

SPIS TREŚCI

NUMERU 2 (62)

Międzynarodowy Kongres Matematyków w Helsinkach <i>Dr Henryk Iwaniec</i>	str. 1
Czy to konstrukcja euklidesowa <i>Prof. dr Leon Henkin i prof. dr William A. Leonard</i>	str. 2
Układ okresowy hadronów <i>Doc. dr Michał Świącki</i>	str. 6
Mechanika, komputer, człowiek (VI) <i>Prof. dr Dominik Rogula</i>	str. 11
Mała Delta	str. 12
Drobiazgi	str. 14
Zadania	str. 15
Laboratorium w domu — — sprawozdanie z doświadczenia	str. 16

W następnym numerze:

Prof. Karol Borsuk
o stworzonej przez siebie
teorii retraktów

„Delta”
matematyczno-fizyczny miesięcznik
popularny
Polskiego Towarzystwa
Matematycznego i Polskiego
Towarzystwa Fizycznego
wydawany przy poparciu
Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny:

doc. dr J. Bartke
doc. dr A. Bączyński
doc. dr B. Gleichgewicht
prof. dr K. Goebel
doc. dr B. Iwaszkiewicz
doc. dr T. Iwiński
doc. dr A. Januszajtis
prof. dr L. Jeśmanowicz
mgr H. Kaczorek

prof. dr B. Karczewski

prof. dr M. Kuczma
mgr A. Mąkowski
prof. dr Z. Pawlak
prof. dr A. Piekara
prof. dr Z. Semadeni
prof. dr J. Stankowski
prof. dr M. Subotowicz

doc. dr S. Turnau
prof. dr J. Wdowczyk
prof. dr Janusz Zakrzewski —
wiceprzewodniczący
prof. dr Wojciech Żakowski —
przewodniczący

Redaguje Kolegium w składzie:
doc. dr T. Hofmokr — z-ca red. nac.
B. Jaworska-Kordos — ilustracje
dr M. Kordos — red. nac.
dr M. Szurek

dr K. Prażmowski — red. techn. graf.
mgr K. Szypcio — sekr. red.

doc. dr M. Świącki
Adres Redakcji
ul. Hoża 69 pok. 151,
00-681 Warszawa

Zakład Narodowy im.
Ossolińskich — Wydawnictwo
Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark.
wyd.; 2,50 ark. druk.;
papier offsetowy III kl. 80 g. 61 × 86
Wydrukowano w Drukarni im.
Rewolucji Październikowej
Warszawa ul. Mińska 65.
Nr zam. 1551/78 C-36

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60, — cena prenumeraty półrocznej zł 30, —

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch” oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:
— do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny
— do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
Jednostki gospodarki społecznej instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienia w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch”.
Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW, oraz prenumeratorki indywidualni zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTE”:

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.

Sprzedaż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.

Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, Konto PKO I OM W-wa 1531-912

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie Przedmieście

00-068 Warszawa, Poland or with

— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68,

Bundesrepublik Deutschland.

— Earls Court Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,

— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia

Cena 1 egzemplarza zł 5, — nr indeksu 35723/35550

Międzynarodowy Kongres Matematyków w Helsinkach

Dr Henryk IWANIEC



W dniach od 15 do 23 sierpnia ub. r. odbył się w Helsinkach Międzynarodowy Kongres Matematyków. Pierwszy Kongres odbył się w 1897 roku w Zurychu. Od roku 1900 regularnie co cztery lata (z wyjątkiem okresu wojen światowych) Międzynarodowa Unia Matematyczna organizowała Kongresy w różnych krajach. Ostatnie Kongresy miały miejsce w Moskwie (1966), Nicei (1970) i Vancouver (1974). Kongresy są największym forum spotkań matematyków wszystkich specjalności. W Helsinkach brało udział ponad 3000 uczestników. Bardzo liczna była delegacja polska, około 140 osób.

Centralne miejsce w programie Kongresu zajmują odczyty, które tematycznie obejmują bardzo rozległy krąg problemów matematycznych zarówno z czystej matematyki, jak i z zastosowań, historii i edukacji.

Zorganizowano 17 odczytów plenarnych i 122 odczyty w 19 sekcjach specjalistycznych. Każdy uczestnik Kongresu miał możliwość, po uprzednim zgłoszeniu do Komitetu Organizacyjnego, wygłoszenia dziesięciminutowego komunikatu w dowolnej sekcji (wygłoszono około 600 takich komunikatów). Nową formą przedstawienia własnych wyników w Helsinkach były tzw. „Poster sessions”. Autorzy wyników wywieszali na planszach skrócony opis rezultatów i w określonym programem czasie udzielali wyjaśnień i dyskutowali z chętnymi.

Dużym zainteresowaniem cieszyły się spontanicznie zorganizowane seminaria. Warto wymienić tu seminarium z teorii liczb, na którym H. Cohen przedstawił sensacyjny wynik Apéry'ego, że liczba

$$\zeta(3) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-3}$$

jest niewymierna.

Mimo wielkich rozmiarów Kongresu w Helsinkach organizatorom udało się stworzyć atmosferę kameralną, ułatwiającą, szczególnie młodemu matematykowi, nawiązanie bliskich kontaktów osobistych i przyjaźni. Szczególnie aktywnie rozwijało się życie towarzyskie na statku „Mazowsze”, którym przybyła i na którym mieszkała przez cały okres trwania Kongresu polska delegacja.

W 1924 roku profesor J. C. Fields, Prezydent Międzynarodowego Kongresu Matematyków w Toronto zaproponował, aby na każdym Kongresie wyróżniać złotymi medalami dwa największe odkrycia matematyczne ostatnich lat. Fundusz na ten cel został wygoszparowany z nadwyżek pozostałych po Kongresie w Toronto. Pierwsze medale zostały rozdzielone po śmierci prof. Fieldsa w 1932 roku podczas Kongresu w Zurychu. Zgodnie z przyjętą zasadą Komitet Wykonawczy Międzynarodowej Unii Matematycznej powołuje przed rozpoczęciem się Kongresu specjalną Komisję, która wybiera kandydatów do nagrody (w wieku do lat 40). W Helsinkach, po uroczystości otwarcia Kongresu, Przewodniczący Komisji ogłosił w kolejności alfabetycznej cztery nazwiska laureatów medalu Fieldsa; P. Deligne (Belgia), C. Fefferman (USA), Margulis (ZSRR), D. Quillen (USA). Osiągnięcia laureatów zostały następnie krótko zreferowane przez wybranych prelegentów. Z uwagi na dość skomplikowany charakter wyników ograniczyć się do podania jedynie dyscyplin matematycznych, do których można zaliczyć ich rezultaty: Deligne — geometria algebraiczna i algebraiczna teoria liczb, Fefferman — analiza rzeczywista i zespolona wielu zmiennych, Margulis — teoria grup Liego, Quillen — algebraiczna K-teoria, algebraiczna topologia i algebra homologiczna.

Udział Polaków w Kongresie w Helsinkach należy uznać za bardzo udany i użyteczny. Profesorowie B. Bojarski, C. Olech, Z. Semadeni i K. Urbanik brali udział w obradach Zgromadzenia Ogólnego Międzynarodowej Unii Matematycznej. Na posiedzeniu tym wybrano Komitet Wykonawczy Unii nowej kadencji 1979—1982, w skład którego wszedł prof. C. Olech. Prezydentem został prof. L. Carleson ze Szwecji. Profesor Z. Semadeni został wybrany do Komisji do Spraw Nauczania Matematyki. Dowodem uznania dla polskiej matematyki na arenie międzynarodowej jest niewątpliwie fakt przyznania Polakom zorganizowania przyszłego Kongresu w 1982 roku w Warszawie.





Na czym polega wykonanie konstrukcji geometrycznej? Klasycznie sformułowana odpowiedź na takie pytanie jest jasna i konkretna. Dane są na płaszczyźnie punkty P_1, P_2, \dots, P_n . Wykreślamy proste przechodzące przez dwa dane punkty oraz okręgi o środkach w danych punktach oraz promieniach równych odległości dwóch danych punktów. Punkty przecięcia otrzymanych w ten sposób linii wraz z punktami danymi stanowią zbiór punktów wyznaczających nowe proste i nowe okręgi. Powiększamy nasz zbiór dołączając punkty przecięcia tych prostych i okręgów itd. Uznajemy, że punkt Q można skonstruować z danych punktów P_1, P_2, \dots, P_n wtedy i tylko wtedy, gdy punkt Q jest jednym z punktów uzyskanych w wyniku iteracji wyżej opisanego postępowania.

Czasem możemy spotkać zadanie konstrukcyjne, którego sformułowanie wprawdzie może sugerować, że zadanie nie mieści się w opisanym tu schemacie, ale rozwiązanie zadania polega na wykonywaniu jedynie opisanych wyżej klasycznych czynności konstrukcyjnych. Weźmy pod uwagę

Zadanie. Narysowany jest okrąg. Skonstruować jego środek. Oczywiście środek wyznaczymy jako punkt przecięcia symetrycznych dowolnych dwóch cięciw nierównoległych naszego okręgu. (Czytelnik wybaczy brak w powyższym zdaniu wyodrębnionej analizy zadania, opisu konstrukcji, dowodu i dyskusji). Istotnie więc konstrukcja polega na wykorzystywaniu cyrkla i linijki zgodnie z klasycznymi regułami.

Okazuje się, że gdy na płaszczyźnie narysowana jest pewna krzywa, np. parabola, to można za pomocą cyrkla i linijki narysować pewne proste i okręgi, które przecinają się z narysowaną parabolą w punktach niekonstruowalnych w sposób klasyczny. Dokładne wyjaśnienie tej sprawy znajdzie Czytelnik np. w książeczce M. Bryńskiego i L. Włodarskiego z serii Biblioteczki Delti. I tak np. dysponując układem współrzędnych, a w nim parabolą $y = x^2$ można wykonać konstrukcję podwojenia sześcianu. Ten klasyczny problem konstrukcyjny polega na zbudowaniu sześcianu o objętości dwukrotnie większej od objętości sześcianu danego. Zadanie to jest niewykonalne środkami klasycznymi; chodzi o to, że przyjmując długość krawędzi danego sześcianu za 1, powinniśmy skonstruować krawędź sześcianu o objętości 2, a więc odcinek o długości $\sqrt[3]{2}$. Liczba ta jest pierwiastkiem wielomianu $x^3 - 2$, a więc też wielomianu $x^4 - 2x$. Przyjmując $y = x^2$ możemy przekształcić

$$\begin{aligned} x^4 - 2x &= x^4 - x^2 + x^2 - 2x = y^2 - y + x^2 - 2x = y^2 - y + \frac{1}{4} + x^2 - 2x + 1 - \frac{5}{4} = \\ &= \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + (x-1)^2 - \frac{5}{4} = (x-1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

Okrąg o równaniu $(x-1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = 0$ przecina parabolę $y = x^2$ w punktach,

z których jeden ma współrzędne $(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4})$.

Prowadząc więc taki okrąg wyznaczymy odcinek o długości $\sqrt[3]{2}$.

Dla wykonania tej konstrukcji nie potrzebowaliśmy całej paraboli, a jedynie pewnego jej kawałka. Czy można więc określić klasę konstrukcji wykonalnych za pomocą cyrkla, linijki i kawałka paraboli? Od razu widać, że ewentualne określenie takiej klasy mogłoby zależeć od wielkości danego kawałka paraboli. Nie jest całkiem jasne, jak duży kawałek paraboli jest potrzebny do wykonania zadania podwojenia sześcianu. Mógłby on być dowolnie mały, gdyby zawierał punkt $(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4})$. A czy można wykonać konstrukcję dysponując dowolnie dużym kawałkiem paraboli, który jednak nie zawiera tego punktu? Jest to inne pytanie i nie będziemy starali się tu na nie odpowiedzieć. Zadanie konstrukcyjne, przy rozwiązywaniu którego dysponujemy cyrkiem, linijką i danym kawałkiem stożkowej, nie musi być (ale może być) równoważne temu samemu zadaniu w przypadku, gdy dysponujemy całą tą stożkową. Przedstawiona konstrukcja podwojenia sześcianu za pomocą cyrkla, linijki i paraboli ma jeszcze jedną skazę. Używaliśmy mianowicie *równania* paraboli, a zatem czy ta konstrukcja była „geometryczna”? Niżej drukujemy artykuł zawierający odpowiedź na pytanie, czy mając kawałek paraboli można skonstruować (i czy „geometrycznie”) jej wierzchołek.

M. B.

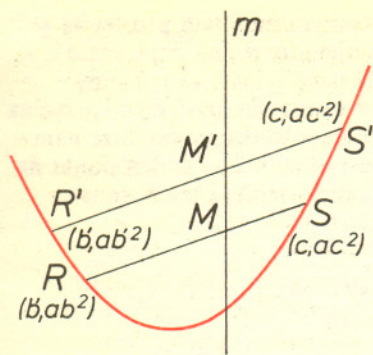
Czy to konstrukcja euklidesowa?

W angielskim kręgu językowym konstrukcje platońskie nazywane są euklidesowymi

Prof. dr Leon HENKIN
i prof. dr
William A. LEONARD,
Stany Zjednoczone

Powiedział ktoś, że nie ma nieinteresujących problemów w matematyce... są tylko nieinteresujące rozwiązania. Przypuśćmy jednak, że mamy dokonać wyboru: czy lepiej znaleźć rozwiązanie interesujące, czy też rozwiązanie poprawne? A może dla ciekawych problemów warto poszukać rozwiązań spełniających oba te wymagania?

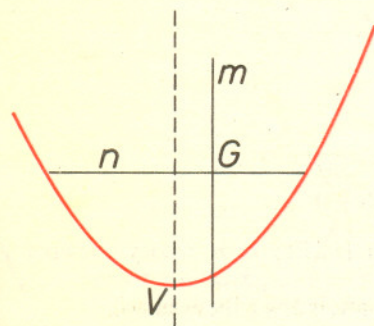
Matematycy z pewnością wymagają, by każde twierdzenie i każda metoda matematyczna były nie tylko poprawne, ale także interesujące i jeśli nie piszemy o tym dokładniej, to tylko dlatego, że nie ma obiektywnych kryteriów pozwalających ocenić, na ile poszczególne twierdzenia lub dowody są interesujące.



Dla matematyków mają wartość również inne nieobiektywne aspekty wyników twórczości matematycznej — swojego rodzaju względy estetyczne, wśród których prostota wyniku jest jednym z ważniejszych. Pewnym kontrowersyjnym kryterium stosowanym czasem do oceny dowodu jest „czystość metod”, na przykład twierdzenie uznane za geometryczne, powinno być zdaniem pewnych matematyków udowodnione w miarę możliwości „metodami czysto geometrycznymi”; nawet jeśli nikt nie potrafi dokładnie wyjaśnić, co to znaczy. Szereg takich nieprecyzyjnych pytań pojawia się, gdy chcemy wykonywać konstrukcje euklidesowe jedynie za pomocą cyrkla i linijki, na stożkowych różnych od okręgów i prostych. Zaczniemy od prostego problemu, którego intuicyjne rozwiązanie prowadzi niespodziewanie do pewnych pytań z podstaw matematyki.

Problem. Nie wiemy dokładnie, kiedy powstał nasz problem. Wydaje się, że pojawił się podczas spotkań Kalifornijskiej Rady Matematycznej. Brzmi on jak następuje. Dany jest kawałek paraboli (rysunek). Czy można znaleźć wierzchołek paraboli używając jedynie cyrkla i linijki?

Rozwiązanie pozorne. Wykreślmy cięciwę RS paraboli i skonstruujmy cięciwę $R'S'$ równoległą do RS . Zbudujmy następnie środki M i M' odpowiednio cięciw RS i $R'S'$ i poprowadźmy prostą m łączącą te środki. Wykażemy, że prosta m jest równoległa do osi paraboli. Przypuśćmy, że na płaszczyźnie jest prostokątny układ współrzędnych, którego początek pokrywa się z wierzchołkiem paraboli, a półoś dodatnia drugiej osi współrzędnych pokrywa się z osią paraboli. W tym układzie współrzędnych nasza parabola ma równanie $y = ax^2$, gdzie a jest pewną liczbą dodatnią. Niech b, b', c i c' będą odpowiednio odcięciami punktów R, R', S i S' ; wobec tego rzędnymi tych punktów są odpowiednio ab^2, ab'^2, ac^2 i ac'^2 , odcięciami zaś punktów M i M' są odpowiednio $\frac{c+b}{2}$ i $\frac{c'+b'}{2}$. Ponieważ proste RS i $R'S'$ są równoległe, więc ich współczynniki kierunkowe są równe. Wobec tego



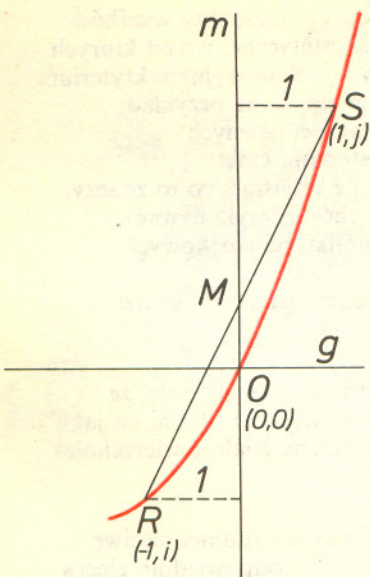
$$\frac{ac^2 - ab^2}{c - b} = \frac{ac'^2 - ab'^2}{c' - b'}$$

skąd otrzymujemy $c + b = c' + b'$. Wynika stąd, że punkty M i M' mają równe odcięte, więc prosta m łącząca te punkty jest równoległa do osi rzędnych, a więc do osi paraboli.

Powróćmy do zadanej konstrukcji. Przez odpowiedni punkt G leżący na prostej m poprowadźmy cięciwę n danego łuku paraboli, w ten sposób by odcinek n był prostopadły do m . Symetralna odcinka n pokrywa się oczywiście z osią paraboli, więc punkt V przecięcia tej symetralnej z łukiem paraboli jest poszukiwanym wierzchołkiem.

Czy powyższe jest rozwiązaniem geometrycznym naszego geometrycznego zadania? Chociaż stosowaliśmy nieco algebry w rozważaniach poprzedzających konstrukcję, to jednak sama konstrukcja polegała na wykonaniu klasycznych czynności geometrycznych: konstruowanie prostej równoległej do danej prostej, wyznaczanie środków danych odcinków, prowadzenie przez dany punkt prostej prostopadłej do danej prostej i konstruowanie symetralnej danego odcinka. Wobec tego bez wątpliwości otrzymaliśmy rozwiązanie geometryczne rozważanego zadania. Czy rzeczywiście nie ma wątpliwości? Trzeba przyznać, że Czytelnik bardzo podejrzliwy może mieć pewne wątpliwości. Na przykład w sformułowaniu zadania podaliśmy, że dana część paraboli jest taka jak na rysunku. Co by jednak było, gdyby dana część paraboli nie zawierała wierzchołka? Wówczas prosta n nie przetnie części paraboli w dwóch punktach i naszego rozwiązania nie można przeprowadzić.

Spójrzmy znów na rysunek. Rzeczywiście *wydaje się*, że dana część paraboli zawiera wierzchołek! Wobec tego wątpliwość rozważana wyżej nie dotyczy naszego zadania z rysunkiem, wystąpi jedynie przy podobnych zadaniach odpowiadających innym rysunkom; te zadania pozostaną bez rozwiązania. Czy jesteśmy zadowoleni? Rozważmy dalsze wątpliwości. Jeśli nawet wierzchołek należy do danej części paraboli, to przypomnijmy, że prowadziliśmy prostą n prostopadłą do m przez pewien punkt G . Ale jak wybrać G ?



Zgodnie z podanym przez nas przepisem, G był dowolnym punktem prostej m o tej własności, że prostopadła poprowadzona przez niego przecina daną część paraboli w dwóch punktach. Czy wyznaczamy G „na oko”? Jeśli wybierzemy pewien punkt i stwierdzimy, że prostopadła do m poprowadzona przez niego przecina dany łuk paraboli tylko w jednym punkcie, to czy to nieprowadzenie pomoże nam wybrać inny punkt G' , który będzie „lepszy”? Czy jest możliwe, że żaden punkt na prostej m nie będzie dobry? Same wątpliwości! Spróbujmy lepiej znaleźć inne rozwiązanie.

Inne sformułowanie i inne rozwiązanie. Dany jest dowolny łuk paraboli. Należy skonstruować wierzchołek tej paraboli za pomocą cyrkla i linijki. Wybieramy dowolne punkty R i S na łuku i podobnie jak poprzednio konstruujemy prostą m przechodzącą przez środek M odcinka RS , która jest równoległa do osi paraboli. Prosta m przecina dany łuk w pewnym punkcie, nazwijmy go O . Następnie prowadzimy przez O prostą g prostopadłą do m . Rozpatrzmy teraz układ współrzędnych, w którym g i m są odpowiednio osiami odciętych i rzędnych, a jako jednostkę odległości przyjmijmy odległość punktu S od prostej m . Jeśli S ma współrzędne $(1, j)$ przy pewnym j , to R ma współrzędne $(-1, i)$ przy pewnym i oraz oczywiście O ma współrzędne $(0, 0)$. Wystawiając z S oraz R prostopadłe do g otrzymamy odcinki długości $|j|$ oraz $|i|$. Jeżeli (h, k) są współrzędnymi poszukiwanego wierzchołka, to nasza parabola ma równanie postaci $y - k = a(x - h)^2$, gdzie a jest pewną liczbą. Ponieważ R , O oraz S leżą na paraboli, więc współrzędne tych punktów spełniają to równanie. Otrzymujemy stąd

$$i - k = a(-1 - h)^2$$

$$-k = ah^2$$

$$j - k = a(1 - h)^2$$

i wyliczamy

$$h = \frac{i - j}{2(i + j)} \quad i \quad k = \frac{-(i - j)^2}{8(i + j)}$$

Poprzednio zbudowaliśmy odcinki o długościach $|i|$, $|j|$. Powyższe wzory pozwolą na skonstruowanie nowych odcinków o długościach $|h|$ i $|k|$; zrobimy to za pomocą cyrkla i linijki powtarzając kilkakrotnie znane konstrukcje sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu danych odcinków.

W końcu, dysponując odcinkami o długości $|h|$ i $|k|$, możemy znaleźć punkt o współrzędnej h na prostej g oraz punkt o współrzędnej k na prostej m . Następnie, prowadząc proste przez h oraz k odpowiednio równoległe do m oraz g i wyznaczając punkt przecięcia tych prostych otrzymujemy wreszcie wierzchołek rozważanej paraboli.

Porównanie rozwiązań. Choć drugie rozwiązanie nie jest obciążone pewnymi niedomówieniami, które podważały wartość pierwszego rozwiązania, to jednak uparty krytyk może w dalszym ciągu mieć pewne wątpliwości. Zaczynając od początku rozwiązanie przyjmijmy, że dla otrzymania prostej m narysowaliśmy najpierw cięciwę RS danego łuku paraboli. Czy zasady konstrukcji euklidesowych pozwalają wybrać punkty R i S na danym łuku w sposób dowolny? A jeśli nawet pozwolimy sobie na tę dowolność i wybierzemy trzeci punkt R' na łuku, to co będzie, jeśli prosta przeprowadzona przez R' równoległa do RS nie przetnie danego łuku? Powiedzmy, że w takim przypadku spróbujemy powtórnie, wybierając oczywiście punkt R' z części łuku zawartej między R i S . Czy jednak możemy robić to „na oko”, czy też powinniśmy dysponować jakąś specjalną konstrukcją? Wydaje się, że nie będziemy mogli pozbyć się wszystkich wątpliwości, dopóki nie odpowiemy dokładnie, co to znaczy skonstruować punkt za pomocą cyrkla i linijki mając dany łuk paraboli. W klasycznych konstrukcjach euklidesowych mamy dany skończony zbiór punktów (lub figurę utworzoną przez proste i okręgi wyznaczone przez skończony zbiór punktów) i konstruujemy nowe punkty jako przecięcia prostych i okręgów, które są wyznaczone przez dane (lub poprzednio skonstruowane) punkty. Rozważane przez nas zadanie nie jest tego typu, przydałoby się więc specjalne określenie, na czym ma polegać interesująca nas konstrukcja. Ponieważ jednak próby takiego określenia wyprowadziłyby nas poza ramy tego artykułu, więc spójrzmy na nasze dwa rozwiązania z innego punktu widzenia. Nie wdając się w sprawę poprawności, pomyślmy, które jest bardziej interesujące?



Chyba nie drugie! Zamiast szukać wierzchołka naszej paraboli w duchu czysto geometrycznym, przechodzimy do geometrii analitycznej, rozwiązujemy układ równań, a następnie za pomocą cyrkla i linijki budujemy odcinek o długości $(i-j)/2(i+j)$.

Z geometrycznego punktu widzenia, to rozwiązanie wydaje się niejasne. Przeciwnie, każdy krok pierwszej konstrukcji ma jasny, intuicyjny sens. Jaka szkoda, że jest ono niepoprawne. Czy w ogóle jest możliwe rozwiązanie naszego zadania, które jest jednocześnie interesujące i poprawne?

Zobaczmy poniżej, że istotnie istnieje prawdziwie geometryczne rozwiązanie naszego problemu. Przedtem jednak zwróćmy uwagę na korzyści płynące z użycia metod analitycznych. Zauważymy mianowicie, że ta sama metoda może rozwiązywać kilka pokrewnych problemów. Będziemy mogli na przykład wraz z rozwiązaniem naszego zadania otrzymać konstrukcję ogniska lub kierownicy danej paraboli. Co można powiedzieć o innych stożkowych — elipsach lub hiperbolach? Czy mając dany dowolny łuk którejś z nich możemy otrzymać różne specjalne punkty lub proste związane z tą krzywą? Jeśli tak, to jak duży kawałek łuku stożkowej musi być dany, by można wykonać konstrukcję?

Gdy odpowiemy na to pytanie używając metod geometrii analitycznej, otrzymamy wzory, w których wystąpią nie tylko operacje wymierne, tj. dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie, ale również operacja wyciągania pierwiastka kwadratowego. Dobrze jednak wiadomo, że mając dany odcinek można za pomocą cyrkla i linijki zbudować odcinek, którego długość jest pierwiastkiem kwadratowym długości danego odcinka, o ile tylko mamy ponadto dany odcinek o długości 1. Z tego powodu możemy podać rozwiązanie za pomocą cyrkla i linijki wielu zadań konstrukcyjnych dotyczących hiperbol i elips. Czy będą to jednak rozwiązania interesujące, prawdziwie geometryczne? Powróćmy do naszej paraboli i wskażmy wreszcie oczekiwane rozwiązanie.

Geometryczne wyznaczanie wierzchołka paraboli. Podobnie, jak w poprzednich dwóch rozwiązaniach, wykreślmy cięciwę RS danego łuku paraboli i skonstruujmy prostą m , przechodzącą przez środek cięciwy i równoległą do osi paraboli.

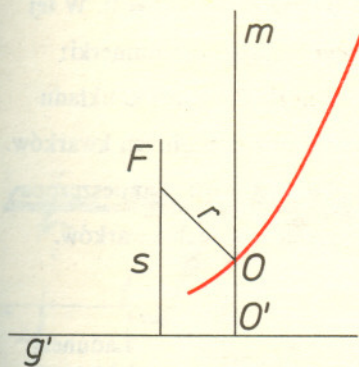
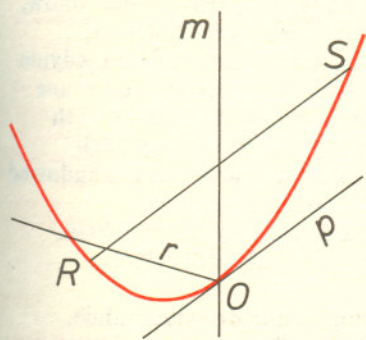
Niech m będzie punktem przecięcia prostej m z łukiem paraboli; poprowadźmy prostą p przez O równoległą do RS . Popatrzmy na rysunek. Czy p wydaje się być styczną do paraboli w punkcie O ? Tak. Możemy to uzasadnić przeprowadzając rachunki z naszego pierwszego rozwiązania i wyliczając, że punkt O ma odcięta $(c+b)/2$, zaś RS (a więc również p) ma współczynnik kierunkowy $a(c+b)$ w układzie współrzędnych, w którym parabola ma równanie $y = ax^2$. Ponieważ pochodna funkcji $y = ax^2$ jest $2ax$,

więc jej wartość dla $x = \frac{c+b}{2}$ jest równa $2a \left(\frac{c+b}{2}\right) = a(c+b)$, a zatem jest równa współczynnikowi kierunkowemu prostej p . Prosta p jest więc istotnie styczna do paraboli.

W tym miejscu przypomnijmy zasadę działania teleskopu zwierciadlanego: promienie równoległe do osi zwierciadła parabolicznego po odbiciu przechodzą przez ognisko. Traktując m jako taki promień i za pomocą p wyznaczając kąt padania promienia m , skonstruujmy prostą r przechodzącą przez O w ten sposób, by kąt odbicia równał się kątowi padania. Wiemy, że prosta r przechodzi przez ognisko F naszej paraboli. Weźmy prócz odcinka RS bliski mu $R'S$ i powtórzmy poprzednią konstrukcję. Otrzymamy drugą prostą r' przechodzącą przez F . Punkt F jest teraz wyznaczony jako punkt przecięcia r i r' .

Prosta s przechodząca przez F i równoległa do m jest osią paraboli i jeśli przecina ona dany łuk, to punkt przecięcia jest szukanym wierzchołkiem paraboli. Jeśli natomiast oś nie przecina danego łuku, to znajdziemy na prostej m punkt O' leżący poniżej łuku paraboli i dla którego $OO' = OF$. Prosta g' przechodząca przez O' prostopadła do m jest kierownicą paraboli, gdyż parabola jest zbiorem punktów równo odległych od danego punktu (ogniska) i danej prostej (kierownicy). Wystawiając teraz w punkcie F prostą s prostopadłą do g' i znajdując środek odcinka wyznaczonego na s przez F i przez g' otrzymujemy poszukiwany wierzchołek.

Trudno zaprzeczyć, że to rozwiązanie (które zawdzięczamy recenzentowi pierwszej wersji tej pracy) jest czysto geometryczne. Odpowiedź na pytanie, czy rozwiązanie tego typu można znaleźć dla elipsy lub hiperboli, nie jest znana. W problemie tym kryje się pytanie dotyczące podstaw matematyki: co to znaczy, że dany punkt można skonstruować za pomocą cyrkla i linijki mając dany łuk stożkowej?



Rozwiązanie zadania M 184.

Dowód przeprowadzimy przez indukcję. Dla $m = 1$ twierdzenie jest oczywiste. Załóżmy więc, że dla pewnego m zbiór A_m spełnia żądane warunki. Zauważmy, że

$$\max_{a, b \in A_m} |a - b| \leq \frac{3^m + 1}{2} - 1 = \frac{3^m - 1}{2}.$$

Oznaczmy

$$(1) \quad B_m = \{c: c = 3^m + a, \text{ gdzie } a \in A_m\}.$$

Zbiór $A_m \cup B_m$ zawiera 2^{m+1} elementów.

Ponadto

$$\begin{aligned} A_m \cup B_m \cup \left\{1, 2, \dots, 3 \cdot \frac{3^m + 1}{2} - 1\right\} &= \\ &= \left\{1, 2, \dots, \frac{3^{m+1} + 1}{2}\right\}. \end{aligned}$$

Wreszcie, ponieważ

$$(2) \quad 3^m + a = 2 \cdot \frac{3^m + 1}{2} + a - 1,$$

więc skoro zbiór A_m nie zawierał żadnego trójwyrazowego ciągu arytmetycznego, zatem (wobec (1) i (2)) również zbiór B_m nie zawiera takiego ciągu. Wobec tego jeśli $k_1 < k_2 < k_3$ i $k_1, k_2 \in A_m, k_3 \in B_m$, to

$$k_2 - k_1 \leq \frac{3^m + 1}{2} - 1, \quad k_3 - k_2 \geq \frac{3^m + 1}{2}$$

i (k_1, k_2, k_3) nie jest ciągiem arytmetycznym. Analogicznie sprawdzamy, że gdy $k_1 \in A_m, k_2, k_3 \in B_m$, ciąg (k_1, k_2, k_3) nie jest arytmetyczny. A to na mocy zasady indukcji kończy dowód.

Doc. dr Michał ŚWIĘCKI

Hadrony to wszystkie cząstki elementarne oddziałujące silnie. Tabela tych cząstek (patrz np. Delta 12/1976) wygląda zupełnie chaotycznie i niełatwo dostrzec w niej jakąkolwiek prawidłowość. Uporządkujemy nieco ten chaos posługując się hipotezą kwarkową, znaną nam dotychczas (patrz np. Delta 4/1975) jedynie z nazwy. Zgodnie z tą hipotezą podstawową cegiełką struktury hadronów są kwarki. Wprawdzie nikomu nie udało się wybić kwarku ze struktury hadronu, ale niewielu jest fizyków, którzy nie wierzyliby w kwarkową naturę oddziaływań silnych. Kwarki tkwią więc wewnątrz hadronów jak głąz w studni i trzeba ogromnej (być może nieskończonej) energii, żeby je stamtąd wydobyć. Natura owych ogromnych sił wiążących kwarki nie jest do końca wyjaśniona. Nie będziemy się tym martwić i zajmiemy się sklasyfikowaniem niektórych (na wszystkie nie stałoby nam cierpliwości) własności hadronów, wierząc w ich kwarkową budowę.

Jakie więc są same kwarki? Najważniejszą, sprawdzoną w wielu doświadczeniach hipotezą teorii kwarków jest, że wszystkie bariony (hadrony o spinach połówkowych: $1/2, 3/2$ itd.) składają się z trzech kwarków, zaś mezony (hadrony o spinach całkowitych: $0, 1$ itd.) z pary kwark-antykwar. Antybariony składają się oczywiście z trzech antykwarków. Wynika z tego, że kwarki mają spin równy $1/2$ (jak zobaczymy, z trzech cząstek o spinie $1/2$ można zbudować tylko cząstkę o spinie połówkowym, a z dwóch — tylko o spinie całkowitym). W przyrodzie obserwujemy jedynie układy związane z trzech kwarków oraz par kwark-antykwar. Inne układy, podobnie jak i same kwarki, nie zostały dotychczas znalezione. Liczba obserwowanych kwarkowych układów związanych, hadronów, zależy oczywiście od liczby samych kwarków, na tę zaś nie znamy żadnego ograniczenia teoretycznego. Doświadczalnie dowiedzieliśmy się o istnieniu jedynie kilku pierwszych, najlżejszych kwarków. Znamy z pewnością cząstki zbudowane z czterech rodzajów kwarków, a ostatnio odkryto hadrony, w składzie których znajduje się prawdopodobnie kwark piąty. Zapomnijmy na chwilę o spinach kwarków związanych w hadronach. Wtedy z czterech kwarków możemy zbudować $4 \times 4 \times 4 = 64$ bariony oraz $4 \times 4 = 16$ mezonów. Po dodaniu spinów i uwzględnieniu istnienia stanów wzbudzonych liczba ta znacznie się zwiększa. Teoria kwarków jest więc bardzo oszczędna, pomimo że liczba odkrytych kwarków wciąż rośnie.

Cztery kwarki, których istnienie zostało mocno ugruntowane doświadczalnie, noszą następujące symbole: u (ang. up — górny), d (ang. down — dolny), s (ang. strange — dziwny), oraz c (ang. charmed — powabny). W klasyfikacji hadronów i ich oddziaływań stosuje się wciąż nieco inną symbolikę, mającą dziś już raczej historyczne znaczenie. Zamiast mówić, że proton składa się z dwóch kwarków u oraz jednego d , powiada się, że proton ma liczbę barionową $B = 1$, trzecią składową izospinu $I_3 = +\frac{1}{2}$, dziwność $S = 0$ oraz powab $C = 0$. W tej terminologii kwark u na przykład nosi następujące wyróżniające go numerki: $B = \frac{1}{3}, I_3 = +\frac{1}{2}, S = 0, C = 0$, przy czym wartości liczb B, I_3, S i C układu złożonego z kwarków równają się sumom tych liczb dla poszczególnych kwarków. Prościej jednak chyba pisać uud niż $B = 1, I_3 = \frac{1}{2}, S = 0, C = 0$. Zamieszczona niżej tabelka przedstawia owe liczby kwantowe wszystkich czterech kwarków.

Rodzaj kwarku	Liczba barionowa B	Trzecia składowa izospinu I_3	Dziwność S	Powab C	Ładunek elektryczny Q
u	$1/3$	$+1/2$	0	0	$2/3$
d	$1/3$	$-1/2$	0	0	$-1/3$
s	$1/3$	0	-1	0	$-1/3$
c	$1/3$	0	0	1	$2/3$



Antykwarki mają liczby kwantowe przeciwnego znaku. Łatwo się przekonać, że dla wszystkich kwarków spełniony jest związek

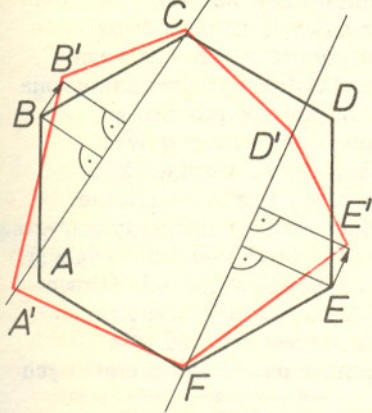
$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B+S+C).$$

Rozwiązanie zadania M 185

Jak nalażało się spodziewać, odpowiedź jest przecząca. Weźmy pod uwagę sześciokąt foremny $ABCDEF$ o średnicy 1. Jeśli punkty A' i D' leżą na prostej AD oraz $AD = A'D'$, $A'C = A'E < 1$, $BD' = FD' < 1$, to sześciokąt $A'B'CD'E'F$ ma również średnicę 1 i

$$\begin{aligned} S(ABCDEF) &= S(ABCD) + S(DEFA) = \\ &= S(A'BCD') + S(D'EFA') = \\ &= S(A'B'CD'E'F). \end{aligned}$$

Proste $A'C$ i FD' nie są równoległe.



Oznaczmy punkt ich przecięcia przez H , a kąt ich przecięcia przez α . Niech $v = a \cdot \overline{FH}$, $a > 0$, będzie takim wektorem, że punkty $B' = B + v$ i $E' = E + v$ spełniają warunki $B'F < 1$, $B'A' < 1$, $E'A' < 1$, $E'F < 1$. Sześciokąt $A'B'CD'E'F$ będzie miał nadal średnicę 1.

Mamy $S(D'E'F) = S(D'EF)$ — wspólna podstawa i równe wysokości, oraz $S(A'B'C) > S(A'BC)$ — wspólna podstawa i wysokości różniące się o $|v| \cdot \sin \alpha$.

Zatem

$$\begin{aligned} S(A'B'CD'E'F) &= S(A'B'C) + S(A'CD'F) + \\ &+ S(D'E'F) < S(A'BC) + \\ &+ S(A'CD'F) + S(D'EF) = \\ &= S(A'BCD'E'F) = \\ &= S(ABCDEF). \end{aligned}$$

Natomiast znane twierdzenie o maksymalnym polu wielokąta foremnego mówi nie o wielokącie o danej średnicy, lecz o wielokącie wpisanym w okrąg o danej średnicy.



Ze względu na własność addytywności wszystkich występujących w nim liczb kwantowych wzór ten obowiązuje także dla hadronów. W przypadku $C = 0$ jest to znany już od 25 lat wzór Gell-Manna-Nishijimy. Suma $Y = B + S$ zwana jest hiperładunkiem cząstki.

Znając skład kwarkowy hadronu możemy na podstawie powyższej tabelki łatwo odczytać liczby kwantowe tego hadronu. I tak: układ uud ($B = 1$, $I_3 = +\frac{1}{2}$,

$S = 0$, $C = 0$, $Q = 1$) to np. proton, układ udd ($B = 1$, $I_3 = -\frac{1}{2}$, $S = 0$,

$C = 0$, $Q = 0$) to np. neutron, układ uuu ($B = 1$, $I_3 = \frac{3}{2}$, $S = 0$, $C = 0$, $Q = 2$)

to jeden z rezonansów Δ^{++} , układ uus ($B = 1$, $I_3 = 1$, $S = -1$, $C = 0$, $Q = 1$)

to jeden z hiperonów Σ^+ , układ ud ($B = 0$, $I_3 = +1$, $S = 0$, $C = 0$, $Q = 1$)

to np. mezon π^+ , zaś układ $u\bar{s}$ ($B = 0$, $I_3 = \frac{1}{2}$, $S = 1$, $C = 0$, $Q = 1$) to np.

mezon K^+ . Wszystko to można znaleźć w tabeli cząstek elementarnych.

Oczywiście powyższe wartości liczb kwantowych mają nie tylko podane wyżej dla przykładowych stanów podstawowe hadronów, ale i zamieszczona w tabeli cząstek cała rodzina ich stanów wzbudzonych.

Ostatnią pozycją w powyższej tabelce jest ładunek elektryczny. Nie ma on wartości będącej całkowitą wielokrotnością ładunku elementarnego. Ułamkowa wartość ładunku kwarków została mocno ugruntowana doświadczalnie w reakcji rozpraszania elektronów na nukleonach. Oczywiście same hadrony — układy trzykwarkowe i kwark-antykwar — mają już ładunki całkowite.

Przejdźmy teraz do bardziej szczegółowego opisu własności hadronów z punktu widzenia ich składu kwarkowego. Jak się okaże, o własnościach tych decydują różnice w masie kwarków. Kwark powabny c jest znacznie cięższy od pozostałej trójki. Wyłączmy więc go z naszych rozważań i zajmijmy się hadronami złożonymi z kwarków u , d i s . Zresztą hadronów powabnych znamy stosunkowo niewiele i niewiele też wiemy o obowiązujących dla nich symetriach. Zajmiemy się bowiem właśnie symetriami hadronów wynikającymi z ich składu kwarkowego. Podstawową własnością każdego układu cząstek jest rodzaj symetrii, jaką ma amplituda falowa (tzw. amplituda prawdopodobieństwa), której kwadrat określa prawdopodobieństwo zastania układu w pewnym stanie. Amplituda układu złożonego na przykład z dwóch cząstek może być funkcją symetryczną, albo antysymetryczną ze względu na operację wzajemnego przestawienia tych cząstek, tzn. zamiany wszystkich współrzędnych i liczb kwantowych cząstek. Symetria układu może być także mieszana (nieokreślona). Jeśli obie cząstki są identyczne, to obie sytuacje (przed i po zmianie) nie mogą być w żaden sposób rozróżnione i opisujące je amplitudy mogą się różnić co najwyżej znakiem, bo tylko wtedy nie zmienia się prawdopodobieństwo (kwadrat amplitudy). W przypadku cząstek identycznych amplituda falowa jako suma amplitud odpowiadających obu nierozróżnialnym sytuacjom nie może więc mieć symetrii mieszanej, musi być albo funkcją symetryczną, albo antysymetryczną. Rodzaj symetrii nie może przy tym zależeć od układu odniesienia. Jest to dosyć oczywiste, gdyż na przykład antysymetria amplitudy falowej powoduje, że prawdopodobieństwo znalezienia obu identycznych cząstek w tym samym stanie równa się zero i fakt ten nie może zależeć od tego, z jakiego układu go obserwujemy. Tak właśnie zachowują się układy identycznych fermionów (cząstek o spinie $1/2$, $3/2$ itd.), a reguła ta to nic innego jak słynny zakaz Pauliego.

Zajmiemy się dalej symetrią układu cząstek ze względu na zamianę tylko niektórych ich zmiennych.

Niektóre liczby kwantowe cząstek nie ulegają zmianie przy pewnych przekształceniach układu odniesienia. Taką liczbą jest na przykład wewnętrzny moment pędu, spin cząstki. Przy obrotach układu współrzędnych zmienia się jedynie ustawienie spinu, jego rzut na pewną oś, podczas gdy wartość pozostaje niezmienna. Zupełnie podobny do poprzedniego argument przekonuje nas teraz, że cząstka elementarna złożona z dwóch innych cząstek obdarzonych takim samym spinem musi być opisywana symetryczną albo antysymetryczną ze względu

na przedstawienie zmiennych spinowych amplitudą falową, przy czym określona symetria amplitudy nie może zmieniać się przy obrotach układu odniesienia i wiąże się z określonym spinem cząstki złożonej.

Kwarki mają spin $\frac{1}{2}$. Rzut spinu na dowolną wyróżnioną przez warunki zewnętrzne oś (na przykład na kierunek zewnętrznego pola magnetycznego, za pomocą którego analizujemy spiny cząstek) przyjmuje jedynie wartości $\pm \frac{1}{2}$

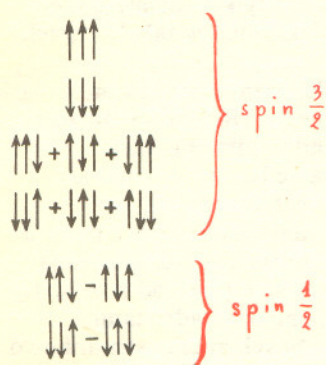
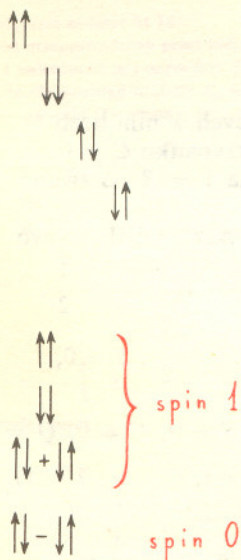
zgodnie z zasadami mechaniki kwantowej. W przypadku pary kwark-antykwarł są więc możliwe cztery ustawienia spinów składników (patrz rysunek). Dwie pierwsze sytuacje o rzucie spinu sumarycznego równym ± 1 odpowiadają z definicji symetrycznej (w zmiennych spinowych) amplitudzie falowej. Z pozostałych dwóch sytuacji o sumarycznym rzucie równym zero możemy utworzyć zarówno kombinację symetryczną, jak i antysymetryczną. Jak wiemy, określona symetria odpowiada określonemu spinowi. Trzy symetryczne ustawienia dają cząstkę złożoną (mezon) o spinie 1 (rzuty $\pm 1, 0$), podczas gdy jedna kombinacja antysymetryczna odpowiada cząstce o spinie 0 (patrz rysunek). Wyciągamy stąd wniosek, że stany podstawowe układu kwark-antykwarł to mezony o spinie 0 (zwane pseudoskalarowymi) oraz mezony o spinie 1 (zwane wektorowymi). Pierwsze z nich są opisywane antysymetryczną, a drugie symetryczną zależnością amplitudy falowej od ustawienia spinów kwarków. Podobnie wygląda sytuacja dla układów trzykwarkowych (barionów). Tu jednak amplituda falowa może być na przykład symetryczna dla pary kwarków i antysymetryczna ze względu na rzut spinu kwarku trzeciego (o ile kwark ten jest inny niż dwa pozostałe). Całkowita antysymetria trzech rzutów spinu o dwóch tylko możliwych

wartościach ($\pm \frac{1}{2}$) nie daje się zrealizować i pozostają dwie tylko możliwości przedstawione obok na rysunkach. W jednej z nich mamy cztery stany (cztery rzuty spinu $\pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2}$) opisywane amplitudą całkowicie symetryczną i przedstawiające cząstkę o spinie $\frac{3}{2}$. W drugiej amplituda ma symetrię złożoną (ale określoną, nie mieszaną) i przedstawia dwa możliwe stany (rzuty $\pm \frac{1}{2}$) cząstki o spinie $\frac{1}{2}$. Stany podstawowe układów trzykwarkowych to bariony o spinie $\frac{1}{2}$ oraz $\frac{3}{2}$.

Wyciągamy stąd wniosek, że w zależności od ustawienia spinów kwarków określony skład kwarkowy może odpowiadać różnym hadronom. I tak na przykład układ uud to albo proton (spin $\frac{1}{2}$), albo rezonans Δ^+ (spin $\frac{3}{2}$), układ $u\bar{d}$ to albo mezon π^+ (spin 0), albo mezon ρ^+ (spin 1) itd. Masy tych cząstek są oczywiście różne, gdyż nie ma żadnego powodu, by energia wiązania kwarków nie zależała od wzajemnego ustawienia ich spinów. Zależność masy układu złożonego od ustawienia spinów składników odnosi się jedynie do różnych całkowitych spinów (symetrii) układu. Z niezmienniczości teorii względem obrotów wynika bowiem, że masa cząstki nie zależy od wartości rzutu (ustawienia) jej określonego spinu.

Przejdźmy teraz do symetrii przybliżonych obowiązujących wśród hadronów. Wiąże się one z pewnymi podobieństwami różnych kwarków. Kwarki prócz ustawienia swego spinu mogą się różnić jedynie swymi masami oraz ładunkami elektrycznymi. Obecność różnych ładunków jest odpowiedzialna za różne własności elektromagnetyczne hadronów. Sprawa ta nie ma jednak istotnego znaczenia przy badaniu oddziaływań silnych. Z punktu widzenia tych oddziaływań ładunki kwarków i hadronów są nieważne i o wszystkim decydują różnice w masach kwarków. Załóżmy więc, że oddziaływania silne różnych hadronów różnią się tylko dlatego, że kwarki zawarte w hadronach mają różne masy oraz różne symetrie spinowe.

Wiadomo, że proton (uud) oraz neutron (udd) mają praktycznie jednakowe masy. Wnioskujemy stąd, że i kwarki u oraz d niewiele różnią się masami. Różne ładunki powodują, że nie są to cząstki identyczne (mezon $\pi^+ - u\bar{d}$ to wcale nie to samo, co mezon $\pi^- - d\bar{u}$), ale w oddziaływaniach silnych nie ma to większego znaczenia. Oddziaływania silne powinny być więc symetryczne ze względu na wymianę kwarków u oraz d .





Rozwiązanie zadania F 62.

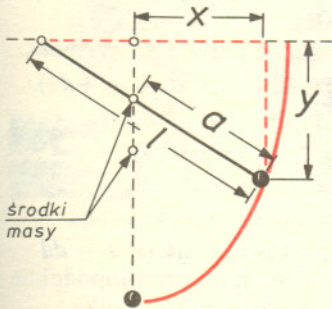
a) Wahadło (jego koniec) będzie się poruszało po elipsie o równaniu

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{l^2} = 1,$$

czyli $l^2x^2 + a^2y^2 = a^2l^2$,

które łatwo wydedukować z rysunku.

Mianowicie, wobec braku tarcia, środek ciężkości wahadła będzie poruszał się pionowo pod wpływem grawitacji. W krańcowym przypadku, gdy środek masy znajdzie się w końcu wahadła, koniec ten opadnie pionowo.



W przypadku b) zadanie sprowadza się do rozważenia poprzedniego przypadku z dodatkowym założeniem, że środek ciężkości znajduje się w środku długości kija. Koniec jego będzie się więc poruszał po elipsie:

$$4x^2 + y^2 = l^2.$$

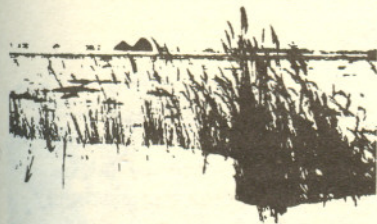
Symetria ta nosi ze względów historycznych nazwę niezmienniczości ze względu na obroty w tzw. przestrzeni izotopowej, lub też symetrii SU(2). Terminologia to zawikłana — nie znaczy ona nic innego, jak niezmienniczość ze względu na wspomnianą zamianę kwarków. Zwróćmy tu tylko uwagę, że symetria ta jest w oczywisty sposób naruszona przez oddziaływania elektromagnetyczne hadronów.

Jakie są konsekwencje niezmienniczości izotopowej oddziaływań silnych? Weźmy dwie reakcje rozpraszania: $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$ oraz $\pi^- n \rightarrow \pi^- n$. Stan $\pi^+ p$ ($u\bar{d} uud$) przechodzi po wymianie $u \rightleftharpoons d$ w stan $\pi^- n$ ($d\bar{u} udd$). Stąd przekroje czynne obu reakcji powinny być równe. I rzeczywiście są równe, podobnie jak przekroje czynne reakcji $\pi^+ n \rightarrow \pi^+ p$ oraz $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$ i wielu innych. Symetria izotopowa została sprawdzona dla wielu reakcji. Znacznie bardziej spektakularne są jednak przewidywania odnoszące się do mas hadronów tłumaczące występowanie tzw. multipletów izotopowych. Jeżeli bowiem kwarki u oraz d mają w przybliżeniu takie same masy, to zbliżone masy powinny mieć całe grupy hadronów (zwróćmy uwagę, że masa cząstki równa się masie jej antycząstki), na przykład: mezony π ($\pi^+ - u\bar{d}$, $\pi^- - d\bar{u}$, π^0 — symetryczna kombinacja $d\bar{d}$ oraz $u\bar{u}$), mezony K ($K^+ - u\bar{s}$, $K^0 - d\bar{s}$, $\bar{K}^0 - s\bar{d}$, $K^- - s\bar{u}$), rezonanse Δ ($\Delta^{++} - uuu$, $\Delta^+ - uud$, $\Delta^0 - udd$, $\Delta^- - ddd$), hiperony Σ ($\Sigma^+ - uus$, $\Sigma^0 - uds$, $\Sigma^- - dds$), hiperony Ξ ($\Xi^0 - uss$, $\Xi^- - dss$). Własność tę możemy zaobserwować w tabeli cząstek elementarnych. Ma ona oczywiście miejsce także dla innych stanów spinowych (np. mezony ρ , K^* , czy też rezonanse $\Sigma(1385)$) oraz stanów wzbudzonych cząstek. Wszystkie te własności wzięły się po prostu z faktu przybliżonej równości mas kwarków u i d . Symetria izotopowa SU(2) świetnie zgadza się ze wszystkimi danymi doświadczalnymi. Dostatecznie silnie jest naruszona inna ogólniejsza nieco symetria, tzw. symetria unitarna SU(3). Byłaby ona symetrią ścisłą oddziaływań silnych, gdyby również kwark s miał taką samą masę, jak kwarki u i d . Mezon K^+ ($u\bar{s}$) ma jednak masę znacznie większą niż mezon π^+ ($u\bar{d}$) i kwark s musi być wyraźnie cięższy. Ze składu kwarkowego cząstek możemy jednak i w tym przypadku wyciągnąć pewne ciekawe wnioski.

Zwróciliśmy już uwagę na fakt, że oddziaływania silne wszystkich kwarków są takie same, a jedyne obserwowane różnice mają naturę można rzec kinematyczną i biorą się z różnych mas kwarków. Stąd, jeżeli istnieje cząstka, dla której amplituda falowa układu kwarków ma określoną symetrię, to musi też istnieć inna cząstka o tej samej symetrii, ale innym składzie kwarkowym. Zajmijmy się najpierw barionami. Układy uuu (Δ^{++}), ddd (Δ^-) oraz sss (Ω^-) muszą mieć jak wiemy spiny 3/2 i muszą być opisywane całkowicie symetrycznymi ze względu na przestawienie cząstek amplitudami falowymi. Stąd też muszą istnieć symetryczne kombinacje następujących układów trzykwarkowych o spinie 3/2: uud (Δ^+), udd (Δ^0), uus (rezonans Σ^+), uds (rezonans Σ^0), dds (rezonans Σ^-), uss (rezonans Ξ^0) oraz dss (rezonans Ξ^-). Razem z poprzednimi mamy więc dziesięć barionów o spinie 3/2, tzw. dekuplet barionowy. Dekuplet ten składa się z kwartetu izospinowego rezonansów Δ , trypletu rezonansów Σ , dubletu rezonansów Ξ i singletu Ω^- . Biorąc pod uwagę, że każdy kolejny multiplet zawiera o jeden kwark s więcej, łatwo wyciągamy wniosek, że różnice mas między sąsiednimi multipletami są takie same:

$$m(\Omega^-) - m(\Xi) = m(\Xi) - m(\Sigma) = m(\Sigma) - m(\Delta),$$

co możemy sprawdzić w tabeli cząstek. Przy wyprowadzaniu tej reguły masowej milcząco korzystaliśmy z faktu, że wszystkie spiny kwarków w dekuplecie mogą być ustawione w tę samą stronę (rzut spinu sumarycznego $\pm \frac{3}{2}$) i dlatego nie odgrywa roli ewentualna zależność energii wiązania od wzajemnego ustawienia spinów (masa cząstki nie zależy od rzutu jej spinu). Nie jest to już prawdą w przypadku tzw. oktetu barionowego, ośmiu barionów o spinach 1/2, i dlatego odpowiednia reguła masowa nie jest tak prosta. Nie będziemy wyprowadzać tej reguły, wymienimy jedynie składniki oktetu barionowego. Nie są one oczywiście opisywane całkowicie symetrycznymi amplitudami falowymi, te bowiem odnoszą się do cząstek dekupletu. Nie ma więc hadronów o spinie 1/2 i składzie uuu , ddd oraz sss . Pozostają nam symetryczno-antysymetryczne kombinacje następujących układów: uud (proton), udd (neutron), uus (hiperon Σ^+), dds (hiperon Σ^-), ssu (hiperon Ξ^0), ssd (hiperon Ξ^-) oraz układ złożony z trzech różnych kwarków uds . W sześciu pierwszych cząstkach dwa spośród kwarków są takie same, muszą być opisywane przez symetryczną amplitudę falową i mogą mieć spiny skierowane





Rozwiązanie zadania M 186

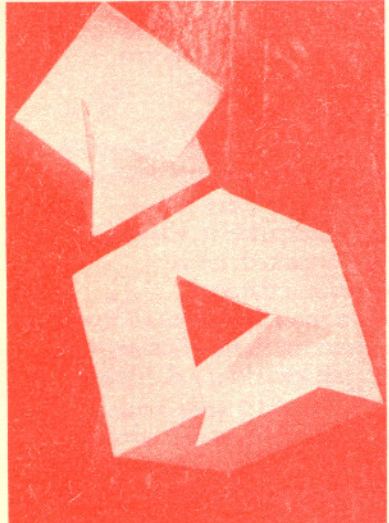
Wielościąn taki o S ścianach ma $K = 6 \cdot \frac{S}{2} = 3 \cdot S$ krawędzi i W wierzchołków, przy czym

$$W \leq 6 \cdot \frac{S}{3} = 2 \cdot S.$$

Nie może być zatem wypukły, gdyż

$$K \geq S + W,$$

co przeczy wzorowi Eulera. Najprostszy taki niewypukły wielościąn jest dziewięciociąnem powstałym przez usunięcie z sześciąnu graniastosłupa foremego trójkątnego o osi pokrywającej się z przekątną sześciąnu.



w tę samą stronę (wtedy trzeci kwark ma spin skierowany w stronę przeciwną). Całkowity spin takiego podukładu dwukwarkowego wynosi jeden. Stąd i układ uds może istnieć w dwóch stanach: symetrycznym ze względu na parę ud (hiperon Σ^0 uzupełniający multiplet Σ) oraz symetrycznym ze względu na parę us lub ds (hiperon Λ). Ostatecznie oktet barionowy składa się z następujących multipletów izospinowych: dubletu nukleonów, singletu Λ , trypletu Σ oraz dubletu Ξ . Z tego, co powiedzieliśmy wyżej, wynika, że wszystkie bariony (również stany wzbudzone układów trzykwarkowych) mogą istnieć jedynie w oktetach i dekupletach i że zawsze odpowiednie reguły masowe są takie same. Fakt ten ma obecnie mocne potwierdzenie doświadczalne.

Dyskusja upraszcza się znacznie w przypadku mezonów. Jedyłą komplikację wprowadzają mezony neutralne złożone z par $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ oraz $s\bar{s}$. Układy takie nie niosą bowiem żadnych zachowanych addytywnych liczb kwantowych i mogą swobodnie przechodzić jeden w drugi (np. $u\bar{u} \rightarrow d\bar{d}$ lub $u\bar{u} \rightarrow s\bar{s}$). Przejścia $u\bar{u} \rightarrow d\bar{d}$ pomiędzy stanami o bardzo zbliżonych masach mają jedynie znaczenie przy wypisywaniu jawnej postaci amplitud falowych mezonów (np. π^0 to $u\bar{u} + d\bar{d}$). Ważniejsze są przejścia $s\bar{s} \rightarrow u\bar{u}$ lub $d\bar{d}$, dzięki którym mezon złożony z pary kwarków dziwnych może przechodzić w mezon złożony z par kwarków niedziwnych i na odwrót. Ustala się jakaś równowaga, w której stanami mezonowymi o określonej masie nie są już układy $s\bar{s}$, $u\bar{u}$ czy też $d\bar{d}$, ale pewne ich kombinacje o składzie zależącym od intensywności procesu przejścia $s\bar{s} \rightarrow d\bar{d}$ lub $u\bar{u}$. Okazuje się, że dla układów o spinie 1 przejścia te są mało prawdopodobne i dlatego łatwo dyskutuje się własności mezonów wektorowych. W przypadku mezonów pseudoskalaranych o spinie 0 powyższe przejścia są istotne i odpowiednie reguły masowe dosyć złożone. Mezonów tych jest oczywiście dziewięć (3×3): tryplet π ($u\bar{d}$, $d\bar{u}$, $d\bar{d} + u\bar{u}$), dwa dublety K ($u\bar{s}$, $d\bar{s}$ oraz $s\bar{u}$, $s\bar{d}$) oraz dwa singlety η i η' złożone z pewnych kombinacji par $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ oraz $s\bar{s}$. Podobnie dziewięć jest mezonów wektorowych (tzw. nonet mezonowy): tryplet ρ ($u\bar{d}$, $d\bar{u}$, $u\bar{u} + d\bar{d}$), dwa dublety K^* ($u\bar{s}$, $d\bar{s}$ oraz $s\bar{u}$, $s\bar{d}$) oraz dwa singlety ω ($u\bar{u} - d\bar{d}$) i ϕ ($s\bar{s}$). W tym przypadku możemy łatwo wyprowadzić odpowiednie reguły masowe. Po pierwsze, masa ρ jest oczywiście równa masie ω :

$$m(\rho) = m(\omega).$$

Po drugie, porównując liczby kwarków dziwnych i niedziwnych w różnych mezonach dochodzimy do wniosku, że podwojona masa mezonu K^* ($u\bar{s} u\bar{s}$) powinna być równa sumie mas mezonu ϕ oraz mezonu ρ ($s\bar{s} u\bar{d}$):

$$2m(K^*) = m(\phi) + m(\rho).$$

Reguły te zupełnie dobrze zgadzają się dla mas wyznaczonych doświadczalnie. Dodajmy wreszcie, że wszystkie mezony (także stany wzbudzone) muszą mieć również strukturę nonetową. I ten fakt ma mocną podstawę doświadczalną. Zawartość całej tabeli cząstek (oczywiście bez cząstek powabnych) daje się wyjaśnić przez założenie, że wszystkie mezony grupują się w nonetach, a wszystkie bariony w oktetach i dekupletach.

Zbudowaliśmy więc układ „okresowy” hadronów (patrz ostatnia strona okładki), grupując cząstki o tych samych przestrzennych liczbach kwantowych (spin i parzystość, o której nie wspominaliśmy), w nonety, oktety i dekuplety, których składniki spełniają pewne reguły masowe. Dociekliwego Czytelnika prosimy o sprawdzenie pewnej zupełnie nowej symetrii zawartej w tablicy cząstek, a mianowicie:

Hadrony o tych samych niektórych „ładunkowych” liczbach kwantowych (B , S , C) ale różnych spinach (J) i parzystościach (P) grupują się w rodziny

$$J^P = \frac{1^+}{2}, \frac{3^-}{2}, \frac{5^+}{2}, \dots; \frac{3^+}{2}, \frac{5^-}{2}, \frac{7^+}{2}, \dots; 1^-, 2^+, 3^-, \dots; 0^-, 1^+, 2^-, \dots$$

Spin i masa członka jednej rodziny związane są zależnością

$$J = \alpha_0 + \alpha' M^2,$$

gdzie wartość α_0 charakteryzuje rodzinę, zaś $\alpha' \simeq 0,9 \text{ GeV}^{-2}$ jest stałą w przybliżeniu uniwersalną dla całej tablicy cząstek. Własność powyższa nie wynika już tak prosto z przedstawionej wyżej uproszczonej wersji teorii kwarków. Nie martwmy się jednak. Na dobrą sprawę nikt tego związku nie rozumie do końca.



Zadania niejasno postawione



Używając w dotychczasowych rozważaniach zwrotów takich, jak „algorytm zadania X ” czy też „niealgorytmizowalność zadania X ” przyjmowaliśmy milcząco, że chodzi o zadanie jasno postawione. Ostatni termin oznacza, że zarówno istota zadania jak i jego sformułowanie są „jasne”, tzn. dające możliwość niewątpliwej i jednoznacznej eksplikacji, w wyniku której wiadomo już absolutnie dokładnie, co jest treścią zadania. Zadanie niealgorytmizowalne, to zadanie jasno postawione i takie, że nie istnieje algorytm jego realizacji. Po odpowiednich zabiegach formalnych zadanie jasno postawione sprowadza się do problemu obliczania funkcji — obliczalnej, gdy zadanie jest algorytmizowalne, i nieobliczalnej w przeciwnym razie.

Możliwość programowania maszyn do wykonywania zadań niealgorytmizowalnych, aczkolwiek budząca nadzieję na wielkie ułatwienia w kontakcie człowiek — komputer, nie rozwiązuje sprawy całkowicie. Ogromna większość zadań stawianych dla człowieka bądź przez człowieka nie spełnia warunku jasnego postawienia. Źródłem zadań jasno (w powyższym sensie) postawionych jest głównie matematyka i te nieliczne nauki przyrodnicze i dziedziny działalności technicznej, które operują adekwatnymi modelami matematycznymi. Jednakże i w tych dziedzinach rola zadań niejasno postawionych jest bardzo duża. Może to wynikać z istoty zadań — np. wszelkie zadania twórcze, jak i ze sposobu formułowania, w który nolens volens wkładamy dużo elementów humanistycznych.

Jest więc zrozumiałe, że sprawa możliwości wykonywania przez maszyny zadań niejasno postawionych jest problemem wielkiej wagi. Problem ten w naturalny sposób dzieli się na zagadnienia reprezentacji i przetwarzania niejasnej informacji. Znalazienie skutecznych sposobów reprezentacji niejasnej informacji w maszynie w istotny sposób zależy od rozwoju odpowiednich badań teoretycznych. Być może pewne znaczenie będzie miała rozwijana dzisiaj matematyczna teoria nieostrych pojęć, operująca „nieostrymi zbiorami”, „nieostrymi funkcjami” itp. Przetwarzanie niejasnej informacji może opierać się na „inteligentnych” heurystykach.

Merytoryczny wpływ niejasności na wynik realizacji zadania może być różny. Może się zdarzyć, że:

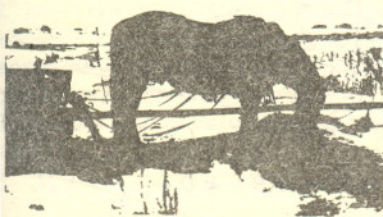
- (a) niejasność nie ma wpływu na wynik. Wówczas wystarczy, jeżeli maszyna akceptuje niejasną informację na każdym szczeblu przetwarzania,
- (b) niejasność ma wpływ tylko na jakość wyniku, który może być gorszy lub lepszy. Taki charakter mają np. zadania w rodzaju „uprość dane wyrażenie”, „podaj przykład przedmiotu klasy X , spełniającego warunek P ” itp. Operacje „uprość” i „podaj przykład” są na ogół niejasne, lecz każdy wynik zgodny z regułami upraszczania czy warunkami zadania jest dopuszczalny,
- (c) niejasność ma wpływ na wynik, lecz sprowadza się do rzeczy „oczywistych”. Maszyna powinna się wówczas „domyślić” tych oczywistości i zadanie zrealizować. Przykładem tego rodzaju jest pytanie: „czy równość

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

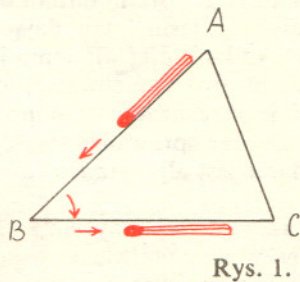
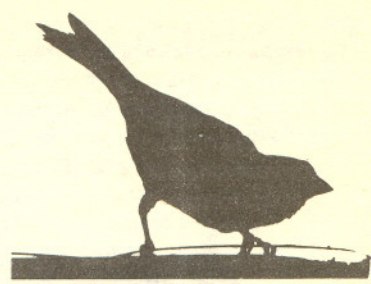
jest tożsamością? W pewnych warunkach jest „oczywiste”, że chodzi tutaj o równość liczbową, co umożliwi beztrudną odpowiedź „tak”. Najmniejsze jednak podejrzenie, że symbole a i b nie oznaczają liczb, czy że znak $+$ nie oznacza zwykłej operacji dodawania itp., winny tę oczywistość wykluczyć i skłonić maszynę do staranniejszych dociekań,

(d) niejasność jest tak istotna, że nie jest możliwe osiągnięcie określonego wyniku. Maszyna powinna wówczas starać się o zdobycie informacji uzupełniającej. Najważniejsze są tutaj możliwości (c) i (d), z których wynika, że w dziedzinie zadań niejasno postawionych wykluczony jest rozpowszechniony dziś tryb pracy z maszyną. Konieczny jest tryb konwersacyjny, umożliwiający swobodne pytania i odpowiedzi z obu stron. Po drugie, maszyna realizująca niejasno postawione zadania, musi mieć zaprogramowany pewien zasób wiedzy i pewien stopień „inteligencji”, niezbędne do prawidłowego domyślania się. Nie powinna zasypywać człowieka pytaniami dotyczącymi drugorzędnych, a skądinąd oczywistych szczegółów postawionego zadania.

O zbiorach rozmytych („nieostrych”) pisaliśmy w Delcie 1/1975



5 mała delta



Rys. 1.

Zapałkowe dowody

Suma kątów dowolnego trójkąta jest równa 180° . Możemy to udowodnić przy pomocy zapałki. Umieścimy zapałkę wzdłuż jednego z boków trójkąta — jak na rysunku 1. Przesuńmy zapałkę tak, by łebek znalazł się w B . Obróćmy zapałkę o kąt $\sphericalangle ABC$, łebek ma być środkiem obrotu. Przesuwajmy dalej zapałkę wzdłuż boku BC , aż koniec bez łebka znajdzie się w C . Obróćmy zapałkę o kąt C . Łebek teraz skierowany jest w stronę punktu A . Przesuńmy zapałkę do A i jeszcze raz ją obróćmy, tak by znów leżała na boku AB . Zapałka wróciła do położenia wyjściowego, tyle, że jest zwrócona łebkiem w drugą stronę. Obróciła się zatem o 180° . Ale obrót ten został złożony z trzech: najpierw o kąt przy wierzchołku B , potem przy C , wreszcie przy A . Zatem suma tych kątów wynosi 180° .

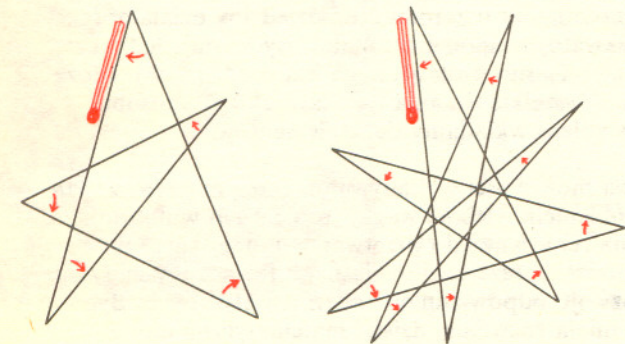
Mamy tu pytanie dla Czytelników, którzy słyszeli, że w geometrii Łobaczewskiego suma kątów trójkąta nie musi być równa 180° : dlaczego ten dowód nie jest poprawny w geometrii Łobaczewskiego?

Gdzie popełniamy błąd?

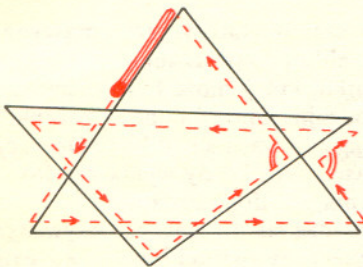
A oto inne dowody zapałkowe:

Metoda „przesuwanej zapałki” nadaje się do dowodzenia wszelkich twierdzeń o kątach wieloboków, także wieloboków gwiaździstych, takich jakie widzimy na rysunkach 2, 3, 5. Musimy tylko zważać na to, by zapałka obracała się stale w tę samą stronę: w przeciwnym razie „wychodzi” inne twierdzenie. Widzimy to na rysunku 5.

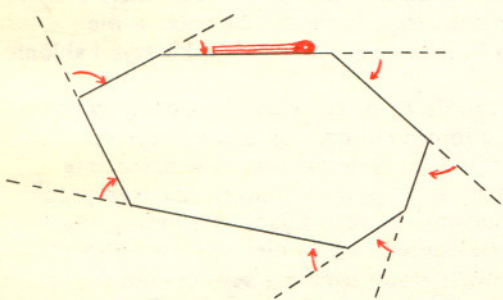
Gdy zapałka wędruje po bokach takiego ośmioboku, obraca się raz w jedną, raz w drugą stronę i możemy tylko stwierdzić, że suma kątów przy wierzchołkach A, C, E, G jest równa sumie kątów przy pozostałych wierzchołkach. Ale i tak to jest godne uwagi. „Czysto geometryczny” dowód takiego twierdzenia wymaga już pewnej pomysłowości i wprawy.



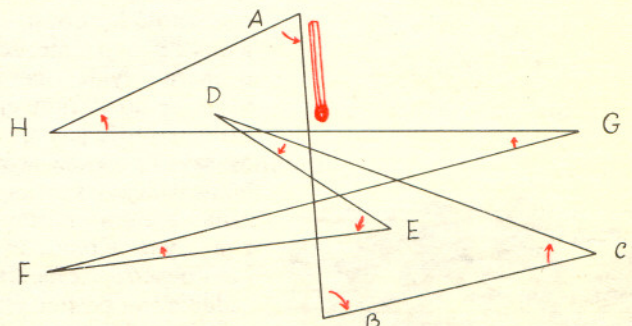
Rys. 2. Suma kątów wewnętrznych wielokąta gwiaździstego jest równa 360° (przypadek nieparzystej liczby wierzchołków).



Rys. 3. Suma kątów wewnętrznych sześcioboku gwiaździstego jest równa 360° .

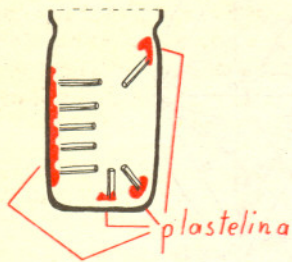


Rys. 4. Suma kątów zewnętrznych wieloboku jest równa 360° .

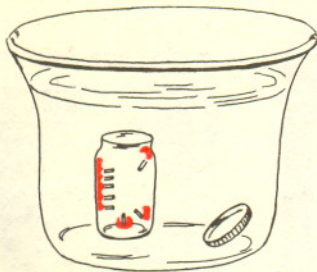


Rys. 5. $\sphericalangle A + \sphericalangle C + \sphericalangle E + \sphericalangle G = \sphericalangle B + \sphericalangle D + \sphericalangle F + \sphericalangle H$.

Ciśnienie w cieczy



Rys. 1



Rys. 2

Czy wiesz, że ciśnienie w cieczy rozchodzi się równomiernie we wszystkich kierunkach? Możesz to sprawdzić samodzielnie. Musisz w tym celu przygotować:

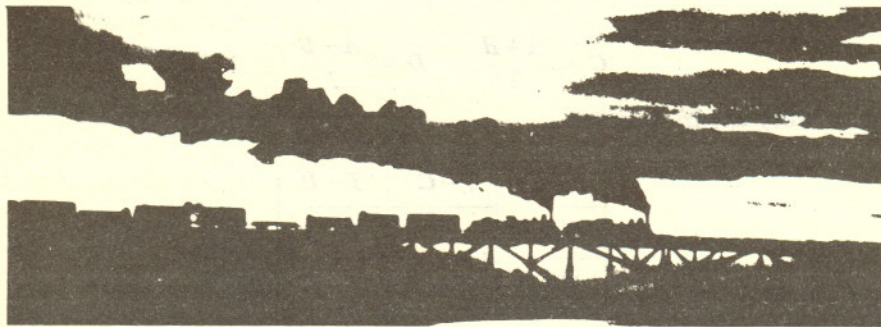
1. Mały słoik z nakrętką (np. od „Miodowitu”);
2. Kilka kawałków rurek plastikowych od wkładów do długopisu, o długości ok. 3—4 cm, starannie umytych z tuszu np. kroplą spirytusu salicylowego;
3. Plastelinę;

4. Duży garnek z wodą — najlepsza jest woda przegotowana i ostudzona, bo nie zawiera rozpuszczonego powietrza.

Za pomocą plasteliny umocuj wewnątrz naczynia rurki plastikowe, np. tak, jak to przedstawia rysunek 1. Każda rurka z jednej strony powinna mieć wylot zatkany plasteliną, drugi ma pozostać otwarty. Słoik wstaw do garnka z wodą, tak aby się cały napełnił (rys. 2). Włóż do garnka nakrętkę, odwracając denkiem do dołu, tak aby wydostało się z niej powietrze. Pod wodą szczelnie zamknij słoik nakrętką. Następnie wyjmij słoik z wody i wytrzyj ściereczką.

A teraz naciskaj na pokrywkę. Najpierw słabo, potem coraz silniej. Zaobserwuj, jak woda wciska się do rureczek plastikowych. Co możesz powiedzieć na podstawie obserwacji o ciśnieniu w cieczy?

*Małą Deltę opracowali: Jerzy GINTER
i Michał SZUREK.*



W poprzednim numerze obiecaliśmy strategię gry w „mosty”.

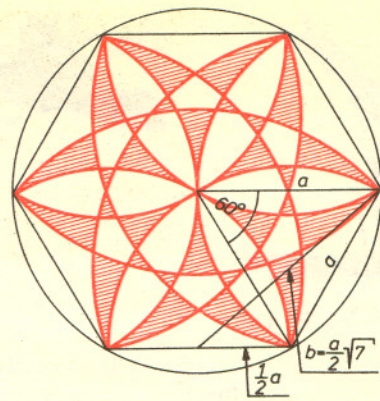
Oto ona:

- 1° Postaw pierwszą linię jak na rysunku,
- 2° gdy przeciwnik zagra tak, że jego linia przechodzi przez koniec którejś z widocznych na rysunku linii pomocniczych, postaw swą linię tak, by przechodziła przez drugi koniec tej samej linii,
- 3° w przeciwnym razie graj jak chcesz.



Czytelnicy proponują

Alina LEŚNIAK z Sandomierza proponuje znalezienie pola takiej oto figury. Za pomocą całkowania można to zrobić względnie prosto. Ale elementarnie? Czekamy na listy z rozwiązaniami.



Czytelnicy proponują

Znaleźć wzór na kwadrat magiczny

Podamy wzór na konstrukcję kwadratów magicznych dziewięciopolowych takich, aby magiczną liczbą (tj. sumą liczb stojących na polach pionowych, poziomych oraz wzdłuż przekątnych) była dowolna liczba mająca dwie lub więcej cyfr i podzielna przez 3.

Rozwiązanie

Oznacmy dowolną liczbę magiczną przez M , a przez T jej trzecią część. Weźmy dwie dowolne liczby A i B , mniejsze od T , takie, aby były one równocześnie parzyste, bądź równocześnie nieparzyste.

$$T = \frac{M}{3}, \quad A < T, \quad B < T.$$

Przyjmijmy

$$C = \frac{A+B}{2}, \quad D = \frac{A-B}{2}.$$

Kwadratem magicznym, o który chodzi, będzie:

$T+C$	$T-C$	$T-D$
$T-A$	T	$T+A$
$T+D$	$T+B$	$T-C$

dla dowolnych liczb M , dwu- i więcej cyfrowych podzielnych przez 3.

Uwaga: Przy M jednocyfrowych, tj. gdy $M = 6$ lub $M = 9$, wzór jest również prawdziwy, z tym że za A i B mogą być wzięte tylko liczby nieparzyste (jedyne). Dla $M = 3$ liczby A i B , a także C i D są zerami.

Przykłady

Dla A i B parzystych:

Niech
 $M = 381, A = 70, B = 48$

Mamy:
 $T = 127, C = 59, D = 11$

Dla A i B nieparzystych:

Niech
 $M = 381, A = 99, B = 73$

Mamy:
 $T = 127, C = 86, D = 13$

Po podstawieniu otrzymujemy następujące kwadraty magiczne:

186	79	116
57	127	197
138	175	68

213	54	114
28	127	226
140	200	41



Kącik filatelistyczny (10)

Niedawno minęło dwieście pięćdziesiąt lat od śmierci *Izaaka Newtona* (1642—1727), jednego z największych matematyków i fizyków wszystkich czasów. Newton sformułował zasady dynamiki i prawo powszechnego ciążenia i na ich podstawie opracował teorię ruchu planet. Podał zasady optyki geometrycznej i opis różnych zjawisk optycznych. W dziedzinie matematyki Newton jest, obok G. W. Leibniza, współtwórcą rachunku różniczkowego i całkowego. Opracował także szereg metod numerycznych rozwiązywania problemów matematycznych. Reprodukujemy trzy znaczki poświęcone Newtonowi, wydane przez poczty Francji (1957), Polski (1959) i Paragwaju (1965). Na znaczku paragwajskim, obok portretu uczonego umieszczono napisy i rysunki symbolizujące jego najważniejsze odkrycia. Podobiznę Newtona znaleźliśmy również na znaczku Meksyku z roku 1970, a prawo powszechnego ciążenia (wraz z symbolicznym jabłkiem, którego spadanie miało podobno naprowadzić Newtona na odkrycie tego prawa) na jednym ze znaczków Nikaragui reprodukowanych w numerze Deltę 3/1977.

Jerzy BARTKE



Zadania

Redaguje mgr Krzysztof NOWIŃSKI

M 184. Wykazać, że dla każdej liczby naturalnej m można wybrać ze zbioru $\left\{1, 2, \dots, \frac{3^m + 1}{2}\right\}$

podzbiór 2^m -elementowy nie zawierający trzech kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Rozwiązanie na str. 6

M 185. Czy sześciokąt foremny jest największym (tj. mającym największe pole) sześciokątem o średnicy (maksymalnej odległości par jego punktów) 1?

Rozwiązanie na str. 7

M 186. Czy istnieje wielościan o wszystkich ścianach sześciokątnych?

Rozwiązanie na str. 10

Redaguje doc. dr Michał ŚWIĘCKI

F 62.a. Opisać ruch wahadła matematycznego, którego punkt zawieszenia ślizga się bez tarcia po prostej poziomej?

Zawieszenie takie można zrealizować za pomocą małego pierścienia nawleczonego na poziomą linkę.

b. Jaką krzywą spadku zakresli wolny koniec kija stojącego na podłodze, jeśli ślizganie po podłodze zachodzi praktycznie bez tarcia?

Rozwiązanie na str. 9

Układ do przeprowadzenia ćwiczenia zmontowałem według wskazówek z nr 5/1978.

Do wku o poj. 1,5 l wstawiłem kubek z tworzywa sztucznego, taki aby jego brzegi opierały się na krawędzi słoika. Do słoika nalałem wody, tak aby pewna część kubka znalazła się poniżej poziomu wody, do kubka nalałem roztworu wodnego soli kuchennej zabarwionego atramentem. Poziom roztworu w kubku był nieco poniżej poziomu wody w słoiku. W denku kubka zrobiłem szpilką dziurkę. Po pewnym czasie w słoiku ukazała się niebieska strużka cieczy podążająca od dziurki w kubku do dna słoika. Po upływie paru sekund strumień ten urwał się, a następnie znów się pojawił i zniknął. Strumień ten pokazywał się regularnie.

Poziom wody w słoiku był zawsze nieco wyżej poziomu roztworu w kubku, a różnica pomiędzy nimi nie zmieniła się nawet po upływie paru godzin; stąd wniosek, że ubytki cieczy w kubku musiały być czymś uzupełniane, jedyną możliwością jest to, że w przerwach wypływu niebieskiej cieczy wpływa do kubka woda ze słoika.

Dla sprawdzenia powyższej tezy doświadczenie powtórzyłem, z tą różnicą, że zabarwiłem wodę w słoiku zamiast roztworu. Okazało się zgodnie z przewidywaniem, że do kubka wlewała się regularnie niebieska woda.

Z przebiegu opisanych doświadczeń można wywnioskować, że woda słona ma większą gęstość od wody słodkiej. Sprawdziłem to za pomocą alkoholomierza i okazało się, że wodny roztwór ma większą masę właściwą od wody i rośnie ona wraz ze stężeniem roztworu.

Teraz wyjaśnię teoretycznie opisane na początku zjawisko. Początkowo poziom wody był wyraźnie wyższy od poziomu roztworu w kubku, więc na poziomie dna kubka w słoiku panowało większe ciśnienie niż w kubku. Z tej przyczyny na cząsteczki wody znajdujące się bezpośrednio pod dziurą działała siła parcia skierowana do góry. W roztworze pojawił się strumień wody płynący od otworu w dnie do górnego poziomu słonej wody. Na wodę słodką znajdującą się w roztworze działa siła wyporu skierowana ku górze. Po pewnym czasie ciśnienia obu cieczy wyrównały się; w tym momencie w roztworze znajdował się strumień wody słodkiej, na warstwę tej wody znajdującą się bezpośrednio nad otworem działa wspomniana już siła wyporu, warstwa ta działa na znajdujące się pod nią cząsteczki wody siłą spójności, a cząsteczki będące wyżej poruszają się do góry, więc pociągają za sobą niższe. Strumień wody w kubku nadal istnieje i cząsteczki wody unoszą się. Proces ten zachodzi dotąd, gdy siła parcia (teraz skierowana w dół), działająca na cząsteczki wody przepływające aktualnie przez dziurę, zrówna się z siłą spójności działającą na te cząsteczki (składową sił spójności działających na te cząsteczki skierowaną w górę). Wówczas strumień wody urwał się. W tym czasie na poziomie otworu w kubku było większe ciśnienie niż w słoiku, więc na cząsteczki roztworu znajdujące się bezpośrednio nad dziurą działała siła parcia o zwrocie w dół. Cząsteczki pod wpływem tej siły wydostawały się z kubka. Po pewnym czasie ciśnienia wyrównały się. W tym czasie w słoiku znajdował się strumień roztworu, który jako gatunkowo cięższy od wody opadał do dna. Cząsteczki strumienia znajdujące się bezpośrednio pod otworem poruszały się w dół i działały siłami spójności na cząsteczki roztworu będące jeszcze w kubku, siły te dążyły do niezwiększenia się odległości pomiędzy cząstkami, więc cząsteczki będące niżej pociągają za sobą wyższe, aż do chwili, gdy siły spójności zrównają się z siłą parcia nie wypuszczającą cząstek roztworu z kubka. Wówczas strumień urwie się i dzięki siłom parcia w kubku ponownie pojawi się strumień wody.

Cały czas, gdy oscylator solny działał, stężenia soli w kubku i słoiku wyrównywały się, jako że zachodziła dyfuzja pomiędzy słoną wodą, która wydostawała się z kubka, a wodą słodką w słoiku, analogicznie sprawa się miała w kubku.

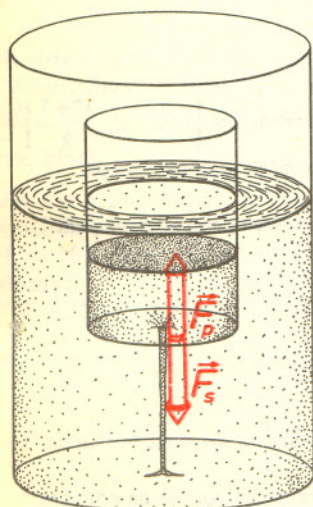
Po upływie paru godzin, a więc gdy różnica stężeń roztworów w słoiku i kubku była mniejsza niż na początku doświadczenia, czas pełnego cyklu oscylatora solnego skrócił się. Stąd można wywnioskować, że okres cyklu tego „urządzenia” zależy od różnicy stężeń roztworów w kubku i w słoiku. Dla sprawdzenia zmierzyłem czas pełnego cyklu oscylatora dla trzech różnych stężeń roztworów.

Oto tabela pomiarów

stężenie łyżeczki na szklanę	czas pełnego cyklu				czas średni sekundy	czas działania godziny
	sekundy					
6	7	7	6,5	7	6,9	10
11	11	11	12	12	11,5	15
3	5	4,5	5	4,5	4,7	7

Jak wynika z tabelki, czas działania oscylatora solnego zależy od początkowego stężenia roztworu. Teoretycznie urządzenie będzie działać do chwili, gdy wyrównają się stężenia w kubku i w słoiku. Więc czas działania powinien zależeć nie tylko od początkowej różnicy stężeń, ale i od wielkości otworu, i od ogólnej ilości obu cieczy.

T. H.



F_s — siła spójności działająca pomiędzy cząsteczkami w strudze roztworu,
 F_p — siła parcia dążąca do wyrównania się ciśnień w obu naczyniach.

Że czas działania urządzenia zależy od wielkości otworu, uważam za rzecz oczywistą. Czy czas ten zależy od ogólnej ilości obu cieczy, sprawdziłem przeprowadzając doświadczenia dla słoików o poj. 0,5 l i 1 l oraz jednakowej ilości roztworu o jednakowym stężeniu. Okazało się, że oscylator solny działa dłużej dla większej ilości wody. Z teoretycznego wyjaśnienia zjawiska można wywnioskować, że czas pełnego cyklu oscylatora solnego zależy będzie również od kształtu naczyń. W naczyniu szerokim duża objętość cieczy utworzy słup o takiej samej wysokości, jak w naczyniu o wiele węższym ilość cieczy odpowiednią ilość razy mniejsza, a wiadomo, że ciśnienie hydrostatyczne zależy nie od ilości cieczy, ale od wysokości jej słupa. Więc okres drgań oscylatora solnego będzie rósł wraz ze wzrostem przekroju poprzecznego obu naczyń. Do brzegu butelki od mleka przymocowałem fiolkę z tworzywa sztucznego, następnie przeprowadziłem wszystkie czynności tak, jak to było ze stoikiem i kubkiem. Okazało się, zgodnie z przewidywaniem, że czas pełnego cyklu tego oscylatora jest mniejszy dla naczyń o mniejszych przekrojach. Wynik tego doświadczenia przytaczam jako dowód słuszności mojej teorii.

Michał KRAIŃSKI

Polskie Towarzystwo Matematyczne i nasz miesięcznik postanowiły w 1979 r. zorganizować konkurs prac maturalnych. Tych z naszych Czytelników, którzy są aktualnie uczniami klas maturalnych i ich nauczycieli zapraszamy serdecznie do wzięcia w nim udziału.

Regulamin Konkursu prac maturalnych z matematyki

1. Konkurs organizowany jest corocznie przez Zarząd Główny Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Redakcję miesięcznika „Delta” przy poparciu Ministerstwa Oświaty i Wychowania.
2. W Konkursie mogą brać udział uczniowie wszystkich typów szkół piszący w danym roku maturalne prace pisemne z matematyki.
3. Konkurs składa się z eliminacji i finału.
4. W eliminacjach bierze udział każdy uczeń, który do dnia 15 kwietnia 1979 roku prześle na adres Redakcji „Deltę” jeden egzemplarz swojej pracy maturalnej. Do pracy należy dołączyć następujące informacje: adres prywatny Autora, nazwa i adres szkoły, imię i nazwisko nauczyciela — opiekuna pracy. Praca powinna być oryginalna i zawierać pełną informację o źródłach, z których korzystał jej Autor. Prace czysto kompilacyjne nie będą dopuszczone do Konkursu.
5. Prace nadesłane na eliminacje zostaną ocenione przez Komisję Konkursu i kompetentnych recenzentów. Te spośród nich, które spełniają warunki Konkursu zostaną przedstawione Jury Konkursu. Jury zakwalifikuje najlepsze prace do finału, który odbędzie się w trakcie dorocznej Sesji Naukowej Polskiego Towarzystwa Matematycznego.
6. Zawiadomienia o zakwalifikowaniu do finału zostaną przesłane Autorom prac oraz nauczycielom — opiekunom prac do końca maja danego roku, nie później jednak niż na 20 dni przed początkiem Sesji. Finaliści i nauczyciele opiekujący się ich pracami otrzymają od Zarządu Głównego PTM zaproszenia do udziału w Sesji na koszt Towarzystwa.
7. Finał polega na wygłoszeniu przez ucznia, podczas specjalnego otwartego posiedzenia Sesji, referatu (trwającego nie dłużej niż 15 minut) i wzięciu udziału w dyskusji na temat, któremu poświęcona była praca.
8. Rezultaty finału oceni Jury Konkursu. Jury będzie brało pod uwagę, oprócz merytorycznej wartości pracy, również samodzielność i oryginalność ujęcia tematu oraz przebieg referatu i dyskusji. Jury przyzna medale: złoty, srebrny i brązowy.
9. Ogłoszenie wyników finału nastąpi w trakcie Walnego Zgromadzenia Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Medale wręczy Prezes Towarzystwa. Wszyscy uczestnicy finału otrzymają dyplomy.
10. Wyniki Konkursu i skrót zwycięskiej pracy będą opublikowane w miesięczniku „Delta”.