_0 . Można też otrzymać odpowiedni rezultat dla średniego kwadratu pionowego przyspieszenia $\langle \dot{Y}^2 \rangle$ masy w ruchu drgającym — wielkości, która stanowi bodajże najważniejszy parametr charakteryzujący tzw. komfort jazdy. Tego rodzaju rezultat pozwala z kolei tak dobrać parametry zawieszenia h i ω_0 , aby ów średni kwadrat przyspieszeń pionowych (powodowany przypadkowymi nierównościami) osiągnął wartość minimalną. Takie postępowanie (oczywiście dla bardziej złożonych modeli pojazdu) prowadzi do zwiększenia komfortu jazdy i jest stosowane w projektowaniu.

Uszkodzenie konstrukcji na skutek drgań stochastycznych

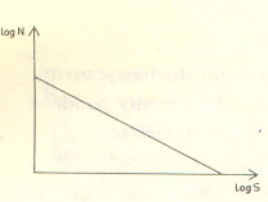
Następne, w sposób naturalny wyłaniające się problemy związane z drganiami stochastycznymi, dotyczą skutków, które one wywołują. Jest rzeczą znaną, że konstrukcje i ich elementy poddane obciążeniom zmiennym w czasie podlegają niszczeniu nawet wtedy, gdy żadne z wielkości normowych nie zostają przekroczone. Ma to również (a może przede wszystkim) miejsce, gdy owe obciążenia zmieniają się w czasie w sposób przypadkowy, a konstrukcja wykonuje drgania stochastyczne. Niech $Y(t, \gamma)$ — jak poprzednio — oznacza reakcję konstrukcji (przemieszczenie, naprężenie itp.) w ustalonym punkcie krytycznym; przy tym owa reakcja ma charakter stochastyczny i znane są jej podstawowe cechy statystyczne. Istotne jest pytanie: jak wykorzystać informacje o procesie $Y(t, \gamma)$ w badaniu uszkodzeń i w ocenie trwałości konstrukcji? Nie ma potrzeby wykazywać, jak ważna dla praktyki inżynierskiej jest odpowiedź na to pytanie. Odpowiedź nie jest jednak prosta, a nawet nie zawsze jest możliwa. W celu uzyskania informacji o trwałości konstrukcji należy przede wszystkim wziąć pod uwagę różne możliwe mechanizmy uszkodzeń związane z drganiami stochastycznymi. Dwa takie mechanizmy są niewątpliwie podstawowe. Pierwszy mechanizm zniszczenia polega na tym, że uszkodzenie konstrukcji występuje wtedy, gdy reakcja $Y(t, \gamma)$ osiąga po raz pierwszy pewien określony górny (np. a) lub dolny (np. b) poziom, gdzie a i b są danymi dużymi liczbami dodatnimi. Mówimy, że uszkodzenia występujące przy zajściu tego zdarzenia są uszkodzeniami katastroficznymi (lub uszkodzeniami pierwszego przejścia; ang. — first excursion failures — por. Rys. 5). Druga możliwość jest następująca: reakcja $Y(t, \gamma)$ nie przyjmuje dużych (katastroficznymi) wartości, doznaje jednak wielu nieznacznych wyjść poza pewną granicę (tzw. granicę wytrzymałości zmęczeniowej) i wobec tego zniszczenie konstrukcji akumuluje się; całkowite zniszczenie następuje wtedy, gdy nagromadzone uszkodzenie osiąga pewną określoną krytyczną wartość. Ten rodzaj zniszczenia znany jest pod nazwą zniszczenia zmęczeniowego (Rys. 6). W ocenie niezawodności konstrukcji w oparciu o pierwszy mechanizm zniszczenia istotne jest określenie czasu T , w którym reakcja $Y(t, \gamma)$ osiągnie pewien ustalony, krytyczny poziom po raz pierwszy. Oczywiście, czas T jest wielkością losową. Podstawowe zagadnienie analizy uszkodzeń katastroficznymi można sformułować następująco: znając własności statystyczne reakcji konstrukcji $Y(t, \gamma)$ należy wyznaczyć informacje o czasie pierwszego przejścia T . Problemy związane z wyznaczeniem czasu pierwszego wyjścia realizacji procesu z rozważanego obszaru (lub przedziału) były rozważane w matematycznej teorii procesów stochastycznych. Efektywne rozwiązania mogą być jednak otrzymane tylko dla pewnych specjalnych klas procesów; na przykład — dla tzw. dyfuzyjnych procesów Markowa,



Rys. 9. Ilustracja uszkodzenia katastroficznego; przekroczenie przez reakcję (przemieszczenie, naprężenie itp.) stanu niebezpiecznego.



Rys. 10. Ilustracja nagromadzenia się uszkodzeń zmęczeniowych; R_f — tzw. granica wytrzymałości zmęczeniowej.



Rys. 11. Krzywa (we współrzędnych logarytmicznych prosta) S—N.

tj. procesów, w których „przeszłość” zależy tylko od stanu obecnego, a nie zależy od „przeszłości”. Procesy takie są spokrewnione z procesem opisującym zjawisko ruchów Browna znane każdemu z fizyki; mówiąc dokładniej, dyfuzyjne procesy Markowa można modelować za pomocą ruchu brownowskiego. To, kiedy drgania stochastyczne realnych układów mogą być charakteryzowane przez dyfuzyjny proces Markowa stanowi problem sam w sobie. Dyfuzyjny charakter reakcji układu zależy przede wszystkim od wymuszenia. Jeżeli przypadkowe wymuszenie spełnia pewne warunki (np. gdy jest to proces stacjonarny o stałej gęstości widmowej, co oznacza, że między wartościami procesu w różnych chwilach brak jest korelacji), to reakcja układu może być opisana przez dyfuzyjny proces Markowa i wtedy można określić tzw. czas życia konstrukcji (jak pisaliśmy wyżej, jest to także zmienna losowa). W sytuacjach, gdy reakcja nie może być opisana przez dyfuzyjny proces Markowa, korzysta się z pewnych rozwiązań przybliżonych oraz oszacowań prawdopodobieństwa pierwszego przejścia. Szczególnie prosty rezultat otrzymuje się, jeżeli założę się, że proces $Y(t, \gamma)$ jako obiekt matematyczny jest taki, że przekracza on rozważany poziom wystarczająco rzadko, przy czym owe przekroczenia są zdarzeniami niezależnymi. Wtedy liczba chwil losowych w przedziale czasu $(0, t]$, w których następują przekroczenia poziomu jest scharakteryzowana przez tzw. jednorodny proces Poissona. Własności procesu Poissona są dość dobrze zbadane i, nawiasem mówiąc, stanowi on dobry model szeregu różnych zjawisk losowych; na przykład opisuje on proces zgłoszeń do stacji telefonicznej. Jeśli więc korzysta się z procesu Poissona jako modelu liczby przekroczeń rozważanego poziomu a , to prawdopodobieństwo tego, że w przedziale czasu $(0, t]$ nie nastąpi żadne przekroczenie tego poziomu jest równe $e^{-\lambda t}$, zaś prawdopodobieństwo uszkodzenia katastroficznego w przedziale $(0, t]$ jest $1 - e^{-\lambda t}$. Parametr λ oznacza intensywność procesu Poissona; w naszym przypadku jest on równy średniej liczbie przewyższeń poziomu a przez proces $Y(t, \gamma)$ w jednostce czasu ($e \approx 2,718$). Niestety, założenie, że przewyższenia poziomu a przez proces $Y(t, \gamma)$ są zdarzeniami niezależnymi, jest bardzo ograniczające. Toteż wielu badaczy poszukiwało innych metod charakteryzowania czasu uszkodzenia katastroficznego. W szczególności znalezione zostały różne oszacowania prawdopodobieństwa zniszczenia katastroficznego. Zniszczenie konstrukcji pod wpływem drgań stochastycznych przyjmuje najczęściej formę zniszczenia zmęczeniowego powstającego na skutek długotrwałego oddziaływania naprężenia o charakterze pulsującym (głośna niegdyś katastrofa mostu w Szwecji nastąpiła, jak zgodnie orzekli eksperci, właśnie na skutek zmęczenia). Fizyczne zjawiska leżące u podstaw zniszczenia zmęczeniowego są bardzo złożone, a ich natura nie jest jeszcze w pełni zbadana. W chwili obecnej podstawowe informacje o tym rodzaju zniszczenia czerpane są z badań eksperymentalnych przeprowadzanych w warunkach deterministycznych obciążeń cyklicznych. W takim przypadku istnieje relacja między amplitudą naprężenia i liczbą cykli powodujących zniszczenie; jest to tzw. krzywa S—N (lub krzywa Wohlera) określona zależnością: $NS^b = c$, gdzie S jest amplitudą naprężenia, N jest szacującą liczbą cykli, zaś b i c są stałymi dodatnimi charakteryzującymi materiał. Jeżeli amplituda reakcji (naprężenia) nie jest stała, lecz zmienia się w czasie, to należy wprowadzić dodatkowe założenia dotyczące akumulowania się uszkodzeń spowodowanych różnymi amplitudami. Najlepiej znaną i ze względu na swoją prostotę ogólnie przyjmowaną jest hipoteza Palmgrena-Minera postulująca, że jeżeli zniszczenie pod wpływem naprężeń o danej amplitudzie występuje po N cyklach, to uszkodzenie akumuluje się w sposób jednorodny w każdym kolejnym cyklu, tak że podczas jednego cyklu występuje $1/N$ całkowitego zniszczenia. Zniszczenie spowodowane działaniem n_i cykli naprężenia o amplitudzie S_i jest równe: $\Delta_i = n_i/N_i$, $n_i \leq N_i$, gdzie N_i jest niszczącą liczbą cykli przy amplitudzie naprężenia S_i . Całkowite zniszczenie jest równe $D = \sum_i \Delta_i$. Element

doznaje zniszczenia zmęczeniowego, jeżeli $D \geq 1$. Warto zauważyć, że kryterium Palmgrena-Minera nie uwzględnia wpływu kolejności występowania naprężeń na wielkość akumulowanego zniszczenia. Jest to jeden z jego niedostatków, gdyż eksperymenty wykazują, iż kolejność występowania różnych poziomów naprężenia jest istotna.

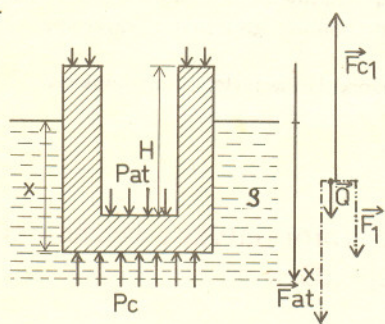
Kryterium Palmgrena-Minera zostało zaadaptowane do przypadku obciążeń stochastycznych przez zamianę liczby cykli n_i liczbą maksimów stochastycznego procesu naprężenia na poziomie S_i . Oczywiście, jeżeli naprężenie jest deterministyczne i cykliczne, to liczba maksimów jest równa liczbie cykli; jeżeli proces naprężenia jest stacjonarnym procesem stochastycznym, którego widmo energetyczne jest skupione w wąskim zakresie częstości (proces o wąskim widmie), to liczba maksimów równa się liczbie przecięć poziomem zerowego. W takiej sytuacji, jeśli dodatkowe rozkłady prawdopodobieństwa procesu naprężenia są gaussowskie, owe „ustochastycznione” kryterium Palmgrena-Minera daje interesujące i użyteczne rezultaty. Okazuje się, że otrzymana w ten sposób wartość średnia nagromadzonego zniszczenia zmęczeniowego jest proporcjonalna do średniej liczby przecięć przez proces naprężenia poziomu zerowego oraz zależy w sposób nieliniowy — różny dla różnych materiałów — od średniego kwadratu naprężenia. Należy jednak podkreślić, że kryterium Palmgrena-Minera (oraz inne podobne hipotezy) jest jedynie inżynierską procedurą szacowania nagromadzających się uszkodzeń, bardziej lub mniej słuszną w zależności od konkretnej sytuacji. Jako dość prosta hipoteza nie stanowi ono, i nie może stanowić, w żadnej mierze wyjaśnienia złożonego i w istocie swej stochastycznego mechanizmu zniszczenia zmęczeniowego.



W ostatnim czasie podjęte zostały próby (również przez autora niniejszego artykułu) metodologicznie bardziej zadowalającego opisu akumulacji zniszczenia zmęczeniowego. Mówiąc ogólnie, oparte są one na traktowaniu elementu konstrukcji (czy próbki materiału), w którym zachodzi niszczenie zmęczeniowe (np. na skutek obciążeń przypadkowych) jako pewnego układu, którego stany są opisane przez proces stochastyczny. Owe zmęczeniowe stany elementu konstrukcji mogą być interpretowane i mierzone w różny sposób. Mogą one być, na przykład, wyrażane poprzez długość szczelin, rys czy innych defektów jakie rozwijają się w badanym elemencie. Zostało stwierdzone, że zniszczenie zmęczeniowe następuje głównie wskutek powstawania i wzrostu szczelin w materiale. Eksperymenty pokazują jednak, że mimo iż w próbce znajduje się duża liczba szczelin (różnej wielkości), to zawsze można wyróżnić szczelinę dominującą, która jest przede wszystkim odpowiedzialna za ostateczne zniszczenie. Tak więc długość dominującej szczeliny (lub pewna funkcja jej długości) może być przyjęta jako miara zniszczenia zmęczeniowego. Wzrost długości szczelin w ogóle, a dominującej szczeliny w szczególności, zachodzi jednak w sposób bardzo nieregularny; najczęściej — jak wskazują eksperymenty — w sposób skokowy w losowych chwilach czasu. Wydaje się, że właściwa charakterystyka tego procesu stochastycznego wykorzystująca istniejące rezultaty eksperymentalne dotyczące zmęczenia materiałów może w sposób istotny wzbogacić naszą wiedzę o tym ważnym zjawisku. To, na ile takie stochastyczne modele akumulacji zniszczenia zmęczeniowego będą użyteczne, zależy od ich eksperymentalnej weryfikacji. Weryfikacja taka wymaga jednak zaplanowania i rozwinięcia metodologicznie nowych eksperymentów.

Zakończenie

Przedstawione w tym artykule zagadnienia stanowią istotny składnik współczesnej mechaniki. Warto jednak podkreślić, że ważność badań nad drganiami stochastycznymi, ich skutkami, a także nad zmniejszaniem ich negatywnego wpływu na człowieka, otoczenie i konstrukcje, ma nie tylko czysto użyteczne znaczenie. Analiza drgań stochastycznych i stochastyczne problemy trwałości konstrukcji są częścią metodologii opartej na ujmowaniu zjawisk w terminach zdarzeń i prawdopodobieństw. Metodologia ta okazała się niezwykle cenna w badaniu i wyjaśnianiu szeregu zjawisk fizyki, do mechaniki zaś weszła stosunkowo niedawno na skutek potrzeb najbardziej nowoczesnych gałęzi techniki, takich jak astronautyka i aerotechnika; następnie jej ważność została zaakceptowana przez takie tradycyjne dziedziny jak inżynieria lądowa i wodna, technika pojazdów i inne. Dzisiaj ten sposób podejścia do wielu zjawisk mechaniki przynosi istotne wzbogacenie jej aparatu badawczego, a także dostarcza nowych informacji o zachowaniu się konstrukcji i materiałów. Toteż w wielu ośrodkach naukowych w świecie stochastyczne podejście do interpretacji i badania zjawisk mechanicznych zajmuje coraz ważniejsze miejsce w programach badawczych. Również w Polsce badania w tym kierunku są istotnie zaawansowane. W naszym kraju wynikają one jednak bardziej z potrzeby uczestnictwa w rozwoju szeroko pojętej kultury niż z autentycznych zapotrzebowań praktyki inżynierskiej.



Rozwiązanie zadania F 103.

Przy dostatecznie powolnym zanurzeniu szklanki, wypadkowa sił działających na nią wynosi zero. Rysunek obrazuje sytuację przy zanurzeniu wynoszącym x . Przyjęto oznaczenia: S — powierzchnia przekroju zewnętrznego, s — wewnętrznego, F_{at} — wypadkowe parcie atmosfery, F_x — wypadkowe parcie powietrza zawartego w szklance, F_c — wypadkowe parcie cieczy, Q — siła ciężkości szklanki, F — siła przykładana przez zanurzającego.

Indeksy 1 i 2 dotyczą odpowiednich przypadków pokazanych na rysunku. Z warunków równowagi zapisanych dla obu przypadków mamy

$$\begin{aligned} (1) \quad & F_1 + Q + F_{at} + F_{c1} = 0, \\ (2) \quad & F_2 + Q + F_{at} + F_{c2} + F_g = 0, \\ (1)-(2) \quad & F_1 - F_2 = F_{c1} - F_{c2} - F_g. \end{aligned}$$

Po zrzutowaniu na oś współrzędnych i podstawieniu odpowiednich wartości otrzymujemy

$$F_{1x} - F_{2x} = S(P_{at} + \rho g x) - (S - s)(P_{at} + \rho g x) - S(P_{at} + \rho g h).$$

Proste przekształcenia algebraiczne dają ostatecznie $F_{1x} - F_{2x} = \rho g s(x - h)$.

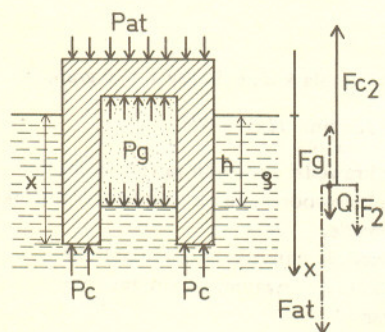
Z zależności tych wynika, iż siła przykładana do szklanki zanurzonej dnem ku dołowi musi być większa, zatem większa jest w tym przypadku praca wykonana przez zanurzającego. Ilościowe znalezienie różnicy tych prac wymaga dodatkowych założeń natury termodynamicznej. Wtedy możliwe jest uzyskanie jawnej postaci zależności $h = f(x)$

$$\text{a następnie obliczenie całki } W_1 - W_2 = \int_0^x F_{1x} dx - \int_0^x F_{2x} dx = \int_0^x (F_{1x} - F_{2x}) dx = \rho g s \int_0^x (x - h) dx.$$

Najbardziej naturalne jest założenie o równości temperatur powietrza, wody i szklanki, a także o izotermiczności procesu sprężania powietrza zawartego w szklance. Z prawa Boyle'a — Mariotte'a zapisanego dla stanów przed i po zanurzeniu wynika: $P_{at} H = (P_{at} + \rho g h)[H - (x - h)]$.

Otrzymane równanie, kwadratowe względem h , zniechęca do dalszych rachunków. Dają się one co prawda uprościć, gdy skorzysta się z faktu niewielkich zmian ciśnienia, lecz nie wnoszą niczego istotnego do rozwiązania i dlatego pominiemy je.

Do identycznego wyniku można dojść rozwiązując zadanie na gruncie zasady zachowania energii. Należy jednak pamiętać, że trzeba skorzystać z jej rozszerzonej (o zjawiska cieplne) wersji. Polecamy to Czytelnikom jako pouczające ćwiczenie.

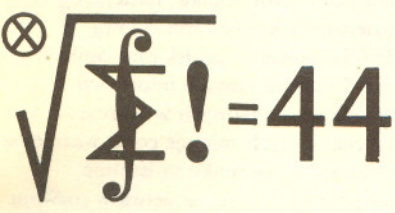
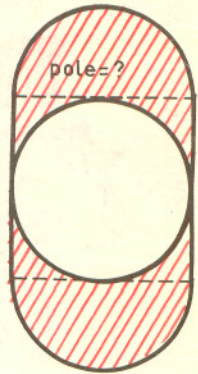
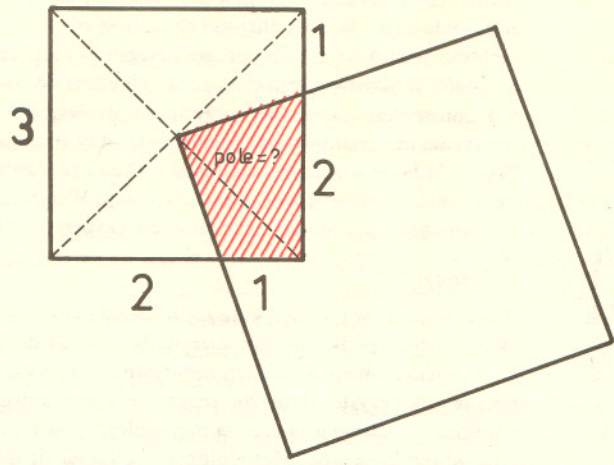
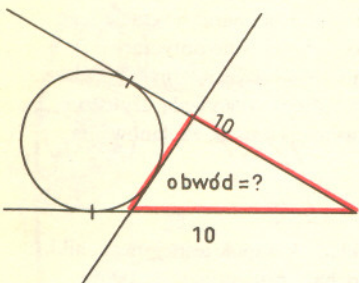


Narysuj jedną kreskę a rozwiążesz...

W czasie podróży zepsut się samochód... Kierowca dopchał jakoś go do warsztatu. Mechanik spojrzął na zepsuty wóz, zajrzał pod maskę, potem przyniósł młotek i mocno stuknął gdzieś w okolicy silnika. „Proszę, naprawione”. Rzeczywiście, wszystko było w porządku. Szczęśliwy kierowca zapytał dla przyzwoitości: „Ile się należy?”. „Pięćset złotych” — odpowiedział mechanik. „Pięćset złotych za jedno stuknięcie młotkiem?” zawołał oburzony kierowca. „Nie, za stuknięcie dziesięć złotych. Pozostałe czterysta dziewięćdziesiąt za to, że wiedziałem, gdzie uderzyć”.

W tej starej historyjce jest wiele prawdy. Ile wysiłku kosztowały nas niektóre rozwiązania, dopóki nie wpadliśmy na pomysł: „O rany, wystarczy mocno stuknąć...”?

W poniższych zadaniach geometrycznych „dorysowanie jednej kreski” należy traktować nieco umownie — czasami trzeba aż dwóch. Zresztą, zależy to od tego, co rozumiemy przez kreskę...



Klub 44

Skrót regulaminu ligi zadaniowej

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w nr. $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

$$4-3 \cdot \frac{\text{suma ocen za rozwiązania danego zadania}}{\text{liczba osób, które nadesłały choć jedno rozwiązanie z numeru}}$$

i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów (w dowolnym czasie) zostaje on członkiem Klubu, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo — to tytuł Weterana.

Ligę organizuje Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, oraz nasza Redakcja. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w nr. 9/1981.

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji „Delta”

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

Zadania Nr 7, 8, 9

Termin nadsyłania rozwiązań: do 31.01.1982

7. Załóżmy, że f jest funkcją ciągłą w przedziale $(0, +\infty)$ i że dla każdej liczby $x > 0$ granica $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{x}{n}\right)$ istnieje i równa się zero. Czy stąd już wynika, że $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 0$?

8. Dany jest czworościan, w którym długości każdej pary krawędzi skośnych są równe. Środki każdych dwóch krawędzi skośnych połączono odcinkiem. Udowodnić, że otrzymane trzy odcinki przecinają się w jednym punkcie i że są parami prostopadłe.

9. Zmaksymalizować liczbę owiec w stadzie. To znaczy: znaleźć największą liczbę naturalną n , dla której napisana obok łamigłówka typu litera — cyfra ma rozwiązanie. Liczby zapisane w systemie dziesiętnym, początkowe cyfry liczb nie są zerami.

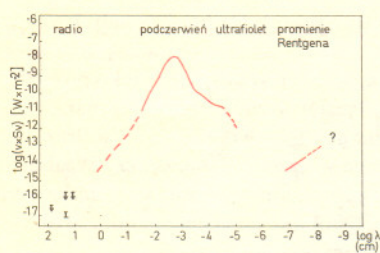
OWCA }
 OWCA }
 : : : }
 : : : } n składników
 OWCA }
 +OWCA }
 STADO

Dla podróżnika udającego się na półkule południowej, październik jest jednym z najwznieźniejszych miesięcy do obserwacji nieba. Wysoko na niebie gorąją dwie najbliższe karłowate galaktyki — Obłoki Magellana, Wielki i Mały, Krzyż Południa nisko nad horyzontem, a późnym wieczorem wschodzi gwiazdozbiór Kil (*Carina*) zawierający ledwie widoczną gołym okiem mgławicę o tej samej nazwie. Obiekt ten był w ciągu ostatnich stu lat i ciągle pozostaje jednym z najbardziej intrygujących źródeł w naszej Galaktyce. Na cały ten kompleks składają się: ogromna mgławica o charakterystycznym kształcie i kilka gromad gwiazd zanurzonych w tej mgławicy a zawierających dziesiątki gwiazd gorętszych niż najgorętsze znane nam na półkuli północnej! Każda z tych gwiazd ma masę około 100 razy większą niż Słońce, na tyle ogromną, że zmusza to ją do bardzo szybkiego palenia wodoru, a jednocześnie nie wiadomo, na ile ogromne siły grawitacji i ciśnienia promieniowania są zrównoważone i jak daleko taka gwiazda jest od rozehybotania się, stracenia równowagi i rozpadnięcia się lub wybuchu. Cały ten układ ma około 2 milionów lat.

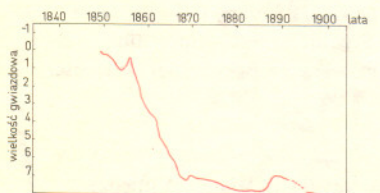
Najciekawszym jednak obiektem w tym systemie jest słynna η Carinae. Gwiazda ta ma bardzo osobliwą historię. M. in. w 1843 roku doszło do potężnego wybuchu, który targnął tą gwiazdą. Przez pewien czas była ona drugą, po Syriuszu, najjaśniejszą gwiazdą na niebie, przez następne 20 lat była łatwo dostrzegalnym, powoli słabnącym obiektem, po czym dość szybko osłabła do poziomu pozwalającego tylko obserwatorom o najlepszym wzroku do obserwacji jej gołym okiem; w takim stanie znajduje się dzisiaj. Dokładniejsze badania doprowadziły do wykrycia ogromnej chmury pyłu wyrzuconej z gwiazdy w 1843 roku. Początkowo był to ekspandujący gaz, ogrzewany ciągle z tyłu przez gorącą gwiazdę. Gaz ten powoli stygł, aż w pewnym momencie jego temperatura była już tak niska, że zaczął gwałtownie krystalizować, stając się nieprzezroczysty dla promieniowania opuszczającego gwiazdę. Nastąpiło to właśnie ok. 1863 roku, kiedy gwiazda szybko osłabła w naszych oczach. Pył ten, pochłaniając promieniowanie widzialne, ogrzewa się i emituje zaabsorbowaną energię w podczerwieni. Jasność η Car jest w podczerwieni (na którą oko jest nieczułe) tak duża, że jest to najjaśniejszy obiekt w Galaktyce w tej długości fali! *Eta Carinae* emituje, podobnie jak i cała mgławica, promieniowanie we wszystkich zakresach. Dwa lata temu odkryto jej aktywność w promieniach Roentgena, w zeszłym roku również na falach radiowych. Istnieją niepotwierdzone dane, że η Car jest również źródłem superenergetycznych kwantów γ .

Co mogło być przyczyną tego potężnego wybuchu, który wstrząsnął tą masywną ($\approx 150M_{\odot}$) gwiazdą — nikt nie wie. Nie była to napewno ani nowa (zbyt jasna i masywna) ani supernowa (miedostatecznie jasna i zupełnie inna krzywa jasności). Jest to obiekt tak unikalny, że nawet trudno stworzyć tu prawdopodobną hipotezę. We wszystkich pracach naukowych, jakie napisano dotychczas o η Car, nie zaproponowano ani jednego modelu, który ostałby się pod ostrzałem uzasadnionej krytyki, a który tłumaczyłby, co było przyczyną tego tajemniczego wybuchu.

mgr Tomasz CHLEBOWSKI



Rys. 1. Pełne widmo elektromagnetyczne η Car, od fal radiowych po promienie Roentgena (te ostatnie to jeszcze nie opublikowane dane z satelity *Einstein*). Na osi pionowej zaznaczony jest logarytm strumienia promieniowania pomnożonego przez częstotliwość, dzięki czemu rysunek przedstawia właściwie ilość energii emitowanej w poszczególnych zakresach.



Rys. 2. Krzywa jasności η Car w II połowie XIX wieku.



Zadania

Redaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI

M 277. Wykazać, że wielomian $x^4y^4 + x + y + 1$ nie można rozłożyć na iloczyn wielomianów $p(x)$ i $q(y)$.

Rozwiązanie na str. 13

M 278. Czy istnieje na płaszczyźnie skończony zbiór odcinków taki, że końce każdego z nich leżą we wnętrzu innych odcinków zbioru?

Rozwiązanie na str. 14

M 279. Ile razy może się odbić promień świetlny od dwóch prostych tworzących kąt 1° ?

Rozwiązanie na str. 16

Redaguje mgr Tomasz TRATKIEWICZ

F 103. Dokonano dwukrotnego zanurzenia walcowej szklanki do wody. Pierwszym razem dnem ku dołowi, drugim — ku górze. Szklanka pozostawała w trakcie tej operacji pionowa. W którym z przypadków wykonano większą pracę, jeśli głębokości zanurzenia były za każdym razem jednakowe i mniejsze niż wysokość szklanki?

Rozwiązanie na str 9

Oddziaływania międzycząsteczkowe

Doc. dr Lucjan PIEŁA

Atomy mogą wiązać się w cząsteczki. Cząsteczki, nawet te pozbawione ładunku elektrycznego, oddziałują między sobą. Tylko dzięki tym oddziaływaniom możliwe jest istnienie cieczy i większości ciał stałych. Prawie wszystkie własności materii określone są przez charakter tych oddziaływań.

Wiadomo, że siły przyciągające nie mogą zapewnić powstawania stabilnych ograniczonych układów cząsteczek (cały Wszechświat zapadłby się do jednego punktu). Na bardzo małych odległościach muszą działać między nimi siły odpychające.

Wychodząc z tych jakościowych obserwacji holenderski fizyk, van der Waals, który jako pierwszy zwrócił uwagę na istotną rolę oddziaływań międzycząsteczkowych w gazach, znalazł równanie stanu gazu rzeczywistego. Równanie to opisuje w przybliżeniu nie tylko własności gazów, lecz także proces ich skraplania. Siły międzycząsteczkowe nazywane są często siłami van der Waalsa. Szczegółową teorię oddziaływań van der Waalsa podali Wang i London w końcu lat dwudziestych naszego wieku. Według niej energia oddziaływania dwóch molekuł jest sumą energii oddziaływania elektrostatycznego, E_{elst} , oddziaływania indukcyjnego, E_{ind} oraz oddziaływania dyspersyjnego, E_{dysp} . Całkowitą pracę potrzebną do rozbicia ciała stałego na izolowane cząsteczki w przeliczeniu na jedną molekułę nazywamy energią kohezji (spójności).

Oddziaływanie elektrostatyczne

Wiele cząsteczek, na przykład cząsteczka wody, ma rozkład ładunku ujemnego przesunięty względem ładunku dodatniego. Oddziaływanie takiej cząsteczki opisuje się w sposób uproszczony zastępując rzeczywisty rozkład ładunku dipolem elektrycznym, tj. układem dwóch ładunków punktowych q i $-q$ umieszczonych w niewielkiej odległości l od siebie. Moment dipolowy takiej cząsteczki jest równy $p = ql$. Siła oddziaływania dwóch cząsteczek-dipoli zależy od ich wzajemnej orientacji. Chaotyczny ruch cieplny cząsteczek gazu powoduje ciągłą zmianę tej orientacji i dlatego istotna jest średnia wszystkich możliwych ustawień. Średnia ta jest proporcjonalna do momentów dipolowych cząsteczek (p_1, p_2) i bardzo szybko maleje ze wzrostem ich odległości

$$F_{elst} \sim \frac{p_1 p_2}{r^7}.$$

O tym, jak szybki jest to spadek, niech świadczy fakt, że siła grawitacji działająca między cząsteczkami jest większa od sił van der Waalsa już przy odległości rzędu 1 mm.

Oddziaływanie indukcyjne

Cząsteczki zbliżając się do siebie wpływają wzajemnie na swój rozkład ładunku zmieniając w ten sposób trwałe momenty multipolowe o tzw. momenty multipolowe indukowane. Jeśli np. jedna z cząsteczek nie ma trwałego momentu multipolowego, to pole elektrostatyczne drugiej cząsteczki (dipola) może doprowadzić do jej polaryzacji. Siła oddziaływania jest wtedy proporcjonalna do momentu dipolowego p i współczynnika α charakteryzującego polaryzowalność cząsteczki

$$F_{ind} \sim \frac{p\alpha}{r^7}.$$

Energia oddziaływania indukcyjnego może być najczęściej opisana jako oddziaływanie trwałego momentu multipolowego cząsteczki A z indukowanym momentem multipolowym cząsteczki B i odwrotnie. Niekiedy, wskutek szczególnej symetrii potencjału deformującego zachowuje się symetria sferyczna atomu (ulega on jedynie kompresji lub ekspansji) i efekt indukcyjny nie da się opisać jako takie oddziaływanie.

Oddziaływanie dyspersyjne

Wiadomo, że atomy gazów szlachetnych mimo zerowych momentów multipolowych (symetria sferyczna) także przyciągają się. W bardzo niskich temperaturach gazy te ulegają skropleniu i zestaleniu. Pochodzenie sił dyspersyjnych, które do tego prowadzą, zostało wyjaśnione na gruncie mechaniki kwantowej. Ich źródłem jest wzajemna korelacja elektronów w oddziałujących cząsteczkach. Jakościowo można to wyjaśnić następująco. Elektrony w atomach i cząsteczkach zajmują różne położenia z określonym przez mechanikę kwantową prawdopodobieństwem. Cząsteczka z ustalonymi położeniami elektronów ma na ogół różny od zera moment dipolowy. Moment ten może polaryzować sąsiadujące cząsteczki, co prowadzi do oddziaływania. Całkowita siła jest równa średniej tego oddziaływania dla możliwych położeń elektronów. Dokładny rachunek prowadzi do wniosku, że siły dyspersyjne są proporcjonalne do polaryzowalności

$$F_{dysp} \sim \frac{\alpha_1 \alpha_2}{r^7}.$$





Rozwiązanie zadania M 277. Przypuśćmy, że takim rozkładem jest

$$x^4y^4 + x + y + 1 = p(x) \cdot q(y) = (a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1y + \dots + b_ly^l)$$

Podstawiając kolejno $x = 0$ i $y = 0$ mamy $y + 1 = a_0q(y)$ i $x + 1 = b_0p(x)$, czyli

$$p(x)q(y) = \frac{x+1}{b_0} \cdot \frac{y+1}{a_0} =$$

$$= \frac{1}{a_0b_0}(xy + x + y + 1) \neq x^4y^4 + x + y + 1$$

dla dowolnych a_0, b_0 . Otrzymana sprzeczność dowodzi, że poszukiwany rozkład nie istnieje.



Warto wspomnieć, iż z dotychczasowych rozważań wynika, że aby przy dużej odległości międzycząsteczkowej istniało oddziaływanie elektrostatyczne, oba układy muszą mieć niezerowe ładunki lub trwale momenty multipolowe. Warunkiem istnienia oddziaływania indukcyjnego jest, aby choć jedna z molekuł miała trwale momenty multipolowe. Siły dyspersyjne istnieją natomiast dla wszystkich atomów i molekuł. Zwykle mają one wartości większe zarówno od sił elektrostatycznych jak i indukcyjnych. Tylko dla cząsteczek o bardzo dużych momentach dipolowych, np. cząsteczki wody, siły elektrostatyczne przewyższają dyspersyjne.

Wszystkie trzy typy sił maleją ze wzrostem odległości jak $\frac{1}{r^7}$. Okazuje się jednak, że dla odległości

dużo większych od rozmiarów cząsteczek istotną rolę zaczyna odgrywać skończona prędkość rozchodzenia się oddziaływań elektromagnetycznych (już dla 10^{-5} cm!) i przyciąganie zaczyna

maleć jak $\frac{1}{r^8}$.

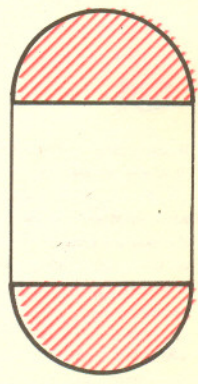
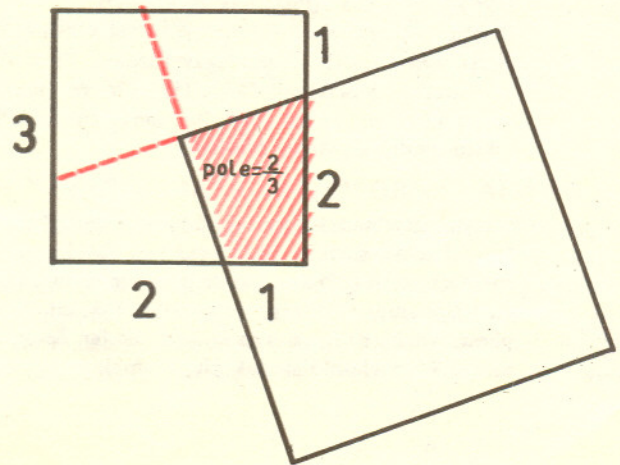
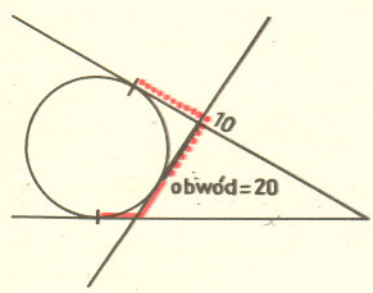
Siły odpychania walencyjnego

Siły indukcyjne i dyspersyjne są zawsze przyciągające (energje ujemne). Znak energii oddziaływania elektrostatycznego zależy od typu oddziałujących cząsteczek i ich wzajemnego ustawienia. Molekuły HCl w konfiguracji H—Cl ... H—Cl będą miały energię elektrostatyczną ujemną, a w konfiguracji H—Cl ... Cl—H dodatnią. Decyduje o tym ustawienie najniższych nieznikających multipoli-dipoli. Wynika stąd, że w wielu przypadkach wszystkie trzy siły będą przyciągające. Teoria Londona nie przewiduje wtedy możliwości utworzenia na przykład kryształu. Jest ona ograniczona do dużych odległości międzycząsteczkowych. Obserwowane tworzenie się kompleksów molekuł sugeruje, że na małych odległościach siły przyciągające muszą być równoważone przez odpychanie. Są to tzw. siły odpychania walencyjnego. Mają one swoje źródło w zakazie Pauliego (na jednym orbitalu molekularnym nie mogą się znajdować więcej niż dwa elektrony). Przy zbliżaniu się cząsteczek ich chmury elektronowe zaczynają od pewnej odległości na siebie zachodzić. Uwzględnienie zakazu Pauliego prowadzi wtedy do pojawienia się sił odpychających. Siły te o wiele silniej zależą od rodzaju molekuł niż siły przyciągające i dla każdej molekuły trzeba w zasadzie mierzyć je oddzielnie. Dobre rezultaty otrzymuje się jednak przy prostym założeniu

$$F_{wa1} \sim \frac{1}{r^{13}}$$

Addytywność oddziaływań

Na ogół oddziaływania trzech cząsteczek A, B i C nie można przedstawić w postaci sumy oddziaływań AB, BC i AC . Mówimy, że oddziaływania są nieaddytywne. Przyczyna nieaddytywności jest oczywista — cząsteczka C może modyfikować rozkłady ładunku cząsteczek A i B wpływając w ten sposób na ich wzajemne oddziaływanie. Okazuje się, że oddziaływania elektrostatyczne i dyspersyjne są addytywne, a indukcyjne i odpychanie walencyjne — nie. Ma to istotne znaczenie, gdy rozpatrujemy realne układy złożone z wielu cząsteczek.



Jestem, drodzy Czytelnicy, niezwykle podniecony. Znów z powodu liczby π , tej gwiazdy polarnej matematyki. Niedawno dotarły do mnie najnowsze wyniki studiów nad cyframi jej rozwinięcia na ułamek dziesiętny (Monte Zenger, *The Magic of π* , *Journ. Recr. Math.*, vol. 12(1)). Żeby rzecz ująć krótko (w nauce zwięzłość i precyzja jest równie ważna jak treść merytoryczna, bo cóż z tego, że ktoś pisze o ciekawych rzeczach, kiedy od czasu do czasu głądzi na tematy zupełnie nie związane z głównym wątkiem; to jakby na przykład fryzjer gołac klienta równocześnie rozmyślał o OTW; co prawda historia nauki zna jednego fryzjera, który nie potrafił sam się ogolić i z tej frustracji został filozofem, zresztą dość znanym, choć jak widać fryzjerem nie był nadzwyczajnym, nie takim, żeby ludzie pchali się do niego i gotowi byli dać mu 25 zł w kieszeń, żeby tylko golić się u niego) wprowadzę takie oznaczenia: $d(n) = n$ -ta cyfra rozwinięcia; $d(n, n+k) =$ ciąg $k+1$ cyfr, poczynając od n -tej a kończąc na $(n+k)$ -tej.

A więc $d(1) = 3$, $d(2) = 1$, $d(3) = 4$, $d(4) = 1$,
 \dots , $d(1, 501) = 3$ 14159 26535 89793 23846 26433
 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944
 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211
 70679 82148 08651 32823 06647 09384 46095
 50582 23172 53594 08188 48111 74502 84102
 70193 85211 05559 64462 29489 54930 38196
 44288 10975 66593 34461 28475 64823 37867
 83165 27120 19091 45648 56692 34603 48610
 45432 66482 13393 60726 02491 41273 72458
 70066 06315 58817 48815 20920 96282 92540
 91715 34436 78925 90360 01133 05305 48820
 46652 13841 46951 94151 16094 33057 27036
 57595 91953 09218 61173 81932 61179 31051
 18548 07446 23799 62749 56735 18857 52724
 89122 79381 83011 94912

1) Najprostsze, ale całkiem dokładne przybliżenia π to $22/7$ i $355/113$. Pierwszy z tych ułamków stanowi najlepsze przybliżenie π liczbami dwucyfrowymi, drugi — trzycyfrowymi. Zastanawiające, że dopiero „pięciocyfrowe” $52163/16604 = 3,141592 \dots$ stanowi dokładniejsze przybliżenie. I co powiecie? Siódma, dwudziesta druga i trzysta pięćdziesiąta piąta cyfry rozwinięcia π są takie same i równe 2. 52163 cyfra też jest równa 2. Nie rozumiem, dlaczego 16604 cyfra nie jest 2, tylko 1.

2) Przybliżenie $\pi = 22/7$ znane jest już od czasów starożytnych i możemy się spodziewać pewnych przyjemnych osobliwości wokół 22 cyfry rozwinięcia. I oto rzeczywiście widzimy miłą symetrię:

$$d(20, 24) = 46264.$$

Nie koniec na tym, 462 i 264 dzielą się przez 22, 462 to $22 \cdot 21$, zaś 264 jest równe $22 \cdot 12$. Dalej, zauważamy, że $d(22, 23) = 26$ i że 26 jest pierwszą powtarzającą się dwucyfrową grupą cyfr rozwinięcia (po raz pierwszy widzimy ją w $d(7,8)$). Specjalna rola 26 uwidoczni się tym dobitniej, gdy spojrzymy na więcej cyfr wokół dwudziestej drugiej:

$$79 \ 32 \ 38 \ 46 \ 26 \ 43 \ 38 \ 32 \ 79$$

Skrajne „79” jest 22 liczbą pierwszą i jest równa sumie dzielników liczby dni w roku (Czytelniku, ile?). Jeżeli popatrzymy z kolei na to, co dzieje się wokół 79 cyfry rozwinięcia, to znów przetrzemy oczy ze zdumienia:

$$d(73, 85) = 628 \ 620 \ 8 \ 998 \ 628,$$

co nie tylko daje na skraju trzy pierwsze cyfry rozwinięcia $2\pi = 6,283185 \dots$, ale i suma $998 + 628$ daje 1626 — cztery pierwsze cyfry rozwinięcia „boskiej proporcji” $(\sqrt{5}-1)/2$.

Doprawdy, matematyka jest dlatego taka piękna, że wszystko w niej wiąże się ściśle ze sobą!!!!!!
 3) π służy do mierzenia koła. Pełne koło to 360° , intuicja podpowiada nam, by natychmiast zbadać otoczenie trzysta sześćdziesiątej cyfry. Proszę, mamy $d(359, 361) = 360$.

4) Wiadomo, że $\pi = 3,14$ i nie zasługiwałbym na miano naukowca, gdybym nie sprawdził $d(314)$. Znów podobnie jak przy 360 mamy: $d(314, 316) = 315$. Niesamowite, co?

5) Delta pomyliła się w numerze 7/1980 twierdząc, że znane jest tylko 500000 cyfr liczby π . Już w 1974 roku Jean Guillod i Martine Bouyer z Commissariat a l’Energie Atomique we Francji opublikowali ich aż milion. Obliczenia zajęły maszynie 7600 Control Data 23 godziny 18 minut. Milionową cyfrą po przecinku jest 1, a cyfry od 710100 do 710106 są trójkami. Jest to najdłuższy powtarzający się ciąg tych samych cyfr wśród tego miliona. Znacznie wcześniej ukazuje się sześć dziewiątek (od 762 do 767 cyfry po przecinku).

6) Choć w ciągu 3, 31, 314, 3145, 31459, 3141592, ... jest prawdopodobnie nieskończenie wiele liczb pierwszych, na razie znamy tylko 4: 3, 31, 314159 i 31415926535897932384626433832795028841.

7) Pierwsze 9 cyfr π to 314159265 i mamy $159^2 + 212^2 = 265^2$ (Pitagoras się kłania!).

Dzielną wzmiankowaną w Biblii liczbę 666 (Objaw. św. Jana, 13.18) przez środkowe 212 otrzymujemy 3,1415 — niezłe przybliżenie π . Suma dzielników 265 wynosi 59, te dwie cyfry bezpośrednio poprzedzają 265, a 159 — to trzy pierwsze cyfry $1/2\pi$.

8) Mam nadzieję, że rok 1984 albo całe czterolecie 1984—7 zostanie przez ONZ ogłoszony rokiem liczby π . Mamy bowiem

$$d(1984, 1987) = 5813,$$

w czym natychmiast rozpoznajemy trzy kolejne liczby Fibonacciego. Ale to jeszcze nic takiego. Obwód koła o średnicy 58,13 wynosi 365,24156 — co jest prawie równe długości roku zwrotnikowego (365,2422). A co powiecie na to, że wysokość piramidy Cheopsa wynosi 5813 cali?! Co Egipcjanie chcieli przez to wyrazić? Tak, tak. Nauka jest jak ogromne morze. Im bardziej pijesz, tym bardziej jesteś spragniony (Stefan Żeromski). Życzę Wam, drodzy Czytelnicy Delty, żeby i Wam chciało się tak pić jak mnie.

Wasz

mgr π - q -żyński



Rozwiązanie zadania M 278. Rozpatrzmy dowolny skończony zbiór odcinków $\{A_1B_1, \dots, A_nB_n\}$ i ustalmy prostą p nierównoległą do żadnego z tych odcinków. Zauważmy teraz, że istnieje prosta $q \parallel p$ i taka, że suma $A_1B_1 \cup \dots \cup A_nB_n = Z$ leży w jednej z półplaszczyn domkniętych wyznaczonych przez q i $Z \cap q \neq \emptyset$. Łatwo sprawdzić, że punkt $P \in Z \cap q$ jest końcem jednego z odcinków A_iB_i , który nie należy do wnętrza żadnego z odcinków A_kB_k . Tak więc zbiór o podanych w zadaniu własnościach nie istnieje.

Cyrkiem, linijką czy minikalkulatorem?

Jaka geometria jest „lepsza”? Syntetyczna czy analityczna? Ta, której szczytków naucza się w I i II klasie liceum, czy ta, której naucza się zwykle w klasie III i nobilituje zadaniem na maturze? Czy należy dowodzić twierdzeń geometrycznych dedukując je ze zgrabnie przyjętych aksjomatów, mając w pogardzie metody analityczne, rachunkowe, czy też wręcz przeciwnie, po co się męczyć rozumowaniem, skoro wszystko da się obliczyć?

CO BĘDZIEMY TEORETYZOWAĆ, ROZWIĄŻMY JAKIEŚ ZADANIE

Znaleźć zbiór punktów płaszczyzny, takich, których suma kwadratów odległości od dwóch danych punktów A i B równa jest danej liczbie α .

Niech punkty A, B, X będą wierzchołkami dowolnego trójkąta, punkt C będzie środkiem odcinka AB , a D spodkiem wysokości poprowadzonej z punktu X . Mamy wtedy:

$$XA^2 = XD^2 + (AC + CD)^2$$

$$XB^2 = XD^2 + (AC - CD)^2.$$

Stąd, po dodaniu stronami:

$XA^2 + XB^2 = 2(XD^2 + CD^2) + 2AC^2$, a stąd $XA^2 + XB^2 = 2XC^2 + 2AC^2$. Skoro $XA^2 + XB^2$ ma być stałe, a AC^2 jest stałe, bo AB jest stałe, więc stałe jest również CX . Wynika stąd, że poszukiwane przez nas punkty leżą na ogół na okręgu o środku w punkcie C (dlaczego na ogół?). No dobrze, a gdyby tak zadanie utrudnić i szukać zbioru punktów, których suma kwadratów odległości od trzech danych punktów jest stała? A może od czterech, pięciu, od n punktów? Gdyby się uprzeć, to pewnie powyższą metodą dałoby się je rozwiązać. Tylko po co się upierać? Po prostu obliczmy. Niech A_1, \dots, A_n będą danymi punktami. Szukamy takich punktów X , by $(X - A_1)^2 + \dots + (X - A_n)^2 = \alpha$ ($\alpha > 0$).

Po nieskomplikowanych rachunkach otrzymujemy:

$$nX^2 - 2X \cdot (A_1 + \dots + A_n) = \alpha - (A_1^2 + \dots + A_n^2) \text{ i dalej } \left(X - \frac{1}{n}(A_1 + \dots + A_n) \right)^2 = \beta, \text{ gdzie } \beta \text{ jest}$$

pewną stałą. Wobec tego, dla $\beta > 0$, poszukiwanym zbiorem jest okrąg o środku w punkcie

$$\frac{1}{n}(A_1 + \dots + A_n).$$

Łatwo. Szybko. Elegancko.

ROZWIĄŻMY JESZCZE JEDNO ZADANIE

Po ramionach kąta prostego ślizgają się końce A i B przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego $\triangle ABC$. Po jakim torze porusza się wierzchołek C tego trójkąta?

Obierzmy taki układ współrzędnych, żeby ramiona kąta były półosiąmi dodatnimi tego układu.

Niech $AC = \beta$, $BC = \alpha$ i $B = (t, 0)$, wtedy $A = (0, \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - t^2})$.

Współrzędne poszukiwanego punktu $C = (x, y)$ będą spełniały warunki:

$$1^\circ x, y \geq 0$$

$$2^\circ (C - B)^2 = \alpha^2$$

$$3^\circ [C - A] \cdot [C - B] = 0, \text{ czyli}$$

$$1^\circ x, y \geq 0$$

$$2^\circ (x - t)^2 + y^2 = \alpha^2$$

$$3^\circ x(x - t) + (y - \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - t^2})y = 0.$$

Wystarczy teraz z równań 2° i 3° wyeliminować parametr t . Brrr... chyba zaczyna się tu zanosić na dość upiorne rachunki, a nie jest to specjalnie zachwycające zajęcie (nawet przy użyciu jakiejś maszyny do liczenia). Być może, że można to lepiej obliczyć. A może można zabrać się za to zadanie zupełnie inaczej? Przyjrzyjmy się jeszcze raz rysunkowi. Na czworokącie $ADBC$ można opisać okrąg. Wobec tego $\sphericalangle ADC = \sphericalangle ABC$. Ale kąt $\sphericalangle ABC$ jest stały, bo jest to przecięty kąt ślizgającego się trójkąta. W takim razie kąt $\sphericalangle ADC$ też jest stały. Punkt C porusza się więc po prostej.

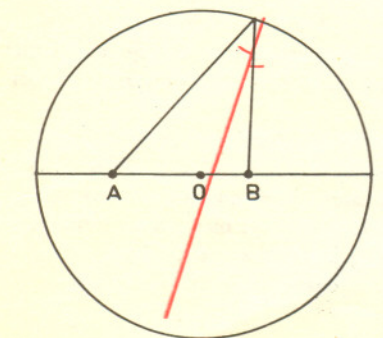
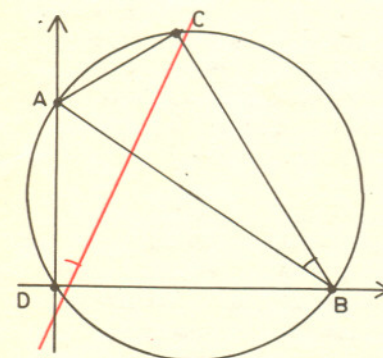
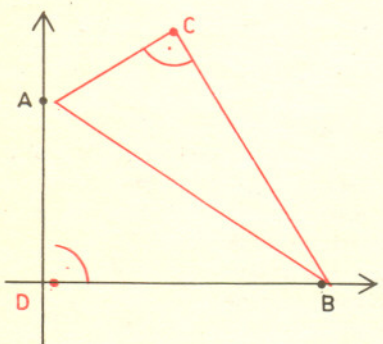
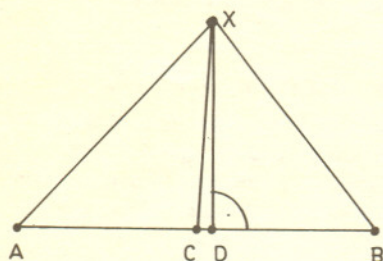
Łatwo. Szybko. Elegancko.

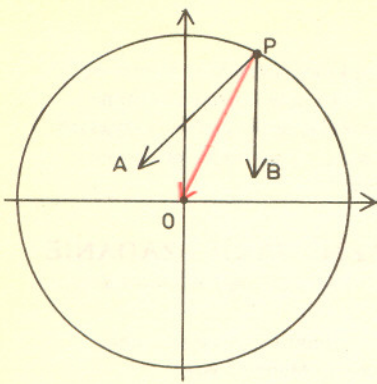
A TERAZ WYJĄTKOWO OPORNE ZADANIE

Na jednej średnicy okrągłego bilardu leżą dwie kule. Należy tak uderzyć jedną z kul, żeby po jednorazowym odbiciu od bandy trafila w drugą kulę, ale nie biegnąc po jednej średnicy.

Zadanie sprowadza się, przy danych punktach A i B , do skonstruowania na okręgu takiego punktu P , by dwusieczna kąta $\sphericalangle APB$ przechodziła przez środek danego okręgu. Oczywiście punkt P należy skonstruować, posługując się cyrklem i linijką. Stosując znane twierdzenie o dwusiecznej kąta wewnętrznego w trójkącie otrzymamy, że punkt P powinien spełniać warunek:

$$\frac{PA}{PB} = \frac{OA}{OB}.$$





Wobec tego punkt P leży na okręgu Apoloniusza wyznaczonym przez punkty A i B oraz stałą

$\alpha = \frac{OA}{OB}$. Taki okrąg można łatwo skonstruować przy użyciu cyrkla i linijki. Gdzież więc ta

wyjątkowa oporność zadania?

Zadanie zaczyna się robić oporne, gdy zrezygnujemy z założenia, że punkty A i B leżą na jednej średnicy danego okręgu.

Spróbujmy obliczyć. Poszukiwany punkt P leży na okręgu o równaniu $x^2 + y^2 = \alpha^2$ i spełnia warunek: $\sphericalangle APO \equiv \sphericalangle OPB$. Otrzymujemy więc układ równań:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= \alpha^2 \\ \cos \sphericalangle (\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PO}) &= \cos \sphericalangle (\overrightarrow{PO}, \overrightarrow{PB}), \end{aligned}$$

który w tym momencie nie wygląda jeszcze różnie, ale po podstawieniu współrzędnych...

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= \alpha^2 \\ (a_1x + a_2y - \alpha^2) \sqrt{(x-b_1)^2 + (y-b_2)^2} &= (b_1x + b_2y - \alpha^2) \sqrt{(x-a_1)^2 + (y-a_2)^2}. \end{aligned}$$

Nie dość, że nie bardzo wiadomo, jak się za ten układ równań zabrać, to w dodatku trudno ocenić, czy punkty, które są jego rozwiązaniem, są konstruowalne przy użyciu cyrkla i linijki. Zadanie to równie skutecznie opierało się licznym próbom rozwiązania metodami geometrycznymi. Jak dotąd, nie została znaleziona, o ile nam wiadomo, metoda konstrukcji punktu P środkami elementarnymi. Być może wina to lenistwa rozwiązujących układ równań, nieudolności poszukiwań konstrukcji, a być może taka konstrukcja nie istnieje, czyli...

ANI CYRKLEM, ANI LINIJKĄ, ANI MINIKALKULATOREM

A tak na marginesie, wracając do wspomnianego okręgu Apoloniusza, kto dziś pamięta ładny, geometryczny, nieanalityczny dowód, że zbiorem punktów, których stosunek odległości od dwóch danych punktów jest stały i różny od 1, jest okrąg?

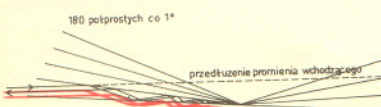
dr Jerzy BEDNARCZUK

Czy maszyna może zbudować drugą taką samą?

Dr Stefan
WOJCIECHOWSKI



Rozwiązanie zadania M 279. Droga promienia po odbiciu od prostej p przekształcona przez symetrię względem tej prostej daje prostoliniowe przedłużenie drogi promienia przed odbiciem. Stosując wielokrotnie ten fakt dojdziemy do rysunku z którego widać, że po 180-krotnym odbiciu promień wyjdzie spomiędzy prostych po torze równoległym do drogi, którą wszedł.



Współczesna biologia molekularna tak dalece wniknęła w mechanizmy rządzące zapisem i odtwarzaniem informacji genetycznej, że pozwala to zastanawiać się nad problemem powstania i rozwoju życia. Najistotniejszą cechą żywych organizmów jest ich zdolność do reprodukcji oraz zmienność. Toteż przez „żywy organizm” będziemy tu rozumieć obiekt, który ma dwie cechy:

- zdolność samoreprodukcji czyli inaczej mówiąc zdolność produkcji swoich kopii,
- zmienność — czyli możliwość zmiany pewnych swoich cech strukturalnych (tzn. budowy) i funkcjonalnych z jednoczesnym zachowaniem zdolności do samoreprodukcji.

Żeby zrozumieć powstanie życia, biochemicy usiłują odtworzyć proces ewolucji układów złożonych - makromolekuł, które we właściwym środowisku chemicznym nabrały zdolności samoodtworzenia. Ten sam problem można jednakże postawić inaczej. Życie i proces jego ewolucji jest funkcjonalną cechą złożonych układów białkowonukleotydowych. Wobec tego można zapytać, które cechy życia są niezależne od nośnika materialnego, jakim są związki organiczne? Pierwsze kroki w tym kierunku poczynił już w 1949 roku (a więc zanim Watson i Crick rozszyfrowali zagadkę budowy DNA) John von Neumann — genialny matematyk, twórca pierwszych maszyn cyfrowych. Jego rozważania były niejako ubocznym produktem badań dotyczących ogólnej teorii budowy automatów.

Na ogół się uważa, że każdy obiekt wykonany przez automat jest mniej złożony niż on sam. Przekonanie to wynika z faktu, że automat zawiera pełny opis tworzonego obiektu, a prócz tego ma urządzenia wykonawcze. Ponieważ rozumiemy, że złożoność opisu jest równa złożoności obiektu, to naturalnie złożoność automatu jest większa od złożoności obiektu o dodatkową złożoność urządzeń wykonawczych. Czyli efektem działalności automatów mogą być jedynie automaty prostsze, a co za tym idzie samoreprodukcja jest w świecie automatów niemożliwa. Taki wniosek ucieszyłby może teologów, ale stoi w sprzeczności z najbardziej oczywistymi zjawiskami zachodzącymi w naturze. Pojęcie automatu jest na tyle ogólne, że zawiera w sobie również organizmy żywe. A te potrafią się rozmnażać! Mało tego, w trakcie ewolucji biologicznej z gatunków prymitywniejszych powstają gatunki coraz bardziej złożone. Czyli stopień złożoności w trakcie ewolucji rośnie.

Mamy więc wyraźny konflikt sugestywnych argumentów z oczywistością świata zewnętrznego. Źródłem nieporozumienia jest brak precyzyjnej definicji pojęcia złożoności obiektu. Żeby wykazać możliwość samoreprodukcji ograniczymy się do klasy automatów skończonych zbudowanych z elementów standardowych. Liczba elementów standardowych może być niewielka. Istotne jest tylko to, żeby te elementy zapewniały możliwość wbudowania do automatu dowolnych funkcji logicznych oraz umożliwiały pewne działania mechaniczne. To znaczy powinno być możliwe produkowanie automatów przez inne automaty.



"Rzeczpospolita to postaw CZERWONEGO sukna, za które ciągną Szwedzi, Chmielnicki, Hiperborejczycy, Tatarzy, elektor, i kto żyw naokoło. A my z księciem wojewodą wileńskim powieździeliśmy sobie, że z TEGO sukna musi się i nam tyle zostać w rękę, aby na płaszcz wystarczyło; dlatego nie tylko nie przeszkadzamy ciągnąć, ale i sami ciągniemy."
- jak widać nawet książę Bogusław Radziwiłł obiecywał zachować socjalistyczny charakter Rzeczpospolitej.

Wtedy problem samoreprodukcji można sformułować następująco: czy istnieje automat, zbudowany z ustalonych wyżej elementów standardowych, który, umieszczony w magazynie takich elementów, byłby w stanie składać z nich nowe automaty identyczne z nim samym?

Każdy automat skończony x można opisać za pomocą ograniczonej liczby słów: w języku np. polskim lub angielskim, za pomocą alfabetu Morse'a czy też skończonego ciągu elementów standardowych. Opis $\Phi(x)$ automatu x przy użyciu elementów standardowych wcale nie musi być identyczny z jego gotową postacią. Można go sobie wyobrażać jako liniowy łańcuch zbudowany tylko z dwu rodzajów elementów. Ważne, żeby istniał automat konstrukcyjny A , który szczytując liniowo taki opis dobiera właściwe części z magazynu i kompletuje odpowiedni automat. Opis staje się w ten sposób instrukcją budowy automatu. Nie ma zasadniczych trudności w opisanu automatu A , który dokonywałby takiej czynności. Zakładamy więc, że istnieje:

- (1) uniwersalny konstruktor A — który zgodnie z instrukcją $\Phi(x)$ składa z elementów standardowych automat x . Zwróćmy uwagę, że konstruktor A może wyprodukować automat większy i bardziej złożony niż on sam, o ile tylko otrzyma właściwy opis.
- (2) reproduktor B — automat, który wyposażony w instrukcję $\Phi(x)$ składa z elementów standardowych kopię $\Phi(x)$. Reproduktor może więc również zbudować obiekt większy i bardziej złożony niż on sam.
- (3) kontroler C — automat kontrolny, który dokonuje następujących czynności:
 - a) włącza konstruktora A , żeby zbudował automat x na podstawie posiadanego opisu $\Phi(x)$,
 - b) włącza reproduktora B , żeby zreprodukował opis $\Phi(x)$,
 - c) wyposaża automat x w jego własny opis $\Phi(x)$,
 - d) oddziela agregat $x + \Phi(x)$ od zespołu $A + B + C$.

Zespół $D = A + B + C$ z konstruktorem A wyposażonym w opis $\Phi(D)$ oddziela $D + \Phi(D)$, a zatem ma już zdolność samoreprodukcji.

Całe rozumowanie jest logicznie poprawne i zarazem pięknie wyjaśnia, jak należy wybrnąć z błędnego koła tkwiącego w odpowiedzi na pytanie, co powstało najpierw — kura czy jajko? Jeśli teraz instrukcję $\Phi(D)$ „przedłużymy” o dowolny nowy odcinek opisujący na przykład automat F , to wtedy agregat D zaopatrzony w $\Phi(D + F)$ wyprodukuje zespół automatów $D + F$ wyposażony w $\Phi(D + F)$. Nowy zespół $D + F$ też więc ma zdolność reprodukcji i żadne zmiany części F jej nie naruszają. Natomiast dopuszczalne zmiany automatu D są niezwykle ograniczone, gdyż zniszczenie którejkolwiek z funkcji a , b lub c uniemożliwia reprodukcję. Podobną sytuację mamy w świecie żywych organizmów. Mutacje mogą być letalne lub wpływać tylko na zmiany pewnych cech osobniczych. Te drugie odpowiadają zmianom w instrukcji $\Phi(F)$. Mutacje letalne naruszają funkcje części D i uniemożliwiają działanie lub też reprodukcję osobnika. Część F zapewnia więc konieczną do ewolucji zmienność i dzięki temu zespół $D + F$ spełnia definicję obiektu żywego. Analogia do organizmów jednokomórkowych jest bliska. Instrukcja $\Phi(D)$ to po prostu informacja genetyczna zapisana w DNA. Reproduktor B jest tu mechanizmem biochemicznym dokonującym replikacji spirali DNA, a reszta komórki (poza DNA) spełnia rolę konstruktora A . Jedynie regulator C nie ma bezpośrednio materialnego odpowiednika, gdyż za regulację odpowiedzialny jest cały zespół czynników fizyczno-chemicznych w komórce. A teraz, wiedząc na czym polega zdolność do samoreprodukcji, proszę puścić wodze własnej wyobraźni.

W bardzo dużym magazynie standardowych elementów mamy pojedynczy reproduktor D . Dopuszczamy możliwość przypadkowego dołączania nowych elementów do instrukcji $\Phi(D)$ lub też jej błędnego kopiowania. Co się stanie? Początkowo reproduktor D będzie się powielał i powstanie jednorodna populacja. Nieletalne przekłamanie w reprodukcji wzbogaci populację w nowe typy osobników. Rozpocznie się konkurencja w zdobywaniu elementów do reprodukcji. Oprócz wolnych części w magazynie istnieją elementy wbudowane w osobnikach, a w możliwościach automatów tkwi również ich demontaż. To źródło elementów też będzie wykorzystywane. Automaty nabiorą wielu cech, które je zabezpieczą przed rozmontowaniem lub też rozwiną umiejętności remontowania innych. Nagi (najprostszy) reproduktor już nie będzie mógł istnieć, gdyż zostałyby zdekompletowane. Pozostaną tylko najefektywniejsze, ze względu na szybkość reprodukcji, osobniki.

Chcielibyśmy precyzyjnie udowodnić, że taka ewolucja jest konieczna i w jej trakcie stopień złożoności musi rosnać. Ale na razie nie wiemy jeszcze, jak pojęcie złożoności poprawnie zdefiniować. Zrozumielibyśmy jedynie istnienie pewnej krytycznej wartości — nazwijmy ją złożonością minimalną obiektu (na przykład obiektu D), który potrafi się reprodukować. Automaty o złożoności mniejszej od krytycznej są w stanie produkować tylko obiekty prostsze. Po przekroczeniu wartości krytycznej możliwe jest produkowanie przez automat prostszy obiektów bardziej złożonych: np. automat D wyposażony w opis $\Phi(D + F)$ produkuje kompleks $D + F + \Phi(D + F)$.

CZY TEN PROPONOWANY
ROZWÓJ HODOWLI
TO DLA BROTLERÓW
LEPIEJ, CZY GORZEJ?



Shakespeare - o skupie

Ktoś nie je,
żeby jeść mógł ktoś.

PRZY ZNAJCZNEJ PODWYŻCE CEN
I JA BĘDĘ WART
ZNAJCZNE WIECIEJ



PRZYPADKOWA CZYTELNICZKA skarży się na brak pasty do zębów.
- A właściwie, to po co Ci zęby, miła Czytelniczko?

REFORMA BEZ TAJEMNIC

Ależ tak, Czytelniku! Oczywiście!
Każdy powinien zarobić na innych.