

SPIS TREŚCI

NUMERU 3(51)

O liczbach zespolonych i wielokątach foremnych
Prof. dr Julian Ławrynowicz str. 1

Gdzie się podziały neutrino słoneczne?
Doc. dr Jerzy Wdowczyk str. 5

Mechaniczny model spontanicznego naruszenia symetrii
Doc. dr Antoni Kuszell str. 8

Zadania str. 9

Mała Delta str. 10

Laboratorium w domu
Doc. dr Tomasz Hofmokl str. 14

Drobiazgi str. 15

W następnym numerze:
MODA

„Delta”
matematyczno-fizyczny miesięcznik popularny
Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Polskiego Towarzystwa Fizycznego
wydawany przy poparciu Ministerstwa Oświaty i Wychowania
Komitet Redakcyjny

doc. dr J. Bartke
doc. dr A. Bączyński
doc. dr B. Gleichgewicht
prof. dr K. Goebel
doc. dr B. Iwaskiewicz
doc. dr T. Iwiński
doc. dr A. Januszajtis
prof. dr Leon Jeśmanowicz — wiceprzewodniczący
mgr H. Kaczorek
prof. dr B. Karczewski
prof. dr M. Kuczma
mgr A. Mąkowski
prof. dr Z. Pawlak
prof. dr A. Piekara
prof. dr Z. Semadeni
prof. dr J. Stankowski

prof. dr M. Subotowicz
doc. dr S. Turnau
doc. dr J. Wdowczyk
prof. dr Janusz Zakrzewski — przewodniczący

Redaguje Kolegium w składzie:
doc. dr T. Hofmokl — z-ca red. nac.
dr T. B. Iwiński
B. Jaworska-Kordos — ilustracje
dr M. Kordos — red. nac.
mgr K. Prażmowski — red. techn. graf.
mgr K. Szypcio — sekr. red.
doc. dr M. Świecki
Adres Redakcji
ul. Hoża 69 pok. 151,
00-681 Warszawa

Zakład Narodowy im. Ossolińskich — Wydawnictwo
Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark.
wyd.; 2,50 ark. druk.;
papier offsetowy III kl. 80 g. 61 × 86
Wydrukowano w Drukarni im. Rewolucji Październikowej
Warszawa, ul. Mińska 65
Nr zam. 1670/77 S-86

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60, — cena prenumeraty półrocznej zł 30, —

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch” oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach
— do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następnny
— do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
Jednostki gospodarki społecznej, instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch”.
Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW oraz prenumeratorki indywidualni, zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTA”:

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
Sprzedaż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.
Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, konto PKO I OM W-wa 1531-912

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie Przedmieście 7 00-068 Warszawa, Poland or with
— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland.

— Earls Court Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,
— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia.

Cena 1 egzemplarza zł 5. — nr indeksu 35723/35550

Korespondencyjne Koło Naukowe: ...Bardzo chcemy wymieniać swoje poglądy z kolegami i koleżankami z całej Polski. Prosimy o wydrukowanie naszych adresów na łamach Delt:

- Andrzej Marchewka, ul. II Armii WP 9/4, 68-100 Żagań (fizyka),
- Leszek Ślimak, ul. II Armii WP 6a/2, 68-100 Żagań (matematyka),
- Waldemar Błoński, ul. 1 Maja 40/2, 68-100 Żagań (matematyka).

i wielokątach foremnych

Posługując się w szkole liczbami rzeczywistymi i wykonując na nich działania mówimy zwykle, że pierwiastek kwadratowy z (-1) nie istnieje. Dokładniej należałoby powiedzieć, że wśród liczb rzeczywistych nie ma takiej liczby, której kwadrat równy jest -1 . Jedną z metod wprowadzenia liczb zespolonych polega na powiększeniu zbioru liczb rzeczywistych o pierwiastek z (-1) , tj. o taką liczbę i , że $i^2 = -1$. Wówczas za liczby zespolone uważamy wszystkie dwumiany postaci $a+bi$, gdzie a oraz b są liczbami rzeczywistymi. Praktyczna potrzeba takich liczb powstaje np. przy rozwiązywaniu równania stopnia trzeciego $x^3+px+q=0$, którego rozwiązanie x_1 dane wzorem

$$x_1 = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{27}p^3 + \frac{1}{4}q^2}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{27}p^3 + \frac{1}{4}q^2}}$$

jest liczbą rzeczywistą również w tzw. przypadku nieprzywiedlnym, gdy $\frac{1}{27}p^3 + \frac{1}{4}q^2 < 0$.

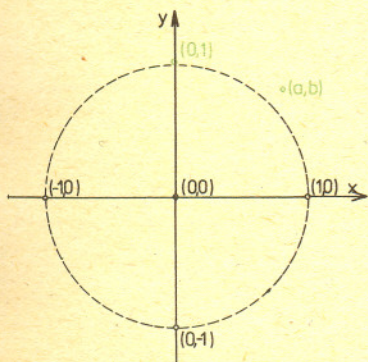
Posłużymy się inną metodą wprowadzenia liczb zespolonych, pochodzącą od Karola Fryderyka Gaussa (przełom XVIII i XIX wieku). Liczbę $a+bi$ uważamy tu za punkt (x, y) płaszczyzny, którego współrzędne wynoszą $x = a, y = b$. Mówiąc językiem algebraicznym, liczbą zespoloną nazywamy każdą parę uporządkowaną (x, y) liczb rzeczywistych x, y ; przyjmujemy przy tym następujące definicje równości, sumy i iloczynu:

$$(x_1, y_1) = (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2, \quad y_1 = y_2,$$

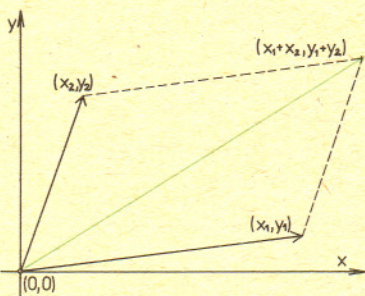
$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2), \quad (x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = (x_1x_2 - y_1y_2, x_1y_2 + x_2y_1).$$



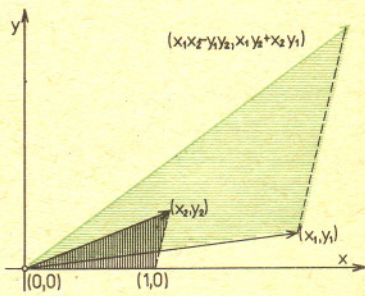
Karol Fryderyk Gauss (1777–1855), matematyk niemiecki



Liczb zespolone jako punkty na płaszczyźnie



Dodawanie liczb zespolonych



Mnożenie liczb zespolonych.

Uwaga: zakreślane trójkąty są podobne (udowodnijcie!).

Różnicę i iloraz dwu liczb zespolonych $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ definiujemy odpowiednio jako rozwiązania równań

$$(x_2, y_2) + (x, y) = (x_1, y_1), \quad (x_2, y_2) \cdot (x, y) = (x_1, y_1),$$

przy czym w przypadku ilorazu zakładamy, że $(x_2, y_2) \neq (0, 0)$.

Przyporządkowanie każdej parze $(x, 0)$ liczby rzeczywistej x jest równoważnościowe, co więcej, zdefiniowane wyżej działania dla liczb postaci $(x, 0)$ dają analogiczne rezultaty do (zwykłych) działań na liczbach rzeczywistych. Uzasadnia to nierozróżnianie w dalszym ciągu liczb $(x, 0)$ i x . Wprowadzając zatem oznaczenie $i = (0, 1)$ (jednostka urojona) otrzymujemy $(x, y) = x + iy$. Liczby rzeczywiste x, y nazywamy odpowiednio częścią rzeczywistą (po łacinie *pars realis*) i urojoną (po łac. *pars imaginaria*) liczby $z = x + iy$ pisząc $x = \operatorname{Re} z, y = \operatorname{Im} z$. Liczbę $\bar{z} = x - iy$ nazywamy sprzężoną z liczbą $z = x + iy$.

Liczbę $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ nazywamy modułem (lub wartością bezwzględną) liczby z , każdą zaś liczbę $\vartheta = \operatorname{Arg} z$ taką, że $x = r \cos \vartheta, y = r \sin \vartheta$ — argumentem (lub amplitudą) liczby z . Dla $z \neq 0$ w przedziale $-\pi < \vartheta \leq \pi$ istnieje dokładnie jeden argument; nazywamy go argumentem głównym liczby z i oznaczamy symbolem $\arg z$. Pisząc $z = r(\cos \vartheta + i \sin \vartheta)$ stwierdzamy, że $z^n = r^n(\cos n\vartheta + i \sin n\vartheta)$ oraz że istnieje dokładnie n różnych pierwiastków n -go stopnia z liczby $z \neq 0$:

$$\left(\sqrt[n]{z}\right)_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\vartheta + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\vartheta + 2k\pi}{n} \right), \quad k = 0, \dots, n-1,$$

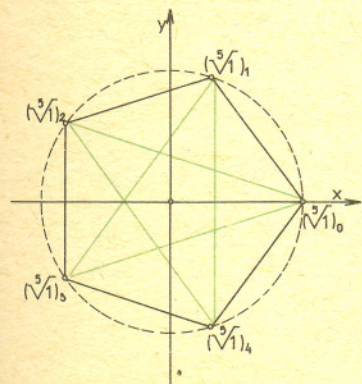
przy czym pierwiastkowanie zdefiniowano jako działanie „odwrotne” do potęgowania:

$$\left[\left(\sqrt[n]{z}\right)_k\right]^n = z.$$

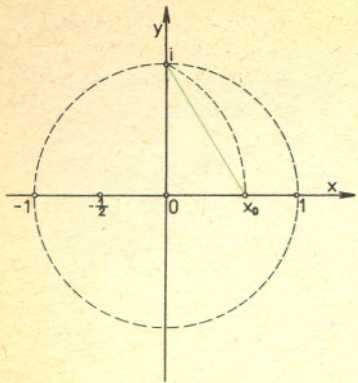
Pierwiastki każdego równania

$$z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

wyznaczają wierzchołki n -kąta foremnego o środku w początku układu. Wielokąty te mogą być wypukłe lub wklęsłe (gwiazdziste). Odwrotnie, każdemu takiemu wielokątowi można przyporządkować pewne równanie tej postaci. Daje to metodę rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów foremnych.



Pięciokąty foremne: wypukły i wklęsły (gwiazdzisty)



Wynik przykładu 1 pozwala na skonstruowanie przy pomocy cyrka i linijki pięciokąta foremnego.

W tym celu wykreślamy okrąg o promieniu 1 i dla ustalenia uwagi przyjmujemy, że jego środek znajduje się w punkcie 0. Połowimy (za pomocą cyrka i linijki) odcinek $[-1; 0]$

i z punktu $-\frac{1}{2}$ zataczamy okrąg przechodzący przez punkt i . Z twierdzenia Pitagorasa odcinek $[-\frac{1}{2}; i]$ ma długość

$$\frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 1} = \frac{1}{2} \sqrt{5}, \text{ a więc wykreślony}$$

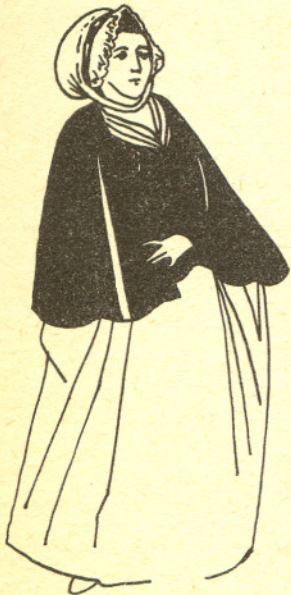
okrąg o środku $-\frac{1}{2}$ przecina prawą

półoś odciętych w punkcie $x_0 = \frac{1}{2} \sqrt{5} - \frac{1}{2}$.

W konsekwencji odcinek $[i; x_0]$ ma długość

$$\frac{1}{2} \sqrt{10 - 2} = \sqrt{2}, \text{ która — jak łatwo sprawdzić}$$

— jest równa długości boku wypukłego pięciokąta foremnego z przykładu 1.



Przykład 1. Wyrazimy za pomocą czterech działań i pierwiastkowania liczb wymiernych kosinus kąta, pod jakim widać bok wypukłego pięciokąta foremnego wpisanego w okrąg ze środka tego okręgu.

Szukany kosinus (oczywiście kąta $\frac{2}{5} \pi$ czyli 72°) wynosi: $\cos 72^\circ = \operatorname{Re} z = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$, gdzie

$$z = (\sqrt[5]{1})_1. \text{ Ale } 0 = z^5 - 1 = (z-1)(z^4 + z^3 + z^2 + z + 1) = z^2(z-1) \left(z^2 + \frac{1}{z^2} + z + \frac{1}{z} + 1 \right),$$

skąd wobec tożsamości $z^2 + \frac{1}{z^2} = \left(z + \frac{1}{z} \right)^2 - 2$ otrzymujemy

$$\left(z + \frac{1}{z} \right)^2 + \left(z + \frac{1}{z} \right) - 1 = 0 \text{ czyli } 4 \cos^2 72^\circ + 2 \cos 72^\circ - 1 = 0.$$

Ponieważ $\cos 72^\circ > 0$, więc pozostaje tylko jedna możliwość: $\cos 72^\circ = \frac{1}{4} \left(-1 + \sqrt{5} \right)$.

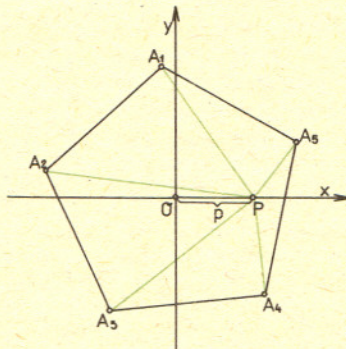
Przykład 2. Wykażemy, że jeśli $A_1 A_2 \dots A_n$ jest wielokątem foremnym wpisanym w okrąg o promieniu r , zaś P dowolnym punktem tej samej płaszczyzny odległym od środka O okręgu o p , przy czym $\sphericalangle POA_k = \varphi_k, k = 1, \dots, n$, to

$$PA_1^2 \cdot PA_2^2 \cdot \dots \cdot PA_n^2 = p^{2n} - 2p^n r^n \cos n\varphi_k + r^{2n}.$$

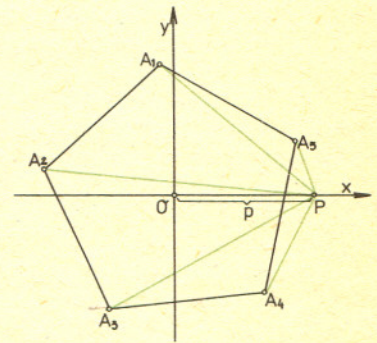
Jest to tzw. twierdzenie de Moivre'a (czyt. de Muawra) o kole. W przypadkach, gdy P leży na promieniu OA_1 , tzn. $\varphi_1 = 0$, lub P leży na dwusiecznej kąta $\sphericalangle A_n O A_1$, tzn. $\varphi_1 = \pi/n$, mówi się o twierdzeniu Cotesa (czyt. Koutsa) o kole.

Obierzmy tak układ współrzędnych, by jego początek pokrywał się z punktem O , punkt P zaś leżał na półosi rzeczywistej dodatniej (tj. $z = \operatorname{Re} z > 0$). Liczby zespolone odpowiadające punktom A_1, \dots, A_n są pierwiastkami równania $z^n = r^n (\cos n\varphi_k + i \sin n\varphi_k)$; zatem

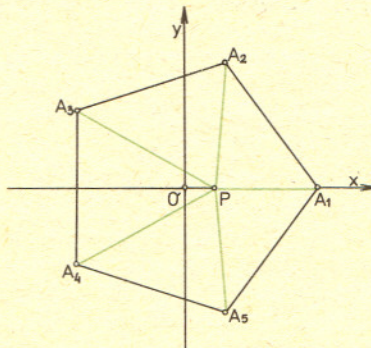
$$PA_1^2 \cdot PA_2^2 \cdot \dots \cdot PA_n^2 = |r^n (\cos n\varphi_k + i \sin n\varphi_k) - p|^2 = p^{2n} - 2p^n r^n \cos n\varphi_k + r^{2n}, \text{ c.b.d.u.}$$



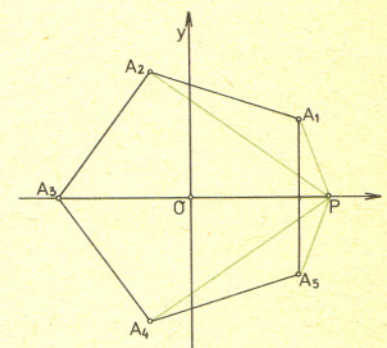
Punkt P z przykładu 2 leży wewnątrz wielokąta $A_1 A_2 \dots A_n$



Punkt P z przykładu 2 leży na zewnątrz wielokąta $A_1 A_2 \dots A_n$



Punkt P z przykładu 2 leży na promieniu OA_1

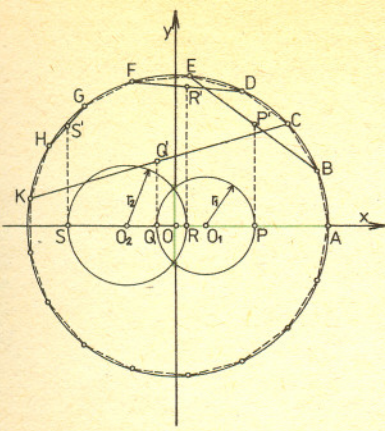


Punkt P z przykładu 2 leży na dwusiecznej kąta $\sphericalangle A_5 O A_1$

Zauważmy, że rozumowanie nie zależy od wyboru wielokąta foremnego wyznaczonego przez n pierwiastków równania $z^n = r^n$: może on być zarówno wypukły jak i wklęsły (gwiazdzisty).

Przykład 3. Niech $A, B, C, D, E, F, G, H, K$ oznaczają dziesięć kolejnych wierzchołków wypukłego 17-kąta foremnego wpisanego w okrąg o środku O . Niech dalej P, Q, R, S będą rzutami środków cięciw BE, CK, DF, GH na prostą OA . Udowodnimy, że jeżeli na PQ i RS jako na średnicach zakreśliśmy okręgi, to wspólna cięciwa tych okręgów przechodzi przez punkt O ,

a jej długość jest równa $\frac{1}{2} |OA|$.



Długość wspólnej cięciwy okręgów o średnicach PQ i RS jest równa $\frac{1}{2} OA$

Obierzmy tak układ współrzędnych, by jego początek pokrywał się z punktem O , punkt A zaś leżał na półosi rzeczywistej dodatniej. Jeśli wprowadzimy oznaczenie $r = OA$, to możemy uważać punkty A, \dots, K za punkty płaszczyzny odpowiadające pierwiastkom równania podziału koła $z^{17} = r^{17}$. Pierwiastki te są dane wzorem

$$z_k = r \left(\cos \frac{2k\pi}{17} + i \sin \frac{2k\pi}{17} \right), \quad k = 0, \dots, 16.$$

Współrzędne środków cięciw BE, CK, DF, GH wynoszą:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (z_1 + z_4) & \text{ dla } BE, & \frac{1}{2} (z_2 + z_8) & \text{ dla } CK, \\ \frac{1}{2} (z_3 + z_5) & \text{ dla } DF, & \frac{1}{2} (z_6 + z_7) & \text{ dla } GH. \end{aligned}$$

Możemy teraz wyznaczyć punkty P, Q, R, S :

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{re} (z_1 + z_4) = \frac{1}{2} r (u_1 + u_4),$$

gdzie $u_k = \cos \frac{2k\pi}{17}$, $k = 0, \dots, 16$, i podobnie

$$Q = \frac{1}{2} r (u_2 + u_8), \quad R = \frac{1}{2} r (u_3 + u_5), \quad S = \frac{1}{2} r (u_6 + u_7).$$

Jeśli na odcinkach PQ i RS jako na średnicach zakreslimy okręgi, to ich środki będą odpowiednio w punktach

$$O_1 = \frac{1}{2} (P+Q) = \frac{1}{2} r (u_1 + u_4 + u_2 + u_8), \quad O_2 = \frac{1}{2} (R+S) = \frac{1}{2} r (u_3 + u_5 + u_6 + u_7),$$

a promienie wyniosą $r_1 = \frac{1}{2} r |u_1 + u_4 - u_2 - u_8|$, $r_2 = \frac{1}{2} r |u_3 + u_5 - u_6 - u_7|$.

W przyjętym układzie współrzędnych równania tych okręgów mają postać

$$(x - O_1)^2 + y^2 = r_1^2, \quad (x - O_2)^2 + y^2 = r_2^2.$$

Rozważane okręgi przecinają się w punktach

$$\left(-\frac{r_1^2 + O_2^2 - r_2^2 - O_1^2}{2(O_2 - O_1)}, r_1^2 - O_1^2 \right), \left(\frac{r_1^2 + O_2^2 - r_2^2 - O_1^2}{2(O_2 - O_1)}, r_2^2 - O_2^2 \right),$$

przy czym oczywiście $r_2^2 - O_2 = r_1^2 - O_1^2$.

Wykażemy najpierw, że odcinek łączący te punkty przechodzi przez punkt O . Obliczamy:

$$r_1^2 + O_2^2 - r_2^2 - O_1^2 = \frac{1}{4} r^2 [(u_3 + u_5)(u_6 + u_7) - (u_1 + u_4)(u_2 + u_8)].$$

Bezpośrednie sprawdzenie daje $(u_3 + u_5)(u_6 + u_7) = (u_1 + u_4)(u_2 + u_8)$ z uwagi na definicję liczb u_k , a więc istotnie rozpatrywany odcinek przechodzi przez punkt O .

Wykażemy z kolei, że długość tego odcinka wynosi $\frac{1}{2} OA$, tj. że

$$r_1^2 - O_1^2 = \left(\frac{1}{4} r \right)^2, \quad \text{czyli } r_2^2 - O_2^2 = \left(\frac{1}{4} r \right)^2.$$

W tym celu sprawdzamy bezpośrednio, że

$$-\frac{1}{4} r^2 (u_1 + u_4)(u_2 + u_8) = r_1^2 + O_1^2 = r_2^2 - O_2^2 = -\frac{1}{4} r^2 (u_3 + u_5)(u_6 + u_7).$$

Zastosowanie definicji liczb u_k , wzoru na sumę kosinusów i wzorów redukcyjnych dla funkcji kosinus prowadzi do tożsamości

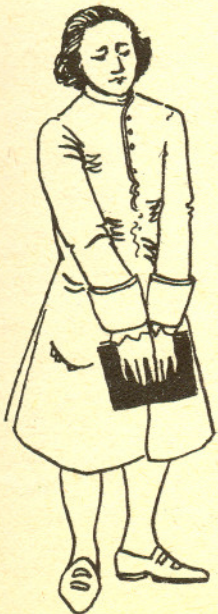
$$\begin{aligned} -\frac{1}{4} (u_1 + u_4)(u_2 + u_8) &= \cos \frac{3\pi}{17} \cos \frac{5\pi}{17} \cos \frac{6\pi}{17} \cos \frac{7\pi}{17}, \\ -\frac{1}{4} (u_3 + u_5)(u_6 + u_7) &= \cos \frac{\pi}{17} \cos \frac{2\pi}{17} \cos \frac{4\pi}{17} \cos \frac{8\pi}{17}. \end{aligned}$$

Tak więc kwadrat długości szukanego odcinka wynosi

$$r \cos \frac{3\pi}{17} \cos \frac{5\pi}{17} \cos \frac{6\pi}{17} \cos \frac{7\pi}{17} \cdot r \cos \frac{\pi}{17} \cos \frac{2\pi}{17} \cos \frac{4\pi}{17} \cos \frac{8\pi}{17}.$$

Pozostaje dowieść, że

$$(*) \cos \frac{\pi}{17} \cos \frac{2\pi}{17} \cos \frac{3\pi}{17} \cos \frac{4\pi}{17} \cos \frac{5\pi}{17} \cos \frac{6\pi}{17} \cos \frac{7\pi}{17} \cos \frac{8\pi}{17} = \left(\frac{1}{2} \right)^8.$$





Dla dowodu tożsamości (*) zauważmy, że

$$z^{17} + 1 = (z+1) \left(z^2 + 2z \cos \frac{2\pi}{17} + 1 \right) \left(z^2 + 2z \cos \frac{4\pi}{17} + 1 \right) \dots$$

$$\dots \cdot \left(z^2 + 2z \cos \frac{14\pi}{17} + 1 \right) \left(z^2 + 2z \cos \frac{16\pi}{17} + 1 \right),$$

skąd
$$1^{17} + 1 = 2 \cdot 2 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{17} \right) \cdot 2 \left(1 + \cos \frac{4\pi}{17} \right) \cdot \dots \cdot 2 \left(1 + \cos \frac{16\pi}{17} \right),$$

czyli
$$\left(1 + \cos \frac{2\pi}{17} \right) \left(1 + \cos \frac{4\pi}{17} \right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \cos \frac{16\pi}{17} \right) = \left(\frac{1}{2} \right)^8.$$

Stosując teraz tożsamość $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{1}{2} \alpha$ otrzymujemy $2^8 \cos^2 \frac{\pi}{17} \cos^2 \frac{2\pi}{17} \cdot \dots$

$$\dots \cdot \cos^2 \frac{8\pi}{17} = \left(\frac{1}{2} \right)^8, \quad \text{skąd wynika równość (*).$$

Jest ciekawe, że siedemnastokąt foremny daje się konstruować za pomocą cyrka i linijki. Najłatwiej wyprowadzić to ze stosunkowo łatwego do sprawdzenia faktu, że pierwiastki

równania $z^2 + \frac{1}{2}z = 1$ mogą być zapisane w postaci

$$z_1 = \cos \frac{2\pi}{17} + \cos 3^2 \frac{2\pi}{17} + \cos 3^4 \frac{2\pi}{17} + \cos 3^6 \frac{2\pi}{17},$$

$$z_2 = \cos 3 \frac{2\pi}{17} + \cos 3^3 \frac{2\pi}{17} + \cos 3^5 \frac{2\pi}{17} + \cos 3^7 \frac{2\pi}{17},$$

co pozostawiamy Czytelnikowi jako ćwiczenie.

Przykład 3 został zaczerpnięty z książki E. W. Hobsona *Trygonometria płaska* (tłum. z ang.), Warszawa 1917, gdzie jest podany jako zadanie. Proponujemy rozwiązanie kilku innych zadań z tej ciekawej książki, które podajemy poniżej. Proponujemy też lekturę książeczek:

A. W. Mostowskiego *Rozwiązywanie równań algebraicznych*, Warszawa 1967, oraz A. G. Szkolnika *Zadacza dielienia kruga*, Moskwa 1948, wydanie drugie.

Zadanie 1. W okrąg o promieniu r wpisujemy wypukły n -kąt foremny i z dowolnego punktu okręgu prowadzimy cięciwy do wierzchołków. Długości tych cięciw oznaczamy przez c_1, \dots, c_n , przy czym zaczynamy od cięciwy poprowadzonej do najbliższego wierzchołka (ewentualnie do jednego z dwu najbliższych wierzchołków), dalsze zaś bierzemy w tym samym porządku co wierzchołki. Dowieść, że suma $c_1 c_2 + c_2 c_3 + c_3 c_4 + \dots + c_{n-1} c_n - c_n c_1$ jest niezależna

od położenia punktu, z którego poprowadziliśmy cięciwy i wynosi $2r^2 n \cos \frac{\pi}{n}$.

Zadanie 2. Wykazać, że jeżeli $A_1 A_2 \dots A_{2n+1}$ jest wypukłym wielokątem foremnym wpisanym w okrąg, zaś P oznacza dowolny punkt okręgu położony między A_{2n+1} i A_1 , to $PA_1 + PA_3 + \dots + PA_{2n+1} = PA_2 + PA_4 + \dots + PA_{2n}$.

Zadanie 3. Niech $A_1 A_2 \dots A_{2n}$ będzie wielokątem foremnym. Udowodnić, że iloczyn długości odcinków prostopadłych poprowadzonych ze środka okręgu opisanego do prostych $A_1 A_2, A_1 A_3, \dots, A_1 A_n$ jest równy $\left(\frac{1}{2} r \right)^{n-1} \sqrt{n}$, gdzie r jest promieniem okręgu opisanego.

Zadanie 4. Dowieść, że liczba m różnych (w sensie przystawania) wielokątów foremnych o n bokach, które można wpisać w dany okrąg o promieniu r , jest równa połowie ilości liczb naturalnych mniejszych od n i pierwszych względem n . Wykazać ponadto, że iloczyn długości

boków jest równy $\sqrt{\frac{n}{n-2m}} r^m$ albo r^m w zależności od tego, czy n jest czy też nie jest potęgą liczby pierwszej.

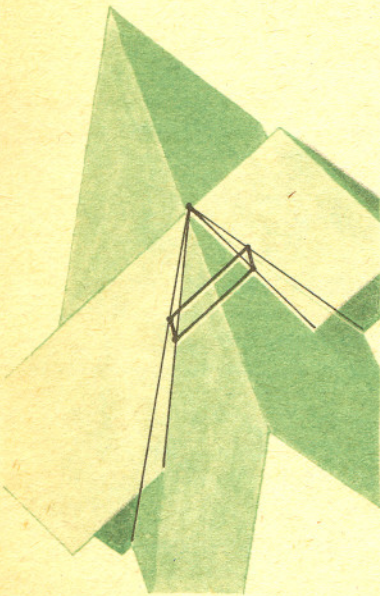
Zadanie 5. Niech q_1, \dots, q_n będą odległościami wierzchołków wielokąta foremnego od punktu P tej samej płaszczyzny, r — promieniem okręgu opisanego na wielokącie, $p = OP$, gdzie O jest środkiem okręgu, ϑ zaś jest kątem pomiędzy OP a promieniem poprowadzonym do któregośkolwiek wierzchołka wielokąta. Udowodnić, że wówczas

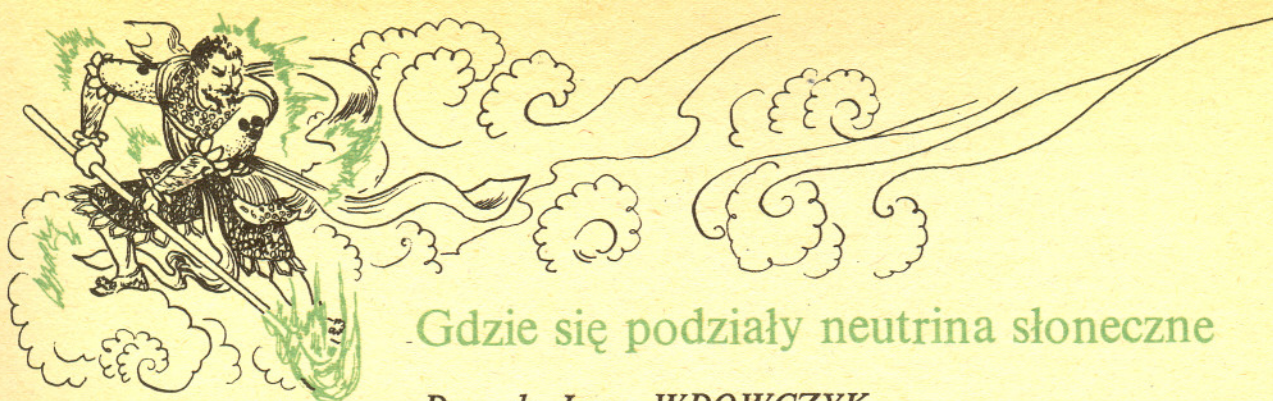
$$\frac{1}{q_1^2} + \frac{1}{q_2^2} + \dots + \frac{1}{q_n^2} = \frac{n(p^{2n} r^{2n})}{(p^2 - r^2)(p^{2n} - 2p^n r^n \cos n\vartheta + r^{2n})}.$$

Zadanie 6. Dowieść, że jeżeli dwa wypukłe wielokąty foremne $A_1 A_2 \dots A_{2n}$ i $B_1 B_2 \dots B_{2n}$ są współśrodkowe i jednokładne i jeżeli P jest dowolnym punktem okręgu współśrodkowego z opisanymi wielokątami i zakreślonego promieniem równym średniej geometrycznej promieni okręgów opisanych na wielokątach, to wówczas:

$$\frac{PA_1 \cdot PA_3 \cdot \dots \cdot PA_{2n-1}}{PA_2 \cdot PA_4 \cdot \dots \cdot PA_{2n}} = \frac{PB_1 \cdot PB_3 \cdot \dots \cdot PB_{2n-1}}{PB_2 \cdot PB_4 \cdot \dots \cdot PB_{2n}}.$$

Rozwiązanie zadania M 153. Niech A, B, C, D będą punktami należącymi do różnych krawędzi kąta, którego wierzchołek oznaczmy przez S , przy czym czworokąt $ABCD$ jest równoległobokiem. Ponieważ prosta AB jest równoległa do prostej CD , więc krawędź k , wzdłuż której przecinają się płaszczyzny SAB i SCD , jest równoległa do obu tych prostych (dlaczego?). Podobnie krawędź l , wzdłuż której przecinają się płaszczyzny SAD i SBC , jest równoległa do każdej z prostych AD i BC . Szukana płaszczyzna jest więc równoległa do płaszczyzny π , zawierającej proste k i l . Oczywiście każda płaszczyzna równoległa do π , i przecinająca krawędź kęta daje w przekroju równoległobok.





Gdzie się podziały neutrino słoneczne

Doc. dr Jerzy W DOWCZYK

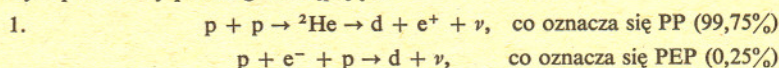
Doświadczenie Davisa zostało omówione w Delcie 1/1978.

Od szeregu lat uważa się, iż źródłem energii słonecznej jest fuzja jądrowa, czyli tak zwane jądrowe spalanie wodoru. Ostatnio został przeprowadzony eksperyment, który w pewnym stopniu zachwiał wiarę w poprawność tego, zdawałoby się bardzo ugruntowanego poglądu. Celem niniejszego artykułu jest wskazanie przyczyn zaniepokojenia, wynikającego z zaskakującego rezultatu eksperymentu prowadzonego przez Davisa, oraz omówienie niektórych, dość zresztą spekulatywnych sugestii wysuniętych w celu wyjaśnienia tego rezultatu.

Według obecnie przyjętego obrazu wnętrza Słońca a także innych gwiazd zbudowane jest z tak zwanej plazmy, to znaczy mieszaniny praktycznie w pełni zjonizowanych atomów (czyli pozbawionych otoczki elektronowej jąder) i swobodnych elektronów. Wśród jąder atomowych dominują swobodne jądra atomów wodoru — protony. Proces „spalania” wodoru polega na łączeniu się czterech protonów w jedno jądro atomu helu czyli cząstkę α . Powstaniu każdego jądra helu towarzyszy wydzielenie się dwóch neutrino w rezultacie przemiany dwóch protonów w neutrony. W procesie przemiany protonu w neutron powstaje również pozyton. Wydzielenie się pozytonu w niektórych przypadkach może być zastąpione przez bezpośredni wychwyt swobodnego elektronu. To ostatnie zjawisko z punktu widzenia badania neutrino jest interesujące, gdyż takiemu procesowi towarzyszy wydzielenie neutrino o ściśle określonej energii, a więc w rezultacie zajścia tego zjawiska powstaje monoenergetyczny strumień neutrino. Proces przemiany protonu w neutron, zachodzący poprzez emisję neutrino i pozytonu, jest rozpadem na trzy ciała i w rezultacie neutrino może mieć praktycznie dowolną energię niższą od pewnej maksymalnej. W tym przypadku mówimy o ciągłym widmie neutrino.

Proces przemiany wodoru w hel nie zachodzi bezpośrednio, gdyż prawdopodobieństwo jednoczesnego „spotkania” się czterech protonów jest niezmiernie małe — proces ten zachodzi stopniowo. Zostały zaproponowane dwie zasadnicze drogi prowadzące do stopniowego połączenia czterech protonów, czyli tak zwane cykle. Pierwszy z nich nazywa się cyklem protonowym, drugi zaś cyklem węglowo-azotowym.

Cykl protonowy przebiega następująco



Możliwe są także inne zakończenia tego cyklu, zamiast reakcji „3” może zajść reakcja



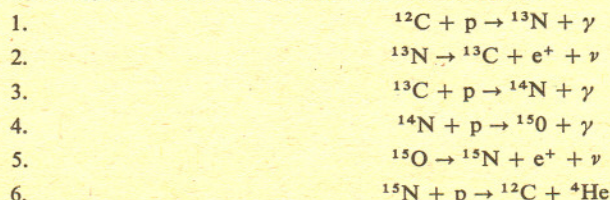
z dalszą historią



lub



Cykl węglowo-azotowy przebiega w sposób następujący



W procesie tym węgiel i azot odgrywają rolę katalizatorów, biorą one udział w reakcjach, ale ich ilość po zajściu całego cyklu pozostaje nie zmieniona.





Rozwiązanie zadania M 151. Wykorzystując znaną nierówność $a+b \geq 2\sqrt{ab}$, słuszną dla liczb nieujemnych a, b , otrzymujemy

$$2 \frac{\sin x}{2} + 2 \frac{\cos x}{2} \geq 2 \cdot 2 \frac{1}{2} (\sin x + \cos x).$$

$$\text{Ponieważ } \sin x + \cos x = \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{\sqrt{2}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq$$

$$\geq -\frac{2}{\sqrt{2}} \text{ i funkcja } z \rightarrow 2^z \text{ jest rosnąca,}$$

$$\text{więc } 2^{\frac{\sin x}{2} + \frac{\cos x}{2}} \geq 2^{1-1/\sqrt{2}}.$$



Rozwiązanie zadania M 152. Niech x będzie ceną gwoźdźcia, y — ceną haka i z — ceną nakrętki. Mamy wówczas

$$10x + 4y + z = 21,$$

$$7x + 3y + z = 16.$$

Oczywiście dane te nie wystarczają do wyznaczenia x, y, z , może jednak wystarczą do wyznaczenia sumy $x+y+z$. Pomnożmy obydwie strony pierwszego równania przez a , drugiego zaś przez b :

$$10ax + 4ay + az = 21a,$$

$$7bx + 3by + bz = 16b.$$

Dodając stronami te równania otrzymujemy (*) $(10a+7b)x + (4a+3b)y + (a+b)z = 21a + 16b$.

Powinno więc być

$$10a+7b = 4a+3b = a+b = 1.$$

Ten układ, mimo że ma więcej równań niż niewiadomych, ma dokładnie jedno rozwiązanie: $a = -2, b = 3$. Podstawiając te wartości do (*) otrzymujemy $x+y+z = 6$

Który z omówionych wyżej cykli odgrywa decydującą rolę, zależy od temperatury wnętrza gwiazdy (oczywiście, aby cykl węglowo-azotowy mógł zachodzić, niezbędna jest pewna, chociaż w rzeczywistości bardzo niewielka, domieszka węgla). Przy niższych temperaturach łatwiej realizuje się cykl protonowy, gdyż ładunki wchodzących do reakcji jąder są mniejsze, a tym samym mniejsze są siły ich wzajemnego odpychania. Przy podwyższeniu temperatury, kiedy energia kinetyczna rośnie, zaczynają zachodzić reakcje z węglem i azotem. Ilość tych reakcji szybko przewyższa ilość wyjściowych reakcji cyklu protonowego, gdyż wydajność produkcji deuteru nawet w bardzo wysokich temperaturach pozostaje względnie niska (wprawdzie ^2He jest produkowany z dużą wydajnością, ale jądra ^2He są bardzo nietrwałe ze względu na rozpad na dwa protony, tak że rozpad $^2\text{He} \rightarrow d + e^+ + \nu$ zachodzi tylko dla znikomej ilości powstałych jąder).

Jak łatwo zauważyć, neutrina powstają tylko w niektórych z wyżej wypisanych reakcji. Reakcje te są zestawione w poniższej tabelce

Reakcja	E_{\max} [MeV]	Typ widma neutrin
$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu$	[PP] 0,420	ciągłe
$p + e^- + p \rightarrow d + \nu$	[PEP] 1,44	monoenergetyczne
$^7\text{Be} + e^+ \rightarrow ^7\text{Li} + \nu$	0,861 (90%) 0,383 (10%)	monoenergetyczne
$^8\text{B} \rightarrow ^8\text{Be} + e^+ + \nu$	14,06	ciągłe
$^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu$	1,24	ciągłe
$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu$	1,7	ciągłe

W celu ułatwienia ilościowej dyskusji problemu rejestracji neutrin, wygodnie jest określić jednostkę charakteryzującą wydajność tej rejestracji (wydajność ta zależy od natężenia i energii neutrin). Taka jednostka o nazwie SNU (solar neutrino unit) została zdefiniowana jako jeden wychwyty neutrina na sekundę na 10^{36} cząstek rozpatrywanego materiału. W przypadku eksperymentu Davisa 1 SNU oznacza w przybliżeniu 1 wychwyty na 5 dni.

Szczegółowe obliczenia teoretyczne dają następujące wartości w przypadku reakcji z chlorem

Cykl węglowo-azotowy	35 SNU
Standardowy model reakcji termojądrowej	5,6 SNU
w tym rozpad ^8B	4,3 SNU
Reakcja proton — proton	0,3 SNU

Różnica między cyklem węglowo-azotowym a cyklem protonowym związana jest przede wszystkim z faktem, iż próg energetyczny reakcji neutrin z chlorem jest stosunkowo wysoki (0,81 MeV) i w rezultacie w procesie rejestrowane są tylko neutrina z mniej ważnych procesów tego cyklu (przede wszystkim z rozpadu ^8B), natomiast neutrina z podstawowego procesu łączenia dwóch protonów w deuter są jedynie reprezentowane przez bardzo rzadki proces PEP.

Wyrażony w tych samych jednostkach rezultat eksperymentu Davisa, po uwzględnieniu poprawek na tło wywołane oddziaływaniami promieniowania kosmicznego, jak również tło samego licznika służącego do pomiaru zawartości ^{37}Ar , wynosi $0,2 \pm 1,0$ SNU.

Występuje więc wyraźna rozbieżność z oczekiwaniami z cyklu węglowo-azotowego, co nie jest specjalnie zaskakujące, gdyż już wcześniej uważano, iż ten cykl nie odgrywa decydującej roli w generacji energii w Słońcu. Faktem, który wzbudził ogromne zainteresowanie a także duże zaniepokojenie astrofizyków, jest wyraźna rozbieżność między tym wynikiem a wartością 5,6 SNU, oczekiwaną w standardowym modelu reakcji termojądrowej.

Podjęto szereg prób wyjaśnienia tego zjawiska, wysuwając szereg spekulatywnych hipotez. Należy jednak od razu na wstępie podkreślić, iż żadna z tych hipotez nie jest zadowalająca, mimo że wiele z nich, formalnie rzecz biorąc, tłumaczy zjawisko braku neutrin słonecznych. W dalszym ciągu artykułu postaram się omówić niektóre z nich.

Najogólniej rzecz biorąc, hipotezy te można podzielić na trzy klasy. Do pierwszej klasy należy zaliczyć te, które mówią, iż źródłem energii słonecznej jest jądro „spalanie” wodoru (jak to wynika z wcześniejszych rozważań, ta możliwość jak na razie nie jest wykluczona), ale aktualna teoria budowy wnętrza Słońca jest niepoprawna i proces reakcji termojądrowej przebiega inaczej (na przykład cały proces zachodzi jedynie poprzez pierwszy łańcuch cyklu protonowego). Do drugiej klasy można zaliczyć hipotezy stwierdzające, iż w produkcji energii słonecznej odgrywa rolę proces różny od reakcji spalania wodoru. I wreszcie do trzeciej — hipotezy stwierdzające, iż proces reakcji termojądrowej zachodzi w Słońcu normalnie, ale z jakiegoś powodu wytworzone neutrina do nas nie docierają.

Z hipotez należących do pierwszej klasy można wymienić sugestie, iż produkcja energii w centralnej części Słońca zachodzi okresowo i że w chwili obecnej rdzeń Słońca znajduje się w przejściowym okresie o niskiej temperaturze, podczas gdy temperatura powierzchni Słońca jest rezultatem promieniowania energii wydzielonej wcześniej, w okresie gdy temperatura rdzenia była wysoka i reakcje termojądrowe zachodziły obficie (proces propagacji energii od rdzenia do powierzchni trwa około dziesięciu milionów lat)



Został nawet zaproponowany mechanizm mogący doprowadzić do tego rodzaju oscylacji, oparty na założeniu, iż okresowo do rdzenia, w wyniku ruchów materii słonecznej, wprowadzana jest znaczna ilość ^3He . Powoduje to szybkie „spalanie” i gwałtowne wydzielenie energii prowadzące do ekspansji rdzenia, a tym samym do obniżenia jego temperatury i przerwania procesu spalania. Szczegółowe obliczenia pokazują jednak, iż mechanizm taki spowodowałby co najmniej dziesięcioprocentową zmianę jasności Słońca na przestrzeni ostatniego miliona lat, podczas gdy analiza historii klimatu Ziemi wyklucza zmiany większe niż rzędu 3%.

Inna, bardziej jeszcze spekulatywna hipoteza jest oparta na założeniu, iż Słońce formowało się w dwóch etapach. W pierwszym powstał rdzeń o masie zawierającej około połowy masy Słońca, zbudowany z materiału o małej zawartości helu i dużej zawartości metali, zaś druga, bardziej powierzchniowa połowa masy Słońca została dodana później. W takim rdzeniu ze względu na małą koncentrację helu dalsze łańcuchy cyklu protonowego realizowałyby się ze znacznie niższym prawdopodobieństwem, a tym samym wydajność produkcji wysokoenergetycznych neutrin znacznie by się obniżyła.

Niska zawartość helu w materiale gwiazdowym jest jednak trudna do wytłumaczenia. W desperackim poszukiwaniu innego źródła energii słonecznej wysunięto hipotezę, iż we wnętrzu Słońca zlokalizowana jest niewielka „czarna dziura” o masie około 10^{-5} masy Słońca. Czarne dziury są to hipotetyczne obiekty o gęstości materii tak wielkiej, iż siły grawitacji dominują nad wszystkimi innymi siłami, nawet siłami oddziaływań jądrowych. Czarne dziury pochłaniają materię z otaczającej przestrzeni powodując wydzielanie się energii. Czarna dziura o wymienionej wyżej masie prowadziłaby do wyzwolenia około połowy energii emitowanej przez Słońce. W tym modelu rejestrowano by neutrina na poziomie około 1 SNU.

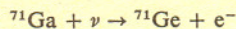
Hipoteza ta oprócz oczywistej spekulatywności ma jeszcze jedną wadę: wymaga, aby Słońce było wyjątkową gwiazdą. Badanie ewolucji gwiazd w zasadzie wyklucza hipotezę, iż większość gwiazd zbudowana jest na czarnych dziurach. Hipoteza, iż niewielka część ogólnej populacji gwiazd ma tę cechę, oczywiście nie może być eksperymentalnie wykluczona.

Przejdźmy do trzeciej klasy hipotez czyli do pytania, co mogłoby stać się z neutrinami na ich drodze od Słońca do Ziemi. Wysunięto tutaj dwie hipotezy, obie oparte na założeniu, iż masa neutrina jest większa od zera. Według pierwszej z tych hipotez neutrina ulegają rozpadowi z czasem życia ($\tau(1 \text{ MeV}) \leq 30 \text{ s}$) dostatecznie krótkim, aby ich strumień na drodze do Ziemi od Słońca uległ dostatecznemu osłabieniu. Zjawisko to wymaga założenia, iż istnieją jakieś dwie inne lżejsze cząstki elementarne, na które może rozpaść się neutрино.

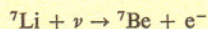
W rzeczywistości wiadomo, iż w przyrodzie istnieją dwa neutrina, jedno stowarzyszone z elektronem, drugie zaś stowarzyszone z mionem, jednakże bezpośredni rozpad słonecznego neutrina elektronowego na neutрино mionowe i jakąś inną cząstkę jest mało prawdopodobny, gdyż powinien pociągać za sobą rozpad mionu na elektron i tę cząstkę, a taki proces nie jest eksperymentalnie obserwowany. Ogólnie rzecz biorąc, hipoteza rozpadu wyjaśnia wynik eksperymentu neutrinowego, ale budzi zastrzeżenia jako mało elegancka, gdyż wymyślona jedynie w celu wyjaśnienia wyniku tego eksperymentu. Inną hipotezę podobnego typu (tzw. oscylacje neutrin) omówimy w najbliższym czasie w osobnym artykule.

Jak widać z powyższych rozważań, mimo wielu mniej lub bardziej desperackich prób wyjaśnienia rezultatu eksperymentu dotyczącego neutrin słonecznych, sytuacja pozostaje nadal bardzo tajemnicza. Wydaje się, iż warunkiem dalszego postępu jest przeprowadzenie niezależnego eksperymentu. Szczególnie interesujący byłby eksperyment pozwalający bezpośrednio rejestrować neutrina z procesu PP, gdyż natężenie tych neutrin jest znacznie większe a także praktycznie niezależne od modelu Słońca, a zależne jedynie od jego mierzonej eksperymentalnie jasności (chyba że wydajność procesu termojądrowego jest zmienna w czasie, jak to sugerowała jedna z dyskutowanych uprzednio hipotez).

W chwili obecnej uważa się, iż najlepszym eksperymentem tego typu byłby eksperyment wykorzystujący reakcję



Próg tej reakcji wynosi 0,233 MeV, a czas połowicznego zaniku radioaktywnego germanu 71 — około 11 dni. Eksperyment ten pozwoliłby definitywnie rozstrzygnąć problem pochodzenia energii słonecznej, a także w dużym stopniu zweryfikować hipotezy o rozpadzie i oscylacji neutrin. Do przeprowadzenia tego eksperymentu teoretycznie potrzebne jest jedynie 20 ton czystego galu (waga tarczy w eksperymencie Davisa wynosi 600 ton). Koszt tego eksperymentu jednakże jest bardzo wysoki, gdyż gal jest materiałem bardzo drogim. Znacznie tańszym byłby eksperyment oparty na reakcji



Proces ten ma wprawdzie stosunkowo wysoki próg (0,861 MeV), nie pozwalający rejestrować neutrin pochodzących z procesu PP, ale ma znacznie wyższy przekrój czynny na rejestrację neutrin PEP. Obliczenia pokazują, iż w przypadku modelu standardowej reakcji termojądrowej otrzymujemy około 34 SNU, z czego jedynie około 14 SNU pochodzi od neutrin z rozpadu ^8B .



Rozwiązanie zadania F 51. Ze względu na symetrię wystarczy rozpatrzyć połowę liny, pokazaną na rysunku. Całkowity nacisk na belkę od obu połówek liny będzie oczywiście dwa razy większy. Odległość AB (równą BC) oznaczmy przez dx . Jest oczywiste, że $dx = \frac{1}{2} dh$. Prędkość

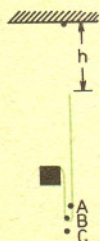
spadającej części liny wynosi $v = \sqrt{2gh}$. Nacisk pochodzący od połówki liny jest równy części liny zwisającej z belki, N_1 , powiększonemu o szybkość zmian pedu, N_2 , podczas przechodzenia punktu A liny do punktu C. Mamy

$$N_1 = \frac{1}{2} h g \rho,$$

$$N_2 = \frac{dp}{dt} = \frac{v \rho dx}{dt} = \frac{1}{2} v \rho \frac{dh}{dt} = \frac{1}{2} v^2 g = gh \rho.$$

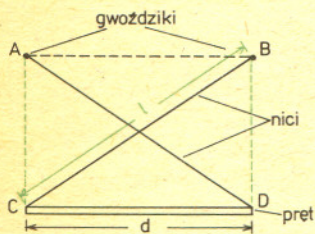
Suma $N_1 + N_2$ wynosi $\frac{3}{2} gh \rho$. Osiąga ona

największą wartość dla największej możliwej wartości h równej $2l$. Największą wartością $N_1 + N_2$ jest więc $3gl\rho$. Wobec tego, zgodnie z uwagą poczynioną na początku, musi być spełniony związek $6gl\rho < N_0$.

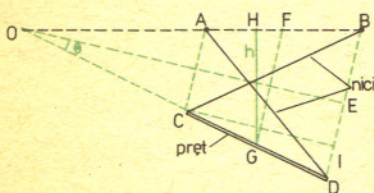


spontanicznego naruszenia symetrii

Fizycy mówiąc o teorii liniowej rozumieją przez to teorię opisującą dane zjawiska równaniami liniowymi.



Rys. 1. Schemat modelu. Gwoźdźdiki są umieszczone w punktach A i B. Końce pręta oznaczono literami C i D.



Rys. 2. Układ wychylony od poziomu o kąt 2θ .

Spełnione są następujące relacje:

$$AB = CD = 2AF = 2CG = d$$

$$AD = CB = l$$

$HG = h$ odległość środka ciężkości od poziomu gwoźdźdików

$$CI = y$$

$$GF = BI = x$$

$$\sphericalangle BOE = \sphericalangle EOD = \sphericalangle HGF = \sphericalangle DCI = \theta$$

$$\sphericalangle BEO = \sphericalangle CIB = \sphericalangle AHG = \sphericalangle 90^\circ$$

Z trójkąta BIC mamy

$$l^2 = x^2 + y^2$$

zaś z trójkąta CJD

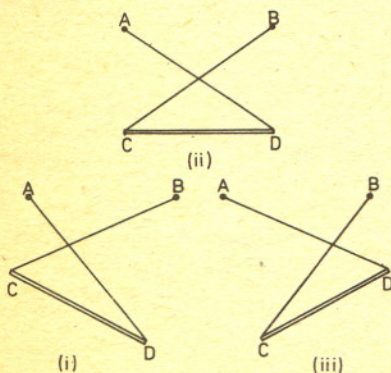
$$y = d \cos \theta$$

Na koniec z trójkąta HGF dostajemy

$$h = x \cos \theta$$

i ostatecznie mamy

$$h = \cos \theta \sqrt{l^2 - d^2 \cos^2 \theta}.$$



Rys. 3. Stany równowagi w przypadku (b): stany (i) i (iii) są trwałymi stanami niesymetrycznymi, stan (ii) jest symetrycznym stanem równowagi nietrwalej.

W wielu problemach fizyki istotną rolę odgrywają własności stanu równowagi układu. Stan taki, noszący w teoriach kwantowych nazwę stanu podstawowego, zaś w innych dziedzinach fizyki stanu stacjonarnego, jest zwykle wyznaczony przez ekstremalne wartości odpowiednich wielkości fizycznych (np. w mechanice minimum energii potencjalnej, a w termodynamice maksimum entropii). Jeśli rozważany układ fizyczny dopuszcza istnienie pewnych wewnętrznych symetrii (np. wahadło matematyczne dopuszcza symetrię względem odbicia zwierciadlanego), to wtedy, zgodnie z intuicją, stan równowagi powinien mieć maksymalną symetrię dopuszczalną dla układu. Jest to prawdziwe w teoriach liniowych a także, w wielu przypadkach, w teoriach nieliniowych. Taką własność maksymalnej dopuszczalnej symetrii posiada na przykład stan równowagi termodynamicznej (stan ten jest przestrzennie jednorodny, ma więc symetrię translacyjną). Jednakże w pewnych układach nieliniowych trwałe stan równowagi może wykazywać brak takich podstawowych symetrii wtedy, gdy stan symetryczny jest stanem równowagi nietrwalej.

W obecnym artykule omówimy prosty układ mechaniczny, który w pewnych warunkach prowadzić będzie do niesymetrycznych stanów równowagi trwałej. Układ ten dobrze ilustruje mechanizm pojawiania się takich stanów, czyli mechanizm spontanicznego naruszenia symetrii. Słowo „spontaniczne” oznacza tu fakt, że brak symetrii stanu równowagi wywołany jest przez własności samego układu, a nie przez działanie czynników zewnętrznych.

Podstawowym elementem naszego modelu mechanicznego jest ciężki jednorodny pręt o stałym przekroju, długości d oraz masie M . Na pionowej powierzchni wbijemy dwa gwoźdźdiki w odległości d równej długości pręta. Gwoździe te należy wbić na tym samym poziomie. Zawiesimy nasz pręt na dwóch skrzyżowanych niciach o długości l , przymocowanych do końców pręta i przyczepionych do gwoździ. Otrzymany układ przedstawiony jest na rys. 1. Ważnym uzupełnieniem modelu jest warunek, by ruch odbywał się w płaszczyźnie pionowej. W ten sposób eliminujemy możliwość osiągnięcia stanu o najniższej dopuszczanej przez długość nitek energii potencjalnej, stanu, w którym pręt wisi na niciach nie skrzyżowanych.

Szukać będziemy teraz możliwych stanów równowagi. Są one wyznaczone przez ekstrema energii potencjalnej. Energia potencjalna jest określona jedynie przez położenie środka ciężkości pręta. Wyraża się ona wzorem

$$V = -Mgh,$$

gdzie M oznacza masę pręta, g przyspieszenie ziemskie, zaś h odległość środka ciężkości pręta od poziomu gwoździ (patrz rys. 2).

Korzystając z wypisanych na marginesie relacji, można energię potencjalną przedstawić w postaci:

$$V = -Mg \cos \theta \sqrt{l^2 - d^2 \cos^2 \theta}.$$

W równości tej θ oznacza połowę kąta odchylenia pręta od poziomu. Układ opisywany jest przez jedną jedynie zmienną dynamiczną θ , jest więc układem o jednym stopniu swobody. Dla znalezienia stanów równowagi należy zbadać zmienność potencjału jako funkcji kąta θ , a w szczególności znaleźć jego ekstrema. Istotna w modelu jest nieliniowa zależność energii potencjalnej od $\cos \theta$.

Obliczymy pochodną funkcji V :

$$\frac{dV}{d\theta} = -Mg \frac{\sin \theta}{\sqrt{l^2 - d^2 \cos^2 \theta}} [l^2 - 2d^2 \cos^2 \theta].$$

Warunek znikania pochodnej prowadzi do dwóch równań:

$$(a) \quad \sin \theta = 0$$

lub

$$(b) \quad l^2 - 2d^2 \cos^2 \theta = 0.$$

Równanie (a) zawsze ma jedno rozwiązanie w interesującym nas zakresie kątów $-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$, a mianowicie: $\theta = 0$.

Z równaniem (b) sprawa jest trochę bardziej złożona. Możemy przepisać je w postaci

$$\cos \theta = \frac{l}{d\sqrt{2}}.$$

Rozwiązania tego równania istnieją tylko wtedy, gdy spełniony jest warunek: $l \leq \sqrt{2}d$.

Dla $l = \sqrt{2}d$ równanie przybiera postać $\cos \theta = 1$. Jego rozwiązanie, $\theta = 0$, jest identyczne z rozwiązaniem równania (a). Zwróćmy uwagę na fakt, że wartość graniczna $l = d\sqrt{2}$ odpowiada sytuacji, gdy prostokąt ABCD przedstawiony na rys. 1 jest kwadratem. W przypadku spełnienia ostrej nierówności $l < \sqrt{2}d$ równanie ma dwa rozwiązania postaci $\theta = \pm \arccos(l/d\sqrt{2})$. Po znalezieniu miejsc zerowania się pochodnej należy zbadać znak drugiej pochodnej w celu określenia typu ekstremalnego:

$$\frac{1}{Mg} \frac{d^2V}{d\theta^2} = \frac{\cos \theta [l^2 - 2d^2 \cos^2 \theta]}{\sqrt{l^2 - d^2 \cos^2 \theta}} + \frac{d^2 \sin^2 \theta \cos \theta [3l^2 - 2d^2 \cos^2 \theta]}{[l^2 - d^2 \cos^2 \theta]^{3/2}}.$$

Znajdujemy stąd, że dla $\theta = 0$

$$\frac{1}{Mg} \frac{d^2V}{d\theta^2} = \frac{l^2 - 2d^2}{\sqrt{l^2 - d^2}},$$

a więc dla $l > d\sqrt{2}$ mamy minimum, zaś dla $l < d\sqrt{2}$ maksimum.

Natomiast dla $\cos\theta = l/d\sqrt{2}$ znajdujemy, że

$$\frac{1}{Mg} \frac{d^2V}{d\theta^2} = 4d \left(1 - \frac{l^2}{2d^2}\right) = 4d[1 - \cos^2\theta] = 4d \sin^2\theta > 0.$$

Wynika stąd, że jeśli istnieje rozwiązanie równania (b), to opisuje ono zawsze minimum.

Powyższe wyniki można zebrać następująco. Należy rozważyć dwie sytuacje:

(A) $l \geq d\sqrt{2}$

oraz

(B) $l < d\sqrt{2}$.

W przypadku (A) istnieje tylko jedno minimum w punkcie $\theta = 0$. Punkt ten jest więc punktem równowagi trwałej. Odpowiadający mu stan równowagi ma maksymalną symetrię dozwoloną przez dynamikę układu. Rozwiązanie to jest w pełni zgodne z naszą fizyczną intuicją.

Natomiast sytuacja opisywana przez przypadek (B) jest diametralnie różna. Teraz potencjał ma trzy ekstrema: dwa minima i jedno maksimum. W punkcie $\theta = 0$ mamy teraz maksimum, a więc odpowiadający mu stan obdarzony maksymalną symetrią jest stanem równowagi nietrwałej.

Punktami $\theta = \pm \arccos(l/d\sqrt{2})$ odpowiadają minima, opisujące stany równowagi trwałej.

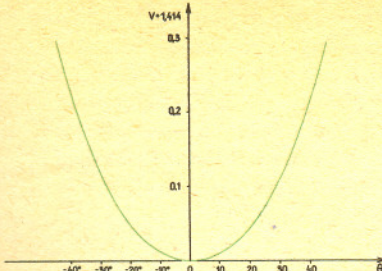
Widać od razu, że stany te mają uboższą symetrię niż stan dla $\theta = 0$. W pewnym jednak stopniu odbiciem symetrii wewnętrznej układu jest fakt, że jeden z tych dwóch stanów jest lustrzanym odbiciem drugiego. Na rysunku 3 przedstawiliśmy omawiane stany równowagi.

Dla lepszej ilustracji omawianej sytuacji podajemy na rysunkach wykres potencjału jako funkcji kąta θ w trzech omawianych przypadkach.

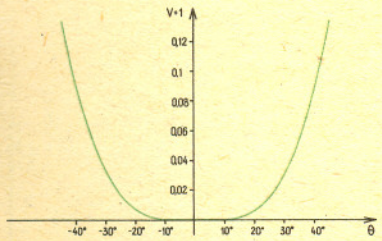
Przedstawiony na rys. 5 przypadek graniczny $l = d\sqrt{2}$ opisuje sytuację, gdy pochodna potencjału ma potrójny pierwiastek. Punkt ten nazywany jest punktem bifurkacji, ponieważ wychodzą z niego dwie gałęzie rozwiązań trwałych.

Chciałbym zachęcić Czytelnika do przeprowadzenia doświadczenia z omawianym tutaj układem dynamicznym. Będzie ono ciekawą ilustracją teoretycznych rozważań. Występujące dodatkowo tarcie pozwoli na sprawdzenie, że stan równowagi nietrwałej jest rzeczywiście stanem równowagi.

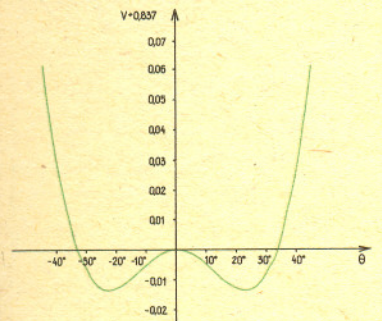
Na zakończenie chciałbym podkreślić jeszcze raz fakt pojawiania się stanów równowagi o symetrii uboższej niż maksymalna. Nic przecież w naszym modelu nie wyróżnia ani kątów dodatnich, ani ujemnych. A jednak istnieją stany równowagi trwałej wyróżniające odpowiednie znaki. Wynik ten jest związany ze zjawiskiem bifurkacji i może zachodzić jedynie w teoriach nieliniowych.



Rys. 4. Wykres potencjału ($V+1,414$) dla $l = \sqrt{3}d$.



Rys. 5. Wykres potencjału ($V+1$) dla $l = \sqrt{2}d$.



Rys. 6. Wykres potencjału ($V+0,837$) dla $l = \sqrt{1,7}d$.



Zadania

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

M 151. Udowodnić, że dla każdej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność $2^{\sin x} + 2^{\cos x} \geq 2^{1-1/\sqrt{2}}$.

Rozwiązanie na str. 6

M 152. Za 10 gwoździ, 4 haki i 1 nakrętkę zapłacono 21 zł, za 7 gwoździ, 3 haki i 1 nakrętkę — 16 zł. Ile trzeba zapłacić za 1 gwoździe, 1 hak i 1 nakrętkę?

Rozwiązanie na str. 6

M 153. Dany wypukły kąt czwórcienny tak przeciąć płaszczyzną, by przekrojem był równoległobok.

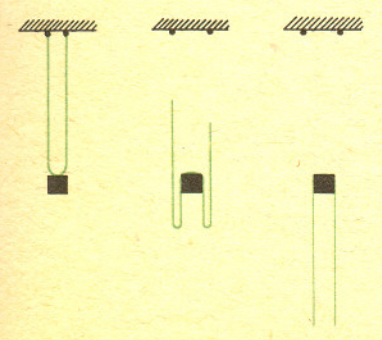
Rozwiązanie na str. 4

Redaguje dr Waldemar GORZKOWSKI

F 51. Z dźwigu budowlanego urwała się cienka, wiotka, nierozciągliwa lina, która zwisając swobodnie dotykała środka nieruchomej belki podpartej na obu końcach (rys. 1). Lina spada tak, jak to pokazano na rysunkach 2 i 3. Masa liny na jednostkę długości wynosi ρ , a jej długość — $2l$. Wiadomo, że belka pęka, jeżeli nacisk na jej środek osiąga wartość N_0 . Jaki warunek muszą spełniać parametry ρ , l i N_0 , aby w czasie spadania liny belka nie pękła?

Uwaga: Zakładamy, że każdy element liny po osiągnięciu właściwego mu położenia końcowego pozostaje nieruchomy.

Rozwiązanie na str. 7



Rys. 1

Rys. 2

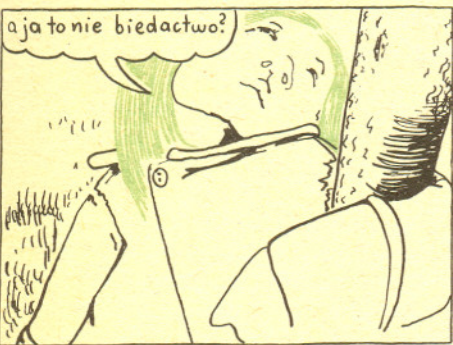
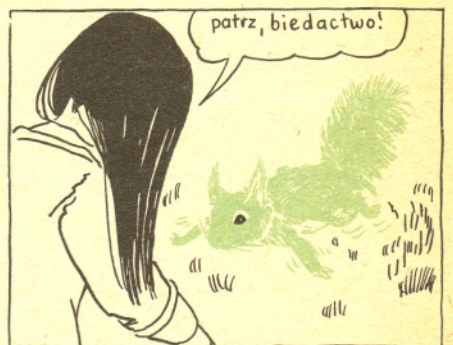
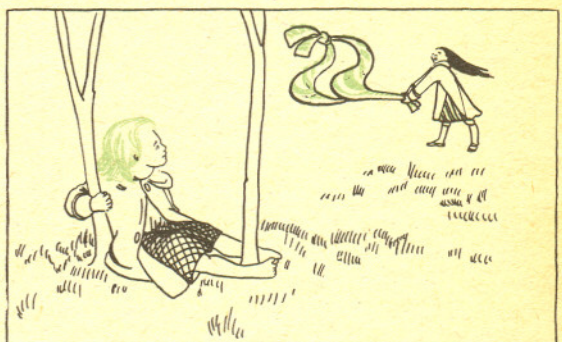
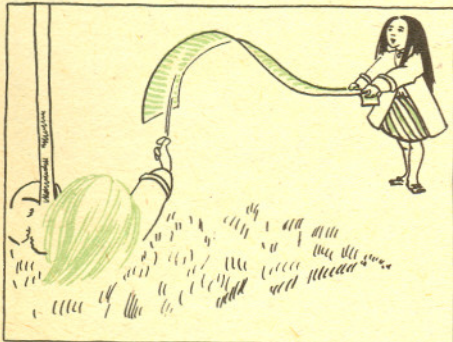
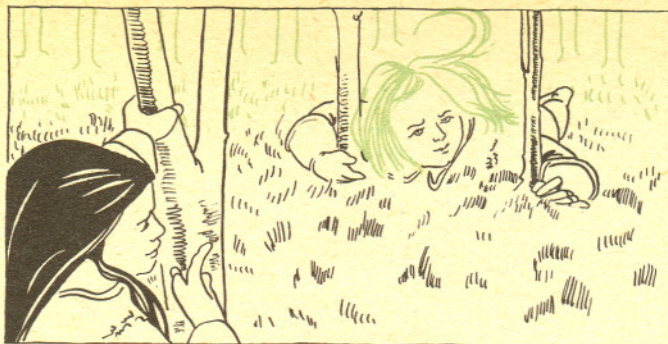
Rys. 3

mała delta

Na każde dwa ciała ślizgające się po sobie działa siła przeciwdziałająca ich względnemu ruchowi. Siła ta zwana siłą tarcia jest wywołana oddziaływaniem między cząsteczkami obu ciał. Wielkość siły tarcia jest proporcjonalna do docisku obu trących się ciał.

Zadanie. Po równi pochyłej o wysokości h zsuwa się klocek. Początkowa prędkość klocka wynosi zero. Jaką prędkość będzie miał klocek u podstawy równi? Tarcie pomijamy.





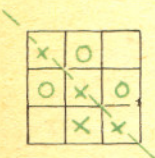
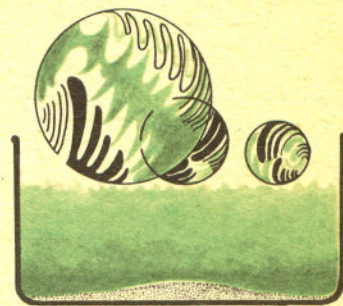
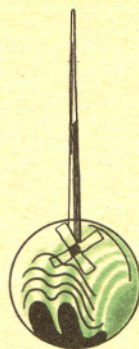
Bańki mydlane, pływające po gazowym dwutlenku węgla

Wiesz na pewno, że po to, aby balon mógł wznieść się do góry, trzeba go napełnić gazem o gęstości mniejszej od gęstości powietrza, na przykład wodorem lub heliem (mówimy często niezbyt ściśle — „gazem lżejszym od powietrza”). A więc w gazie o gęstości większej od powietrza, na przykład w dwutlenku węgla, balon napełniony powietrzem także powinien unosić się do góry. Można to łatwo stwierdzić, posługując się jako balonem bańką mydlaną. Do przeprowadzenia doświadczenia potrzebne są:

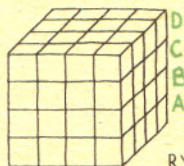
1. Słomka i niewielka ilość wody z płynem FF, szamponem lub mydłem — do robienia baniek.
2. Czubata łyżka stołowa sody oczyszczonej (używa się jej do pieczenia lub jako lekarstwa przeciwko nadkwasocie) — do wytwarzania dwutlenku węgla.
3. Pół szklanki octu.
4. Duży (5 l), dość szeroki garnek z pokrywką — do zbierania dwutlenku węgla.

Doświadczenie przeprowadź następująco:

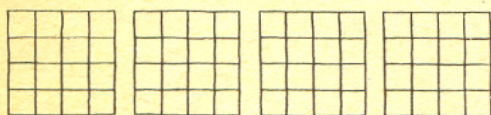
1. Naucz się najpierw wytwarzać nieduże cienkościennie bańki mydlane. Słomka powinna być rozcięta na cztery części i rozgięta. Po nabraniu niewielkiej ilości wody z mydłem wydmuchnij najpierw niewielką bańkę i lekkim szarpnięciem słomki w bok oderwij ją. Teraz, nie nabierając już wody, bardzo delikatnie wydmuchnij drugą bańkę. Musi być ona wyraźnie kolorowa — zabarwienie błonki jest dowodem tego, że jest ona dostatecznie cienka. Teraz lekkim ruchem w bok oderwij słomkę od bańki. Przeprowadzaj próby, aż nabierzesz takiej wprawy, że będziesz umiał szybko zrobić bańkę i wpuścić ją mniej więcej w środek garnka.
2. Teraz możesz przystąpić do napełnienia garnka dwutlenkiem węgla. Wsyp na dno sodę, zalej octem i przykryj pokrywką. Utrzymuj garnek zamknięty, dopóki soda intensywnie reaguje z octem (dopóki słyszysz charakterystyczne syczenie).
3. Zdejmij bardzo delikatnie pokrywkę, uważając, żeby prądy wywołane szybkim ruchem nie wymieszały powietrza z dwutlenkiem węgla, wypełniającym garnek.
4. Zrób bańkę, tak jak się tego nauczyłeś, i wpuść ją możliwie blisko środka garnka. Obserwuj jej ruch. Jak wytłumaczysz zachodzące zjawisko?



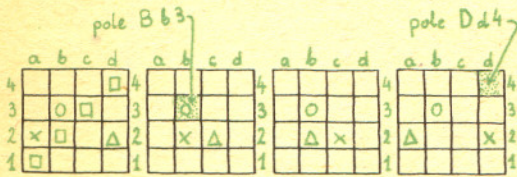
RYSUNEK 1



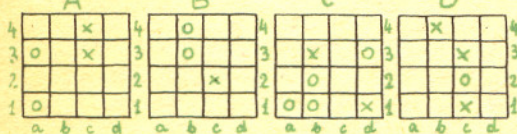
RYSUNEK 2



RYSUNEK 3



RYSUNEK 4



RYSUNEK 5

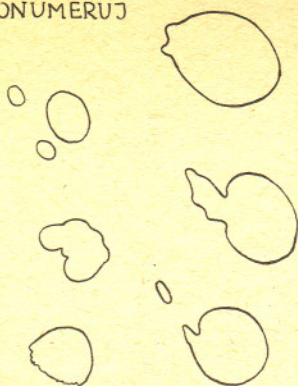
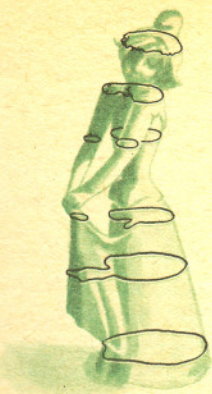
Kółko i krzyżyk w przestrzeni

Czy wszyscy znacie grę w „kółko i krzyżyk”? W tej prostej grze stawiają na dziewięciopolowej kwadratowej szachownicy na przemian kółka i krzyżyki (albo: białe i czarne pionki), a zwycięzcą zostaje ten, kto pierwszy zdoła ustawić trzy swoje znaki w jednym rzędzie (pionowym, poziomym lub na przekątnej) — tak jak na rysunku 1.

Ta gra staje się szybko nieciekawa, bowiem już po kilku partiach można zorientować się, jak grać, by... nie przegrać. Istnieje jej wiele wariantów, a dziś opiszemy pewien mało znany a interesujący wariant „przestrzenny”. Wyobraźmy sobie sześcián o wymiarach $4 \times 4 \times 4$ (rys. 2). W każdej z 64 kostek tego sześciánu każdy z graczy może postawić swój znak (pionek) — jeżeli oczywiście pole jest nie zajęte. Wygrywa ten, kto pierwszy ustawi swoje cztery znaki na jednej linii prostej. Zwycięskich ustawień jest więc dość dużo (Czytelniku: ile?).

Jak jednak praktycznie grać na tak dziwnej „szachownicy”? Wyobraźmy sobie, że oto nasz sześcián został pocięty na poziome plasterki. Ustawmy te cztery plasterki obok siebie (rys. 3), zaczynając na przykład od dolnego.

Na otrzymanych czterech kwadratach możemy teraz stawiać kółka i krzyżyki, a następnie przenosić je w myśli na sześcián. Na rysunku 4 możemy dostrzec, że cztery krzyżyki znajdują się na jednej linii prostej. W jednej linii stoją też i kółka, i trójkąty, i kwadraty. Wyobraźcie sobie, jak te linie przebiegają w sześciánie! Na tym samym rysunku mamy propozycję, w jaki sposób oznaczać pola naszej szachownicy. Przypomina to notację szachową. Ta gra nie zdzudzi się grającym tak prędko, jak jej płaski prototyp. Urok naszej gry polega bowiem na ciągłym konfrontowaniu płaskiego rysunku z trójwymiarową rzeczywistością. Zdarza się, że gracz musi długo przekonywać partnera, że właśnie wygrał! Bywa i tak, że gracz... przegapi własną wygraną — po prostu nie dostrzeże, że jego cztery pionki już stoją na jednej prostej. Jeżeli przeciwnik zauważył to pierwszy, on zostaje zwycięzcą.



Życzymy miłej zabawy. A oto problemy do przemyślenia. O jednym już wspominaliśmy: ile jest możliwych ustawień czterech np. krzyżyków w jednej linii?

Problem 2. Przypuśćmy, że jeden z graczy wyobraża sobie przez cały czas gry, że sześcian został pocięty „pionowo” — tak, że kwadrat A wyobraża lewą pionową ścianę itd. Drugi z graczy widzi te kwadraty tak, jak to sugerowaliśmy na początku (A — dolny itd.). Czy może to doprowadzić do różnicy poglądów na temat, czy określone pionki stoją w jednej linii? — przy czym każdy z graczy będzie miał rację z uwagi na własny sposób składania „sześciannu” z „kwadratów”?

Problem 3. (praktyczny). Spójrzcie na rysunek 5 i poradzcie „krzyżykom”, jaki ruch mają wykonać, aby wygrać. Nie myślcie, że wygrywają już za pierwszym ruchem!

Małą Deltę opracowali: Jerzy GINTER i Michał SZUREK.



Rozwiązanie marcowej Radio-Delty

Zadanie. Podczas zaćmienia Słońca wierzchołek cienia Księżyca styka się z powierzchnią Ziemi. Podczas zaćmienia Księżyca natomiast średnica stożka cienia Ziemi w odległości równej odległości Księżyca od Ziemi jest 2,5 raza większa od średnicy Księżyca.

Należy obliczyć średnicę Księżyca przyjmując, że średnica Ziemi wynosi 12 700 km i zakładając, że Słońce jest bardzo daleko.

Rozwiązanie. Wiemy, że:

- (1) odległość Ziemia—Słońce jest znacznie większa niż odległość Ziemia—Księżyc,
- (2) odległość Ziemia—Księżyc (r_{zk}) jest znacznie większa niż rozmiary Ziemi i Księżyca (d_z i d_k).

Wykonujemy szkicowy rysunek. Z (1) wynika, iż tworzące stożków cienia całkowitego Księżyca i Ziemi są do siebie praktycznie równoległe ($CA \parallel C'A'$). Z (2) wynika z kolei, że:

- A) oba stożki są bardzo wydłużone (tworzące są prawie prostopadłe do podstawy) i można przyjąć, iż średnicą podstawy stożka cienia Księżyca jest średnica Księżyca, podobnie dla stożka cienia Ziemi ($BC = d_k/2$ i $OC' = d_z/2$),
- B) wysokość stożka cienia Księżyca jest praktycznie równa odległości Ziemia—Księżyc.

Wykreślając z punktu A' równoległą do linii łączącej środki Księżyca i Ziemi, otrzymujemy trójkąt $A'B'C'$, który jest przystający do trójkąta ABC , ponieważ podstawy są równe $AB = A'B' = r_{zk}$, oba trójkąty są prostokątne i mają równe kąty $\sphericalangle CAB = \sphericalangle C'A'B'$ (są to kąty o ramionach parami równoległych).

Stąd $C'B' = CB$, a więc $d_z = d_c + 2BC = d_c + d_k$,

czyli $d_z = 2,5d_k + d_k = 3,5d_k$ skąd $d_k = d_z/3,5 = 12\,700\text{ km}/3,5 \approx 3600\text{ km}$.

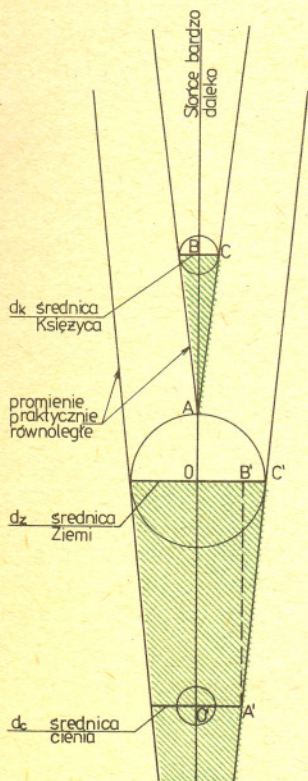
Rozwiązanie zawiera uproszczenia i daje wynik niedokładny — jak zawsze w fizyce czy astronomii. Nie warto jednak przeprowadzać dokładniejszej analizy geometrycznej, ponieważ dane są przybliżone, a od nich głównie zależy wartość rozwiązania.

Przed wszystkim odległość Księżyca od Ziemi zmienia się w granicach od ok. 356 000 km do ok. 407 000 km, a jego kątowa średnica od ok. 34' do ok. 29', więc pierwsza informacja w zadaniu jest niedokładna, ponieważ może się zdarzyć, że średnica cienia Księżyca przesuwającego się po powierzchni Ziemi wynosi kilkaset kilometrów lub też, że wierzchołek stożka cienia jest nad powierzchnią Ziemi (tzw. zaćmienie obrączkowe).

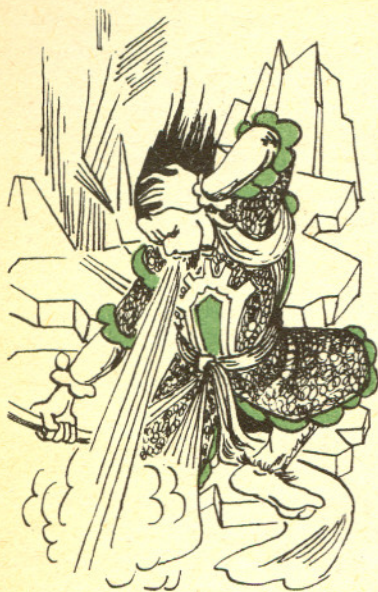
Wynik jest tylko dobrym przybliżeniem. Dobrym, gdyż z dokładniejszych pomiarów wynika, że $d_k = 3474\text{ km}$.

Autorem pomysłu określenia rozmiarów Księżyca oraz jego odległości od Ziemi w taki sposób był grecki astronom Arystarch z Samos (ok. 320 — ok. 250 p.n.e.), jeden z prekursorów teorii heliocentrycznej.

Audycje nasze nadajemy w programie IV, w każdy trzeci czwartek miesiąca o godz. 1000



Odpowiedz na problem 3:
C2. w następnym ruchu C2a, potem C2f.
I wróćcie atak nie do odpiera na A2f.
Kolejność ruchów może być nieco inna.



Czy zimna woda zamarza szybciej niż gorąca? Odpowiedź wydaje się oczywista. Dlatego zaskoczyło mnie, gdy w jednym z zeszytorocznych numerów Scientific American natknąłem się na artykuł Jearla Walkera opisujący doświadczenia wykazujące wbrew intuicji, że to właśnie gorąca woda zamarznie prędzej niż zimna. Okazuje się zresztą, że w krajach o zimnym klimacie ludzie wiedzą o tym. Poidełka dla ptaków napelnia się zimną wodą, chłodną wodą myje się samochody, uważając, zresztą jak się okazuje słusznie, że opóźni to jej zamarzanie. Zagadnieniem tym nikt się poważniej nie interesował, dopóki student Wyższej Szkoły w Tanzanii, Erasto Mpemba, nie odkrył ponownie tego zjawiska i nie opublikował wyników. Publikacja wywołała sporo rozgłosu. Jedni twierdzili, że efekt jest dobrze znany, inni, że obserwacja jest błędna. Oryginalna obserwacja była dziełem przypadku. Studenci mieli za zadanie zbadanie technologii produkcji lodów. Należało ogrzać mleko, zmieszać z cukrem, ostudzić mieszaninę do temperatury pokojowej i wstawić do zamrażalnika. Pewnego dnia Mpemba i jego kolega wstawili swoje mieszanki równocześnie do zamrażalnika, ale spiesząc się nie trzymali się instrukcji. Mpemba nie ostudził mieszaniny, a kolega w ogóle nie podgrzał mleka. Ku ich zdumieniu lody Mpemby były gotowe znacznie wcześniej.

Jak wytłumaczyć zjawisko? Początkowo uważano, że gorące naczynie rozpuszcza warstwę szronu w zamrażalniku i w ten sposób tworzy się ze ściankami lepszy kontakt termiczny. Zjawisko można jednak również zaobserwować, jeżeli oba naczynia są na podkładce izolującej, na przykład z korka.

Inne uświłowania wyjaśnienia zjawiska próbują uwzględnić następujące czynniki: Cyrkulacja płynu w gorącym pojemniku jest lepsza niż w zimnym. W zimnej wodzie jest więcej rozpuszczonego powietrza niż w gorącej, co opóźnia zamarzanie. Gorąca woda szybciej paruje niż zimna, a więc w efekcie trzeba więcej zamrozić zimnej wody niż gorącej. Nie znalazłem w literaturze rozwiązania problemu, który lub które z czynników są odpowiedzialne za obserwowane zjawisko. Proponujemy przeprowadzenie samodzielnych badań. Problem wbrew pozorom nie jest prosty. Nie wiemy na pewno, jaki jest mechanizm zjawiska, nie możemy podać dlatego szczegółowej instrukcji, jak postępować i wpływ jakich czynników będzie najistotniejszy. Możemy jedynie zwrócić uwagę na pewne zagadnienia metodologiczne.

1) Należy zastanowić się, jak najprościej zjawisko to zaobserwować i ocenić ilościowo. Proponujemy taką serię pomiarów, aby w ustalonych zewnętrznych warunkach wyznaczyć czas stygnięcia do temperatury 0°C w zależności od początkowej temperatury wody. Można to przeprowadzić albo w zamrażalniku lodówki, albo korzystając z mroźnej pogody na wolnym powietrzu. W tym ostatnim przypadku należy wystawić równocześnie całą serię identycznych naczyń z różną temperaturą początkową wody, ponieważ warunki zewnętrzne zmieniają się w niekontrolowany sposób. Rysunek pokazuje przykładowo zależność czasu stygnięcia od temperatury początkowej dla jednej serii pomiarów wykonanych przez Jearla Walkera.

2) Warunki przeprowadzania eksperymentu powinny być tak dobrane, aby wyniki były powtarzalne. Przy doświadczeniach na wolnym powietrzu należy osłonić naczynia od wiatru, zasłonić przed Słońcem i dla każdej serii pomiarów notować temperaturę powietrza.

3) Osobny problem stanowi sposób wyznaczania temperatury. Można by tu zastosować termoparę i odczytywać temperaturę wody w sposób ciągły, bo korzystanie z termometru wymaga częstego zaglądania do zamrażalnika, co nie jest wskazane. A może wynajdziecie inny sposób sygnalizacji, że woda pokrywa się lodem?

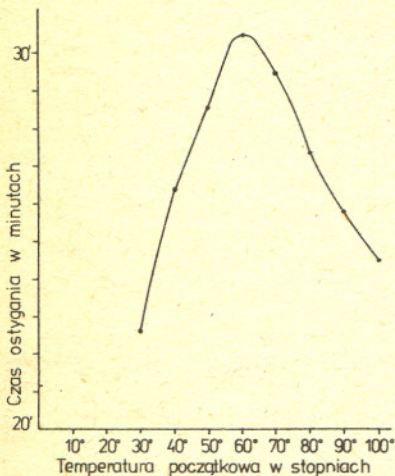
4) Przebieg zjawiska może zależeć od wielu zewnętrznych czynników, jak masa wody, kształt naczynia, materiał, z którego jest zrobione, ilość rozpuszczonego gazu, szybkość parowania, cyrkulacja cieczy. Doświadczenie należy tak przeprowadzać, aby kontrolować wpływ tych czynników.

Nie dajemy zresztą żadnej szczegółowej instrukcji. Nie proponujemy bowiem doświadczenia szkolnego, a rzeczywistą pracę badawczą. Należy tak dobrać warunki doświadczenia, aby odpowiedzieć możliwie precyzyjnie na co najmniej dwa pytania:

a) Czy i w jakich warunkach obserwuje się omawiane zjawisko?

b) Jak najprościej wytłumaczyć obserwowany efekt?

Czekamy na listy. Najciekawsze wyniki opublikujemy. Nie oferujemy żadnej nagrody — nie jest to konkurs. Praca naukowa nie może być robiona dla nagrody, bo najwyższą nagrodą jest satysfakcja z poznania czegoś nowego.



W początku bieżącego roku w ZSRR rozpoczęły się prace studyjne nad budową akceleratora w zakresie 1000 GeV. Zostanie on ulokowany na terenie laboratorium w Sierpuchowie, gdzie obecnie działa akcelerator 76 GeV.

W sztolniach kopalni soli zespół prof. G. N. Florowa ze Zjednoczonego Instytutu Badań Jądrowych w Dubnej bada meteoryty. W warunkach możliwie dobrej izolacji od zewnętrznego promieniowania poszukuje się rozpadów superciężkich pierwiastków. Uzyskano dane wskazujące, że długo poszukiwany superciężki ($Z > 120$) pierwiastek istnieje. Nie oznaczono jeszcze jego liczby masowej.



W czerwcu 1976 pisaliśmy o odkryciu cząstki J/ψ , która zapoczątkowała odkrycie całej rodziny cząstek związanych z istnieniem czwartego powabnego (charm) kwarku. Stoimy obecnie wobec nowego odkrycia wymagającego wprowadzenia piątego kwarku. W eksperymencie prowadzonym przez laboratoria Columbia, Fermilab, Stony Brook pod kierunkiem Leona Ledermana odkryto rodzinę rezonansów o masie około 10 GeV (dziesięć razy cięższych od protonu), rozpadających się na dwa leptony $\mu^+ \mu^-$. Pierwszy z nich oznaczono grecką literą ypsilon ψ . Jak będzie się nazywał piąty kwark trudno przewidzieć. Proponuje się nazwy Truth, Beauty (Prawda, Piękno). Lista kwarków wydłuża się, a niektórzy sądzą, że jest ich co najmniej 6. Powoli zatracamy piękno prostego budowania całej materii z małej ilości elementarnych składników.

Kącik filatelistyczny - Deltę

Trzykrotnie już można było znaleźć na łamach Deltę reprodukcje znaczków pocztowych: w październiku 1976 r. reprodukcję znaczka polskiego wydanego z okazji dwudziestej rocznicy powstania Zjednoczonego Instytutu Badań Jądrowych w Dubnej, w marcu 1977 r. reprodukcje serii znaczków Nikaragui przedstawiającej „dziesięć formuł matematycznych, które zmieniły oblicze Ziemi”, a we wrześniu 1977 r. reprodukcję znaczka NRD wydanego dla uczczenia 200-lecia urodzin Gaussa. Biorąc pod uwagę wielką popularność filatelistyki będziemy od dzisiaj prowadzić kącik filatelistyczny. Zamierzamy reprodukować i omawiać znaczki o tematyce związanej z matematyką i fizyką. Okazuje się, że istnieje dość dużo takich znaczków. Przedstawiają one portrety sławnych uczonych, przyrządy i aparaturę naukową, upamiętniają rocznice wielkich odkryć, ważne kongresy itp. Mamy nadzieję, że zainteresuje to naszych Czytelników, a może nawet skłoni niektórych do zbierania znaczków pod tym kątem. Zbieranie „tematyczne” jest obecnie uznane za pełnoprawną dziedzinę filatelistyki i interesująco opracowany zbiór tego typu, nawet nie zawierający specjalnie rzadkich i kosztownych pozycji, ma wszelkie szanse na wyróżnienie na wystawach filatelistycznych. A opracowywanie takiego zbioru jest przyjemnym i dającym wiele satysfakcji zajęciem. Życzymy powodzenia!

Dzisiaj przedstawiamy znaczek „Alegoria fizyki” wydany przez pocztę Księstwa Liechtenstein w roku 1969. Projektant znaczka, znany grafik szwajcarski Hans Erni, umieścił symboliczną postać ludzką na tle układu linii przedstawiających pole wytwarzane przez układ dwóch ładunków elektrycznych.

A w następnych numerach postaramy się przedstawić historię rozwoju fizyki na znaczkach pocztowych.



Jerzy BARTKE

Stałem na środku górskiej polany, a właściwie łączki koło rozwalonej i zarośniętej wsi. Zbierałem dziczkałe czereśnie i czekałem na Magdę. Nagle usłyszałem z daleka okrzyk „Krzysiu”. Pomyślałem: coś się stało Magdzie.

Okrzyk był jakiś dziwny, po chwili uświadomiłem sobie, że ten ktoś wołał „Krysiu” i nieco się uspokoiłem. Wokoło nie było widać żadnej Krysi, ale to jeszcze nie dowód, że jej nikt nie wołał. W pobliżu mogli być inni ludzie.

Chociaż — tu takie pustkowie... Okrzyk się powtórzył. Teraz nie mogłem już rozpoznać imienia. Brzmiało to jak „Krysiu”. Postanowiłem jeszcze poczekać i słuchać uważniej. Teraz usłyszałem dość wyraźnie „Krzysiu”. Ale mogłem się mylić; z drugiej strony, jeśli to Magda mnie woła, nie może znaleźć powrotnej drogi, albo wpadła do jakiejś zapadniętej piwnicy...? Postanowiłem zawołać ją. Huknąłem więc z całych sił „Magda”. Od świerków echo przyniosło moje słowa; brzmiały one mniej więcej jak „Marian”. Zawołałem jeszcze dwa razy i dwa razy usłyszałem „Malwa”. Co za zaklęta wieś, która tak przekręca imiona!

No tak, ale jeśli to taka tutejsza osobliwość, to przecież owo „Krysiu”, które słyszałem, naprawdę jest tylko zniekształconą formą wołacza „Krzysiu”. A zatem istotnie Magda wołała mnie, a przynajmniej ktoś wołał moje imię. Skoro jednak jesteśmy sami we dwójkę na tym bezludziu, to któż by inny kogo innego?

No tak, ale dlaczego akurat Krzysiu miałby się przekształcić w Krysię, mógłby w Rysia, albo Kasię, albo... Trzeba to sprawdzić — krzyknąłem więc „Krzysiu”. Odpowiedź była nieoczekiwana: „Czesiu”. Teraz byłem spokojny — Magda mnie nie wołała. Przypomniałem sobie jednak, że Magda zmieniła się w Mariana i Malwę. A gdyby było tak samo z moim imieniem? Dla pewności powtórzyłem okrzyk. Tym razem nie był to Czesio, z Krzysia owa przeklęta wieś zrobiła Grzesia. A więc nie ma reguły, a więc to pewnie Magda mnie wołała.

A może jednak są reguły — tylko jak je odkryć. Zacząłem wykrzykiwać cały kalendarz, imiona wszystkich możliwych świętych po wiele razy wołałem. Poczyniłem nawet pewne uogólnienia. Na przykład echo nie zachowuje płci imion (Maria — Marian), formy gramatycznej (mianownik: Teofil — miejscownik: Zofii). Oczywiście coś zachowuje — nazwałem to coś „ogólnym znaczeniem brzmieniowym”.

Zza zdziczałego krzaka porzeczek wyszła Magda. Z wyrzutem spojrzała na mnie. — Tak tu pięknie i cicho, dlaczego bez przerwy pokrzykujesz. Czyż nie przyjemniej słuchać szmeru strumyka, szumu jodeł. — Ależ ja tylko chciałem sprawdzić, czy mnie nie wołałaś. — Ja? Nie, nie wołałam. Po cóż by. Cały czas buszowałam w tych porzeczkach. Chyba nawet mógłbyś mnie zobaczyć, gdybyś spojrzał w tę stronę. — Rzeczywiście? Aha, masz rację. Teraz słyszę także ten strumyk.

* * *

Może za chwilę obudzę się i okaże się, że to ktoś wołał mnie od dawna z drugiego pokoju, że wokoło kręcą się ludzie, rozmawiają ze sobą, a ja przez sen słyszę strzępki ich rozmowy. A może się nie obudzę, tylko zostanę na tej polanie porównując głosy ptaków i echa. Może wreszcie po prostu będę tylko słuchał strumyka i odpoczywał.



(O FIZYCE, FIZYKACH I ROLI DOŚWIADCZENIA W NAUKOWYM POZNANIU ŚWIATA)

[...] Takci-to, przez doświadczenie więc Panowie ci [Newton i jemu podobni — red.] chcą przyjść do sił twórczych omatła (materii) i świata fizycznego! — A wszakci, maluczko uwagi, bez żadnej nawet dążności filozoficznej, wystarczy żeby zrozumieć że doświadczenie, chociażby i mogło sięgnąć sił twórczych, czego niezdola bynajmniej, ledwoby potrafiło zaznaczyć jich byt, i niestarczyłoby aby dać poznać warunki i pierwopojęcia tego jistnienia. [...]

[...] Możnaż-ci teraz, z łatwością, powziąć dokładne wyobrażenie o naukach doznawczych, z których uczeni, u naszych nowożytnych narodów cywilizowanych, robią dzisiaj tak przepyszną wystawę.

— Wnetci widać, że właściwie mówiąc, niemasz jeszcze, u tych uczonych cywilizowanych, prawdziwych umiejętności fizycznych.

— Otrzymując oni wprawdzie [...] poznanie mnogich wypadków fizycznych; ale, jakeśmy widzieli, wypadki te, obcemi będąc wszelkiemu poszukiwaniu rozumu człowieczego, niestanowią jeszcze wiedzy. [...] Co większa, ciągle i wzrastające nagromadzenie tych przypadków czyli omatlin [surowców — red.] fizycznych, prędeż jest szkodliwe niż użyteczne, albowiem, z jednej strony, sprawuje że się traci z widoku umówit [ideę — red.] prawdziwej wiedzy, a z drugiej, że przez łatwość jakęć się ma zostania uczonym robiąc doświadczenia jakiegokolwiekładź, przyciąga, do zawodu naukowego rzeszę ludzi co, w społeczności, mogliby pożytecznie użyć swoich zdolności i mienia. — Co do ubrdanych praw jakie uczeni ci spieszą nadawać tym mnogim przypadkom fizycznym, wyciągając je, przez wartkie podgarnianie, z tych przypadków dobrze czy źle zauważonych, terazci dostrzega każdy, [...] jak wątła jest wartość tych praw czysto przypuszczonych i całkiem zagadkowych. [...] Poprzestają, w napyszonej sprzeczliwości na kowaniu [...] przypuszczeń, częściej przegrubiały jak śmiesznych. To też, w skutek pozbawienia się zupełnego tej prawdziwej wiedzy fizycznej, [...] nasi uczeni cywilizowani ludzieć są zwykle najmniej światli z ludzi. Spytajcie jich się coćto omatło, ciepło, światło, elektryczność, życie, itd. [...] a zobaczycie, że niewiedzą więcej jak drudzy.

(O MATEMATYCE, MATEMATYKACH, POJĘCIU NIESKOŃCZONOŚCI I O GEOMETRII)

Co się tyczy potem umiejętności mathematicznych u naszych nowożytnych narodów cywilizowanych, rzekłby kto, iż przewidoczność nieskończona, a przeto pewność samojistna jaką ta umiejętność nosi w sobie opryskiwała [? — red.] ziemiomierców [geometrów — red.] tych narodów cywilizowanych [...]. Z tejto przyczyny, rzeczywiście, sili się upośledzić umiejętności mathematiczne, chcąc z nich wygnąć umówit nieskończoności, to pierwojęcie [podstawę — red.] jich wysokiej przewidoczności i jich pewności samojistnej. Na dowód tego, przytoczym tu [...] zwłaszcza ową pierwszą nagrodę dziesięcioletnią, przez którą Akademia nauk paryska uwieńczyła Theorię funkcij analyticznych Lagrange'a przeznaczoną na wykorzenienie w ten sposób z matematiki tego uprzykrzonego umówitu nieskończoności, który, przy chlubnych uroszczeniach upowszechnianych do bydłectwa, obwieszcział w człowieku przyrodzenie albo stan podnioślejszy. — Co większa, rażeni płodnym umochodem składni [metodą syntetyczną — red.], który doprowadził do wszystkich odkryć dawniejszych, lecz który, swoją koleją, dozwalał przedzierać się twórczej władzy rozumu samojistnego [tzn. zdolnego do bezpośredniego poznania bez pośrednictwa zmysłów — red.], ziemiomiercy cywilizowani wygnali go ze swojej nauki, by go zastąpić umochodem rozbiorowym [metodą analityczną — red.]. [...] Jakoż, właśnie tejto jałowej Rozbiorni, przez którą ziemiomiercy nowożytni tyle robią hałasu, przynależy się jich terażniejsza nieudolność ku zrobieniu jakiegokolwiekładź odkrycia zasadniczego, jak tego dowodzimy zatwierdliwie [...].

*

Cytaty pochodzą z *Odezwy do Narodów Sławiańskich względem Przeznaczeń Świata*, opublikowanej w Paryżu w 1858, a sformułowanej w 1847 roku. Józef Maria Hoene-Wroński — oficer artylerii w powstaniu kościuszkowskim, oficer armii rosyjskiej, filozof, fizyk, astronom i matematyk wierzył, lub, co prawdopodobniejsze, udawał że wierzy, iż odkrył Prawo Najwyższe, z którego jest w stanie wyprowadzić całą wiedzę o świecie. Tworzył też — z siebie chyba tylko wiadomych powodów — całkowicie odrębną terminologię filozoficzną i naukową.

