delta

SPIS TREŚCI

NUMERU 4(52)

W następnym numerze:
Program Hilberta

„Delta"
matematyczno-fizyczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Polskiego Towarzystwa Fizycznego wydawany przy poparciu Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Adres Redakcji
ul. Hoża 69 pok. 151,
00-681 Warszawa

Zakład Narodowy im. Ossolińskich — Wydawnictwo Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark. wyd.; 2,50 ark. druk.; papier offsetowy III kl. 80 g. 61 × 86
Wydrukowano w Drukarni im. Rewolucji Październikowej Warszawa ul. Mińska 65.
Nr zam. 26/78 S-86

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60, — cena prenumeraty półrocznej zł 30, —

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch" oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:
— do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny
— do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
Jednostki gospodarki uspołecznionej instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch".
Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW, oraz prenumeratorzy indywidualni zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch", Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTĘ":

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
Sprzedaż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.
Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, Konto PKO I OM W-wa 1531-912

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocałw

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

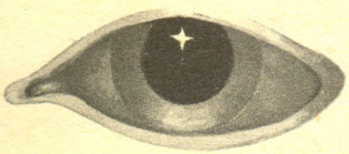
w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona" Krakowskie Przedmieście 7 00-068 Warszawa, Poland or with
— Kubon Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland.
— Earlscourt Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,
— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia

Cena 1 egzemplarza zł 5,— nr indeksu 35723/35550

Żyjąc we Wszechświecie wypada zastanowić się — co to i skąd to się wzięło.
Oto nasze typy:

Na początku był Bóg* i była Próżnia. I nic więcej nie było ponadto. I wejrzał Bóg w Próżnię i podziwiał jej doskonałość. A gdy patrzał, zamajaczył mu punkt w przestrzeni, ale był to jeno punkt wyznaczający kierunek spojrzenia. I zdumiał się Stwórca — czyżby coś tam było? I zaostrzył siłę spojrzenia. Ponieważ jednak każde badanie zmienia obiekt badany, nie dziw przeto, że powstał Wszechświat.
I taki był początek Wszechświata.



Drogi Redaktorze,

Przedstawiona przez Ciebie koncepcja Stworzenia nie różni się w zasadzie od obowiązującej naukowej teorii wybuchu i jako taka nie może być w żaden sposób obalona. Zapewne brak czasu nie pozwolił Ci na pełniejsze rozwinięcie swych myśli, którą to lukę choć w części pozwalam sobie wypełnić. Sądzę, że nic nie stoi na przeszkodzie, żeby rozwinąć bogatą współpracę międzynarodową w dalszych badaniach na ten temat.

W Twej hipotezie Próżnia, jako że pisana przez duże P, jest oczywiście absolutnie doskonała. Nie ma w niej materii ani energii, nic się nie rusza, a więc nie płynie w niej czas, nic nie ma długości, a więc nie ma też żadnej wyróżnionej geometrii. Na marginesie chciałbym zwrócić Twoją uwagę na możliwość budowy podobnej teorii w oparciu o pojęcie próżni przez małe p, zwykłej fizycznej próżni, czyli stanu podstawowego wszystkiego, co można sobie wyobrazić. Próżnia taka wypełniona by była różnego rodzaju polami i cząstkami, które mogłyby się ujawniać tu i tam na krótkie chwile. Zasada nieoznaczoności zezwala na takie krótkotrwałe urealnienie się cząstek w próżni, tym krótsze, im większa energia wymagana jest na zajście odpowiedniego aktu kreacji. Akt obserwacji (Wejrzenie, jeśli wolisz) dostatecznie krótkotrwały, mógłby wtedy wywołać pojawienie się dowolnie dużej ilości energii, czy też materii (patrz Delta 2/1978). Hipoteza Stworzenia, oparta na pojęciu próżni przez małe p, nie da się jednak utrzymać, ze względu na zaniedbanie w takim modelu zjawisk grawitacyjnych rządzonych przez prawa ogólnej teorii względności. Prawa te w momencie Kreacji są szczególnie ważne, gdyż pojawienie się dużej prawie punktowej masy wywołuje powstanie ogromnych pól grawitacyjnych, czyli powstanie mocno pokrzywionej geometrii w otoczeniu tego punktu. Nieskończona krzywizna i energia w jednym punkcie i znikanie obu w pozostałej przestrzeni nasuwa nam myśl o możliwości zaniedbania całej przestrzeni z wyjątkiem naszego wybranego punktu — miejsca Wejrzenia. Tak dochodzimy do hipotezy doskonałej Próżni przez duże P, którą słusznie faworyzujesz w swojej koncepcji. Bóg w tej koncepcji powinien być traktowany jako tzw. klasyczny przyrząd pomiarowy, który nie zmienia swej wewnętrznej struktury w trakcie obserwacji. Naturalne pytanie o sposób przeprowadzenia obserwacji można rozstrzygnąć zakładając, że Wejrzenie nastąpiło za pomocą koncentrycznej wiązki fal elektromagnetycznych. Nie zmieni to ogólności rozważań. Dalej wszystko jest już trywialne. Czym mniejszy obiekt chcemy zobaczyć, tym mniejsza musi być długość fali elektromagnetycznej użytej do obserwacji. Obserwacja punktu wymaga fali o zerowej długości. Fotony o takiej długości fali mają, jak wiesz, nieskończoną energię. Zderzenie dwóch takich fotonów z wiązki doprowadzi oczywiście do powstania nieskończonej ilości materii skoncentrowanej w punkcie. A co było dalej — wyjaśnił już nam Kuchowicz w swoim cyklu kosmologicznym (patrz Delta 6/76-9/77). Chciałbym zwrócić Twoją uwagę na fakt, że w naszej hipotezie ilości powstałej materii i antymaterii są jednakowe. Jeżeli dwa zderzające się fotony wyprodukowały na Początku parę cząstek Świat-Antyświat, to poleciały one w różnych kierunkach i nigdy nie grozi nam powtórne ich zderzenie. Grozi nam za to zupełnie co innego. Nie daj bowiem Boże powtórnego wejrzenia!

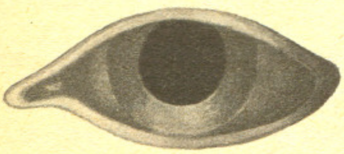
Serdecznie Cię pozdrawiam

M. Ś. (nazwisko i adres znane Redakcji)

* *W materialistycznej wersji dänikenowskiej był to kosmonauta z sąsiedniego Wszechświata.*

Na początku był Bóg* i była Próżnia. I ogarnął Bóg Próżnię doskonałym poznaniem. Informacja, jak widać, była pełna, entropia wyniosła zero i tak powstał Wszechświat.

* *W tym przypadku nie da się zastosować żadnej materialnej osoby, gdyż atrybutem niezbędnym Stwórcy staje się w tej teorii wszechwiedza. Jest to więc teoria doskonale idealistyczna.*



Szanowna Redakcjo,

Uprzejmie dziękuję za przesłanie mi materiałów z ostatnio odbytej pod patronatem Waszego Pisma konferencji kosmogonicznej oraz za zaproszenie do wzięcia udziału w dyskusji.
Zdziwiłem się bardzo, że w całym obszernym materiale nie znalazłem wzmianki o pracach Rudolfa Sadi Ellbaga, opublikowanych w czasopiśmie, dziś już w zasadzie niedostępnym, przeto i teraz pozostających nieznanymi poza wąskim kręgiem specjalistów. Również życiorys Ellbaga jest nieznany szerszemu ogółowi.
Ellbag urodził się w Mystic (Connecticut) jako syn zubożałego kapitana floty wielorybniczej. Po ukończeniu szkół średnich zaciągnął się na statek handlowy i szybko wzbogacił się na tyle, aby rozpocząć studia na Uniwersytecie Yale. Po dwu latach przerwał jednak studia i wdał się w wielką operację handlową w branży tekstylnej. W związku z tym odbył długą podróż po Europie i w 1881 roku zawitał na kilka tygodni do Warszawy. Od tego czasu stał się gorącym miłośnikiem i propagatorem muzyki polskiej, głównie Chopina. W połowie lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku Ellbag osiadł na Long Island (w pobliżu Nowego Jorku), niedaleko od miejsca, gdzie dziś wznosi się Brookhaven National Lab. Tu właśnie, podczas długich spacerów po lasach i mokradłach, w przerwie pomiędzy bardzo skomplikowanymi operacjami giełdowymi Ellbag napisał swoje zasadnicze prace poświęcone teorii powstania Wszechświata. W połowie lat dziewięćdziesiątych Ellbag z przyczyn rodzinnych porzucił USA i przeniósł się do Ameryki Południowej, gdzie zajmował się badaniami archeologicznymi i bardzo ciekawymi eksperymentami biologicznymi.
Wyniki tych prac opublikował Ellbag w czasopiśmie, które dziś już nie istnieje, a mianowicie w Aktach Akademii Nauk Cesarstwa Brazylii. Na rok przed końcem wieku Ellbag, w towarzystwie swego współpracownika, znanego myśliwego, Jana Józefa Pędopolskiego, wyruszył na ekspedycję w górny bieg Orinoko. Wyprawa zaginęła bez wieści, chociaż niektóre źródła podają, że jakoby widziano Ellbaga w 1911 roku w Europie.
Prace kosmogoniczne Ellbaga opierają się na zauważeniu dwu faktów. Jednego w zasadzie oczywistego, polegającego na koncentrycznej budowie Wszechświata (elektrony tworzą powłoki sferyczne w atomie, planety krążą po koncentrycznych orbitach itp.) i drugiego, związanego z faktem, że w przemianach fazowych zmiany entropii mogą mieć dowolny znak. Tak więc Ellbag stwierdza, że nasz Wszechświat jest jednym z „pierścieni" prawdziwego, wielkiego Wszechświata i w związku z tym znajduje się pod wpływem koncentrycznie rozmieszczonych Wszechświatów: zewnętrznego i wewnętrznego. Jeżeli zewnętrzny względem nas Wszechświat ulega rozszerzaniu, przy nie kurczącym się Wszechświecie wewnętrznym, to nasz Wszechświat jest poddany dekompresji. Ponieważ według Ellbaga materia, z której zbudowany jest nasz Wszechświat, występuje w dwu fazach: przed- i popoczątkowej, to na skutek zmiany parametrów zewnętrznych może nastąpić przemiana fazowa materii naszego Wszechświata. I tu dochodzimy do roli znaku zmiany entropii. Otóż przypomnijmy sobie, że w większości przypadków entropia fazy krystalicznej układu jest mniejsza od entropii fazy ciekłej (ciało stałe jest lepiej „uporządkowane" niż ciecz), w związku z tym zmiana entropii przy krystalizacji jest ujemna i, jak to wynika z równania Clausiusa-Clapeyrona, na to, aby obniżyć temperaturę cieczy, trzeba dokonać dekompresji. Istnieją jednak substancje, np. ciekły hel He^3 (atomy He^3 podlegają statystyce Fermiego), w których faza ciekła poniżej pewnej temperatury ma mniejszą entropię niż faza krystaliczna. Fakt ten związany jest z występowaniem magnetycznych stopni swobody atomów He^3. Dla substancji tego ostatniego typu zwiększenie ciśnienia prowadzi do obniżenia temperatury. Ta zadziwiająca własność He^3 pozwala nam na uzyskiwanie superniskich temperatur w tzw. komórkach Pomeranczuka. Dopóki więc nie znamy dokładnie własności materii w obu fazach: przed- i popoczątkowej, to nie możemy z faktu obserwowanego rozszerzania się naszego Wszechświata wysnuć wniosków co do faktu rośnięcia czy też malenia jego entropii. Wiemy, że obserwujemy przemianę fazową od fazy przedpoczątkowej do popoczątkowej i na bardziej szczegółową odpowiedź musimy poczekać. Teoria Ellbaga z łatwością daje się pogodzić z ogólną teorią względności, a także pozwala na pogodzenie wielu kontrowersyjnych teorii, jak np. teorii Hoyla-Narlikara itp. Pozwala też na jednolity opis wielu obserwowanych zjawisk, jak np. tworzenie galaktyk czy też poszczególnych gwiazd. Każda bowiem przemiana fazowa pierwszego rodzaju jest inicjowana przez wytworzenie się wewnątrz „starej" fazy tzw. zarodków nowej fazy. Dla znanej przemiany para — ciecz tymi zarodkami są krople cieczy. Zdaniem Ellbaga to, co obserwujemy jako skupiska gwiazd itp., to właśnie takie zarodki nowej fazy, popoczątkowej.
Nie sposób wdawać się tu w szczegóły prac Ellbaga, myślę, że z biegiem czasu Redakcja Delty powinna rozważyć możliwość zwołania konferencji poświęconej tym genialnym odkryciom.

Doc. dr Ł. A. TURSKI

Literatura

R. S. Ellbag, *On the concentric theory of the World and its thermodynamical justification*, Bossendorffen Annalen 36, 345 (1887).

R. S. Ellbag, *The entropy decreasing the concentric theory of the World*, ibid. 37, 569 (1888).

J. Bajdurko, *O kontaktach naukowych R. S. Ellbaga w Królestwie Kongresowym*, Dyskusje Historyczne 34, 195 (1968).

K. Huang, *Mechanika Statystyczna* (ukaże się drukiem w PWN).

Na początku była Próżnia i była to Próżnia Doskonała. Ponieważ jednak nic w przyrodzie* nie jest niezmienne, Próżnia jęła psuć się po bokach, wyłaniając tam i siam — już to cząstki materii, już to antymaterii, te zaś jęły się skupiać czy też anihilować nawzajem. Powstała materia, organizująca się w twory wciąż doskonalsze, jak to znamy z ziemskiej ewolucji. Możemy przeto z czasem doczekać się jeszcze całkiem niezgorszego Wszechświata.

Wprawdzie podana wyżej próba wytłumaczenia powstania Wszechświata nie wprowadza Boga-Stwórcy, ale przypisuje Doskonałej Próżni zdolność tworzenia znanych nam cząstek materii. Zakładam, że termin: Doskonała Próżnia nie jest tylko inną nazwą dla Boga-Stwórcy, lecz wywodzi się ze znanej ze współczesnej fizyki kwantowej koncepcji próżni fizycznej. Mówiąc o doskonałej próżni fizyk ma na myśli stan, w którym nie ma żadnych fizycznych cząstek ani pól. Wiemy, że do wytworzenia dowolnej cząstki lub pary: cząstka-antycząstka (np. par: negaton-pozyton, proton-antyproton, neutron-antyneutron), tudzież pola (np. pola elektromagnetycznego) potrzebna jest pewna, zawsze dodatnia energia. Doskonałą fizyczną próżnię można więc określić jako hipotetyczny stan Wszechświata o najniższej, możliwej a priori, wartości energii, którą można przyjąć równą zeru. W stanie doskonałej próżni również całkowity pęd, moment pędu oraz ładunek elektryczny, barionowy i leptonowy, są równe zeru.

Jeśli przyjmiemy takie, fizyczne określenie doskonałej próżni, to zaproponowana wyżej koncepcja powstania Wszechświata oznaczałaby, że w stanie początkowym całkowita energia, pęd, moment pędu oraz ładunek elektryczny, barionowy i leptonowy Wszechświata były równe zeru. Wszystkie wymienione tu wielkości fizyczne podlegają jednak bardzo dobrze sprawdzonym zasadom zachowania. Zastosowanie tych zasad do problemu powstania Wszechświata wyklucza jego ewolucję z doskonałej próżni. Wprawdzie bez obawy większego konfliktu z doświadczeniem można przyjąć, że całkowity ładunek elektryczny Wszechświata jest równy zeru, ponieważ otaczająca nas materia składa się rzeczywiście z elektrycznie neutralnych atomów, drobin itp., a elektryzowanie daje się zawsze sprowadzić do rozdzielenia ładunków dodatnich od ujemnych, jednakże w przypadku ładunku barionowego i leptonowego nie obserwujemy w otaczającym nas świecie takiej symetrii. Atomy wszystkich pierwiastków mają różne od zera i zawsze dodatnie ładunki barionowe i leptonowe. Można oczywiście ratować sytuację domniemaniem, że gdzieś w odległych od nas obszarach Wszechświata istnieją światy podobne do naszego, ale złożone z antycząstek (pozytonów, antyprotonów, antyneutronów), których ładunki leptonowe i barionowe są ujemne. Całkowity ładunek barionowy i leptonowy Wszechświata, będący sumą dodatnich ładunków światów i ujemnych ładunków antyświatów, mógłby być wtedy równy zeru. Implikuje to jednak daleko posuniętą symetrię między materią i antymaterią we Wszechświecie. Niestety, nie mamy w tej chwili żadnych pewnych danych obserwacyjnych, które potwierdzałyby istnienie antygwiazd, antygalaktyk itp. Tym bardziej wątpliwa jest symetria między ilością materii i antymaterii we Wszechświecie.

Jeszcze bardziej konkluzywne jest zastosowanie do naszego problemu zasady zachowania energii, ze względu na to, że energia dowolnego, izolowanego układu fizycznego jest wielkością zawsze dodatnią. Tak więc zasada zachowania energii wyklucza wyłanianie przez próżnię nie tylko pojedynczych cząstek, lecz także par: cząstka-antycząstka. Energia próżni jest bowiem równa zeru, a energia dowolnej cząstki lub pary jest różna od zera i zawsze dodatnia.

Ze znanych nam zasad zachowania wynika więc, że Wszechświat nie mógł powstać z Doskonałej Próżni, rozumianej w podany wyżej sposób. Jeśli Wszechświat miał w ogóle jakiś początek, to tym początkiem nie mogła być próżnia.

Stosując same zasady zachowania nie potrafimy odpowiedzieć, jaką formę miała pramateria na początku Wszechświata, ale wiemy, że Wszechświat nie mógł powstać z niczego. Istnienie zasad zachowania implikuje, że pewne atrybuty materii Wszechświata są trwałe i niezmienne, co wyklucza istnienie okresu tworzenia tych atrybutów, ale nie wyklucza istnienia przełomowych okresów organizowania się materii zgodnie z zasadami zachowania i innymi, już znanymi lub jeszcze nie znanymi, prawami fizyki.

Argumenty powyższe opierają się na zasadach zachowania, które są sprawdzone z bardzo dużą, ale jednak ograniczoną dokładnością w laboratoriach fizyków. Stosowaną wyżej ekstrapolację tych zasad na cały Wszechświat i na niewyobrażalnie długie okresy jego ewolucji można oczywiście zakwestionować i uznać za naukowo nieuzasadnioną. W bardzo długich okresach czasu i dla całego Wszechświata prawa zachowania mogą nie mieć sensu, stałe fizyczne i prawa ruchu mogą się zmieniać w czasie i przestrzeni itd. Gdy odrzucimy zasady zachowania, to oczywiście dopuścimy możliwość powstawania materii z niczego, nieograniczonego wzrostu energii, ładunku barionowego i leptonowego itd. Wszystkie te i liczne inne możliwości są do pomyślenia, ale trzeba sobie zdawać sprawę, że odrzucając stałość i uniwersalność praw i zasad fizyki wkraczamy w obszar niczym nie skrępowanych spekulacji, które mają niewiele wspólnego ze współczesną nauką. W nauce nie wystarczy bowiem wysunięcie śmiałej hipotezy. Trzeba też podać sposób jej empirycznej weryfikacji.

Budzi poważne wątpliwości, czy w odniesieniu do opisanej sytuacji obowiązuje wymieniona reguła.

Hipoteza, której nie potrafimy sprawdzić, nie ma wartości naukowej, choćby była skądinąd bardzo frapująca. Mimo że hipotezę zmienności praw fizyki w czasie można uznać za frapującą, nie widać, jak moglibyśmy stwierdzić empirycznie, na czym polegały zmiany zachodzące przez wiele, wiele miliardów lat.

Prof. dr Józef WERLE, członek rzeczywisty PAN

Gdyby nawet uznać, że Wszechświat powstał z próżni w jakikolwiek — naturalny czy nadprzyrodzony — sposób, to pozostanie jeszcze pytanie — skąd się wzięła próżnia, przestrzeń i inne rzeczy, które uważamy względem Wszechświata za pierwotne.

Szanowna Redakcjo,

Mam poważne wątpliwości co do tego, czy mogła kiedykolwiek istnieć Próżnia Doskonała. Co prawda, nie uważamy już, jak sądzono w Średniowieczu, że przyroda lęka się próżni i stara się ją natychmiast zapchać jakąś materią. Ten pogląd obalił już Torricelli w swych słynnych doświadczeniach z rtęcią w rurce i Guericke w nie mniej słynnych doświadczeniach z półkulami magdeburskimi. Ale potem okazało się, że wytwarzana przez nich — i przez późniejszych badaczy — próżnia jest daleka od doskonałości. Nie tylko dlatego, że nie sposób wypompować żadnego gazu do końca i pewna liczba cząsteczek zawsze pozostanie. Również dlatego, że wszędzie istnieją rozmaite pola fizyczne — grawitacyjne, elektromagnetyczne i inne — rozciągające się, teoretycznie rzecz biorąc, do nieskończoności. A pole jest też realnością fizyczną, a więc rodzajem materii, choć tak niepodobnym do zwykłej, ciężkiej materii, że fizycy rzadko się ważą na nazywanie go materią...
Wszystko to skłoniło dawno filozofów-materialistów (i nie tylko materialistów) do przekonania, że przestrzeń (a także czas) jest nieodłączna od materii, że jest — mówiąc słowami Engelsa — „formą istnienia materii", a zatem nie może istnieć bez materii, jak i materia bez niej. Współczesna fizyka w pełni potwierdza to przekonanie. Jeśli Newton sądził jeszcze, że możliwa jest absolutna przestrzeń, w której materia zawarta jest jak w naczyniu, to Einstein wykazał wyraźnie, że przestrzeń — a ściślej, czasoprzestrzeń — jest tak nierozerwalnie związana z materią, że jej krzywizna, czyli własność geometryczna, zależy od rozkładu mas. Jakże więc tu mówić o przestrzeni bez materii, o geometrii bez fizyki...
Poza tym, gdyby nawet uznać możliwość istnienia próżni przed materią, powstaje właśnie pytanie, skąd ona się wzięła. Stworzenie pustej przestrzeni (a także pustego czasu) nie jest bynajmniej łatwiejsze do zrozumienia niż stworzenie całego Wszechświata z niczego... Nie wiadomo też, jak w takiej pustej przestrzeni (i pustym czasie) mogłyby zacząć zachodzić jakiekolwiek procesy.
Biorąc to wszystko pod uwagę, prędzej już mógłbym uwierzyć, że — jak sądzą współcześni tomiści — materia została stworzona wraz z przestrzenią i czasem, niż że została stworzona w istniejącym już czasie i w istniejącej już przestrzeni! Oczywiście, gdybym w ogóle miał uwierzyć w stworzenie świata.

Z poważaniem

Doc. dr Władysław KRAJEWSKI

Wszechświat jest jedynie obserwowanym przez nas wycinkiem struktury atomowej większego Wszechświata. Podobnie to, co jest dla nas strukturą atomową nogi krzesła, na którym siedzimy, jest wszechświatem dla istot zasiedlających globy elektronów (kwarków?). Pomiędzy tymi światami nie istnieje, rzecz jasna, żadna możliwość przekazu informacji. Problem powstania czy raczej zaistnienia Wszechświata nie może być dla nas w żadnym stopniu poznawalny, gdyż należałoby go tłumaczyć w kategoriach makrowszechświata. Nie możemy też wiedzieć, ile ogniw tego łańcucha znajduje się „pod nami" czy „nad nami", ani sądzić o jakiejkolwiek analogii tych ogniw.

Wielce Szanowna Redakcjo!

Opisany obraz Wszechświata nie da się utrzymać. Przeczy on, niestety, *aksjomatowi Archimedesa*, który orzeka, że nawet najmniejszymi krokami można dojść dowolnie daleko. Ściślej: aksjomat Archimedesa mówi, że dla dowolnych dwu liczb rzeczywistych a i b, jeśli tylko a jest liczbą większą od zera, to pewna suma $a+a+a+\ \dots\ +a$ jest większa od b. Oznacza to w szczególności, że idąc krokiem spacerowym można dojść na przykład do mgławicy NGC 6720 (oczywiście pomijam takie techniczne szczegóły, jak brak wygodnej ścieżki w omawianym kierunku, ucieczka galaktyk i inne). Spacer taki trwałby co prawda bardzo długo: wymagałby wykonania bardzo wielu kroków, ale ponieważ kroków tych byłoby skończenie wiele, więc i ta trudność jest tylko nieważnej, bo technicznej, natury. Aksjomat Archimedesa wyklucza możliwość pełnej separacji między wszechświatami dużymi i małymi, a taka separacja, jak mi się wydaje, miała być zasadniczą cechą opisanej sytuacji.

Opis daje się jednak uratować, gdyby zrezygnowało się z kuszącej, przyznaję, sugestii, że to cząstki elementarne, wchodzące w skład wyposażenia Wielce Szanownej Redakcji są wszechświatami, nawet być może zasiedlonymi przez istoty rozumne. Okolicznością dyskwalifikującą cząstki elementarne jako kandydatów do roli wszechświatów jest to, że mają one rozmiary co prawda bardzo małe, ale jednak dodatnie. Należałoby się zatem odwołać do sytuacji, w której wspomniany powyżej aksjomat Archimedesa byłby nieprawdziwy. Aby przekonać Wielce Szanowną Redakcję o możliwości budowy takiego Wszechświata, pozwolę sobie przytoczyć przykład ciała uporządkowanego, w którym aksjomat Archimedesa nie jest prawdziwy. Elementami tego ciała są funkcje wymierne jednej zmiennej, a więc funkcje postaci

$$\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\ \dots\ +a_nx^n}{b_0+b_1x+b_2x^2+\ \dots\ +b_mx^m}$$

z tym zastrzeżeniem, że a_n i b_m są różne od zera, poza jednym wyjątkiem funkcji, która wszystkim argumentom przyporządkowuje zero. Funkcja ta będzie zerem ciała. Podobnie jedynką ciała będzie funkcja przyporządkowująca wszystkim argumentom jedynkę. Sumą dwu funkcji jest funkcja, która przyporządkowuje sumę wartości funkcji dodawanych:

$$(f+g)(x) = f(x)+g(x).$$

Podobnie definiuje się mnożenie funkcji

$$(f\cdot g)(x) = f(x)\cdot g(x).$$

O wielomianie

$$a_0+a_1x+a_2x^2+\ \dots\ \times a_nx^n,$$

gdzie a_n jest liczbą różną od zera, mówi się, że ma znak dodatni, gdy a_n jest liczbą dodatnią. W przeciwnym przypadku mówi się, że wielomian ma znak ujemny. Funkcja wymierna jest dodatnia, gdy wielomiany z licznika i mianownika mają takie same znaki. Wreszcie mówi się, że funkcja f jest większa od funkcji g, gdy funkcja $f-g$ jest dodatnia. Oczywiście różnicę definiuje się tak, jak i dodawanie

$$(f-g)(x) = f(x)-g(x).$$

Funkcja x jest większa nie tylko od 1, ale i od każdej, byle skończonej sumy $1+1+\ \dots\ +1$, czyli od każdej liczby rzeczywistej. Jest ona nieskończenie wielka. Ogólnie, jeśli funkcja f jest większa od każdej skończonej sumy $g+g+\ \dots\ +g$, to mówi się, że funkcja f jest nieskończenie większa od funkcji g (symbolicznie $f \gg g$). Łatwo zauważyć, że poziomów nieskończoności musi być nieskończenie wiele:

$$0 \ll \dots \ll \frac{1}{x^n} \ll \dots \ll \frac{1}{x^2} \ll \frac{1}{x} \ll 1 \ll x \ll x^2 \ll \dots \ll x^n \ll \dots$$

Niestety, ciało funkcji wymiernych nie nadaje się do zbudowania nad nim przestrzeni euklidesowej. Można oczywiście przyjąć za punkty trójki funkcji wymiernych, ale wówczas byłyby trudności z wprowadzeniem odległości. Chciałoby się, aby odległość punktów (f_1, f_2, f_3) i (g_1, g_2, g_3) była dana znanym wzorem

$$\sqrt{(f_1-g_1)^2+(f_2-g_2)^2+(f_3-g_3)^2}.$$

Kłopot w tym, że taki pierwiastek może w ogóle nie istnieć. Trudność tę można przezwyciężyć uzupełniając ciało funkcji wymiernych, podobnie jak liczby wymierne uzupełnia się liczbami algebraicznymi (rzeczywistymi).

Gdyby zbudować przestrzeń nad takim uzupełnionym ciałem, to wówczas wokół każdego punktu znajdowałby się wszechświat. Z takiego wszechświata nie można by naturalnie wyjść w żadnym skończonym czasie. Wokół każdego punktu tego wszechświata znajdowałby się jeszcze mniejszy wszechświatek, tak samo kompletny jak i ten większy. Z większego wszechświata nie można by się dostać do mniejszego: jego rozmiary byłyby zbyt małe, mniejsze od czegokolwiek występującego w wyjściowym wszechświecie. Dokoła każdego punktu wszechświacika byłoby wszechświaciątko, i tak dalej, i tak dalej... Podobnie byłoby nieskończenie wiele coraz to większych wszechświatów. Nie może być bowiem ani największego, ani najmniejszego wszechświata.

Na tym kończę łącząc wyrazy najgłębszego uszanowania

doc. dr Lesław W. SZCZERBA

P.S. Przy założeniu, że nasz Wszechświat jest niearchimedesowy, to wiem, czego był wybuch i dlaczego miał miejsce. *L.W.S.*

Na początku Wszechświat był zwartym, doskonale zorganizowanym tworem, na temat którego nic zgoła nie możemy powiedzieć, żyjąc w epoce jego rozpadu. Galaktyki rzeczywiście rozpraszają się i wszystko się rozrzedza, aż po zupełne wygaśnięcie.
Cóż mogą wiedzieć o myszy pojedyncze atomy, które niegdyś składały się na jej organizm?

Poczynając od fantastycznych kosmogonii starożytnych, pytanie, jak powstał Wszechświat, nurtowało umysły ludzkie. Z odpowiedzi na to pytanie dałoby się ułożyć niejedno dzieło. Praca taka byłaby jednocześnie świadectwem ludzkiej fantazji i wyobraźni, nieustannego poszukiwania, błądzenia, ale także pomysłowości i odkrywczości. Naturalnym i narzucającym się człowiekowi przekonaniem było, iż początek musiał być lepszy, doskonalszy, bardziej uporządkowany niż to, co następowało później. W prezentowanej tutaj wersji początku Wszechświata to przekonanie znajduje także pełny wyraz. Zastanawiające jest tylko to, że jeśli „nie możemy nic zgoła powiedzieć o tym początku, bo żyjemy w epoce jego rozpadu" — skąd wiemy, że „Wszechświat był zwartym doskonale zorganizowanym tworem"? Współcześni filozofowie, z marksistami włącznie, kwestionują sensowność pytania o absolutny początek Wszechświata. Zamiast tego pytania podsuwają inne, poprawniejsze, ale dla historyka, socjologa czy szerzej nawet humanisty już sam fakt zadawania takich pytań przez kolejne pokolenia, jak i sposób odpowiedzi na nie, jest fascynujący i dowodzi, że stawiano je nie bez powodu. Człowiek bowiem od początku ciekaw był swojej przeszłości.
Zastanawiające jest również to, iż w kręgu naszej śródziemnomorskiej kultury jest głęboko zakorzenione przekonanie o istnieniu złotego wieku ludzkości i łączenie go właśnie z początkiem. Izraelici, tak jak i Babilończycy wierzyli, że kiedyś na początku świata istnieć musiał okres, w którym człowiek był szczęśliwy i zdrowy. W mitologii greckiej istniało przekonanie o złotym wieku, o czasach panowania Kronosa. „Rzeki — pisze Jan Parandowski — płynęły wtedy mlekiem, z drzew sączył się miód najprzedniejszy, a ziemia rodziła wszystko w obfitości, nie przymuszona pracą rolnika. Ludzie żyli jak niebianie, bez trosk, bez trudów, bez smutków. Ciało ich nie starzało się nigdy i żywot swój trawili na nieustannych biesiadach i zabawach. Z upadkiem Kronosa skończył się wiek złoty, a ówcześni ludzie zmienili się w dobroczynne demony. Następne pokolenie było srebrne, a więc znacznie lichsze"...
Również zbliżony do tej wersji był pogląd hebrajski o stworzeniu zawarty w Księdze Genesis. Ten właśnie pogląd na naturalny stan człowieka ma szczególne doniosłe znaczenie historyczne, ponieważ zaważył, wraz z rozpowszechnieniem się chrześcijaństwa, na całej nauce, na teologii, etyce i naukach społecznych w Europie. Człowiek został stworzony na mocy boskiego aktu około sześciu tysięcy lat temu — jak obliczono — i umieszczony w raju. Żył on tam w stanie natury, to znaczy nie pracując i w zgodzie ze zwierzętami. Został stamtąd wyrzucony, ponieważ dał się skusić swej towarzyszce i szatanowi. Upadek Adama i jego dzieci doprowadził rodzaj ludzki do upodlenia, trwającego i pogłębiającego się aż do chwili zesłania przez zagniewanego Boga potopu, z którego uratował się tylko sprawiedliwy Noe. Co było dalej, wiemy doskonale. Wielomówiące jest, że różne wersje takiego właśnie początku powtarzają się w wielu kulturach i w wielu religiach. Dżinizm, którego twórcą był Wardhamana, syn króla Siddharty (VI w. p.n.e.), dzieli istnienie świata na cykle ewolucyjne i regresyjne, z których każdy podzielony jest na 6 epok. Pierwszy cykl nosił miano utsarpini i jest cyklem wznoszenia się, ewolucji, w czasie tego cyklu wszystko staje się lepsze i piękniejsze, a ludzie coraz wyżsi i silniejsi. W ciągu drugiego cyklu, zwanego awasarpinii, czyli cyklu opadającego, regresywnego, w czasie którego wszystko dąży ku upadkowi i złu, ludzie są coraz niżsi i coraz młodziej umierają. W ciągu każdego z cykli pojawia się dwudziestu czterech dżinów, czyli tirthankarów. Obecnie żyjemy w końcowym okresie cyklu regresywnego i właśnie dwudziestym trzecim dżiną obecnego cyklu był założyciel dżinizmu, Wardhamana.
Trzeba było wielu odkryć geograficznych, badań archeologicznych i postępów nauk, aby w końcu obalić mit o złotej erze ludzkości, a także odrzucić szeroko rozpowszechnione w świecie antycznym tezy prymitywizmu głoszącego, że wczesne fazy historii zapewniały ludziom więcej pomyślności i szczęścia niż okresy późniejsze, że cały bieg historii jest procesem regresywnym. Nie ostał się również mit o szczęśliwym dzikusie wyniesionym na piedestał przez Jean Jacques Rousseau, dzikusie żyjącym w stanie przedspołecznym, wolnym i niewinnym. Badania dowiodły czegoś wręcz odwrotnego, o czym pięknie pisał Levi-Strauss w „Smutku tropików". Mity zostały obalone, ale na ich miejsce wzniesiono nowe.
Im lepiej poznawaliśmy swoją przeszłość historyczną i nauka wznosiła się na kolejne szczyty, przesuwano coraz bardziej ową datę wyjściową coraz dalej wstecz, zmieniło się także nasze usytuowanie wobec Wszechświata. Okazało się, że nie jesteśmy ani pępkiem Wszechświata, ani nie uczestniczyliśmy w jego porodzie. 6 tysięcy lat zamieniło się w liczbę dwóch miliardów.

W tym przypadku nie jest ważne, jakie możliwości stwarza rozszerzająca się koncepcja Wszechświata dostępna w ramach teorii względności. Zajmą się nią fizycy i matematycy. Istotne jest to natomiast, iż zawsze znajdowali się ludzie, którzy mieli odwagę obalać kolejne teorie, które wznoszono na miejsce starych, że Kopernik, Newton, Einstein torowali drogę postępowi, ale zawsze także znajdowali się ludzie, którzy, jak np. bizantyjski kupiec Kosmas Idikopleustes, gotowi byli, wbrew oczywistemu swemu doświadczeniu, wierzyć nie swoim oczom, a Biblii, i do tej wizji dopasowywać rzeczywistość. Ziemia, według tego zdolnego podróżnika, miała kształt kufra. W żadnej epoce nie brak takich ludzi ufających bardziej mitom niż rzeczywistości.

* * *

Świat rozsypał się w naszej epoce na mnogość odrębnych światów, które współistnieją, lecz nie zawsze się z sobą komunikują i porozumiewają. Mimo to tworzą przecież jeden nasz świat. Nie wiemy dokąd idziemy, lecz wiemy przynajmniej nieco jaki jest nasz punkt startu i dokąd nie chcemy iść. „Śmiałe perspektywy narzucające się świadkom myśli współczesnej — pisał G. Picon — czy to będą historycy, socjologowie czy psychologowie, nie ukazują wprawdzie żadnej widocznej zbieżności wszystkich dróg ku jednemu skrzyżowaniu rzeczywistości, ani żadnego podporządkowania się myśli i czynów jakiejś jednej prawdzie lub wartości nadrzędnej. Nie spotykane dotąd zwrócenie się w głąb, jakie zaobserwować można w każdej dziedzinie myśli, jest wynikiem specjalizacji, która izoluje ją w tym, co stanowi jej zasadniczą odrębność. Lecz przecież to jeden umysł wyrusza tak w rozmaitych kierunkach, gotów pogubić właściwe ślady, i jedną odkrywa rzeczywistość. Z niezwykłą siłą odkrywamy wszyscy, że żyjemy w epoce, która nie miała sobie równych". Nie zawsze świadomość tej wyjątkowości jest krzepiąca.

Dariusz FIKUS

Wszechświat jest, przyznajmy to, dość kosztowną dekoracją otaczającą Ziemię. Zorganizowano go po to, ażeby Ziemianie zyskali szerokie pole do ekspansji, z czasem (rzecz jasna), kiedy dopracują się odpowiednich środków technicznych. Być może zresztą chodzi raczej o poligon doświadczalny, celem którego byłoby kultywowanie cnót charakterystycznych dla naszego rodzaju. Gdyby prawdziwe było to drugie rozwiązanie, zachodzi pytanie — w jakim celu, gdyż, jak „zostało stwierdzone naukowo", we Wszechświecie nie istnieje takie miejsce, jak „niebo".

Szanowna Redakcjo,

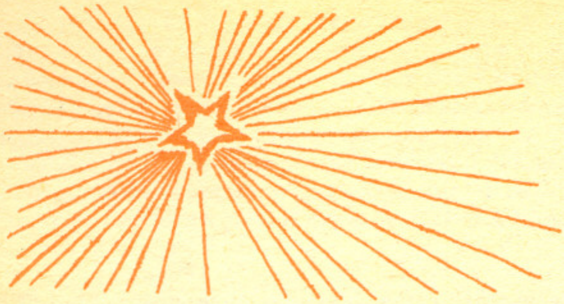
Już w pierwszych słowach pragnę zwrócić uwagę, że zwracanie się o opinię na temat powstania Wszechświata do fizyków jest ryzykowne, powiedziałbym nawet, że z góry skazane na niepowodzenie. Cóż bowiem może powiedzieć fizyk o sytuacji, gdy fizyki nie ma (chyba, że ów fizyk byłby nie tylko fizykiem). A przecież fizyka nie mogła powstać wcześniej niż Wszechświat. Dokładniej: mamy taką fizykę, jaki mamy Wszechświat. Jeszcze dokładniej: wszelkie prawa fizyki dotyczą stosunków zachodzących w naszym konkretnym Wszechświecie i zostały wobec tego ufundowane wraz z nim.

Chociaż... Nie sposób przypuścić, by wszystko, co istnieje (a nie mamy powodu sądzić, aby istniał tylko nasz Wszechświat) nie rządziło się wspólnymi zasadami. Choć oczywiście nie będą to zasady fizyki, tylko ogólniejsze prawidła bytu (tu każdy wpisać powinien zgodną ze swym światopoglądem nazwę — nazwę obejmującą wszystko, co istnieje). Wówczas należałoby sądzić, że prawa naszego Wszechświata (w tym prawa fizyki) są szczególnymi przypadkami owych ogólnych prawideł.

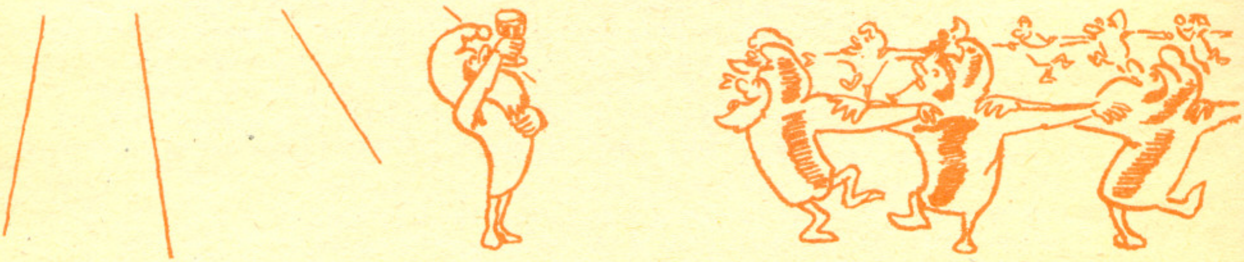
W szczególności zwróćmy uwagę na prawo zachowania energii. Jest moim najgłębszym przekonaniem, że zachowanie energii w sensie fizyki jest szczególnym przypadkiem zachowania energii w sensie ogólniejszym. Każdy, kto przez autopsję stwierdził istnienie własnej duszy (a myślę, że do tego grona zalicza się większość Czytelników niniejszego) wie, że istnieje jeszcze (co najmniej) jedna forma istnienia energii — energia psychiczna. I już to oczywiste założenie pozwala nam wyjaśnić powstanie naszego Wszechświata. Byłaby to przemiana części energii psychicznej w energię fizyczną, a zaistnienie takowej wystarcza do zaistnienia Wszechświata w tym sensie, który jest zauważalny nawet dla materialistów.

A czy ów Wszechświat to „dekoracja"? Chyba słuszniej byłoby powiedzieć — namacalny dowód istnienia innych form energii, bo niektórzy z nas, jak św. Tomasz Apostoł, potrzebują włożyć palce w rany, aby uwierzyć.

Prof. dr Ryszard RĄCZKA



Na początku był wybuch, ale nie wiadomo, czego to był wybuch, ani — dlaczego miał miejsce. I to jest właśnie koncepcja, która obecnie stanowi obowiązującą i naukową doktrynę w omawianej problematyce.



Zadania

Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

M 154. Wyznaczyć taki wielomian kwadratowy $f(x)$, że $f(1) = 3, f(2) = 7, f(3) = 13$ (podane wartości mają, jak wiadomo, własności magiczne).
Rozwiązanie na str. 10

M 155. Liczbę naturalną n nazywa się doskonałą, jeżeli stosunek sumy jej dzielników do n równy jest 2. Wykazać, że dla każdej liczby a istnieje liczba naturalna m, dla której stosunek ten jest większy od a.
Rozwiązanie na str. 10

M 156. Udowodnić, że jeżeli ciąg (a_n) jest określony równościami

$$a_1 = a_2 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + a_{n-1} \quad (n = 2, 3, 4, \ldots),$$

to dla każdej liczby naturalnej n liczba a_n jest liczbą całkowitą najbliższą liczbie $\frac{\alpha^n}{\sqrt{5}}$, gdzie

$$\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Rozwiązanie na str. 10

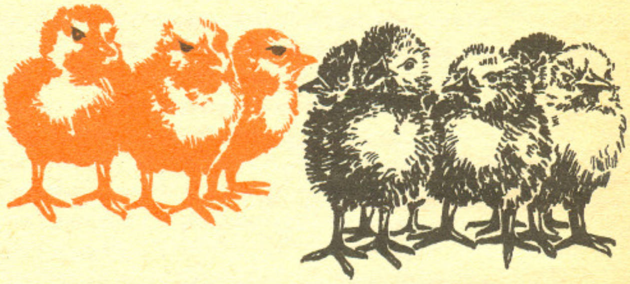
Redaguje dr Waldemar GORZKOWSKI

F 52. Na pewnej planecie wylądowała ekspedycja astronautyczna. Zaraz po lądowaniu okazało się, że wskutek dużej aktywności sejsmicznej nie można prowadzić badań i należy natychmiast wracać do macierzystego statku kosmicznego krążącego wokół planety. Przed startem badacze zauważyli dziwną tęczę. W środku tęczy znajdował się intensywny pas czerwony, od którego poszczególne barwy rozchodziły się w obie strony tak, że skrajne łuki tęczy były fioletowe. Jednobarwne łuki tęczy położone wewnątrz i na zewnątrz łuku czerwonego różniły się natężeniem. Promień kątowy tęczy wydał się astronautom nieco większy niż promień tęczy pierwszego rzędu na Ziemi. Za pomocą lornetki badacze stwierdzili, że odległość kątowa fioletowych łuków tęczy wynosi około 5,5°. Na podstawie powyższych danych astronauci doszli do wniosku, że współczynniki załamania światła nieznanej cieczy, której kropelki zawieszone w atmosferze planety powodowały opisane zjawisko, wynoszą: dla światła czerwonego $n_{cz} \simeq 1{,}312$, a dla światła fioletowego $n_f \simeq 1{,}325$.
Spróbuj odtworzyć rozumowanie badaczy.
Uwaga: zaleca się skorzystać z kalkulatora.
Rozwiązanie na str. 10

mała delta

Trudne mnożenie

Adaś jest nieco zarozumiały, a na lekcjach arytmetyki myślał często o … piłce nożnej. Nauczył się, jak dodawać liczby, ale z lekcji o mnożeniu zapamiętał tylko, jak mnożyć przez 2. „Obejdę się bez tej całej reszty" — stwierdził. „Gdy każą mi pomnożyć przez 4, to pomnożę dwukrotnie przez 2 i też będzie dobrze".
— A przez 3? — spytałem.
— Hm, przez 3? Nie nauczę się mnożenia przez 3. Nie w każdym zadaniu jest takie mnożenie. Jeżeli na klasówce rozwiążę tylko część zadań, nie dostanę piątki, ale czwórkę albo trójkę. Nie każdy musi mieć piątkę.
Następnie Adaś zignorował dzielenie przez liczby inne niż 2 i na pytania takie, jak „ile wynosi 21 : 3", odpowiadał „nie wiem, nie umiem dzielić przez 3".



Toteż, gdy dostał do domu zadanie: pomnożyć 39 przez 42, szczerze mu współczułem i postanowiłem pomóc.
— Sam sobie poradzę — odburknął. — Podzielmy najpierw 39 przez 2. To daje 19.
— Nie, $19\frac{1}{2}$ — zaprotestowałem.
— Nie uczyłem się jeszcze ułamków — odpowiedział i napisał 19. — 19 podzielone przez 2 daje 9 — obliczał dalej.
— Znów źle — powiedziałem. — $9\frac{1}{2}$.
— Przecież mówiłem, że ułamków nie braliśmy. Będą dopiero w przyszłym roku. — Napisał 9 i dalej dzielił przez 2, otrzymując 4, 2, 1. Potem zaczął myśleć głośno:
— Co dalej? Mówiłeś kiedyś, że gdy utkniemy przy rozwiązywaniu zadania, dobrze jest zastanowić się, czy skorzystaliśmy z wszystkiego, co wiemy. A ja przecież umiem jeszcze mnożyć przez 2. 2 razy 42 daje 84, $2 \cdot 84 = 168$ itd. — Ułożył tabelkę:

39 ·	42
19 ·	84
9 ·	168
4 ·	336
2 ·	672
1 ·	1344

i rozumował dalej: „pani od arytmetyki wie, że umiem mnożyć przez 2, na pewno więc dostałem takie zadanie, w którym iloczyny o parzystych czynnikach nie liczą się". Przekreślił:

39 ·	42
19 ·	84
9 ·	168
~~4 ·~~	~~336~~
~~2 ·~~	~~672~~
1 ·	1344

— Umiem jeszcze dodawać — stwierdził. — 42 + 84 + + 168 + 1344 daje 1638. Skorzystałem z wszystkiego, co wiem. To musi być mój wynik. — Napisał w zeszycie: $39 \cdot 42 = 1638$.
— To ma niewiele sensu — powiedziałem. — Zresztą, $39 \cdot 42$ równa się (pomnożyłem szybko) … ale ci się udało — rzeczywiście 1638. To czysty przypadek. Weźmy, powiedzmy, $27 \cdot 12$:

27 ·	12
13 ·	24
~~6 ·~~	~~48~~
3 ·	96
1 ·	192
	324

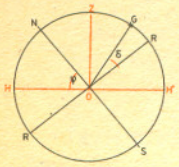
$$\begin{array}{r} 27 \\ \times\ 12 \\ \hline 54 \\ 27\ \ \\ \hline 324 \end{array}$$

— A widzisz — triumfował Adaś. Nie dawałem za wygraną. Mnożyliśmy 124 przez 21, 11 przez 12, a nawet 2 przez 2 i za każdym razem Adaś otrzymywał dobry wynik. Dopiero, gdy poszedł wreszcie spać, zrozumiałem, dlaczego jego metoda daje zawsze poprawny rezultat. Poważnie obawiam się, czy Adaś nie stanie się jeszcze bardziej zarozumiały.

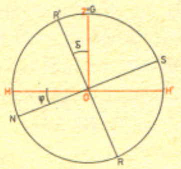
Małą Deltę opracował Michał SZUREK

Rozwiązanie zadania z marcowej Radiodelty

W jakich krajach możliwe jest zaobserwowanie w studni najjaśniejszej gwiazdy nieba, Syriusza? Jego deklinacja $\delta = -16°39'$ (rys. 1), przy czym minus oznacza, że gwiazda leży na południe od równika.
Uwaga: na rysunku płaszczyzny i punkty, których położenie zależy od miejsca obserwacji na kuli ziemskiej, oznaczone zostały kolorem pomarańczowym.



Rys. 1



Rys. 2

HH' — horyzont
NS — oś obrotu sfery niebieskiej (oś świata)
RR' — równik niebieski
O — obserwator
Z — zenit
G — gwiazda
φ — szerokość geograficzna miejsca obserwacji
δ — deklinacja obserwowanej gwiazdy

Rozwiązanie

Ponieważ wędrując po powierzchni Ziemi zmieniamy położenie horyzontu i zenitu względem osi świata i równika niebieskiego, zadanie sprowadza się do obrócenia „pomarańczowego" układu współrzędnych względem układu „czarnego" (lub odwrotnie) w ten sposób, aby położenie gwiazdy (punkt G) o danej deklinacji pokryło się z położeniem zenitu (punkt Z). Jak widać z rysunku 2, w tej sytuacji musi zachodzić $\varphi = \delta$, bowiem ramiona tych kątów są odpowiednio prostopadłe. A więc w przypadku Syriusza będziemy mogli zaobserwować go w studni w krajach, przez które przebiega równoleżnik $-16°39'$ (Peru, Boliwia, Brazylia, Angola, Zambia, Mozambik, Rep. Malgaska, Australia, niektóre wyspy Polinezji, jak np. Fidżi i Nowe Hebrydy).

Rozwiązanie zadania **M 154.** Będziemy szukać takiego wielomianu w postaci $f(x) = ax^2+bx+c$. Musi więc być
$a+b+c = 3$,
$4a+2b+c = 7$,
$9a+3b+c = 13$,
Rozwiązując ten układ równań otrzymujemy $a = b = c = 1$ i sprawdzamy, że wielomian x^2+x+1 ma rzeczywiście żądaną własność. Zauważmy jeszcze, że $f(4) = 4^2+4+1 = 21$, czyli „oczko".

Rozwiązanie zadania o płaszczyźnie rzutowej
α musi być liczbą kardynalną nieskończoną (np. 0 lub $\mathfrak{c}$).

Rozwiązanie zadania M 155. Liczba $m!$ ma m.in. dzielniki $m!$ $\frac{m!}{2}, \frac{m!}{3}, \dots, \frac{m!}{m}$, mamy bowiem równość $m! = \frac{m!}{k}\cdot k$ $(k = 1, 2, \dots, m)$.
Sumę dzielników liczby x oznaczymy przez $\delta(x)$.
Mamy $\frac{\delta(m!)}{m!} \leqslant \frac{1}{m!}\left(m!+\frac{m!}{2}+\frac{m!}{3}+\dots+\frac{m!}{m}\right) = 1+ +\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{m}$. Jak wiadomo, dla każdej liczby a istnieje taka liczba m, że $1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{m} > a$.

Rozwiązanie zadania M 156. Wykażemy najpierw, że

$$(*) \qquad a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^n-\beta^n), \quad \text{gdzie } \beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

Zauważmy, że α i β są pierwiastkami wielomianu x^2-x-1. Jest więc $\alpha+\beta = 1$, $\alpha\beta = -1$, $\alpha-\beta = \sqrt{5}$, $\alpha^2 = \alpha+1$, $\beta^2 = \beta+1$.
Wzór (*) jest prawdziwy dla $n = 1, 2$:

$$\frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha-\beta) = 1 = a_1,$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^2-\beta^2) = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = 1 = a_2.$$

Załóżmy, że

$$a_k = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^k-\beta^k) \quad \text{i} \quad a_{k-1} = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^{k-1}-\beta^{k-1}).$$

Mamy wówczas

$$a_{k+1} = a_k+a_{k-1} = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^k-\beta^k+\alpha^{k-1}-\beta^{k-1}) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}[\alpha^{k-1}(\alpha+1)-\beta^{k-1}(\beta+1)] = \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^{k-1}\alpha^2-\beta^{k-1}\beta^2) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^{k+1}-\beta^{k+1}).$$

Na mocy zasady indukcji matematycznej wnioskujemy, że wzór (*) jest prawdziwy dla każdej liczby naturalnej n.

Jest więc $\left|a_n-\frac{\alpha^n}{\sqrt{5}}\right| = \left|\frac{\alpha^n-\beta^n-\alpha^n}{\sqrt{5}}\right| = \left|\frac{-\beta^n}{\sqrt{5}}\right| = \frac{|\beta|^n}{\sqrt{5}} = = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^n < \frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{1}{2}$, zatem liczbą całkowitą najbliższą liczbie $\frac{\alpha^n}{\sqrt{5}}$ jest a_n. Zauważmy, że liczba $-\beta = \frac{1}{\alpha}$ jest stosunkiem złotego podziału odcinka.

Rozwiązanie zadania F 52.
Opis zjawiska sugeruje, że dla barwy czerwonej tęcza pierwszego rzędu odpowiada ekstremum kąta odchylenia φ_1 (rys. 1), a tęcza drugiego rzędu — ekstremum kąta odchylenia φ_2 (rys. 2). Kąty φ_1 i φ_2 są zarazem promieniami kątowymi tęczy. Nietrudno wykazać (patrz Delta 10/75), że dla barwy światła odpowiadającej współczynnikowi załamania n mamy

$$\varphi_1 = |4\beta_1-2\alpha_1|,$$

gdzie

$$\sin^2\alpha_1 = \frac{4-n^2}{3}; \quad \sin\alpha_1 = n\sin\beta_1$$

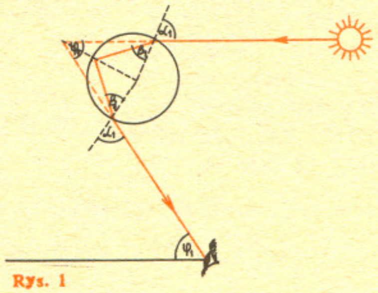
oraz

$$\varphi_2 = |6\beta_2-2\alpha_2+\pi|,$$

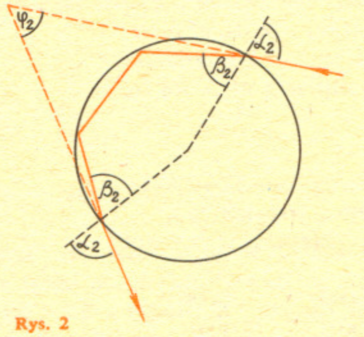
gdzie

$$\sin^2\alpha_2 = \frac{9-n^2}{8}; \quad \sin\alpha_2 = n\sin\beta_2.$$

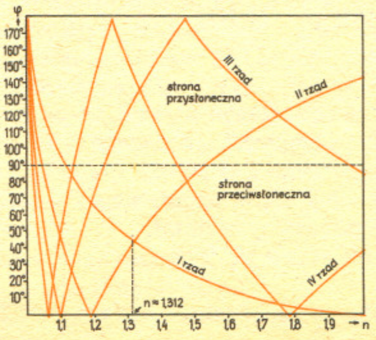
Przebieg otrzymanych numerycznie zależności $\varphi_1(n)$ i $\varphi_2(n)$ dla $n \in (1, 2)$ pokazano na rysunku 3. Widać, że krzywe przecinają się, dla $n \simeq 1{,}312$. Ponieważ barwy czerwone obu tęcz pokrywały się, więc $n_{cz} \simeq 1{,}312$. Przy zwiększaniu n powyżej $n = n_{cz}$ odległość między $\varphi_1(n)$ i $\varphi_2(n)$ wzrasta osiągając $5{,}5°$ dla $n = n_f = 1{,}325$.
Na rysunku 3 oprócz zależności $\varphi(n)$ dla tęczy I i II rzędu dodatkowo pokazano zależność promienia kątowego od współczynnika załamania n dla tęczy III i IV rzędu (odpowiednio 3 i 4 odbicia wewnątrz kropli cieczy). Zauważmy, że dla wody ($n \simeq 4/3$) tęcze III i IV rzędu powinny powstać po tej samej stronie, po której znajduje się Słońce. Poza tym zauważmy, że im wyższy rząd tęczy, tym powinna ona być słabsza. Uwagi te wyjaśniają, dlaczego w atmosferze ziemskiej tęcze III i IV rzędu nie są obserwowane. (Kąt φ na rysunku 3 został zredukowany do przedziału $[0, \pi]$).



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

I

Niewątpliwie najważniejszym rodzajem liczb są liczby naturalne. Przy ich bowiem pomocy możemy skonstruować wszystkie inne. Niemiecki matematyk Kronecker posunął się nawet do stwierdzenia, że „Bóg stworzył liczby naturalne, reszta jest dziełem człowieka". A która z liczb naturalnych jest najważniejsza? Oczywiście jeden! Jej zasadnicza własność wyraża się w tym, że każdą liczbę naturalną można otrzymać przez dodawanie do siebie jedynki. Dokładniej tę myśl precyzuje zasada indukcji matematycznej. Przypuśćmy bowiem, że chcemy udowodnić, że jakaś własność przysługuje każdej liczbie naturalnej. Co w tym celu wystarczy zrobić?
Po pierwsze udowodnić dla liczby jeden. A następnie przypuścić, że daną własność ma jakaś liczba naturalna i wtedy udowodnić, że tę własność ma również liczba o jeden większa. Ta zasada w końcu XIX w. została użyta przez włoskiego matematyka Peano do stworzenia aksjomatyki liczb naturalnych, w której pojęciami podstawowymi była właśnie liczba jeden oraz przyporządkowanie danej liczbie liczby o jeden większej. Może zatem powinniśmy „poprawić" myśl Kroneckera: Bóg stworzył liczbę jeden, reszta jest dziełem człowieka.
Teraz, kiedy już wiemy, że liczba jeden jest najważniejszą liczbą naturalną, powinniśmy zająć się badaniem jej własności. Odnotujmy tu jedną, ciekawszą. Każdy z nas zapewne niejednokrotnie stawał wobec konieczności wyboru i przekonał się, że nie jest to łatwe. Co innego, kiedy wybór, którego mamy dokonać, jest trywialny — mamy „do wyboru" tylko jedną ewentualność (Już słyszę głosy protestu, bo i cóż to za wybór!). Możemy się spodziewać, że dokonując wielu wyborów narażamy się na większe trudności, ale prawdziwe problemy rozpoczynają się wtedy, gdy musimy wybrać nieskończenie wiele razy. Spróbujmy sformalizować ten problem i zobaczyć, na czym polega trudność.

Wyobraźmy więc sobie, że mamy nieskończoną rodzinę zbiorów niepustych o tej własności, że każde dwa zbiory z tej rodziny są rozłączne. Pytamy, czy istnieje zbiór „wybierający" z każdego zbioru z naszej rodziny po jednym elemencie, tzn. zbiór taki, że jego przecięcie z każdym ze zbiorów naszej rodziny jest jednoelementowe. Założenie, że taki zbiór istnieje, nazywa się w teorii mnogości pewnikiem wyboru. Spośród innych pewników wyróżnia się on tym, że postuluje istnienie zbioru, którego jednocześnie nie definiuje; jest, jak się to dziś nazywa, nieefektywny. Ta jego nieefektywność spowodowała nieufność wielu matematyków wobec niego i, co za nią idzie, próby udowodnienia go, lub obalenia, za pomocą wyłącznie pozostałych pewników. Okazało się jednak, że jest to niemożliwe i tu znów powracamy do naszej liczby 1. Mianowicie w 1963 r. amerykański matematyk Cohen pokazał, że nie można udowodnić istnienia takiego zbioru wybierającego po jednym elemencie z nieskończenie wielu zbiorów więcej niż jednoelementowych. Jak już wiemy, z jednoelementowych nietrudno. Dla zilustrowania tej sytuacji wyobraźmy sobie państwo, w którym wyboru parlamentu dokonuje się w nieskończenie wielu okręgach jednomandatowych. Załóżmy również, że w tym państwie ludzie nie znają alfabetu. Twierdzenie Cohena mówi dokładnie tyle, że nie możemy mieć pewności, że parlament zostanie wybrany, chyba że ograniczymy ilość kandydatów w każdym okręgu do jednego. Ale znów zaprotestujecie, bo co to za wybór! Musimy się jednak zgodzić, że jest to dziwna własność wyróżniająca liczbę jeden spośród wszystkich innych.

2

Wielu mędrców przez wiele lat trudziło swe umysły, aby odnaleźć Doskonałość. Szukali jej wszędzie. Gdy nie znaleźli na Ziemi, skierowali swój wzrok ku gwiazdom. Ale i tam jej nie było. Wtedy przybyli do progu Matematyki. Progiem tym była liczba. Liczba Jeden. A Doskonałość leżała tuż za progiem. Nie, nie mylisz się Czytelniku. To liczba Dwa!
Pomyśl. Towarzyszy Ci ona przez całe życie. Od chwili, kiedy poszedłeś do szkoły, stykałeś się z nią niemal codziennie. Mogłeś ją nawet dostać zupełnie za nic. A kto Cię posłał do szkoły? Dwoje rodziców. Czy zastanawiałeś się nad tym, co by było, gdybyśmy mieli inną liczbę rodziców? Gdyby przyroda upodobała tu sobie na przykład rzekomo szczęśliwą liczbę siedem? Pomyśl. Te ośmiokąty małżeńskie, te sześcioosobowe chóry pod balkonem siódmej osoby. Nie wspomnimy przez delikatność o tym, jak mieściłoby się takie małżeństwo w M-2.
Dosyć! Podelektujmy się absolutnym pięknem liczby Dwa. Któraż liczba jeszcze ma podobne własności:

$$2+2 = 2\cdot 2 = 2^2,$$

$$2^{(2^2)} = (2^2)^2,$$

$$2! = 2.$$

Dalej: jedynie w ciele o charakterystyce dwa każda liczba jest przeciwna do samej siebie.
A najmniejsza liczba pierwsza? Dwa!
Człowiek, na szczęście dla siebie, wykrył i wykorzystał własności liczby dwa. Ot, choćby maszyny cyfrowe. Wykorzystują one dwójkowy system przedstawiania liczb. Maszyna odróżnia dwa stany: jest lub nie ma przepływu prądu. Jest to najprostszy, najtańszy i najpewniejszy sposób wykorzystania impulsów elektrycznych do kodowania informacji.

Wobec potęgi przytoczonych i nie przytoczonych tu argumentów ustąpi każdy niedowiarek. A jeśli ktoś będzie trwał w antydwójkowym uporze, niech uświadomi sobie tylko, że: istnieją dwa bieguny elektryczne, dwa bieguny magnetyczne, dwie półkule, dwie Ameryki. I niech pomyśli, jak wyglądałby świat, gdyby zniknęły z niego dwuznaczniki, dwukropki, dwururki, dwusieczne, silniki dwusuwowe, gdyby skacząc na jednej nodze na próżno szukał pary butów. Nasi sportowcy nie zdobywaliby medali w dwuboju zimowym, a nowe banknoty z dwoma naszymi władcami nie miałyby żadnej wartości.
A tym najzatwardzialszym, wciąż wątpiącym, mówiącym, że na dwoje babka wróżyła, powiemy tylko: pamiętajcie, że każdy kij ma dwa końce!

3

Nie przypadkiem liczbę trzy spotykamy w naszej kulturze na każdym kroku. Trzy gracje (coś dla kolegów estetów), Trzej Królowie (6 stycznia, dla wielbicieli złota, mirry i kadzidła), Trylogia, trójmian kwadratowy i Trzy po trzy (to tyle wstępu). My zajmiemy się — zgodnie z zainteresowaniami — teorią grafów i... przestrzenią trójwymiarową. A więc najpierw o czym będzie mowa: oczywiście o grafach (nieskierowanych głównie, ale dla koneserów skłonni jesteśmy dodać krawędziom kierunek). A co to jest graf? jest to coś, co ma wierzchołki i krawędzie. Krawędzie biegną od wierzchołka do wierzchołka i spotykają się tylko w wierzchołkach. Otóż graf nazywamy płaskim, jeśli można go narysować na płaszczyźnie.
A teraz coś ze starych zadań. Panowie Ketling, Wołodyjowski i Zagłoba (Rycerzy Trzech) mieszkają w swych domkach i każdy z nich uczęszcza do trzech piwiarni: Pod Złotym Antałkiem, Pod Ponurą Beczką i Jantar (*Mariańska* 2, 00-123 *Warszawa*). Skrzyżowanie dróg ww. Panów grozi (oczywiście poza lokalem, gdzie kłócić się nie można, bo Pani Basieńka nie utoczy) natychmiastową kolizją, sięgnięciem do szabel, pięści i buzdyganów. Tak więc drogi ich nie powinny się przecinać. Jak to zrobić? Próbujemy rysować, a tu... Nic z tego. Nie da się. (Spróbujcie to wykazać).
Innym grafem o tej własności jest graf o pięciu wierzchołkach, którego wszystkie pary wierzchołków są połączone. Też się nie da. I nie przypadkiem. Zachodzi bowiem bardzo nieoczywiste:
Twierdzenie Kuratowskiego o konfiguracjach zakazanych: Na to, by graf można było umieścić na płaszczyźnie (tj. by jego wierzchołki reprezentować jako punkty na płaszczyźnie a krawędzie jako nie przecinające się łuki) potrzeba i wystarcza, by
1° Dla żadnej piątki jego wierzchołków nie była ona połączona w grafie wszystkimi możliwymi krawędziami.
2° Dla żadnej szóstki jego wierzchołków w_1, w_2, w_3 i w_4, w_5, w_6 nie było naraz połączeń
(w_1w_4) (w_1w_5) (w_1w_6) (w_2w_4) (w_2w_5) (w_2w_6) (w_3w_4) (w_3w_5) (w_3w_6)
(a więc sytuacji Rycerzy Trzech).
Zadanie banalne: Umieść na płaszczyźnie graf o czterech wierzchołkach połączonych każdy z każdym.
No a co z przestrzenią trójwymiarową? Czy też jest tak źle? Nie (Trzy Litery). Zachodzi mianowicie
Twierdzenie: *Każdy graf jest reprezentowalny w przestrzeni trójwymiarowej.*
Tu dowód jest łatwy, więc go podamy. Postępujemy tak. Niech graf nasz ma k wierzchołków i l krawędzi. Wybieramy sobie k punktów na prostej P, a w pęku płaszczyzn przechodzących przez tę prostą dokładnie l płaszczyzn. No a teraz już łatwo: jeśli wierzchołki x_i i x_j są w naszym grafie połączone, to bierzemy pierwszą wolną płaszczyznę z pęku i w niej prowadzimy łuk pomiędzy x_i i x_j, omijając przezornie prostą P póki się da. Ponieważ płaszczyzn w pęku jest dosyć, więc konstrukcja nasza jest wykonalna. To kończy dowód.
A co z naszymi Trzema Rycerzami? Uczymy ich latać wytyczamy korytarze powietrzne i:
Hej, szable w dłoń...

4

Powiedzmy sobie w cztery oczy, że nie ma to, jak liczba cztery. Są cztery strony świata, są cztery pory roku. Wie o tym nie tylko cwaniak kuty na cztery nogi, ale i fajtłapa, ostatnie cztery litery. Wobec tego, drogi Czytelniku, przepędź na cztery wiatry swoje troski, zamknij się na cztery spusty w swoich czterech ścianach i poświęć ze cztery minuty na lekturę.
Wyjątkową rolę liczby cztery widać wszędzie, również i w teorii grup. Zajmijmy się przykładami takich grup przekształceń płaszczyzny, które mają po cztery elementy.
Przykład 1. Ustalmy na płaszczyźnie punkt O i rozważmy obroty O_1, O_2, O_3 dokoła punktu O o kąty 90°, 180°, 270° odpowiednio. Niech I będzie przekształceniem tożsamościowym płaszczyzny. Wówczas zbiór $G_1 = \{I, O_1, O_2, O_3\}$ jest grupą przekształceń, to znaczy a) złożenie

dowolnych dwóch przekształceń należących do G_1 jest przekształceniem należącym do G_1 oraz b) przekształcenie odwrotne do dowolnego elementu G_1 jest też przekształceniem należącym do G_1. Aby się o tym przekonać, zapiszmy w tabelce wynik złożenia każdych dwóch elementów zbioru G_1:

	I	O_1	O_2	O_3
I	I	O_1	O_2	O_3
O_1	O_1	O_2	O_3	I
O_2	O_2	O_3	I	O_1
O_3	O_3	I	O_1	O_2

Dla zbudowania tej tabelki wystarczy zauważyć, że na przykład złożenie obrotu o 90° z obrotem o 180° jest obrotem o 270°, złożenie zaś obrotu o 90° z obrotem o 270° jest obrotem o 360°, a więc przekształceniem tożsamościowym.

Z tabelki możemy odczytać, że przekształceniem odwrotnym do O_1 jest O_3, odwrotnym do O_2 jest O_2. Zauważmy ponadto, że $O_1^2 = O_2$, $O_1^3 = O_3$, $O_1^4 = I$, tak więc każdy element naszej grupy jest potęgą elementu O_1.

Przykład 2. Rozważmy na płaszczyźnie dwie proste prostopadłe k i l przecinające się w punkcie O. Symetrie osiowe S_k, S_l o osiach k, l odpowiednio, symetria środkowa S_O o środku O oraz przekształcenie tożsamościowe płaszczyzny I stanowią grupę przekształceń $G_2 = \{I, S_k, S_l, S_O\}$. Tabelka działania w tej grupie jest następująca:

	I	S_k	S_l	S_O
I	I	S_k	S_l	S_O
S_k	S_k	I	S_O	S_l
S_l	S_l	S_O	I	S_k
S_O	S_O	S_l	S_k	I

Z tabelki tej wynika, że każdy element jest równy swojej odwrotności oraz złożenie każdych dwóch różnych symetrii jest równe trzeciej symetrii. W grupie G_2 nie ma takiego elementu, którego kolejne potęgi wyczerpywałyby wszystkie elementy grupy.

To ostatnie stwierdzenie upewnia nas, że własności działań w dwóch opisanych tu grupach są istotnie różne. Dla dokładniejszego sprecyzowania tego faktu zauważmy, że dla każdej funkcji $f: G_1 \to G_2$ spełniającej warunek $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$ musi być $f(O_2) = f(O_1^2) = (f(O_1))^2 = I$, gdyż w G_2 kwadrat każdego elementu jest równy I. Ponadto z równości $I \cdot I = I$ wynika, że funkcja taka spełniać musi również warunek $f(I) = I$.

Izomorfizmem grup H_1 i H_2 nazywamy takie przekształcenie różnowartościowe f odwzorowujące H_1 na H_2, które dla dowolnych $a, b \in H_1$ spełnia $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$. Grupy, dla których istnieje izomorfizm, nazywamy izomorficznymi.

Wykazaliśmy wyżej, że grupy G_1 i G_2 opisane w przykładach nie są izomorficzne. Okazuje się, że z dokładnością do izomorfizmu są to jedyne grupy o czterech elementach, to znaczy każda grupa o czterech elementach jest izomorficzna bądź z G_1, bądź z G_2.

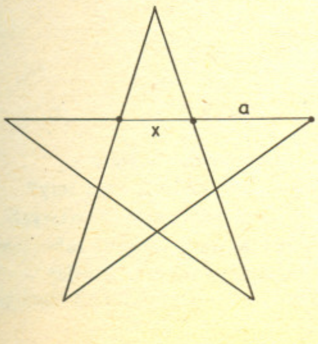
Z punktu widzenia izomorfizmu wszystkie grupy o dwóch elementach są takie same: grupa taka zawiera element jednostkowy e, tj. element, który mnożony przez dowolny x daje x, oraz element $a \neq e$. Element a^2 musi być jednym z elementów e lub a, gdyby jednak $a^2 = a$, to otrzymalibyśmy $a = e$, wbrew założeniu. Zatem $a^2 = e$. Ta informacja jednoznacznie wyznacza już tabelkę działania w grupie dwuelementowej.

Podobne rozważania pozwalają stwierdzić, że z punktu widzenia izomorfizmu wszystkie grupy o trzech elementach są takie same: składają się z elementów e, a, b, gdzie e jest elementem jednostkowym, $a^2 = b$, $a^3 = e$.

Tymczasem dla liczby cztery jest inaczej; pokazaliśmy dwie nieizomorficzne grupy o czterech elementach.

Ta liczba cztery jest nadzwyczajna, to pewne, jak dwa a dwa cztery.

5

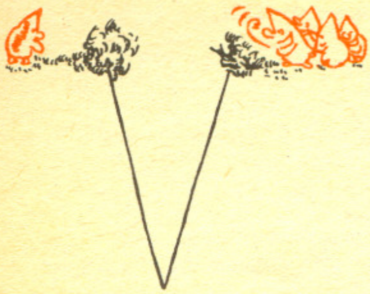


Już dwa i pół tysiąca lat temu pitagorejczycy wiedzieli, że w liczbie 5 zaklęta jest regularność otaczającego nas świata. Wiedzieli bowiem, że wewnętrzne części boków pentagramu są złotymi częściami zewnętrznych części, oraz że istnieje pięć ciał kosmicznych.

Złota część x odcinka a, to część spełniająca warunek

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x},$$

zaś pentagram to foremny pięciokąt niewypukły. Pozostawiamy Czytelnikowi przyjemność sprawdzenia, że w istocie pentagram ma wyżej podaną własność. A że to coś nadzwyczajnego, można się przekonać oglądając rzeźby helleńskie. (np. Fidiasza, Praksytelesa), gdzie poszczególne członki ciała tak u kobiet, jak i mężczyzn mają się do siebie właśnie w złotym stosunku.



Pitagorejskie ciała kosmiczne to w dzisiejszym języku wielościany foremne, a więc mające ściany będące wielokątami foremnymi i to zbiegającymi się w tej samej ilości w każdym wierzchołku. Jeśli wielościan taki ma w wierzchołków, k krawędzi, s ścian, ściany jego są n-kątami i zbiegają się w wierzchołkach po l, to liczby w, k, s, n, l są związane szeregiem zależności. Np.

$$l \cdot w = 2 \cdot k,$$
$$n \cdot s = 2 \cdot k$$

(czemu?).
Ponieważ dla wszystkich wielościanów wypukłych zachodzi

$$w-k+s = 2,$$

więc łącznie otrzymujemy (proszę sprawdzić)

$$\frac{1}{l}+\frac{1}{n} = \frac{1}{2}+\frac{1}{k}.$$

Rozwiązując to równanie w liczbach naturalnych i pamiętając, że $l \geqslant 3$, $n \geqslant 3$, $k \geqslant 6$ otrzymujemy 5 możliwości: czworościan, sześcian, ośmiościan, dwunastościan i dwudziestościan. A kosmiczność? Platon twierdził, że każdy spostrzeże, iż reprezentują one idee ognia, ziemi, powietrza, wody i wszechświata. Zachęcamy Czytelnika do rozwiązania podanego wyżej równania, jak też do spostrzeżenia, że reprezentują.

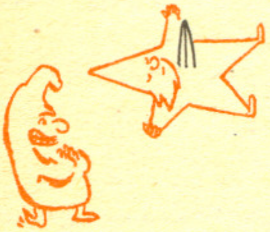
Wielomiany zaś, w odróżnieniu od wielościanów, mają liczbę 5 za początek, nie ładu, a raczej chaosu. Otóż nie istnieją algorytmy rozwiązujące równania algebraiczne stopnia 5 lub wyższego zawierające jedynie działania arytmetyczne i wyciąganie pierwiastków dowolnego stopnia. Tak to liczba 5 ujawniła nam sprzeczne natury wielomianów i wielościanów.

6

„To ze względu na doskonałość liczby ≫sześć≪ całość stworzenia dokonana została, jak opowiada Pismo Święte. przez sześciokrotne powtórzenie tego samego dnia, czyli w przeciągu sześciu dni. Stało się tak nie dlatego, że Bogu był potrzebny pewien przeciąg czasu, jakby nie mógł na raz stworzyć wszystkiego, co następnie przez właściwe sobie ruchy wytworzyło pojęcie przemijania czasu, lecz dlatego, że liczba ≫sześć≪ oznacza doskonałość dzieł Bożych... Wszak liczba ta jest pierwszą liczbą, która stanowi sumę swoich części, to jest sumę szóstej części, trzeciej części i połowy, czyli sumę jedynki, dwójki i trójki, które po dodaniu tworzą właśnie sześć". (*św. Augustyn, O państwie Bożym przeciw poganom ksiąg XXII, księga XI, rozdział XXX*).

Wspomniana wyżej własność liczby 6 była znana wcześniej. Euklides podał w IX księdze Elementów warunkową metodę otrzymywania liczb doskonałych (tj. liczb równych sumie swoich dzielników właściwych czyli różnych od samej liczby). Wynik Euklidesa można sformułować w sposób następujący:
jeżeli liczba 2^p-1 jest liczbą pierwszą, to liczba $2^{p-1}(2^p-1)$ jest liczbą doskonałą.
L. Euler udowodnił, że każdą liczbę doskonałą parzystą można otrzymać w ten sposób. Liczb takich znamy obecnie 24: oprócz wspomnianej liczby $6 = 2^{2-1}(2^2-1)$ są to m.in. liczby $28 = 2^{3-1}(2^3-1)$, $496 = 2^{5-1}(2^5-1)$ oraz największa znana liczba doskonała

$$2^{19936}(2^{19937}-1).$$



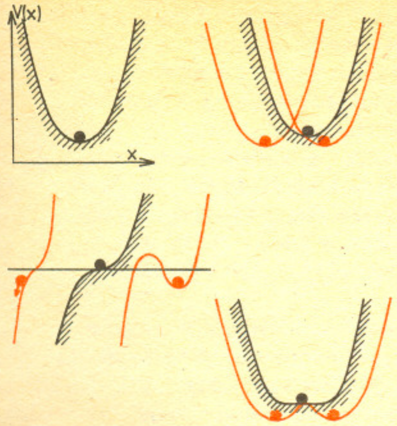
Nie znamy żadnej liczby doskonałej nieparzystej. Poszukiwanie liczb doskonałych pasjonowało ludzi przez stulecia, lecz dla rozwoju matematyki wydaje się mieć znikome znaczenie.
Ale czy naprawdę liczba 6 ma w sobie coś, co świadczyłoby o jej doskonałości? Jest ona wprawdzie równa nie tylko sumie, ale i iloczynowi swoich dzielników właściwych:

$$6 = 1 \cdot 2 \cdot 3,$$

dziś jednak doskonalsze wydają się nam raczej liczby „okrągłe", a niektórym wylosowane w toto-lotku.

7

Słowo „stabilność" bywa niekiedy nadużywane (podobnie, jak od niedawna w wielu pseudonaukowych referatach słowo izomorfizm). A więc „coś jest stabilne". Co to znaczy? Nie będziemy tu wchodzić w ogólne rozważania semantyczne, powiemy tylko, że dla naszych celów zdanie *obiekt X jest stabilny ze względu na zaburzenie z klasy K* znaczy tyle, że zaburzenie z tej klasy zmieni obiekt X w taki, który nadal będzie (w odpowiednio ustalonym sensie) podobny do obiektu wyjściowego.

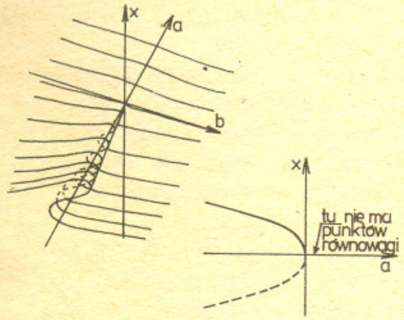


Wiadomo mniej więcej, co znaczy potencjał. Nie znającym tego słowa proponujemy wyobrazić sobie, że jest to dołek, w którym spoczywa kulka. Na obrazku obok dołek ma przekrój paraboli. Jeżeli teraz spróbujemy zmieniać jego kształt dodając do $V(x) = x^2$ funkcję liniową (ogólniej — funkcję o małej drugiej pochodnej), to kształt dołka nie zmieni się jakościowo (rysunek obok). Mówimy, że potencjał ten jest (lokalnie) stabilny ze względu na zaburzenia funkcjami o małej drugiej pochodnej.

Sytuacja zmieni się radykalnie, gdy rozpatrzymy „zbocze" $V(x) = x^3$. Istnieje tam punkt równowagi chwiejnej, który jednak przy zaburzeniach funkcją liniową (lub kwadratową) zniknie lub zmieni się w punkt równowagi trwałej. Czyli sytuacja jest niestabilna.

I trzeci przykład, już mniej banalny. Niech potencjałem będzie $V(x) = x^4$. Dodawanie funkcji liniowych będzie przemieszczać punkt równowagi, natomiast dodawanie funkcji $-ax^2$ będzie nasz punkt rozszczepiać (gdy a jest dowolnie małą liczbą dodatnią).

A gdy będziemy zaburzać nasz potencjał funkcjami ax^2+bx?

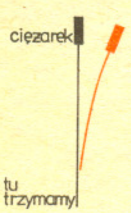


Sytuacja komplikuje się wtedy tak, że trzeba już ograniczyć się do przedstawienia samych stanów równowagi w zależności od parametrów a i b. Wykres pokazuje na osi x położenie punktów równowagi dla potencjału $V(x) = x^4+ax^2+bx$. Uwaga — to nie jest wykres żadnej funkcji parametrów a, b; zauważmy np., że gdy $a < 0$, to dla $b = 0$ mamy 3 położenia równowagi 2 — stałej, 1 — chwiejnej). Powierzchnia, którą przedstawia rysunek, wygląda jak początek zmarszczki w tkaninie. I tak też się nazywa — zmarszczka. Taki sam rysunek dla drugiego przykładu i zaburzeń $V(x) = x^3+ax$ wyglądałby po prostu tak jak obok.

Pytania pod adresem autora:

Pytanie 1. No i co z tego?

Odpowiedź: Opisane tu przypadki są typowe. Typowe w tym sensie, że lokalna niestabilność potencjału „kontrolowana" jednym czy dwoma parametrami musi wyglądać tak, jak to sobie wyżej narysowaliśmy. Dlatego też możemy je „obejrzeć w przyrodzie". Proponujemy małe doświadczenie: pasek kartonu obciążamy spinaczem (lub przyklejoną plastrem monetą) i trzymamy go pionowo: jeżeli miejsce, w którym go trzymamy, będzie blisko monety, kartonik będzie stał, a przy małych pochyleniach na boki zachowa równowagę, lekko się wyginając. Oddalając jednak uchwyt od monety zauważymy w pewnym momencie zmiany „jakościowe". Czytelnikom pozostawimy zinterpretowanie tych zmian w modelu z trzeciego przykładu (patrz rysunek).



Pytanie 2: Co dalej?

Ano, można próbować klasyfikować w ten sposób dalsze niestabilności, otrzymując oprócz „zbocza" i „zmarszczki" „jaskółczy ogon", „motylka", „umbilikę paraboliczną", „hiperboliczną" i „eliptyczną". Razem 7 przykładów. W każdym z nich zaburzenie jest „kontrolowane" przez 3 bądź 4 parametry.

Pytanie 2a: A co dalej?

Nieskończoność. Klasyfikacja niestabilności kontrolowanych przez 5 parametrów daje już nieskończoną rodzinę różnych przypadków typowych.

Badanie takich niestabilności nosi nazwę teorii katastrof, a opisane powyżej sytuacje nazywają się katastrofami elementarnymi. Zainicjowana przez René Thoma w latach sześćdziesiątych teoria ta jest próbą wprowadzenia „jakościowych" metod topologii różniczkowej do badania i wyjaśniania świata. Oczywiście przedstawione tu obrazki i jeden przykład mechaniczny są niepoważnym prymitywizowaniem — ale... w końcu jest to mało poważny numer średnio poważnego czasopisma.

Dlatego też prosimy PT Czytelników, aby wszelkie dywagacje na temat ewentualnej zbieżności 7 katastrof elementarnych z innymi magicznymi siódemkami (7 grzechów głównych itp.) prowadzili już na własną odpowiedzialność.

A więc przy okazji jeszcze jeden dowód magiczności piątki — Red.

276573421235987654321233445786547

Aby wykazać, że liczba ta jest niezwykła i wyróżniona przez matematykę oraz ma własności magiczne, posłużymy się udowodnionym zaledwie kilka lat temu twierdzeniem:

Każda liczba naturalna jest

1° *niezwykła,*

2° *wyróżniona przez matematykę,*

3° *posiada magiczne własności.*

Dowód: Oznaczmy przez Z zbiór liczb naturalnych nie mających choćby jednej z własności 1°—3°. Ponieważ zbiór Z jest podzbiorem zbioru liczb naturalnych, więc albo jest pusty, albo też istnieje w nim liczba najmniejsza n_0. Liczba ta jest wyróżniona przez powyższy warunek, ma tę własność magiczną, że każda od niej mniejsza wywiera na nasze życie wpływ nadprzyrodzony, a więc jest niezwykła. Nie należy zatem do Z wbrew założeniu. Zbiór Z musi więc być pusty, co dowodzi naszej tezy.

Dr Wojciech GUZICKI *Mgr Jerzy BEDNARCZUK* *Doc. dr Wiktor MAREK* *Dr Maciej BRYŃSKI*
Dr Marek KORDOS *Mgr Andrzej MĄKOWSKI* *Mgr Krzysztof NOWIŃSKI*

Pisanie o liczbach magicznych jest czynnością niewdzięczną z kilku przyczyn. Po pierwsze dlatego, że nie ma chyba liczby, do której ktoś kiedyś nie przywiązywałby jakiejś mistycznej właściwości (a jeśli nie do niej samej, to do jakiegoś jej dzielnika czy wielokrotności). Po drugie dlatego, że wszelka znajomość mitologii zależy raczej od zainteresowań badacza niż od popularności i zasięgu mitu. I tak wielu jest obecnie znawców dyskutujących z zapałem poszczególne składniki mitologii tak starych lub tak odległych, że nic o nich z pewnością powiedzieć nie można, a którzy przy okazji odniosą się z wyrozumiałym pobłażaniem do mitów bliskich, do dziś istniejących i żywych. Łatwiej jest zmyślić obyczaje szczepu Pamdoktu (i sam szczep Pamdoktu zresztą), niż prześledzić wnikliwie historię zmian, jakie w bajce o Czerwonym Kapturku zaszły od pierwotnej jej wersji spisanej przez braci Grimm, do najnowszych wydań książkowych, płytowych i telewizyjnych.
Przy czym zmyślenie, o którym mowa, odbywa się, rzecz jasna, w najlepszej wierze i autor byłby gotów przysiąc, że jego interpretacja jest jedynie słuszna i możliwa. Stoją za nią zresztą argumenty tak pewne, jak to tylko jest możliwe w tej sytuacji, kiedy wątłe fakty przedhistoryczne i nieidentyfikowalne a nieliczne znaleziska stanowią wszystko, czym dysponujemy.

Jedyną gwarancję tych doświadczeń stanowi fakt, że dziś, podobnie jak zapewne na przestrzeni całej naszej historii, poszczególne osobniki ludzkie reprezentowały najprzeróżniejsze pasje i zainteresowania i że proporcje tych pasji i zainteresowań wśród interpretatorów kultur są te same co u przeciętnych przedstawicieli gatunku. Gdyby bowiem np. kwestia kultów fallicznych interesowała współczesnych historyków sztuki bardziej niż normalnych ludzi, mogłoby dojść do fatalnych w skutkach przekłamań na tym tle.

Ciekawą rzeczą jest pojawianie się nowatorskich interpretacji tego tematu, przy czym palmę pierwszeństwa należy tu przyznać zwolennikom teorii, jakoby plemię ludzkie zostało ongiś nawiedzone przez gości z kosmosu, którzy uszlachetnili nas i uczłowieczyli biologicznie, wykazując zdumiewające zaiste połączenie wysokiej cywilizacji z zadziwiającą witalnością i brakiem uprzedzeń etycznych, estetycznych i moralnych. Nic nowego pod słońcem. Pomysł znalezienia generalnej i wstrząsającej praprzyczyny wszelkich mitów nie jest tak rewelacyjny, jak by się zdawało, gdyż wcześniej obywano się bez kosmonautów, upatrując impulsu całego zamieszania w Atlantydzie lub w potopie i też było dobrze. Nie ma żadnej przyczyny, aby nie istniały tu ,,namacalne" dowody, skoro jako bezcenne znaleziska interpretowane bywają dość często rysunki skalne, które najwyraźniej powstawały zupełnie przypadkowo (np. przez uderzenie płonącą głownią o ścianę skalną) i które najzupełniej rysunkami nie są.
Popularnym chwytem stosowanym przy fabrykacji dowodów jest też zmiana położenia rysunku, przedstawienie detali jako całości, dopatrywanie się konkretnych kształtów w ornamentach itd., choć mit o ukrzyżowaniu świętego Piotra poucza nas, że kierunek nie jest bynajmniej sprawą obojętną, a tajemnicze obrazy, które rysują się na upstrzonych zaciekami ścianach dawno nie odnawianego pokoju, przenoszą nas w świat najstraszliwszych monstrów i upiorów, mimo że nikt nigdy wizji tych nie pragnął nam przekazać.

Nie możemy jednak nie badać historii, nie możemy nie interesować się mitologią i obyczajami prymitywnych i odległych nam kulturowo szczepów i narodów, nie możemy nie kontrolować tego, w co sami wierzymy i nie dochodzić przyczyny naszych własnych myśli i przekonań.

Musimy to czynić dlatego, że pytanie pozostawione w naszym umyśle bez odpowiedzi odbieramy sami jako zło i jako ograniczenie. W rzeczywistości odmowa taka (choćby udzielona sobie samemu) jest ograniczeniem i to w najbardziej praktycznym sensie tego słowa. Avicenna nie wierzył w smoki i jego niewiara doprowadziła go do negacji znalezisk paleontologicznych — stracona bezpowrotnie szansa badawcza. W lecie ubiegłego roku japońscy rybacy wyrzucili do morza zwłoki plezjozaura, znalezione przypadkiem w sieci. Poskromili swoją ciekawość, a kierujące nimi względy praktyczne (cena ryb) uniemożliwią być może na zawsze rozstrzygnięcie problemu, czy plezjozaury żyły na Ziemi w Roku Pańskim 1977. Choć być może ostatni przykład jest wyrazem małej odporności autora niniejszego na dziewiętnastowieczny mit o informacyjnej roli prasy.

Nie rozumiemy, o czym miałaby świadczyć tajemna wymowa liczb. Wiemy, że współczesny człowiek niechętnie zajmuje 13-te miejsce na liście, że ślubu 13-go prawdopodobnie nie będzie chciał zawrzeć. Wiemy, że Apollo 13 uległ wypadkowi. Wiemy, że poszczególne osoby darzą sympatią lub antypatią określone liczby. Wiemy, a może nie wiemy, że ponieważ w pewnym mieście w trakcie budowy 9-ta podpora uległa uszkodzeniu, w projekcie następnego mostu nie figuruje 9-ty numer podpory, choć z pewnością projektanci tegoż nie są guślarzami. Tam, gdzie straty mogą być nie do nadrobienia, gdzie nie mamy dość szerokiego marginesu bezpieczeństwa, eliminujemy z naszej pracy rzeczywiste i nierzeczywiste, zrozumiałe i niezrozumiałe przeszkody.

Pomyśl jakie to proste

Zrozpaczona Krysia. Piernik imieninowy pieczony w kanale reaktora nie udał się. Co zrobić?
Odp.: Ciasto pieczone w kanale reaktora jest zakalcowate, jeżeli umieścimy je zbyt daleko od rdzenia. Umieszczenie go zbyt blisko może spowodować przypalenie. Nie piszesz, jakim typem reaktora dysponujesz. Sądzę, że najlepszy jest chłodzony wodą. Można mieć od razu gorącą wodę na herbatę. Temperatura w pobliżu rdzenia w konwencjonalnym reaktorze może sięgać kilkuset stopni, co pozwala na szybkie gotowanie warzyw i ziemniaków.

Podpisującemu się pseudonimem Krzyś Artysta radzę, aby do wypalania artystycznego używał głównie laserów impulsowych o średniej mocy błysku 5 kW i czasie trwania 10^{-3} s, co pozwoli na uprawianie tej gałęzi sztuki również z materiałami twardymi.

Tomek z Kółka Fizycznego ze szkoły podstawowej w Kozach Wielkich.
Wasz akcelerator protonów na 1000 GeV wykazuje małą stabilność pracy szczególnie w piątki po południu. Sprawdziliśmy, że w sąsiedniej gminie szkolne koło fizyczne zajmuje się reakcjami termojądrowymi. Zebrania mają właśnie w terminie piątkowym. Ponieważ Wasze gminy leżą na tym samym monolitycznym podłożu, drgania wybuchów przenoszą się i w wyniku tego obserwujecie defokalizację wiązek. Rozwiązanie może polegać na przecięciu podłoża skalnego lub (co może okazać się trudniejsze) na uzgodnieniu harmonogramu prac obu zespołów.

Marek z Józefowa. Masz kłopoty z krzywizną przestrzeni koło swego domu. Piszesz, że zmienia się nieregularnie wiele razy w ciągu dnia. Sądzę, że znam wyjaśnienie. Każdy przejazd pociągu w pobliżu domu, w którym mieszkasz, jest równoważny wprowadzeniu dodatkowej dużej masy. Zgodnie z ogólną teorią względności obecność dużej masy zakrzywia przestrzeń. Nieregularność zjawiska potwierdza moje przypuszczenie.

Podpisany pseudonimem Michaś Astronom. Niechętnie odpowiadamy na listy anonimowe. Pytasz o zagadnienie, które wydaje mi się zbyt abstrakcyjne. Sprawa pochodnej poglądów względem czasu jest problemem wykraczającym poza ramy fizyki i nie stosuje się tu ograniczenie wynikające z teorii względności.

Tadzio Majsterkowicz. Pytasz, jak naciągnąć na ołówek lub inny przedmiot zbyt wąską rurkę polietylenową. Sposób jest bardzo prosty. Naświetlamy polietylen w reaktorze. Następuje zerwanie wiązań międzycząsteczkowych. Łatwo go wtedy rozciągnąć do żądanych rozmiarów i nałożyć na dany obiekt. Wystarczy teraz ogrzać polietylen suszarką do włosów, a wróci do poprzednich rozmiarów.

Bożence z Warszawy odpowiadamy:
W razie braku farb malarskich można wykorzystać światłoczuły papier fotograficzny (negatywowy) i strojony laser barwnikowy, pompowany najlepiej laserem azotowym. Pewne trudności w pracy twórczej może nastręczać równoczesne operowanie barwą, rozmiarami plamki i jej położeniem na ekranie. Dlatego proponujemy Ci dla wprawy najpierw szkice jednokolorowe na papierze światłoczułym czarno-białym.

Ten pociąg spóźnił się 23 godziny 58 minut.

TECHNIKA

PŁASZCZYZNA RZUTOWA

Pojęcie „wyższa matematyka" jest dla umysłu prostackiego synonimem kompletnej niezrozumiałości. Idąc dalej stwierdzamy, że i dla głów kształconych pożytki płynące z powyższej nie są częstokroć jasne. Kontynuując — przydatność praktyczna obszernych działów matematyki nie jest oczywista nawet dla samych zainteresowanych, to jest matematyków.

Cóż za nieuzasadnione uprzedzenia!

Postanowiliśmy położyć im kres. Na wiele obiektów, zda się całkowicie abstrakcyjnych, wystarczy niejako inaczej spojrzeć, aby wyszły na jaw ich ogromne całkowicie praktyczne walory.

A oto *płaszczyzna rzutowa.*

Poza zastosowaniami czysto zwyczajowymi, których nie warto tu nawet wymieniać i przytaczać, gdyż są dla każdego aż nadto oczywiste, stwarza szereg możliwości innych wykorzystań, stanowi przedmiot poręczny, wygodny, nie będzie tu przesadą stwierdzenie — niezbędny w każdym domu.

Płaszczyznę rzutową wykonujemy jak następuje:

1. Wycinamy koło z dowolnego materiału (jeżeli pragniemy uzyskać wersję wieczorową płaszczyzny rzutowej, warto posłużyć się aksamitem, brokatem czy wręcz koronką, piękne zestawienie pąsowego brokatu z hiszpańską koronką zwróciło uwagę publiczności na ostatnim zjeździe PTM; płaszczyzny rzutowe przedpołudniowe wykonujemy z satyny lub cienkiego płócienka w wesołych kolorach).

2. Koło obrębiamy i przyszywamy do jego brzegu jedną połowę długiego suwaka.

3. Drugą połowę suwaka zeszywamy na kształt wstęgi Möbiusa.

4. Zapinamy.

Przedstawiona w naszym serwisie zdjęciowym płaszczyzna rzutowa jest wersją sportową, turystyczną. A oto kolejne stadia zapięcia płaszczyzny rzutowej: obrus — fartuch — fartuszek damski — męski kapelusz „rybacki" — damski lekki kapelusik typu turban — torebka damska. (Zwracamy uwagę, że przedstawiony fartuszek damski może mieć zastosowanie również jako awangardowy i — przynajmniej to — dość śmiały kostium kąpielowy lub plażowy).

Wersja sygnałowa płaszczyzny rzutowej zapewni nam i naszym milusińskim bezpieczeństwo na drodze (tak ważne w dobie rozwoju motoryzacji!). W dzień zbyteczne są wszelkie dodatkowe zabezpieczenia, nocą jednak lub we mgle należy zastosować oświetlenie.

Za turystą zaopatrzonym w wersję sygnałową płaszczyzny rzutowej powinien postępować następny, oświetlający napis latarką kieszonkową. Zatem w dzień użycie wersji sygnałowej zapewnia bezpieczeństwo każdemu turyście, natomiast w nocy zapewnia bezpieczeństwo n turystom (dla dowolnego $n \geqslant 1$) pod warunkiem, że turystów jest $n+1$.

Zadanie: Ustalić liczbę α o tej własności, że o ile α turystów wyruszy w marsz trwający dwie doby, to do celu dotrze α turystów.

Rozwiązanie wewnątrz numeru.