

## SPIS TREŚCI

|   |         |
|---|---------|
| Esej o informacji<br><i>Mieczysław Lubański</i>   | str. 1  |
| Kosmologia fizyczna — II<br>Paleontologia kosmiczna<br><i>Dr hab. Bronisław Kuchowicz</i>                                     | str. 4  |
| Mała Delta  | str. 7  |
| Geometria algebraiczna —<br>czyli jak sobie poradzić<br>z nieciągłością w geometrii;<br>odcinek II<br><i>Dr Michał Szurek</i> | str. 10 |
| Zadania<br><i>Prof. dr Franciszek Kaczmarek</i>   | str. 11 |
| Laserowa separacja izotopów<br><i>Prof. dr Franciszek Kaczmarek</i>   | str. 12 |
| Laboratorium w domu<br><i>Mgr Krzysztof Tabaszewski</i>   | str. 14 |
| Drobiazgi   | str. 16 |

### W następnym numerze:

### IZOMORFIZM

„Delta”  
 matematyczno-fizyczny miesięcznik  
 popularny  
 Polskiego Towarzystwa  
 Matematycznego i Polskiego  
 Towarzystwa Fizycznego  
 wydawany przy poparciu  
 Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny  
 doc. dr J. Bartke  
 prof. dr Grzegorz Białkowski —  
 przewodniczący  
 doc. dr A. Bączyński  
 doc. dr B. Gleichgewicht  
 doc. dr K. Goebel  
 doc. dr B. Iwaskiewicz  
 doc. dr T. Iwiński  
 prof. dr A. Januszajtis  
 prof. dr Leon Jeśmanowicz —  
 wiceprzewodniczący  
 mgr H. Kaczorek  
 prof. dr B. Karczewski  
 prof. dr M. Kuczma  
 mgr A. Mąkowski  
 prof. dr Z. Pawlak  
 prof. dr A. Piekara

prof. dr Z. Semadeni  
 prof. dr J. Stankowski  
 prof. dr M. Subotowicz  
 doc. dr S. Turnau  
 doc. dr J. Wdowczyk

Redaguje Kolegium w składzie:  
 doc. dr T. Hofmokl — z-ca red. nac.  
 dr T. B. Iwiński  
 B. Jaworska — Kordos — ilustracje  
 dr M. Kordos — red. nac.  
 mgr K. Prażmowski — red. techn. graf.  
 mgr K. Szypcio — sekr. red.  
 doc. dr M. Świącki  
 Adres Redakcji  
 ul. Hoża 69 pok. 151,  
 00-681 Warszawa

Zakład Narodowy im.  
 Ossolińskich — Wydawnictwo  
 Wrocław, Oddział w Warszawie  
 Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark.  
 wyd.; 2,50 ark. druk.;  
 papier offsetowy III kl. 80 g. 61 × 86  
 Wydrukowano w Drukarni im.  
 Rewolucji Październikowej  
 Warszawa, ul. Mińska 65.  
 Nr zam. 719/77 F-11

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60, — cena prenumeraty półrocznej zł 30, —

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch” oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:  
 — do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny  
 — do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.  
 Jednostki gospodarki uspołecznionej instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch”.  
 Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW oraz prenumeratorzy indywidualni, zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.  
 Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

#### Sprzedż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTE”:

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.

Sprzedż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.

Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki konto PKO nr 1-6-100312

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie Przedmieście 7 00-068 Warszawa, Poland or with

— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68,

Bundesrepublik Deutschland.

— Earls Court Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,

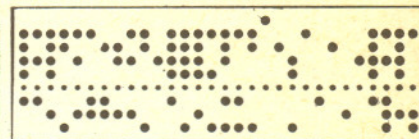
— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze Italia.

Cena 1 egzemplarza zł 5.— nr indeksu 35723/35550

Niektóre dyscypliny wiedzy przeżywają okres rozkwitu, niektóre ustępują miejsca innym, jeszcze inne dopiero się rodzą. Te ostatnie są często bardzo modne, ale to jest niejednokrotnie mylone z rozkwitem. Do takich powstających dyscyplin należy teoria informacji. Uprawia ją, a lepiej byłoby powiedzieć — usiłuje ją stworzyć, wielu. Jaka to jest dyscyplina, mówi poniższy esej. A jaka będzie — zdecydować ci, co ją, być może już niedługo, stworzą.



## Esej o informacji



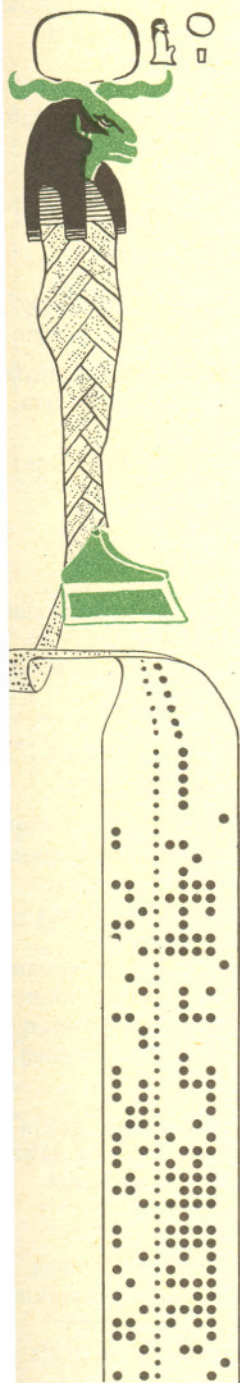
Mieczysław LUBAŃSKI, filozof — matematyk

Matematyka jest nauką, która w umysłach ludzkich budzi podziw i zdumienie. Przysługują jej bowiem dwie, zdawałoby się przeciwne, cechy: 1° jest jedną z najstarszych dziedzin wiedzy ludzkiej, 2° jednocześnie jest bardzo młoda, jeżeli nawet nie młodzieńcza. Raz po raz przecież powstają nowe gałęzie matematyki. I często całkiem nieoczekiwanie. Odnoszą się one zarazem do prawdziwie nowych przedmiotów badań. Przykładem tego rodzaju nowej gałęzi, czy może nawet nowych gałęzi matematyki jest teoria informacji. Jej właśnie chcemy poświęcić nieco uwagi.

Już z samej nazwy „teoria informacji” można wnioskować, że w punkcie wyjścia wspomnianej teorii znajduje się informacja. Słowo to jest używane w języku codziennym, potocznym. W swym podstawowym znaczeniu ma ten sam sens, co słowo „wiadomość”. Na przykład „Mały słownik języka polskiego” (PWN, Warszawa 1968) „objasnia” termin „informacja” między innymi za pomocą terminu „wiadomość” i podobnie termin „wiadomość” — terminem „informacja”. Słowo „informacja” ma dość długą historię. W języku polskim spotykamy je już w wieku XVII w tytule pierwszej polskiej gazety: „Merkuriusz Polski, Dzieje Wszystkiego Świata w sobie Zamykający dla Informacyey Pospolitej”.<sup>(1)</sup> Słowo to, jak i każde inne, przeżyło pewną ewolucję znaczeniową. Współcześnie, oprócz wspomnianego znaczenia pokrywającego się ze znaczeniem terminu „wiadomość”, oznacza ono także miejsce udzielania informacji.<sup>(2)</sup>

Nauka rozpoczyna się z chwilą, kiedy słowom zaczerpniętym z języka codziennego nadaje się ścisłą, jednoznaczną treść, zaś wiedzę potoczną odnoszącą się do pewnej dziedziny ujmuje we wspomniane pojęcia. Zarazem wiedzę tę systematyzuje się i uzasadnia. Innymi słowy, nauka to wiedza operująca jednoznacznymi pojęciami, usystematyzowana i uzasadniona. Przyjmuje się, że pierwszym myślicielem, który dokonał przejścia od wiedzy potocznej do wiedzy naukowej, był Tales.<sup>(3)</sup> Opisanego zabiegu poznawczego dokonała matematyka w odniesieniu do słowa „informacja”. Zaczepnęła je z języka potocznego i przetworzyła intelektualnie. W ten sposób powstała nowa dziedzina badań matematyki, której najwłaściwiej jest nadać nazwę „teoria informacji”. Problematyka teorii informacji (w szerokim znaczeniu tego terminu) jest dziś bardzo rozbudowana i obejmuje co najmniej trzy różne zespoły teorii. Skąd to się bierze? Zilustrujmy złożoność zagadnienia następującym prostym przykładem. Przypuśćmy, że czytamy lub słyszymy komunikat postaci: „Spokojna noc w Bejrucie. Oddziały Arabskiego Korpusu Bezpieczeństwa kontynuują operacje”.<sup>(4)</sup> Komunikat ten niesie pewną informację. Można zastanawiać się, co znaczy zwrot, że uzyskujemy tu pewną informację. Następnie można pytać, jak wiele informacji dostarcza wspomniany komunikat. W jaki sposób można tę wielkość informacji obliczyć? Nadto jest widoczne, że rozważaną informację zupełnie inaczej odbierze młody czytelnik liczący sobie, powiedzmy, piętnasty rok życia, inaczej osoba cywilna, dajmy na to, pięćdziesięcioletnia, która przeżywała II wojnę światową w Polsce, inaczej zaś żołnierz walczący w obronie Warszawy we wrześniu 1939 roku itp. A więc wspomniani przypiszą jednej i tej samej informacji różną wartość. Nasuwa się więc dalsze pytanie, czy i w jaki sposób można oceniać wartość pewnej informacji. Zatem w odniesieniu do wyrazu „informacja” można postawić co najmniej trzy pytania: 1° Co to jest informacja? 2° W jaki sposób obliczać ilość informacji? 3° W jaki sposób oceniać wartość informacji? W ten sposób otrzymujemy trzy obszerne dziedziny badań.

Nauka, która poszukuje odpowiedzi na pierwsze z postawionych pytań, może być nazwana teorią informacji w najwęższym tego słowa znaczeniu. Nauka poszukująca odpowiedzi na drugie pytanie bywa nazywana teorią ilości informacji.



<sup>1</sup> J. Ratajewski, *Wstęp do informacji naukowej*, Katowice 1973, s. 7.

<sup>2</sup> *Mały słownik języka polskiego*, Warszawa 1968.

<sup>3</sup> W. Tatarakiewicz, *Historia filozofii*, t. I, Warszawa 1958, s. 23-24.

<sup>4</sup> „Życie Warszawy” z dnia 17 listopada 1976 r.

Nauka szukająca odpowiedzi na trzecie z wymienionych pytań zwie się teorią wartości informacji. Wszystkie wyżej wspomniane trzy dziedziny wiedzy mogą być nazwane teorią informacji w szerokim znaczeniu tego słowa.

Historycznie pierwszą dyscypliną, odnoszącą się do kompleksu zagadnień związanych z pojęciem informacji, jest teoria ilości informacji. Zwana bywa ona także ilościową teorią informacji. Do dziś jest w użyciu nazwa „teoria informacji”. Jest to jednak nazwa myląca. Istnieje pogląd głoszący, że nadanie nauce o ilości informacji nazwy teorii informacji stanowiło krok bardzo niefortunny.<sup>(5)</sup> Teoria ilości informacji powstała wskutek pojawienia się wynalazku telegrafu i telefonu, a więc dla potrzeb telekomunikacji, czyli przesyłania informacji na duże odległości. Punkt widzenia inżyniera telekomunikacji zaciążył na problematyce, pojęciach i metodach teorii ilości informacji. Nie jest to niczym zaskakującym, ani niewłaściwym. Chodzi jedynie o to, by pamiętać, że obiegowa nazwa „teoria informacji” oznacza (ściśle biorąc) jedynie pewien dość wąski fragment rozważań naukowych z zakresu szerokiej problematyki związanej z pojęciem informacji.

Po tych uwagach wstępnych przejdziemy do krótkiego scharakteryzowania zasygnalizowanych wyżej trzech dziedzin z szeroko rozumianej teorii informacji. Zajmiemy się najpierw sprawą odpowiedzi na pierwsze z wymienionych trzech pytań. N. Wiener, zwany ojcem cybernetyki, przez informację rozumie „treść” zaczerpniętą ze świata zewnętrznego. Bliżej nie precyzuje znaczenia słowa „treść”. Zaznacza jedynie, że informacja nie sprowadza się ani do materii, ani do energii.

Inni autorzy (np. P. Fey, H. J. Flechtner) rozważają zależności zachodzące między informacją, wiadomością i sygnałem, wychodząc z potocznych intuicji. I na tym, w zasadzie, poprzestają. Nie formułują precyzyjnego określenia terminu „informacja”, które byłoby zgodne z potocznym rozumieniem tego słowa. Najpełniejszą do tej pory propozycję, jak się wydaje, przedstawił M. Mazur.<sup>(6)</sup>

Przyjrzyjmy się jej nieco bliżej. Propozycja ta może być nazwana propozycją o charakterze cybernetyczno-komunikacyjnym. Podaje ona zarówno pojęcie informacji, jak i pojęcie informowania. Przez informację rozumie się transformację jednego komunikatu w drugi, czyli jednego stanu fizycznego w stan drugi. Informowanie natomiast jest to transformowanie jednych informacji w drugie. Można wyróżnić różnego rodzaju informowania, jak np. informowanie symulacyjne, dysymulacyjne, konfuzyjne, dalej: transinformowanie, pseudoinformowanie, dezinformowanie, parainformowanie, a także metainformowanie, jak również wyższego stopnia meta-meta... informowania. Określone pojęcia mają zastosowanie w różnych zagadnieniach życia i nauki.

Zaproponowane pojęcie informacji ma pewne własności. Dają się w nim wyróżnić co najmniej trzy specyficzne aspekty. Mianowicie, pojęciu informacji przysługują cecha ontyczności (fizyczności), dynamiczności oraz fluktuacji. Pierwsza z cech polega na tym, że określenie informacji akcentuje stronę przedmiotową, druga — na złączeniu informacji z procesem, trzecia zaś — na możliwości zanikania informacji. Cechy te wskazują na to, że omawiana propozycja nie oddaje wiernie intuicyjnej treści pojęcia „informacja”. Ujmując informację jako proces, wydaje się, że rozważana propozycja podaje nie tyle definicję informacji, ile raczej definicję otrzymywania czy nawet przetwarzania informacji, lub może jeszcze poprawniej: definicję przetwarzania sygnałów niosących informację.

Nasuwa się następująca prosta konkluzja. Nie istnieje do chwili obecnej „dobra” teoria informacji (w najwęższym tego słowa znaczeniu), tj. teoria, która by dawała zadowalającą odpowiedź na pytanie: co to jest informacja, a więc odpowiedź zgodną z naszymi intuicjami.

Na drugie z wymienionych wyżej pytań mamy także wiele odpowiedzi. Istnieją różne teorie ilości informacji. Można wśród nich wyróżnić koncepcje o charakterze statystycznym oraz niestatystycznym. Do ujęć statystycznych należy zaliczyć teorię pochodzącą od H. Nyqvista i R. V. L. Hartleya, zaś wypracowaną przez C. E. Shannona i jego kontynuatorów. Wypada tu wspomnieć A. Feinsteina, który podał aksjomatykę teorii shannonowskiej. Interesujące wyniki uzyskał także L. Brillouin. Spośród ujęć o charakterze niestatystycznym wymieńmy koncepcję podaną przez R. S. Ingardena i K. Urbanika oraz ujęcie kombinatoryczne, algorytmiczne i topologiczne.

W ujęciu shannonowskim wyróżnia się przypadek jednakowo prawdopodobnych stanów oraz „przypadek ogólny”, tj. niejednakowo prawdopodobnych stanów. Rozważmy ten pierwszy przypadek. Niech dany będzie układ  $U$ , który może się znajdować w jednym z  $n$  jednakowo prawdopodobnych odróżnialnych stanów.

(5) Por. R. L. Ackoff, *Decyzje optymalne w badaniach stosowanych*, h, Warszawa 1966 s. 210.

(6) *Jakościowa teoria informacji*, Warszawa 1970.



Wówczas umawiamy się przez ilość informacji, niesioną przez zrealizowanie się jednego ze wspomnianych stanów, rozumieć liczbę daną wzorem:

$$I(U) = I(n) = \log n.$$

Innymi słowy, powyższą ilość informacji otrzymujemy w przypadku zajścia jednego z  $n$  jednakowo prawdopodobnych stanów. Ilość informacji jest więc tu związana ze zmniejszaniem się różnorodności układu. Im mniej jest prawdopodobny stan, tym większą niesie informację w przypadku zrealizowania się. Jeżeli jakiś stan jest pewny, to wiadomość o jego zrealizowaniu się nie daje żadnej informacji, czyli ilość informacji jest wówczas równa zeru. Widzimy więc, że ilość informacji jest tu związana z pojęciem różnorodności, nie zaś z pojęciem wiedzy. Jest to konsekwencją, jak już sygnalizowaliśmy, genety teorii ilości informacji, która wywodzi się z technicznych problemów telekomunikacji. Stąd też bierze się pewna niezgodność między powyższą koncepcją ilości informacji, a intuicyjnym pojęciem ilości informacji, w znaczeniu pewnej ilości wiedzy. Z podanego wzoru wynika, że niezależnie od „jakości” stanów układu otrzymuje się tę samą ilość informacji, jeżeli tylko mamy do czynienia z tą samą liczbą rozróżnialnych stanów.

Zależnie od tego, jaka liczba zostaje przyjęta za podstawę logarytmu, ilość informacji mierzy się w odpowiednich jednostkach. Jeżeli podstawą logarytmu jest liczba 2, to jednostką ilości informacji jest bit (binarna jednostka informacji), jeżeli jest nią liczba e, to jednostką jest nit (naturalna jednostka ilości informacji), jeżeli natomiast jest nią liczba 10, to jednostką jest dit (dziesiętna jednostka ilości informacji). Najczęściej używa się binarnej jednostki informacji. Można także mierzyć ilość informacji w innych jednostkach, np. energii lub entropii. Wówczas należy w podanym wyżej wzorze dopisać dodatnią stałą  $K$ , tj. przyjąć  $I = K \cdot \log n$ , której wartość zależy od rodzaju przyjętych jednostek.

Ostatni wzór można traktować jako ogólny, gdyż dobierając odpowiednio stałą  $K$  można od logarytmu o jednej podstawie przejść do logarytmu o dowolnej innej podstawie.<sup>(7)</sup> Ilość informacji jest funkcją rosnącą, addytywną, przyjmującą wartości nieujemne.<sup>(8)</sup>

Zwrócić uwagę, że w ujęciu shannonowskim przyjmuje się za znane pojęcie prawdopodobieństwa. Za jego pomocą określa się pojęcie ilości informacji. Natomiast Ingarden i Urbanik zaproponowali ujęcie nieprobabilistyczne. Przez informację rozumieją pewną funkcję  $H(X)$  określoną na przestrzeni Boole'a inkluzji, spełniającą trzy proste aksjomaty.<sup>(9)</sup> Okazuje się, że za pomocą tego pojęcia można dojść do pojęcia prawdopodobieństwa.<sup>(10)</sup> Zatem wspomniane dwa ujęcia są logicznie równoważne.

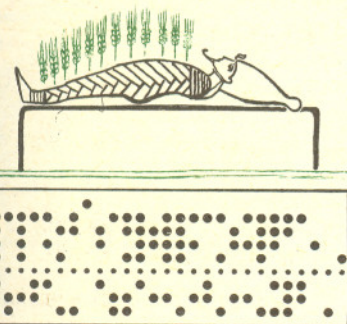
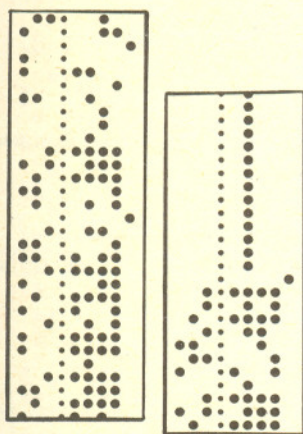
Zauważmy jeszcze, że wypracowane pojęcie ilości informacji może być stosowane jedynie w tych przypadkach, kiedy mamy do czynienia z tzw. pełnym układem prawdopodobieństw, a więc gdy suma prawdopodobieństw poszczególnych stanów układu jest równa jedności.

Rozważmy teraz próby odpowiedzi na trzecie z interesujących nas pytań. Rozważmy zagadnienie osiągnięcia pewnego określonego celu, rozwiązania jakiegoś zadania oraz podjęcia pewnej decyzji. Przypuśćmy, że przed otrzymaniem informacji prawdopodobieństwo osiągnięcia interesującego nas celu było równe  $p_0$ , zaś po jej otrzymaniu przyjęło ono wartość równą  $p_1$ . Powiemy wówczas, że wartość otrzymanej informacji dana jest wzorem  $J = \log_2 p_1 - \log_2 p_0$ . Z podanego określenia widać, że wartości informacji przypisujemy wielkość dodatnią, jeżeli jej otrzymanie zwiększa prawdopodobieństwo osiągnięcia danego celu. W przypadku przeciwnym wartość informacji wyraża się liczbą ujemną.<sup>(11)</sup>

Przypuśćmy, że określone zostało pojęcie nieokreśloności zadania. Przypuśćmy dalej, że przed otrzymaniem informacji interesujące nas zadanie posiadało nieokreśloność równą  $N_0$ , zaś po jej otrzymaniu nieokreśloność zadania przyjęła wartość równą  $N_1$ . Powiemy wówczas, że przekazana została informacja pożyteczna (użyteczna) o wielkości równej różnicy  $N_0 - N_1$ . Z definicji widać, że informacja pożyteczna może przyjmować wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne, a także być równa zeru.<sup>(12)</sup>

Gdy chodzi o podejmowanie decyzji, to chcemy w konkretnej sytuacji podjąć decyzję optymalną. Jeżeli posłużyć się aparaturą teorii gier, to można powiedzieć, że rozważana sytuacja decyzyjna jest przypadkiem pewnego rodzaju gry. Wobec tego przez wartość informacji dla danej decyzji można rozumieć odpowiadający tej informacji przyrost wartości gry, która stanowi matematyczny model rozważanej sytuacji decyzyjnej.

Zasygnalizowane trzy zagadnienia są jedynie wycinkiem z rozległej problematyki związanej z pojęciem wartości informacji.



(7) Mamy:  $\log_a x = (\log_b x) : (\log_b a)$ .

W szczególności: 1 bit  $\approx 0,3010$  dita, 1 nit  $\approx 1,44$  bita, 1 dit  $\approx 0,4343$  nita, 1 nit  $\approx 3,32$  bita, 1 dit  $\approx 2,32$  nita.

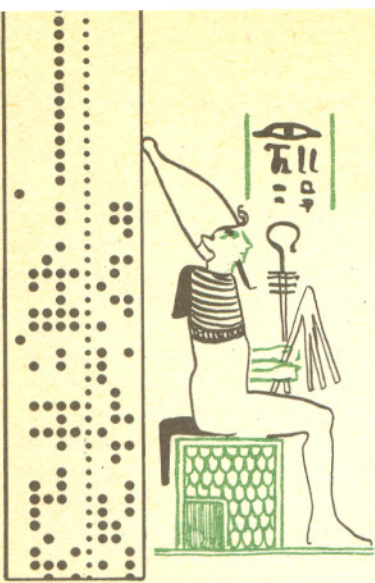
(8) Wynika to bezpośrednio ze wzoru  $I = K \cdot \log n$ .

(9) Przestrzeni Boole'a inkluzji zwie się klasę skończonych pierścieni Boole'a, która spełnia dwa warunki: 1) podpierścień pierścienia należącego do danej klasy też do niej należy, 2) dla każdego pierścienia boolowskiego należącego do danej klasy istnieje pierścień należący do rozważanej klasy, zawierający go jako podpierścień. Definiuje się dalej pierścienie  $H$ -równoważne oraz funkcję regularną. Wspomnianymi aksjomatami są: 1° aksjomat monotoniczności: jeżeli  $Y$  jest podpierścieniem  $X$ , to  $H(Y) < H(X)$ , 2° aksjomat addytywności, 3° aksjomat nierozróżnialności: izomorficzne  $H$ -jednorodne pierścienie są  $H$ -równoważne.  $H$  jest funkcją regularną określoną na przestrzeni Boole'a inkluzji.

(10) R. S. Ingarden, *Simplified Axioms for Information without Probability*, Prace Matematyczne 9 (1965), s. 275.

(11) Jest to koncepcja pochodząca od A. A. Charkiewicza.

(12) Ta koncepcja pochodzi od M. M. Bongarda.



Konkludując powiemy, że mimo uzyskanych do tej pory licznych i ważnych osiągnięć, nie mamy jeszcze adekwatnej teorii informacji w szerokim tego słowa znaczeniu. Istnieją jedynie cząstkowe teorie z trzech dziedzin badań, a więc dotyczące pojęcia informacji, ilości informacji oraz wartości informacji. Opisany stan rzeczy można w jeden tylko sposób rozumieć, mianowicie jako zachętę do dalszych intensywnych badań we wspomnianych dziedzinach, do wszechstronnego zajęcia się zasygnalizowaną rozległą problematyką odnoszącą się do pojęcia informacji.

Osoby interesujące się bliżej problematyką poruszoną w artykule odsyłamy do literatury specjalistycznej. W języku polskim łatwo dostępne są następujące pozycje:  
 L. Brillouin, *Nauka a teoria informacji*, Warszawa 1969.  
 A. Dąbrowski, *O teorii informacji*, Warszawa 1974 (Biblioteczka Matematyczna 34).  
 A. M. Jagłom i I. M. Jagłom, *Prawdopodobieństwo i informacja*, Książka i Wiedza 1963.  
 E. Kofler, *O wartości informacji*, Warszawa 1968.  
 M. Mazur, *Jakościowa teoria informacji*, Warszawa 1970.  
 J. R. Pierce, *Symbol, sygnały i szumy*, Warszawa 1967 (Biblioteka Problemów).  
 W. Sobczak, *Elementy teorii informacji*, Warszawa 1973 (Biblioteka Wiedzy Współczesnej „Omega”).  
 P. M. Woodward, *Wstęp do teorii informacji z zastosowaniem do radaru*, Warszawa 1959.  
 Pomijamy zupełnie literaturę z zakresu cybernetyki oraz informatyki, gdzie (z reguły) wyklada się podstawy teorii ilości informacji (zwanej po prostu teorią informacji).

## Kosmologia fizyczna-II

## Paleontologia kosmiczna

Dr hab. Bronisław KUCHOWICZ

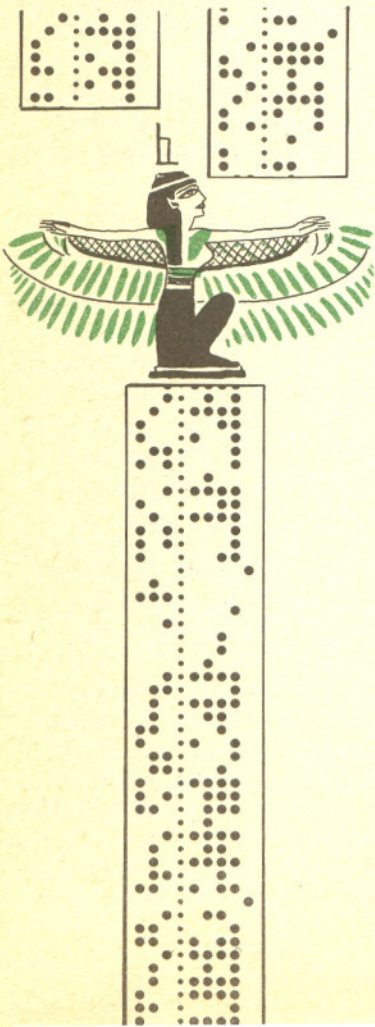
„Dopiero po stworzeniu świata powstało  
 mnóstwo niestworzonych rzeczy”

Stanisław Lec, *Myśli nieuczesane*

W artykule tym przedstawiamy najbardziej prawdopodobną (z punktu widzenia współczesnej fizyki) teorię rozwoju Wszechświata w dalekiej przeszłości.

W poprzednim artykule wskazałem na zasadniczą niemożność sięgnięcia w dziejach Wszechświata bezpośrednio do samego jego początku, tj. do chwili  $t = 0$ . Ta zasadnicza niemożność stanowi konsekwencję użycia opisu kwantowego dla elementarnych składników materii. To, co było od hipotetycznego początku powszechnej ekspansji kosmicznej, tj. od chwili  $t = 0$ , rozmyte jest w czasie i skryte w chaosie pierwotnym aż do chwili  $t_0 = 10^{-44}$  s. Co jednak było dalej? Do rozumienia dziejów Wszechświata w pierwszych fazach jego rozwoju nie wystarczają normalne obserwacje astronomiczne, z których wyciągamy informacje o Wszechświecie już starszym. W nadgęstych jego początkach nie było jeszcze tych struktur astronomicznych (gwiazd, galaktyk, gromad galaktyk), które są tak istotne dla dzisiejszego Wszechświata, ale które są strukturami historycznymi, tj. miały swój początek. Był tylko ów nadgęsty gaz cząstek elementarnych, o którym już wspominałem pod koniec poprzedniego artykułu.

Aktualny stan fizyki cząstek elementarnych, teorii grawitacji itp. pozwala nam na razie na opis ilościowy materii we Wszechświecie od chwili znacznie późniejszej, niż wspomniana już graniczna chwila  $t_0 = 10^{-44}$  s. Możemy cokolwiek powiedzieć o dziejach Wszechświata od chwili  $t_1 = 10^{-12}$  s, której odpowiada gigantyczna w naszym pojęciu gęstość rzędu  $10^{31}$ – $10^{33}$  kg/m<sup>3</sup>. Występującymi dziś we Wszechświecie cząstkami elementarnymi są przede wszystkim cząstki trwałe: nukleony, elektrony, a także cząstki o zerowej masie spoczynkowej (fotony, neutrino, antyneutrino), stanowiące kwanty odpowiednich pól promieniowania — elektromagnetycznego i neutrinowego. Zarówno gęstość cząstek o niezerowej masie spoczynkowej, jak i gęstość promieniowania wyrażać będziemy w dalszym ciągu w jednostkach gęstości masy (kg/m<sup>3</sup>), korzystając ze związku einsteinowskiego  $E = mc^2$  między masą i energią. Obecnie średnia gęstość materii korpuskularnej (jak dalej nazywać będziemy materię pod postacią cząstek o niezerowej masie spoczynkowej) we Wszechświecie jest rzędu  $\rho_k = 10^{-27}$  kg/m<sup>3</sup> — z dokładnością do rzędu wielkości. Gęstość zaś promieniowania tła (patrz Delta 10/1976) jest rzędu  $\rho_{pr} = 10^{-30}$  kg/m<sup>3</sup> — jest więc o trzy rzędy niższa. Nie zawsze tak musiało być, by większa część masy występowała jako materia korpuskularna. Rozszerzaniu Wszechświata towarzyszył nieustanny spadek jego temperatury  $T$ . Jeśli wziąć jakiś obszar przestrzenny o objętości  $V$  poruszający się wraz ze znajdującymi się w nim cząstkami, to zgodnie z wyobrażeniami opartymi na kosmologii geometrycznej (patrz Delta 5/1977) obszar ten z upływem czasu nieustannie będzie wzrastać, jednocześnie wielkości  $\rho_k$  i  $\rho_{pr}$  odnoszące się do zawartej w niej materii będą maleć. Wychodząc bądź to z zasad termodynamiki, bądź też z równań ogólnej teorii względności, wyprowadzić możemy następujące zależności dla omawianych tu wielkości  $\rho_k \sim T^3$ ,  $\rho_{pr} \sim T^4$ ,  $V \sim T^3$ , gdzie znak  $\sim$  oznacza proporcjonalność. Przebieg wielkości  $\rho_k$  i  $\rho_{pr}$  w zależności od temperatury wskazuje, iż niezależnie od tego, o ile dzisiejsza wartość  $\rho_{pr}$  mniejsza byłaby od  $\rho_k$ , kiedyś, w odległej przeszłości musiało być inaczej, tj. przy dość wysokiej temperaturze  $T$ , a więc bardzo dawno, było  $\rho_{pr} > \rho_k$ . Fotony promieniowania tła dysponowały wtedy ogromnymi energiami porównywalnymi z energiami (nie kinetycznymi, a całkowitymi) nukleonów, a nawet większymi od nich!

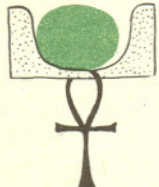
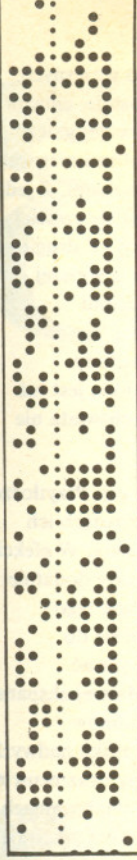


Zwróćmy uwagę na to, że przy ogromnej energii fotonów w owej odległej epoce mogły one z łatwością wytwarzać nie tylko pary  $e^-e^+$  (jak to dziś jeszcze z łatwością czynią wysokoenergetyczne fotony promieniowania kosmicznego), ale i pary proton-antyproton, czy też pary cząstek o jeszcze większej masie spoczynkowej. Wiemy, że procesy tworzenia par odgrywają coraz to większą rolę ze wzrostem energii fotonów. We wczesnych fazach ewolucji Wszechświata, gdy energie fotonów znajdujących się w równowadze dynamicznej z innymi rodzajami cząstek były większe, gęstość materii występującej pod postacią par przewyższała (tym silniej, im było to wcześniej) gęstość materii występującej pod postacią cząstek „nie do pary”. Jeśli dziś nawet we Wszechświecie nie pozostały już żadne antycząstki, to i tak w początkach jego istnienia ilość cząstek i antycząstek była porównywalna. W jakiejś grudce materii, w której panowała temperatura rzędu setek a może i milionów stopni, obok jednego barionu bez pary mogła wtedy istnieć na przykład setka par barion-antybarion w równowadze z wysokoenergetycznym promieniowaniem. Była to równowaga dynamiczna, tj. procesom nieustannego tworzenia par w rodzaju  $\gamma \rightarrow \Lambda + \bar{\Lambda}$  (gdzie  $\Lambda$  oznacza znany z laboratoriów jądrowych hiperon o półokresie zaniku rzędu  $10^{-10}$  s) towarzyszyły biegnące w drugą stronę procesy anihilacji  $\Lambda + \bar{\Lambda} \rightarrow \gamma$ . Obok hiperonów  $\Lambda$  mogły występować przeróżne znane dziś i nie znane bariony i mezony.

Gdy Wszechświat się rozszerzał, gęstość materii w grudce spadała, obniżała się jej temperatura, a także energia promieniowania. Warunki równowagi między wysokoenergetycznym promieniowaniem a parami ulegały stopniowo zmianie na niekorzyść par: coraz trudniej przychodziło tworzyć je z uwagi na malejącą energię kwantów promieniowania. Procesy anihilacji par nadal występowały, równowaga dynamiczna ulegała wyraźnemu przesunięciu na ich korzyść. Wreszcie wszystkie pary uległy anihilacji, pozostał już tylko jeden barion, który nie miał z czym zanihilować. Jeśli zatem w grudce było z początku np. 101 barionów i 100 antybarionów, to w efekcie końcowym, gdy temperatura spadła poniżej pewnej wartości krytycznej, pozostał tylko jeden barion.

Obok barionów drugą ważną składową materii korpuskularnej w początkowej, bardzo gęstej fazie ewolucji Wszechświata były mezony. Wszystkie znane nam dziś mezony są cząstkami nietrwałymi, tymczasem mezony w początkach Wszechświata zachowywały się tak, jak gdyby były cząstkami trwałymi. Podobnie zresztą zachowywały się i wszystkie bariony cięższe od protonu, o których wiemy z laboratorium, że są nietrwałe. Trwałości jednych i drugich sprzyjał zakaz Pauliego. Weźmy dla przykładu hiperon  $\Lambda$  (który normalnie rozpada się, dając proton p i mezon  $\pi^-$ , albo dając neutron n i mezon  $\pi^0$ ). Nie mógł się on wtedy rozpaść, bo dla jednego z możliwych produktów jego rozpadu (n lub p) nie było już dostępnego, nie obsadzonego przez inne neutrony lub protony, poziomu energetycznego. Przy jeszcze większej gęstości materii obsadzone mogłyby być wszystkie poziomy energetyczne dla hiperonów  $\Lambda$  aż do pewnej dość wysokiej energii, tak że np. nie do pomyslenia stałyby się rozpad hiperonu  $\Xi^-$ , w którym powstać miałyby hiperon lżejszy,  $\Lambda$ . Rozumowanie to można powtarzać, zbliżając się ku gęstościom coraz większym, przy których na skutek działania zakazu Pauliego stabilizowałyby się coraz to cięższe bariony. W pośredni sposób zakaz ten doprowadziłby i do stabilizacji mezonów, które jako cząstki o spinie całkowitym zakazowi temu same nie podlegają. Weźmy dla przykładu ujemne piony, które w warunkach ziemskich rozpadają się, tworząc nieco mniej nietrwałe miony  $\mu^-$  i antyneutrino mionowe  $\bar{\nu}_\mu$ . Gdyby mezon  $\pi^-$  miał się rozpaść w materii o gęstości ponad  $10^{21}$  kg/m<sup>3</sup>, wtedy wytworzone miony  $\mu^-$ , które mają spin półkowy ( $1/2\hbar$ ) i podlegają zakazowi Pauliego, nie znalazłyby dla siebie dostępnych do obsadzenia stanów. Analogicznie, przy coraz to wyższych gęstościach stabilizowałyby się coraz to cięższe mezony. W rezultacie, przy gęstościach przewyższających o rzędy wielkości gęstość materii w jądrze atomowym (tj. wartość ok.  $10^{17}$ - $10^{18}$  kg/m<sup>3</sup>) dominującym składnikiem materii stałyby się bariony i mezony, tj. cząstki silnie oddziałujące, zwane łącznie hadronami. Dziś znamy z laboratoriów setki rodzajów tych cząstek, przy czym z wyjątkiem protonu (i neutronu, ale tylko związanego w jądrach atomowych, a nie swobodnego!) wszystkie one są nietrwałe. Wszystkie one mogły jednak występować w materii nadgęstej w początkach Wszechświata. Leptonów natomiast, tj. cząstek lekkich, oddziałujących słabo znamy wyłącznie cztery:  $\mu^-$ ,  $e^-$ , oraz dwa rodzaje neutrin:  $\nu_\mu$  i  $\nu_e$ .

Wynika stąd istotna dla wyobrażeń o nadgęstej materii w początkach dziejów Wszechświata konsekwencja. Ponieważ leptonów jest tak mało, stanowiły one wtedy jedynie nieznaczny ułamek masy we Wszechświecie. Zakaz Pauliego sprzyjał temu, by praktycznie całość masy znajdowała się pod postacią hadronów. Jeśli nawet przyjąć dzisiejszy stosunek znanych leptonów do hadronów: 1/100, to nawet biorąc pod uwagę większe masy spoczynkowe hadronów niż leptonów (co przy ogromnych energiach kinetycznych tych cząstek nie odgrywało większej roli) widać, że było do dyspozycji 100 stanów hadronowych w porównaniu z jednym stanem leptonowym. Materia była więc jak gdyby „przepompowana” w stany hadronowe. Gdy jednak Wszechświat stopniowo się rozszerzał, zakaz Pauliego stawał się coraz mniej skutecznym narzędziem stabilizacji owych stanów hadronowych. Przede wszystkim, jak widzieliśmy, w miarę obniżania się temperatury spadała energia fotonów i równowaga dynamiczna  $\gamma \rightleftharpoons$  hadron + antyhadron ulegała przesunięciu na lewo. Anihilowały pary, a jednocześnie coraz więcej hadronów o dużych masach spoczynkowych rozpadało się, uwalniały się bowiem wolne miejsca dla produktów ich rozpadu.



**Czytelnicy proponują**

Kol. Keraj MALEWSKI ze Świdnicy: „Sądzę, że podane niżej rozwiązanie zadania M121 z „Deltę” 5/1977 jest prostsze:

$$\text{Tw. } (a, b \in \mathbb{R} \wedge \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1) \Rightarrow a^4 + b^4 \geq (a+b)^2$$

Dowód. Zachodzą dwie oczywiste nierówności:

$$(a^2 - b^2)^2 \geq 0 \quad \text{i} \quad (a-b)^2 \geq 0$$

i z założenia

$$a^2 + b^2 = a^2 b^2$$

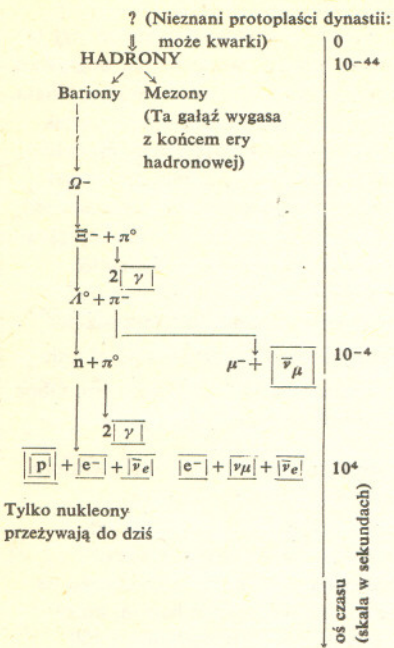
Wynika stąd, że

$$a^4 + b^4 \geq 2(a^2 + b^2) \quad \text{i} \quad a^2 + b^2 \geq 2ab,$$

czyli

$$a^4 + b^4 \geq a^2 + b^2 + 2ab, \\ a^4 + b^4 \geq (a+b)^2, \text{ c.d.n.}''$$

(Wynika stąd również, że podane przez nas rozwiązanie było dłuższe, ale za to bardziej skomplikowane, na co zwróciło uwagę wielu Czytelników — Red.)



### POTĘGA I UPADEK DYNASTII HADRONÓW

W ramach umieszczono te cząstki, które do dziś przeżyły; w podwójnej ramce — barion, w pojedynczych leptony i foton

Amerykański kosmolog, Edward R. Harrison, jeden z rozdziałów swej rozprawy o wczesnych stadiach ewolucji Wszechświata zatytułował nawet „Upadek pewnej dynastii”. Istotnie, chodzi tu o upadek początkowo bujnie rozrodzonej dynastii hadronowej. Wygasa najpierw jej gałąź mezonowa, z gałęzi zaś barionowej pozostają w końcu tylko nukleony: trwały proton i nietrwały, ale stosunkowo długożyciowy, neutron. Zagłada tej gałęzi odbywa się dwoma sposobami. Z jednej strony bariony anihilują z antybarionami, wśród produktów ich rozpadu pojawiają się częściej mezony niż fotony, ale i mezony anihilują z sobą, dając różne leptony i antyleptony. Z drugiej znowu strony, bariony spadają z wyższych poziomów energetycznych, tj. ze stanów o wyższej masie spoczynkowej, na niższe. W tabelce obok widać przykład degrengolady hadronu (barionu  $\Omega^-$ ). Tak czy inaczej, mniej więcej po upływie jednej dziesiątysięcznej części sekundy od początku ekspansji Wszechświata giną praktycznie wszystkie hadrony z wyjątkiem nukleonów. Kończy się *era hadronowa*. Gęstość materii we Wszechświecie jest już wtedy mniej więcej taka, jaką mamy dziś w jądrze atomowym. Temperatura Wszechświata nie przekracza wartości  $10^{12}$  K. Zaczyna się *era leptonowa*.

Już w erze poprzedniej występowała pewna liczba leptonów. Było ich jednak niewiele. Przytłoczone były obecnością licznych hadronów. Teraz jednak te ostatnie rozpadły się, a w rozpadach ich (jak widać choćby z przedstawionego szkicu) narodziły się nowe leptony i antyleptony. W efekcie, od chwili  $t_2 = 10^{-4}$  s na populację Wszechświata złożyły się przede wszystkim miony dodatnie i ujemne, elektrony i pozytony, dwa rodzaje neutrin i dwa rodzaje antyneutrin. Obok tego pozostały oczywiście fotony i nukleony. W tej erze oddziaływania silne (odnoszące się do hadronów) przestały grać decydującą rolę, ewolucję Wszechświata zaczęły determinować oddziaływania elektromagnetyczne i słabe. Ze spadkiem gęstości materii podczas dalszej ekspansji Wszechświata spadają energie wszystkich cząstek, dopuszczalny staje się rozpad mionów ( $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ ,  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ ) w procesach anihilacji par  $\mu^- - \mu^+$  i  $e^- - e^+$  znika nadwyżka antyleptonów nad leptonami. Erę leptonową przeżywają ostatecznie tylko elektrony oraz neutrina i antyneutrina. Jednocześnie neutrina i antyneutrina, które nie biorą udziału w oddziaływaniach elektromagnetycznych, jak gdyby zrywają łączność z resztą świata cząstek, praktycznie przestają z nim oddziaływać, zamykają się we własnym gronie.

Mniej więcej po upływie czasu  $t_3 = 10$  sekund od początku ekspansji Wszechświata zaczyna się kolejna era, którą nazwano *erą radiacyjną*. Trwa ona około miliona lat, Wszechświat nadal stygnie, a główny wkład do gęstości materii kosmicznej wnoszą cząstki promieniowania. Ze składowej korpuskularnej przetrwały jedynie elektrony z protonami i neutronami. Dostrzegalne stają się rozpady neutronów (przypominamy, że półokres ich jest rzędu 10 minut, we wcześniejszych fazach neutrony były więc praktycznie trwałe), możliwe staje się tworzenie pierwszych jąder złożonych — deuteronów.

Powstanie pierwszych jąder złożonych uwarunkowane jest tym, że energia średnia fotonów zdołała w międzyczasie spaść do wystarczająco niskiej wartości, mniejszej od energii wiązania najlżejszego jądra złożonego, deuteronu, która wynosi ok. 2,2 MeV. Tworzą się kolejno deuteron i dalsze jądra w procesach:  $p + n \rightarrow D + \gamma$ ,  $D + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$ ,  ${}^3\text{He} + n \rightarrow {}^4\text{He} + \gamma$ . Przeszkodę w powstawaniu dalszych jąder stanowi fakt nieistnienia jakiegokolwiek, choćby odrobinę czasu istniejącego, jądra o liczbie masowej  $A = 5$ . Praktycznie nic nie da się dołączyć do bardzo trwałego helu  ${}^4\text{He}$ . I neutrony, i protony odpryskują od tego jądra jak groch od ściany. Jedynie w wyjątkowych przypadkach, gdy jądro lżejszej odmiany helu z trudem przechodzi przez wysoką barierę kulombowską wokół  ${}^4\text{He}$ , powstaje nietrwałe jądro berylu  ${}^7\text{Be}$ , z którego po wychwycie elektronu tworzy się trwały lit  ${}^7\text{Li}$ . I to już wszystko. Kończy się łańcuch procesów pierwotnej syntezy pierwiastków. Trwa ona około pół godziny. Dalsze procesy powstawania pierwiastków odbywają się już we wnętrzach gwiazd, zasadniczą zaś postacią, w jakiej występuje materia, są jej lokalne skupiska zwane galaktykami.

Gdy zaś gęstość energii promieniowania spadła poniżej gęstości energii związanej z materią korpuskularną, możliwe stało się tworzenie lokalnych zagęszczeń materii pod wpływem siły grawitacyjnej. Zaczęła się *era gwiazdowa*, zwana też *erą galaktyk*, trwająca do dziś. Powstały w niej i tworzą się do dziś gwiazdy, zasadniczą zaś postacią, w jakiej występuje materia, są jej lokalne skupiska zwane galaktykami.

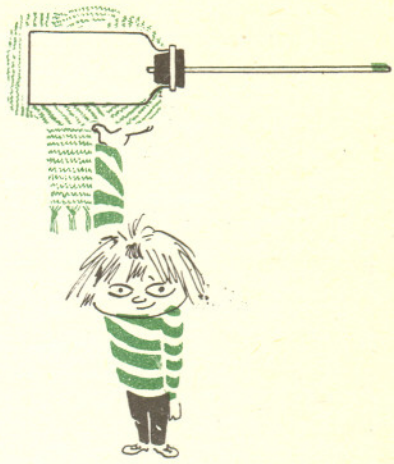
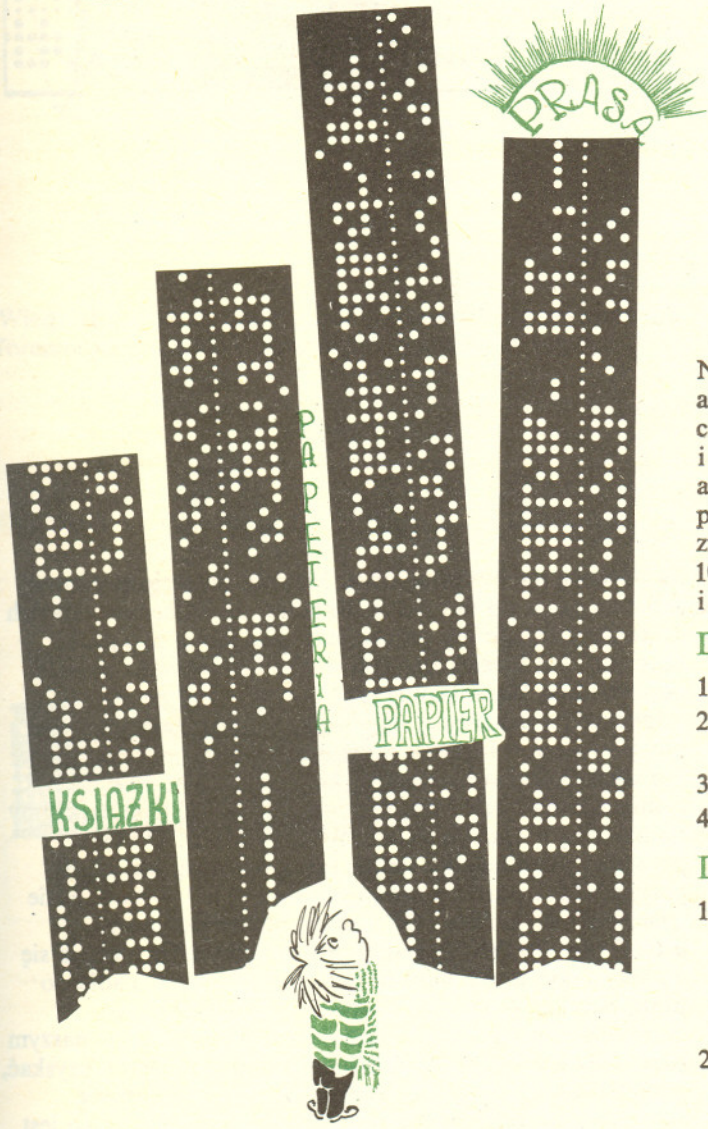
Kolejne ery ewolucji Wszechświata, wraz z przybliżonymi wartościami czasu, temperatury i gęstości materii przy przejściu od jednej do drugiej, przedstawiłem na diagramie obok.

Zwróćmy jeszcze raz uwagę na fakt, że spośród wszystkich cząstek elementarnych, o których była mowa, jedynie protony, neutrony (w jądrach atomowych), elektrony, neutrina i fotony występują powszechnie w przyrodzie. Wszystkie inne cząstki i antycząstki zostały wytworzone w sposób sztuczny w laboratoriach przez zderzenia elektronów, protonów i jąder atomowych o bardzo wysokich energiach z różnymi tarczami jądrowymi, bądź też powstały w wyniku zderzeń cząstek promieniowania kosmicznego z ciałami kosmicznymi (np. z atmosferą Ziemi). Stąd też wiemy, jakie są te cząstki i w jakich warunkach powstają. Mamy więc wyraźną przewagę nad paleontologami ziemskimi, którzy nigdy nie stworzyli dinozaura w laboratorium.

| Czas<br>t     | Gęstość<br>(w $\text{kg}/\text{m}^3$ ) | Temperatura<br>(w K) | Skamieliny  |               |
|---------------|--|----------------------|---|---------------|
|               |  |                      | ERA<br>GWIAZDOWA  | RADIACyjNA    |
| $10^{10}$ lat | DZ                                     | IŚ                   | Galaktyki,<br>gwiazdy   | 3             |
| $10^6$ lat    | ERA<br>GWIAZDOWA                       | $10^{-24}$           | Deuter, hel,<br>promieniowanie<br>elektromagne-<br>tyczne tła | $10^4$        |
| 10 s          | ERA<br>RADIACyjNA                      | $10^7$               | tło<br>neutrinowe,<br>elektrony                               | $10^{10}$     |
| $10^{-4}$ s   | ERA<br>LEPTONOWA                       | $10^{17}$            | Nukleony  | $10^{12}$     |
| $10^{-44}$ s  | ERA<br>HADRONOWA                       | $10^{34}$ (?)        |   | $10^{22}$ (?) |
|               | CH                                     | AOS                  |   |               |

Tablica chronologiczna

# delta



Na pewno wiele razy słyszates, że ciśnienie powietrza atmosferycznego zależy od wysokości. Im wyżej, tym ciśnienie mniejsze. Dlatego alpinisci w wysokich górach i lotnicy, latający na dużych wysokościach, muszą używać aparatów tlenowych do oddychania. Można jednak bardzo prosto zaobserwować zmiany ciśnienia powietrza przy znacznie mniejszych różnicach wysokości. Wystarczy 10–15 m, czyli 3–5 pięter (np. piętrowy dom ze strychem i piwnicą).

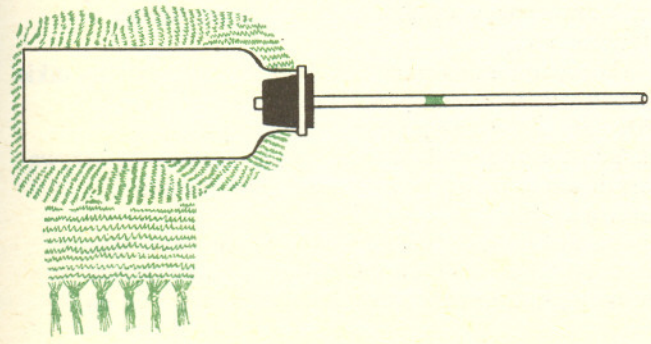
### Do doświadczenia potrzebne:

1. Butelka 100 ml–250 ml z korkiem.
2. Wypisany wkład do długopisu (możliwie jak najdłuższy).
3. Ciepły szalik (wełniana szmatka, wata).
4. Woda — najlepiej zabarwiona.

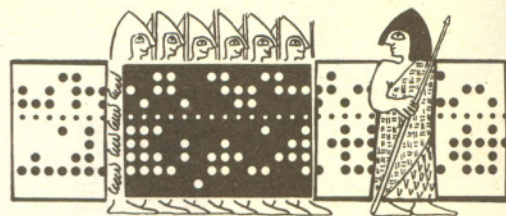
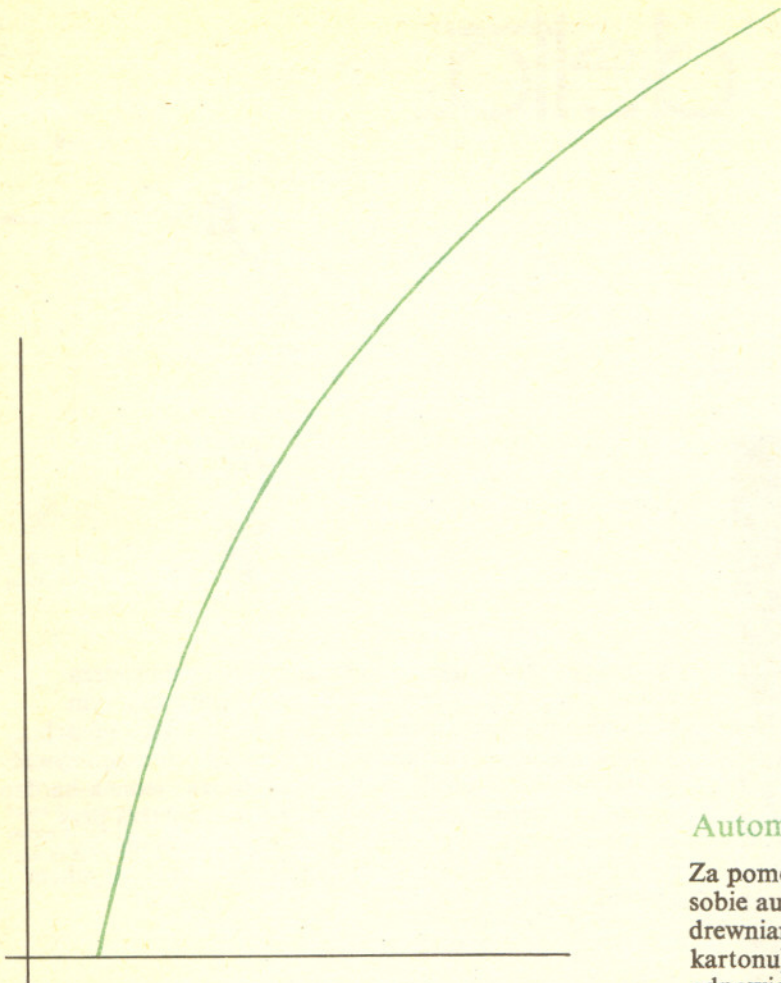
### Doświadczenie wykonujemy następująco:

1. Odcinamy koniec wkładu do długopisu. Pozostałą rurkę przesuwamy przez korek, w którym gwoździem zrobiliśmy otwór o odpowiedniej średnicy. Osadzamy korek z rurką w butelce (rysunek). W razie potrzeby uszczelniamy całość plasteliną.
2. Owijamy grubo butelkę szalikiem (szmatką, watą) tak, aby na zewnątrz wystawała tylko rurka plastikowa. Odkładamy całość na ok. 20 minut, aby temperatura urządzenia dokładnie się ustaliła.
3. Wjeżdżamy windą lub wchodzimy po schodach na najwyższe dostępne piętro.
4. Nabieramy na koniec rurki kroplę cieczy, zanurzając go w naczyniu.
5. Trzymając rurkę poziomo zjeżdżamy na dół windą lub szybko schodzimy po schodach. Obserwujemy cały czas zachowanie się kropli.
6. Wjeżdżamy ponownie na górę windą lub wchodzimy szybko po schodach. Jak teraz zachowuje się kropla?

Zamiast butelki z korkiem można użyć butelki z nakrętką polietylenową, np. od syropu na kaszel. Trzeba tylko bardzo starannie wywiercić nożyczkami w nakrętce otwór o średnicy trochę mniejszej niż średnica rurki i ciasno ją do tego otworu wsunąć. W razie potrzeby możemy uszczelnić całe urządzenie plasteliną.







### Automat do mnożenia

Za pomocą narysowanej obok krzywej możecie zbudować sobie automat do mnożenia. Składać się on będzie z dwóch drewnianych listewek (w ostateczności mogą być paski kartonu). Na listewkach tych trzeba będzie tylko nanieść odpowiednią (jednakową) skalę — na jednej na jej „dolnym”, a na drugiej na jej „górnym” brzegu (tak, aby po złożeniu listewek skale dotykały się).

Do wyskalowania listewek wykorzystamy rysunek zamieszczony obok i linijkę centymetrową. Skalę наносимy na listewkę w sposób wskazany na rysunku: Do osi poziomej przykładamy linijkę centymetrową tak, aby 0 przypadło w punkcie przecięcia się osi, a 1 — tam, gdzie „zaczyna” się krzywa. Od punktu odpowiadającego  $a$  [cm] (np. 2,7) prowadzimy prostopadłą do przecięcia się z naszą krzywą, a z punktu przecięcia — prostopadłą do pionowej osi. W miejscu listewki, odpowiadającym otrzymanemu punktowi poziomej osi, piszemy  $a$  (w naszym przykładzie 2,7). Skalę na drugiej listewce możemy uzyskać, przenosząc ją z pierwszej listewki. I przyrząd gotowy.

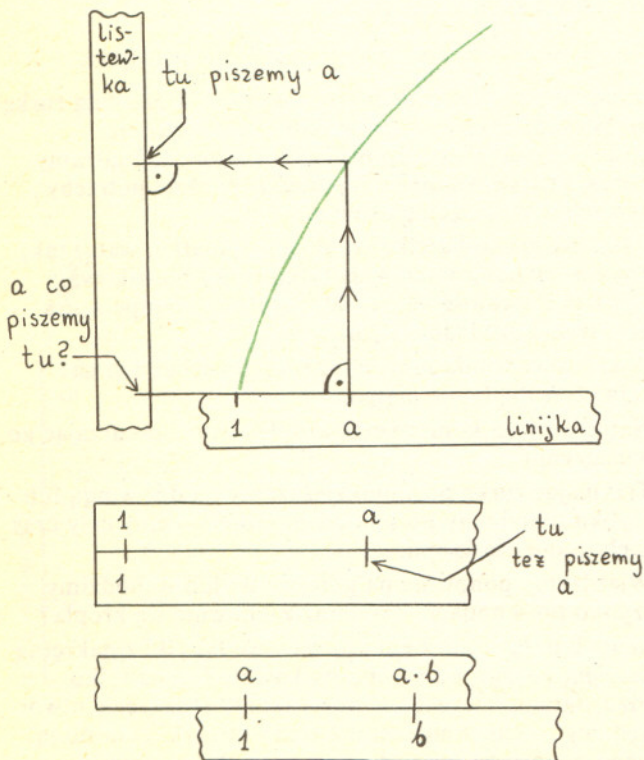
Używa się go tak: Ustawiamy 1 na dolnej listewce (to jest ten punkt, o który pytaliśmy na poprzednim rysunku) pod liczbą  $a$  na górnej. Wówczas nad liczbą  $b$  na dolnej listewce — na górnej będzie  $a \cdot b$ . Proste, prawda? Ciekawe, czy starannie wykonaliście skale.

Pytanie: co by było, gdybyśmy zastosowali powyższy przepis do listewek wyskalowanych tak jak linijka centymetrowa?

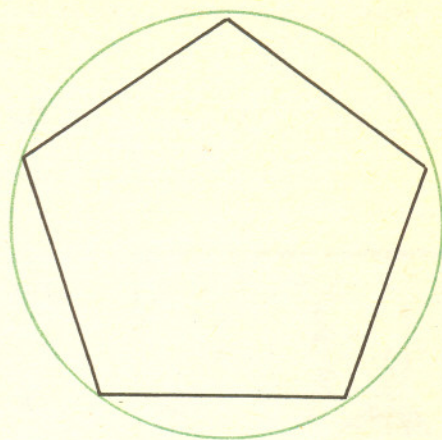
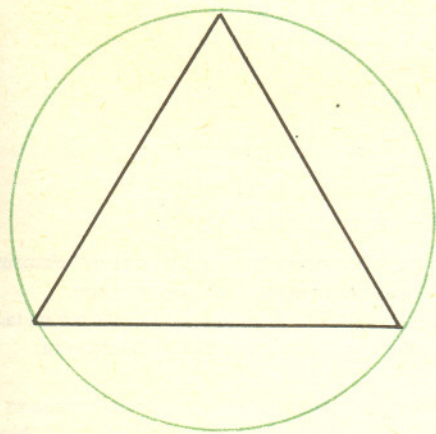
Na zakończenie kilka nazw: skala, która pozwala na takie wykonywanie mnożenia, nazywa się *logarymiczna*.

Każda zaś krzywa, za pomocą której możemy ją sporządzić w myśl podanego przepisu, nazywa się *krzywą logarymiczną*. Automat zaś nosi nazwę *suwaka logarymicznego*.

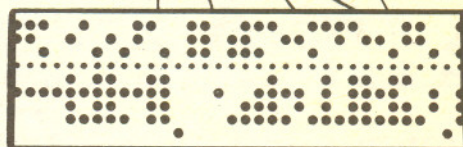
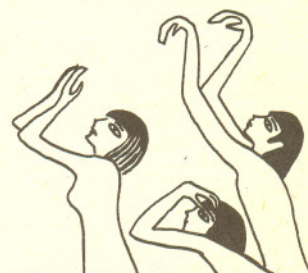
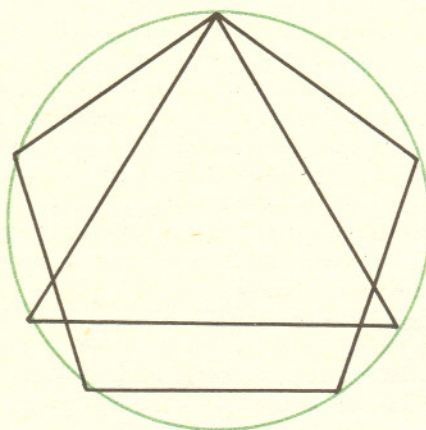
Możecie spróbować wymyślić metodę mnożenia tym automatem liczb, których iloczyn nie daje się ustalić w podany przez nas sposób, bo nie zmieści się on na linijce.



Euklides umiał wykreślić cyrklem i linijką foremny równoboczny trójkąt i foremny pięciokąt.



Wiedział też, że te umiejętności wystarczą do wykreślenia 15-kąta foremnego. Może i Wy umielibyście za pomocą foremnego trójkąta i pięciokąta wykreślić 15-kąt?



*Małą Deltę opracowali: Jerzy GINTER i Marek KORDOS.*



### Uwaga — miłośnicy i sympatycy Radio — Delta

Podajemy Wam terminy naszych audycji:

We wrześniu — 8 o godzinie 10<sup>00</sup> i 10 o godzinie 13<sup>00</sup>

W październiku — 6 o godzinie 10<sup>00</sup> i 8 o godzinie 13<sup>00</sup>

W listopadzie — 3 o godzinie 10<sup>00</sup> i 5 o godzinie 13<sup>00</sup>

W grudniu — 1 o godzinie 10<sup>00</sup> i 3 o godzinie 13<sup>00</sup>

W styczniu — 5 o godzinie 10<sup>00</sup> i 7 o godzinie 13<sup>00</sup>

W lutym — 16 o godzinie 10<sup>00</sup> i 18 o godzinie 13<sup>00</sup>

W marcu — 16 o godzinie 10<sup>00</sup> i 18 o godzinie 13<sup>00</sup>

W kwietniu — 20 o godzinie 10<sup>00</sup> i 22 o godzinie 13<sup>00</sup>

W maju — 18 o godzinie 10<sup>00</sup> i 20 o godzinie 13<sup>00</sup>

Audycje są nadawane w programie IV PR.

Przypominamy nasz adres:

Polskie Radio

skrytka pocztowa 46

00-950 Warszawa

Radio - Delta

Dr Michał SZUREK

W poprzednim numerze powiedzieliśmy, że wzór

$$(a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0)' = n a_n x^{n-1} + \dots + a_1$$

może posłużyć jako *określenie* pochodnej wielomianu, którego współczynniki mogą być elementami zupełnie dowolnego ciała. Jest to dość osobliwa sytuacja, że umiemy różniczkować, nie poruszając uprzednio kwestii ciągłości, nie zastanawiając się, czy pojęciu ciągłości można nadać sens i w dowolnym, „abstrakcyjnym”, przypadku. „Odważne” postępowanie formalne i tu przynosi efekty.

Wiemy, że funkcja rzeczywista  $f: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}$  jest ciągła wtedy i tylko wtedy, gdy przeciwobrazem zbioru otwartego jest zawsze zbiór otwarty. Zbiory, będące dopełnieniami otwartych — to zbiory domknięte. Mają one następujące podstawowe własności:

- zbiór pusty i cała przestrzeń są zbiorami domkniętymi,
- część wspólna zbiorów domkniętych jest zbiorem domkniętym,
- suma skończonej liczby zbiorów domkniętych jest zawsze zbiorem domkniętym.

Nietrudno przekonać się, że podobne własności mają także zbiory algebraiczne — to znaczy zbiory, które można opisać układem równań wielomianowych. Umówmy się teraz, że za zbiory domknięte będziemy uważać tylko zbiory algebraiczne. Zdania a), b) i c) pozostają zatem prawdziwe przy nowym rozumieniu pojęcia „zbiór domknięty”. Zbiór, którego pewne podzbiory *nazwaliśmy* domkniętymi i zrobiliśmy to tak, że spełnione są warunki a), b) i c) (zwane aksjomatami Kuratowskiego), nazywamy przestrzenią topologiczną. Przestrzeń, w której domkniętymi nazwaliśmy zbiory algebraiczne, nazywa się przestrzenią Zariskiego. W każdej przestrzeni topologicznej zbiorami otwartymi nazywamy te zbiory, których dopełnienia są domknięte. Funkcjami ciągłymi nazywamy zaś te funkcje, dla których przeciwobrazem zbioru otwartego przeciwdziedziny jest zawsze zbiór otwarty. W przestrzeni Zariskiego funkcje wielomianowe są w tym sensie ciągle i oto w pewnym stopniu zrekonstruowaliśmy następne pojęcie analizy matematycznej — ciągłość.

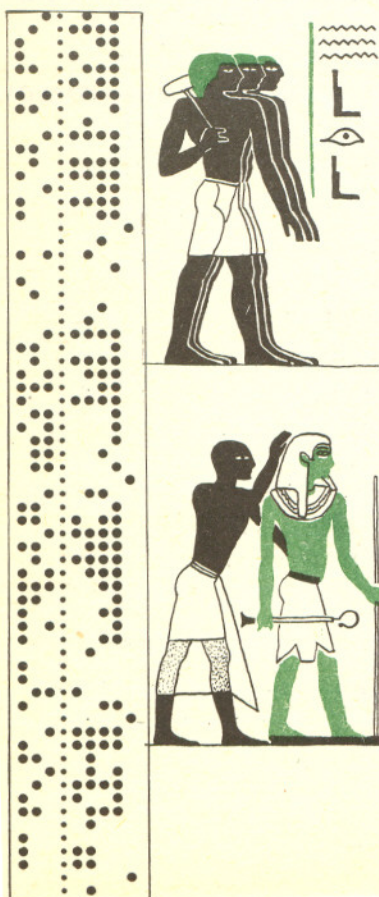
Topologia Zariskiego oddaje w geometrii algebraicznej nieocenione usługi: wiele „algebraicznych” własności równań da się sformułować w terminach topologicznych. Przykładowo, krzywa opisana równaniem  $f(x, y) = 0$  „składa się z jednego kawałka” (uwaga dla wyrobionych matematycznie Czytelników: nie mylić ze spójnością, tu chodzi o nieprzywiedność!) wtedy i tylko wtedy, gdy  $f$  jest wielomianem nierozkładalnym (np. zbiór rozwiązań równania  $xy = 0$  składa się z dwóch prostych, tylko „zaczepionych” o siebie). Twierdzenie to jest w całej ogólności prawdziwe tylko wtedy, gdy o ciele  $K$  (to znaczy o ciele, z którego czerpiemy współczynniki i w którym szukamy rozwiązań) założymy, że jest algebraicznie domknięte, na przykład jest ciałem wszystkich liczb zespolonych. Ciałem algebraicznie domkniętym nazywamy bowiem ciało, w którym każdy, różny od stałej, wielomian  $f(x)$  ma pierwiastek.

Największą ceną, jaką płacimy za możliwość efektywnej geometryzacji zupełnie abstrakcyjnych przypadków, jest właśnie to, że niektóre twierdzenia naszej „geometrycznej” teorii nie są prawdziwe dla podzbiorów algebraicznych przestrzeni euklidesowej  $\mathbf{R}^m$  (ciało wszystkich liczb rzeczywistych nie jest bowiem algebraicznie domknięte) i stają się prawdziwe dopiero wtedy, gdy przypomnimy sobie o liczbach zespolonych. Czytelnik spotkał się, być może, ze zwrotem: rozwiązaniem równania  $x^2 + y^2 = 0$  są dwie „proste urojone”  $x + iy = 0$  oraz  $x - iy = 0$ . Ten zwrot nabiera sensu dopiero wtedy, gdy przypomnimy sobie o zbiorach algebraicznych zespolonych. Mimo to możliwość stosowania metod geometrycznych w abstrakcyjnej sytuacji algebraicznej jest ciekawa i ważna, choćby dlatego, że znajduje zastosowanie w algebrze ogólnej, ożywiając nieco „suche” pojęcia algebraiczne. Ponadto podobne metody są bardzo pomocne w algebraicznej teorii liczb.

Topologia Zariskiego ma i wady — jest zbyt uboga! Na przykład wszystkie krzywe (opisane przez wielomiany nierozkładalne) mają tę samą topologię Zariskiego — jedynymi właściwymi podzbiorem domkniętymi takich krzywych są zbiory skończone, i nie odnieśliśmy wielkich korzyści, ograniczając się do czysto topologicznych rozważań. Zagadnienie znalezienia bardziej precyzyjnych metod, czy też (ciągnąc nasze porównanie z poprzedniego numeru) doprowadzenie prądu analizy matematycznej do geometrii algebraicznej i przystosowanie jej urządzeń do pracy na prąd, zostało rozwiązane dopiero w połowie lat pięćdziesiątych. Decydujący krok postawił w 1955 r. jeden z najbardziej znanych dziś matematyków, Francuz Jean-Pierre Serre. Zastosował on w abstrakcyjnej geometrii algebraicznej tak zwaną teorię snopów. Podstawy tej teorii opracował inny matematyk francuski, Leray, w czasie pobytu w niemieckim obozie jenieckim.



Poczta NRD uczciła 200-lecie urodzin Karola Gaussa wydając znaczek, który reproduujemy powyżej.



W teorii snopów badamy zbiory (dokładniej: przestrzenie topologiczne) wraz z pewnymi funkcjami określonymi na nich. Nieodróżnialne przestrzenie mogą stać się „odróżnialne”, gdy własności przyporządkowanych im zbiorów funkcji będą różne. Będzie to zrozumiałe na przykładzie. Mówiliśmy, że topologia każdych dwu krzywych jest taka sama: z naszego topologicznego punktu widzenia krzywe są nieodróżnialne. Dotyczy to więc i „okręgu”  $S$ , opisanego równaniem  $x^2 + y^2 = 1$  i zbioru  $C$  o równaniu  $x^3 + y^3 = 1$ .

Niech  $f(x, y) = x + y$ ,  $g(x, y) = xy$ . Na „okręgu”  $S$  między funkcjami  $f$  i  $g$  zachodzi związek  $f^2 - 2g - 1 = 0$ ; zaś na  $C$  mamy  $f^3 - 3fg - 1 = 0$ . Równanie wiążące  $f$  i  $g$  na  $S$  jest inne niż na  $C$ , jest odeń niezależne. Nasuwa się wniosek: algebraiczne własności zbiorów funkcji (wielomianowych) na  $S$  i na  $C$  są różne (mówimy, że pierścienie złożone z tych funkcji nie są izomorficzne). To właśnie odróżnia nasze dwie „krzywe”. Możemy teraz prawie zupełnie dokładnie przedstawić pojęcie snopa funkcji. Niech  $X$  będzie przestrzenią topologiczną.

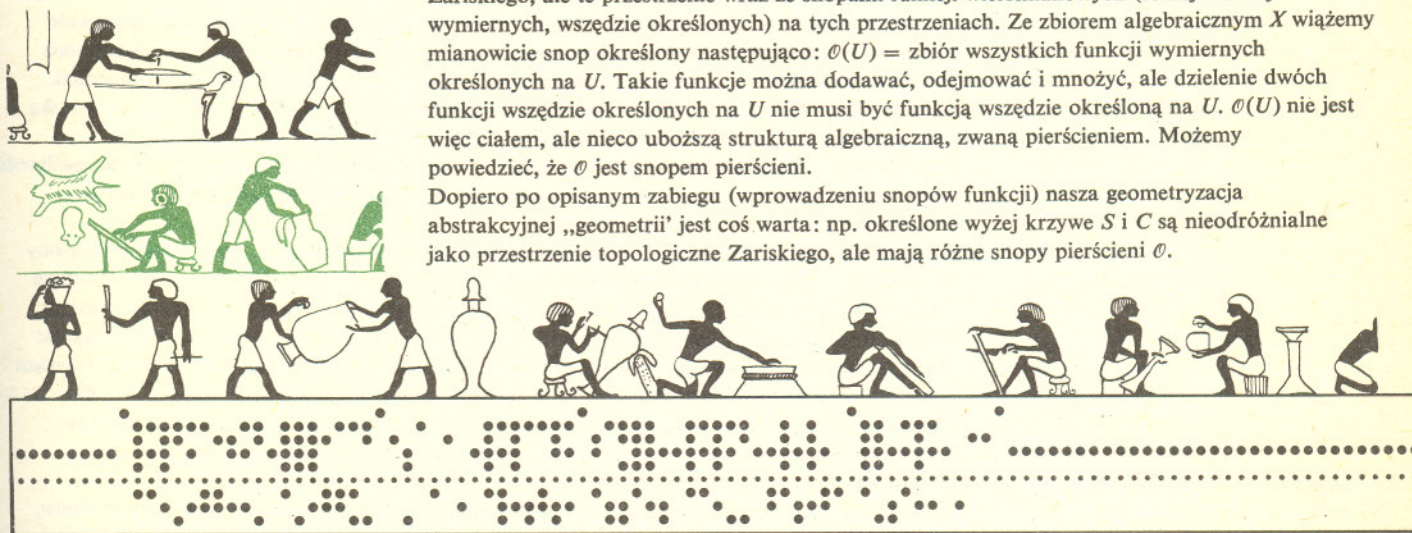
Przyporządkujemy każdemu zbiorowi otwartemu  $U$  w  $X$  zbiór  $\mathcal{O}(U)$  złożony z funkcji ustalonego typu, określonych na  $U$ . Przykładem, który dobrze jest mieć przed oczami, jest  $X = \mathbb{R}^n$ ,  $\mathcal{O}(U) =$  = zbiór funkcji ciągłych na  $U$ .

Zbiory  $\mathcal{O}(U)$ , przyporządkowane różnym zbiorom otwartym  $U$ , nie mogą być całkiem dowolne. Mianowicie, zakładamy, że

(\*) jeżeli  $U$  jest sumą zbiorów  $U_i$ , zaś  $f_i \in \mathcal{O}(U_i)$  oraz gdy  $(x \in U_{i_1} \cap U_{i_2} \Rightarrow f_{i_1}(x) = f_{i_2}(x))$ , to istnieje jedna i tylko jedna funkcja  $f \in \mathcal{O}(U)$ , która po ograniczeniu do każdego ze zbiorów  $U_i$ , jest równa  $f_i$ .

Gdy warunek ten jest spełniony, mówimy, że  $\mathcal{O}$  jest snopem na  $X$ . Podstawowym obiektem badań geometrii algebraicznej (a właściwie jej „geometrycznej” części) są nie same przestrzenie Zariskiego, ale te przestrzenie wraz ze snopami funkcji wielomianowych (ściślej: funkcji wymiernych, wszędzie określonych) na tych przestrzeniach. Ze zbiorem algebraicznym  $X$  wiążemy mianowicie snop określony następująco:  $\mathcal{O}(U) =$  = zbiór wszystkich funkcji wymiernych określonych na  $U$ . Takie funkcje można dodawać, odejmować i mnożyć, ale dzielenie dwóch funkcji wszędzie określonych na  $U$  nie musi być funkcją wszędzie określoną na  $U$ .  $\mathcal{O}(U)$  nie jest więc ciałem, ale nieco uboższą strukturą algebraiczną, zwaną pierścieniem. Możemy powiedzieć, że  $\mathcal{O}$  jest snopem pierścieni.

Dopiero po opisanym zabiegu (wprowadzeniu snopów funkcji) nasza geometryzacja abstrakcyjnej „geometrii” jest coś warta: np. określone wyżej krzywe  $S$  i  $C$  są nieodróżnialne jako przestrzenie topologiczne Zariskiego, ale mają różne snopy pierścieni  $\mathcal{O}$ .



## Zadania

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

**M 133.** Długości krawędzi pewnego prostopadłościanu są kolejnymi liczbami naturalnymi, długość zaś krawędzi pewnego sześcianu jest też liczbą naturalną. Udowodnić, że objętości tego prostopadłościanu i sześcianu są różne.

Rozwiązanie na str. 13

**M 134.** Udowodnić, że dla każdej liczby naturalnej  $n$  istnieje liczba naturalna  $H(n) \leq n + 4$  o tej własności, że zbiór  $\{n + 1, n + 2, \dots, n + H(n)\}$  zawiera dwa podzbiory, mające równe iloczyny swoich elementów.

Rozwiązanie na str. 12

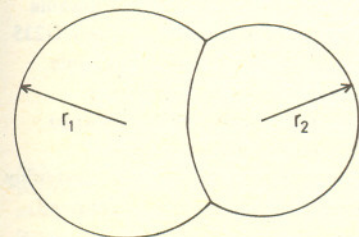
**M 135.** Udowodnić, że nie istnieją cztery kolejne liczby naturalne, z których każda jest potęgą liczby naturalnej o wykładniku większym od jedności.

Rozwiązanie na str. 12

Redaguje dr Waldemar GORZKOWSKI

**F 45.** Dwie bańki mydlane, zanim się połączą, często tworzą pokazaną na rysunku bańkę pośrednią z błonką w środku. Znając wielkości  $r_1$  i  $r_2$  wyznaczcie promień krzywizny  $r_{1,2}$  błonki oddzielającej bańki.

Rozwiązanie na str. 15



Prof. dr Franciszek KACZMAREK

Otrzymywanie izotopów, a w szczególności izotopu uranu U235, jest jednym z fundamentalnych problemów fizyki i techniki jądrowej. Z roku na rok wzrasta zapotrzebowanie na wzbogacony uran; nawet kraje dysponujące sporymi zapasami paliwa tradycyjnego, jak na przykład Polska, przewidują wybudowanie w latach osiemdziesiątych elektrowni jądrowych. Ponadto izotopy znajdują interesujące zastosowanie w wielu dziedzinach nauki, w praktycznej medycynie oraz w rozmaitych gałęziach gospodarki narodowej.

Typowy reaktor atomowy o mocy 1000 MW wymaga do jego „zapalenia” około 600 ton wzbogaconej rudy uranowej, a następnie zużywa jej około 200 ton rocznie. W stanie naturalnym zawartość poszukiwanego izotopu U235 wynosi zaledwie 0,75%; po wzbogaceniu rudy, co zwykle dokonuje się w wielkich instalacjach dyfuzyjnych, ruda zawiera około 3% izotopu U235.

W instalacjach tych wykorzystuje się różnicę szybkości dyfuzji izotopów U235 i U238 poprzez odpowiednie ścianki. Koszt wielkiej instalacji dyfuzyjnej, przetwarzającej 20 tys. ton rudy UF<sub>6</sub> (sześćfluorku uranu) rocznie wynosi około 2,8 miliarda dolarów, a elektrowni ją zasilającej — około 1,5 miliarda dolarów. W efekcie 1 gram uranu U235 kosztuje około 5 dolarów.

W reaktorach z ciężką wodą należy uwzględnić jeszcze niemały koszt ciężkiej wody (około 1 dolara za gram D<sub>2</sub>O). Liczby te pokazują skalę potrzeb i kosztów przy budowie siłowni jądrowych.

Jest zatem rzeczą nader oczywistą, że usilnie poszukuje się nowych, bardziej wydajnych i tańszych metod separacji izotopów. Już wiele lat temu zauważono, że światło może bardzo selektywnie wzbudzać i ewentualnie jonizować atomy określonego izotopu, znajdującego się w mieszaninie kilku innych izotopów tego samego pierwiastka. Praktyczna realizacja tej idei nie była jednak możliwa przed odkryciem laserów. Do selektywnego wzbudzenia atomów konieczna jest wiązka światła o ściśle określonej długości fali. Źródłami takich wiązek mogą być tylko lasery, a szczególnie — przestrajalny laser barwnikowy. Przymiotnik „przestrajalny” oznacza tu możliwość dowolnej (oczywiście w pewnych granicach, na ogół rzędu kilku dziesiątych  $\mu\text{m}$ ) zmiany długości fali promieniowania tego lasera.

Żałujemy, że jeden atom uranu U235 został zjonizowany światłem lasera, a następnie oddzielony od neutralnej reszty za pomocą pola elektrycznego lub magnetycznego. Energia jonizacji atomu uranu wynosi mniej niż 10 eV (dokładnie: 6,187 eV). Jeżeli dokonał tego foton z odpowiednio dobranej wiązki światła lasera, wówczas — biorąc pod uwagę stosunkowo niewielką wydajność całego urządzenia laserowego, wynoszącą zwykle  $10^{-3}$  — energia potrzebna do jonizacji światłem 1 atomu uranu wyniesie około  $10^4$  eV. W klasycznej metodzie dyfuzyjnej energia zużyta do otrzymania jednego atomu izotopu U235 wynosi 5 MeV, a więc jest około 500 razy większa. Z ekonomicznego punktu widzenia laserowa metoda separacji izotopów jest więc bardzo obiecująca.

Spośród wielu propozycji i praktycznie zrealizowanych już metod laserowej separacji izotopów, w tym artykule omówimy tylko jedną. Sądzę, że zobrazuje ona w pełni potencjalne możliwości laserów w tej dziedzinie. Będzie to dwustopniowa metoda fotojonizacji zilustrowana schematycznie na rys. 1.

Żałujemy, że mieszanina izotopów A i B (na przykład uranu) jest oświetlona wiązką światła lasera o tak precyzyjnie dobranej długości fali, albo inaczej — o takiej energii fotonu  $h\nu_1$ , że tylko atom izotopu A absorbuje energię promienistą i przechodzi w stan wzbudzony A\*. W tym przypadku różnica energii pomiędzy stanem wzbudzonym a stanem podstawowym równa się dokładnie  $h\nu_1$ . Proces selektywnego wzbudzenia izotopu A będzie możliwy tylko wtedy, gdy stany wzbudzone atomów A\* i B\* nie pokrywają się,

a więc gdy są przesunięte względem siebie wskutek efektu izotopowego. Symbolicznie poziomy energetyczne atomów lub molekuł oznacza się poziomymi liniami. W rzeczywistości każdy poziom energetyczny jest mniej lub bardziej „rozmyty” (poszerzony). Rozdział izotopów będzie więc możliwy, gdy szerokość poziomów A\* i B\* będzie mała, nie większa od różnicy energii wynikającej z efektu izotopowego. Efekt izotopowy wynika z różnicy mas jąder. Wpływa on na strukturę poziomów energetycznych. W ogólności efekt izotopowego przesunięcia poziomów energetycznych jest dość złożony i nie będziemy go tu omawiać. Jeżeli do wzbudzenia atomów izotopu A zastosujemy wiązkę lasera barwnikowego, wówczas długość fali jego promieniowania możemy dobrać z dokładnością do siódmego miejsca znaczącego. W przypadku mieszaniny U235 i U238 długość ta wynosiła 4,266325  $\mu\text{m}$ . W tym przypadku następuje selektywne wzbudzenie tylko atomów izotopu A; atomy izotopu B pozostają w stanie podstawowym. W procesie drugim, realizowanym jednocześnie z pierwszym, pomocnicza wiązka światła ultrafioletowego powoduje jonizację wzbudzonych atomów A\*. Otrzymane w ten sposób jony są następnie oddzielone od neutralnej reszty. Długość fali wiązki jonizującej wynosiła 3,609  $\mu\text{m}$  (dla mieszaniny izotopów uranu). Energia kwantów  $h\nu_2$  tej wiązki była oczywiście niewystarczająca do jonizacji niewzbudzonych atomów izotopu B.



### Rozwiązanie zadania M 135

Wśród czterech kolejnych liczb naturalnych istnieje jedna podzielna przez 2, ale nie przez 4. W rozkładzie na czynniki pierwsze zawiera ona 2 w potęgę pierwszej, co kończy dowód. Por. artykuł A. Rotkiewicza (zag. Catalana Delta 8/1975).



### Rozwiązanie zadania M 134

Rzeczywiście podzbiory  $\{n+1, 2n+4\}$  oraz  $\{2n+2, n+2\}$  mają żądaną własność, bowiem  $(n+1)(2n+4) = (2n+2)(n+2)$ . Zauważmy, że podana wartość  $H(n)$  nie zawsze jest najmniejsza spośród możliwych: na przykład  $H(5) \leq 7$  bo  $6 \cdot 12 = 8 \cdot 9$ . Znalezienie dobrych oszacowań liczby  $H(n)$  stanowi treść problemu postawionego w roku 1976 przez znanego matematyka węgierskiego, P. Erdősa.



Aby metoda wzbudzenia selektywnego była efektywna, powinny być spełnione następujące warunki:

1. Szybkość przekazywania energii od atomu wzbudzonego  $A^*$  do atomu niewzbudzonego  $B$  powinna być możliwie mała. Proces ten zilustrowano na rys. 1b. Warunek ten nie zawsze jest spełniony, zważywszy że poziomy  $A^*$  i  $B^*$  bardzo nieznacznie różnią się od siebie. W przypadku atomów lekkich przesunięcie izotopowe, mierzone w skali liczb falowych, jest rzędu  $1 \text{ cm}^{-1}$ ; w pierwiastkach ciężkich jest ono około 10 razy mniejsze. Jeżeli wzbudzony atom  $A^*$  w zderzeniu z niewzbudzonym atomem  $B$  przekaże mu swoją energię, wówczas sam wróci do stanu podstawowego i nie zostanie zjonizowany pomocniczą wiązką światła. Proces „transferu” energii jest więc wyraźnie niekorzystny.

2. Proces relaksacji atomu wzbudzonego  $A^*$  do stanu podstawowego powinien być możliwie powolny, albo inaczej — czas życia atomu w stanie wzbudzonym powinien być możliwie długi. W przypadku izotopu  $U^{235}$  czas ten wynosi  $10^{-7} \text{ s}$ . Bezwzględnie biorąc, jest to czas bardzo krótki; w skali atomowej — czas ten jest jednak stosunkowo długi. Stąd płynie praktyczny wniosek, aby do wzbudzenia mieszaniny izotopów stosować krótkie impulsy światła o czasie trwania rzędu kilkudziesięciu nanosekund. Lasery barwnikowe mogą wytwarzać tak krótkie impulsy światła; ich moc jest jednak wtedy niewielka. Zwykle stosuje się impulsy nieco dłuższe, o czasie trwania rzędu mikrosekund.

3. Absorpcja kwantów  $h\nu_1$  z wiązki wzbudzającej powinna być możliwie duża, co w języku fizyki oznacza, że przekrój czynny na absorpcję atomów izotopu  $A$  powinien być również możliwie duży. W przypadku  $U^{235}$  wynosi on około  $10^{-17} \text{ cm}^2$ . Jest to stosunkowo duży przekrój czynny; należy pamiętać, że odnosi się on tylko do jednego atomu.

Na rys. 2 zilustrowano schematycznie laserową metodę separacji izotopu  $U^{235}$ . Strumień atomów  $U^{235}$  i  $U^{238}$  wytwarza się w odpowiednim zasobniku próżniowym, przez podgrzanie metalicznego uranu w piecu wolframowym do temperatury 1800–2000 K, albo też strumień ten wytwarza się przez odparowanie uranu spowodowane bombardowaniem elektronami. Mieszanina izotopów jest następnie formowana za pomocą odpowiednich kolimatorów szczelinowych i wpada do komory, gdzie poddana jest działaniu dwóch strumieni świetlnych: wzbudzającego i jonizującego. Tutaj następuje selektywne wzbudzenie i jonizacja atomów  $U^{235}$ . Następnie pole elektryczne lub magnetyczne oddziela cząstki naładowane od neutralnych. W jednej z praktycznie zrealizowanych już metod separacji laserowej otrzymano 50% wzbogacenia mieszaniny w składnik  $U^{235}$ .

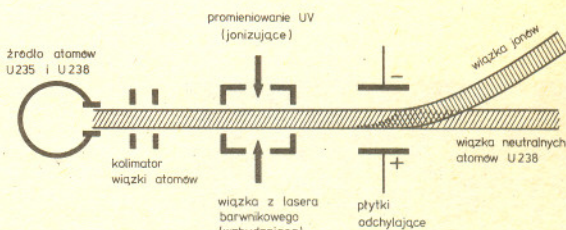
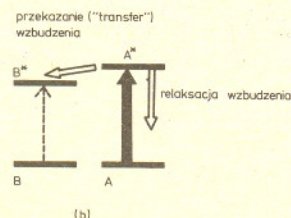
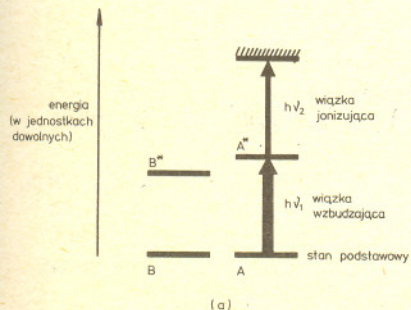
Aby metoda ta mogła znaleźć zastosowanie do otrzymania około 100 ton izotopu  $U^{235}$  w ciągu jednego roku, średnia moc wiązki lasera powinna być rzędu kilkunastu kW. Obecnie nie ma jeszcze tak silnych przestrajalnych laserów barwnikowych.

W opisaney wyżej metodzie separacji izotopów wykorzystano selektywne wzbudzenie stanów elektronowych atomu lub cząsteczki. Do tego celu konieczne było promieniowanie z obszaru widzialnego lub ultrafioletowego. Niedawno odkryto niezwykle wydajną selektywną dysocjację cząsteczek w polu promieniowania lasera podczerwonego (laser  $CO_2$ ,  $\lambda = 10,6 \mu\text{m}$ ). Proces ten jest bardzo efektywny, jeżeli pasmo pochłaniania energii promienistej związane z charakterystycznymi drganiami cząsteczki pokrywa się z długością fali linii lasera. A ponieważ drgania charakterystyczne cząsteczki zależą od masy jąder, cząsteczki zawierające różne izotopy będą miały nieco inne częstotliwości drgań (przesunięcie izotopowe). Obecnie można budować lasery na  $CO_2$  wielkiej mocy, promieniające energie rzędu setek dżuli w impulsach nanosekundowych. Taki laser oświetlający mieszaninę formaldehydu  $H_2CO$  i HDCO dał już 40-krotne wzbogacenie substancji w deuter.

Lasery metody separacji różnych izotopów, zarówno lekkich jak i ciężkich, działają już w skali laboratoryjnej w kilku krajach świata, przede wszystkim w ZSRR i USA. Można spodziewać się, że zostaną zastosowane w skali przemysłowej w latach osiemdziesiątych.

### Rozwiązanie zadania M 133

Niech długościami krawędzi prostopadłościanu będą liczby  $y-1, y, y+1$  ( $y \geq 2$ ),  $x$  zaś niech będzie długością krawędzi sześcią. Gdyby było  $(y-1)y(y+1) = x^3$ , to mielibyśmy  $y^3 > y^3 - y = x^3 > y^3 - 3y^2 + 3y - 1 = (y-1)^3$  (gdyż  $3y^2 - 4y + 1 = (3y-1)(y-1) > 0$ ), a więc  $y > x > y-1$ , co jest niemożliwe (między dwiema liczbami naturalnymi różniącymi się o 1 nie ma żadnej liczby naturalnej). Rozumowanie to jest podobne do przeprowadzonego w rozwiązaniu zadania M122 (Delta 5/1977).



Rys. 1. Uproszczony schemat poziomów energetycznych izotopów A i B wybranego pierwiastka (a). Gwiazdka oznacza stan wzbudzony. W części (b) rysunku objaśniono mechanizm utraty energii izotopu wzbudzonego wskutek przekazania jej izotopowi niewzbudzonemu, B, lub też relaksacji do stanu podstawowego.

Rys. 2. Schemat ideowy metody laserowej separacji izotopów. Źródłem atomów  $U^{235}$  i  $U^{238}$  jest metaliczny uran podgrzany w piecu wolframowym do temperatury 1800–2000 K lub też rozpylony silnym bombardowaniem elektronów.

# Laboratorium w domu

Mgr Krzysztof TABASZEWSKI

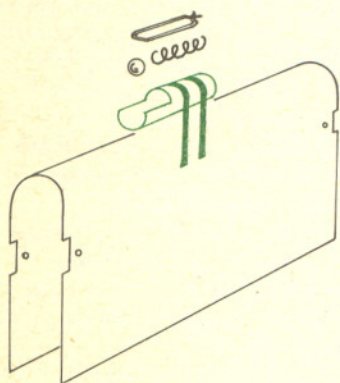
## RUCH BEZ TARCIA W NASZYCH SZKOŁACH



Fot.



Fot. 1



Rys. 1

W listopadowym numerze Delt z roku 1976 zamieściliśmy opis budowy toru powietrznego do doświadczeń z mechaniki.

Przyjemnie jest donieść Wam, że w kilku szkołach zbudowane według tego opisu tory już działają.

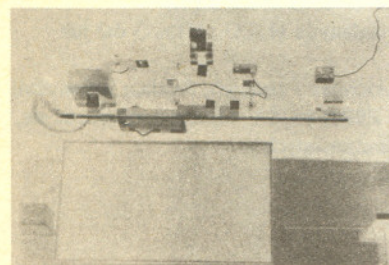
Pierwsi przysłali opis swojego toru i opis wielu ciekawych doświadczeń uczniowie klasy IIa, Tomasz Fijałkowski i Henryk Jankowski, oraz uczeń klasy I, Włodzimierz Słubik, z Zespołu Szkół Elektrycznych w Łodzi. Ich nauczycielem jest mgr Edward Paszke. Tor wykonany przez nich to rura o średnicy zaledwie 22 mm, mimo to unosi wózki o ciężarach 190 G i 380 G. Ciekawie rozwiązana jest konstrukcja zderzaków przy końcach toru (fot. 1): guma modelarska napięta jest na łącznikach krzyżakowych zamocowanych do tych samych statywów, które podtrzymują tor. Wózek przebywa tor, odbijając się sprężystości od jego końców, około 40 razy. Pod torem rozpięta jest taśma z podziałką, a do wózków przyklejone są strzałki. Jest to bardzo dobry pomysł, umożliwi prowadzenie dokładnych badań ruchu wózków. W doświadczeniach, w których trzeba zaobserwować jednocześnie uderzenia wózków o końce toru (zasada zachowania pędu), łodźnicy proponują zawiesić dźwiczące blaszki na gumie zderzaków. Do demonstrowania zjawiska odrzutu proponują prosty przyrząd wykonany z plastikowego opakowania po tabletkach i przyklejony klejącą taśmą do grzbietu wózka (rys. 1). W rurce znajduje się kulka i ściśnięta przez nią sprężyna. Do spowodowania wystrzału musimy oczywiście nie przepalić. Dobrze byłoby chyba zamocować urządzenie pod rurą wewnątrz wózka tak, aby siła przyspieszająca wózek działała na wysokości jego środka ciężkości. Wewnątrz rurki można umieścić nabój używany do otrzymania wody sodowej w syfonie. Start następuje po przebiciu korka ołowianego grubą igłą uderzoną młotkiem.

Pan mgr Edward Paszke pisze do nas: „wiele artykułów zamieszczonych w miesięczniku Delta nauczyciel fizyki może wykorzystać w praktyce szkolnej. Propozycja zbudowania toru powietrznego jest idealnym zadaniem zespołowym dla uczestników koła fizycznego [...] sądzę, że często jeszcze w Delcie spotkamy opisy równie ciekawych przyrządów”.

Fot. 2 przedstawia tor wykonany przez uczniów Technikum EMZN im. M. Kasprzaka w Warszawie — Stefana Sandomierskiego i Jarosława Wyrzykowskiego. Nauczycielem ich jest mgr Zbigniew Chmielewski, pod którego kierunkiem uczniowie tej szkoły wykonali komplet pomocy do eksperymentalnego programu fizyki. Jarek i Stefan nawiązali kontakt z Zakładem Dydaktyki Fizyki w Warszawie i do zbudowanego toru, na podstawie dostarczonego im modelu, wykonali urządzenia do pomiaru prędkości wózków poruszających się po torze. Na fot. 2 widoczne są bramki z żarówkami i fotoelementami, wzmacniacz i urządzenie zapisujące czas na taśmie papierowej.

Do wózków przyklejone są kartoniki zasłaniające światło. Czas jest w tym urządzeniu mierzony z dokładnością do 0,01 s. Tor ich wzorowany jest na modelu, którego zdjęcie było zamieszczone w numerze 11/1976. Na końcu toru umocowany jest bloczek umożliwiający przyspieszanie wózków ciężarkami umieszczonymi na nici. Dzięki ich pracy szkoła, do której chodzi, jest pierwszą w Polsce, która posiada tego rodzaju urządzenie.

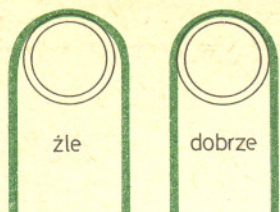
Uczniem warszawskiej szkoły (Technikum Mechaniczne nr 3) jest Paweł Serżysko, który wykonał tor przedstawiony na fot. 3. Nauczycielką fizyki w tej szkole jest mgr Irena Kosieradzka. Paweł chodzi do klasy IV, jest modelarzem i podobne prace bardzo go interesują. Zderzaki na końcach toru posiadają tak długą gumę, ponieważ służą również do wystrzeliwania wózka (tak jak z procy) w celu znalezienia zależności między prędkością wózka a jego energią kinetyczną (zastanówcie się, ile razy wzrośnie prędkość wózka, jeżeli wystrzelimy go przy pomocy 4 gum zamiast jednej?). Paweł obecnie pracuje nad fotoelektrycznym urządzeniem do pomiaru prędkości wózków.



Fot. 2



Fot. 4



Rys. 2a

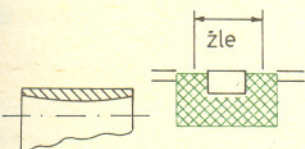
Rys. 2b

Z Chorzowa przyjechali do Zakładu Dydaktyki Fizyki w Warszawie uczniowie, Edward Żoźna, Bogusław Palian i Roman Szyja. Przyjrzeni się konstrukcji naszych torów i sami zbudowali nie gorszy, przedstawia go fot. 4. Zacytuję kilka zdań z ich listu: „Przed kilkoma dniami skończyliśmy budowę toru powietrznego. Wykonany przez nas tor przewyższył nasze oczekiwania co do swej sprawności. [...] Wózek mały o wymiarach  $n = 140 \text{ mm}$ ,  $l = 200 \text{ mm}$  wykonał 80 przebiegów, a wózek o masie podwojonej 100 przebiegów. Przy zastosowaniu rury o większej średnicy otworków (1,1 mm) ilość przebiegów wózków zmalała o ok. 10%. Rura ma średnicę 30 mm. Statywy wykonaliśmy ze stalowych klocków wspartych na żeliwnych trójnogach statywów szkolnych. Na wykonanym torze sprawdziliśmy wszystkie zaproponowane w Delcie ćwiczenia i chcieliśmy zaproponować kilka innych”.

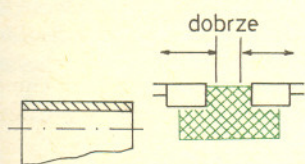
Tu następuje opis doświadczeń sprawdzających zasady dynamiki i doświadczenie, w którym badany jest ruch harmoniczny. „Do wykonanego przez nas toru chcieliśmy zastosować urządzenia do pomiaru prędkości wózków i w związku z tym, o ile by to było możliwe, prosilibyśmy o przesłanie schematu ideowego i montażowego. Do listu dołączamy zdjęcie wykonanego przez nas toru (Fot. 4). Pracę wykonaliśmy pod kierunkiem nauczyciela fizyki, mgr Marii Kowalczyk”. Urządzenie, o którym piszecie, warto zbudować i w najbliższych numerach Deltę zamieścimy jego opis.

Uczniowie z Łodzi piszą, że mieli pewien kłopot z uzyskaniem właściwego kształtu wewnętrznej powierzchni wózka, dlatego podajemy kilka dodatkowych rad dla tych, którzy dopiero teraz rozpoczynają budowę. Rys. 2b przedstawia dobrze ukształtowany wózek. Prawidłowy kształt uzyskujemy używając stalowego lub mosiężnego pręta o średnicy wewnętrznej rury, na którym drewnianym młotkiem usuwamy nierówności wózka. Po tej operacji wózek powinien już poruszać się po torze. Dla uzyskania lepszych wyników konieczne trzeba wewnętrzną powierzchnię wózka dotrzeć w następujący sposób: na pręcie lub rurze o średnicy mniejszej od średnicy toru o 1–2 mm zawieszamy papier ścierny (najlepiej obciążony u dołu imadłem). W razie potrzeby podkładamy pod papier ścierny tyle warstw kartonu, ile potrzeba do uzyskania średnicy rury toru. Wózek docieramy tak, jak przedstawia to rys. 3b. Sposób przedstawiony na rys. 3a jest zły. Wózki można wykonać nie tylko z miękkiej blachy aluminiowej, ale i z miedzianej, stalowej, a nawet z drzewa. Warto wtedy użyć rury na tor o średnicy 40–50 mm.

Życzymy powodzenia w pracy! W razie kłopotów napiszcie. A może skonstruujecie inny, lepszy tor?



Rys. 3a



Rys. 3b



#### Rozwiązanie zadania F 45

Przede wszystkim zauważmy, że spośród różnych wielkości, które mogłyby charakteryzować nadwyżkę ciśnienia  $\Delta p$  w bańce mydlanej nad ciśnieniem atmosferycznym, w grę wchodzi tylko: promień bańki  $r$  i napięcie powierzchniowe  $\sigma$ . Napięcie powierzchniowe ma wymiar [siła]/[długość], zaś wymiarem promienia jest oczywiście [długość]. Jedynym wyrażeniem o wymiarze ciśnienia, które z wielkości tych można zbudować, jest

$$A \frac{\sigma}{r},$$

gdzie  $A$  jest jakąś stałą liczbową (bezwymiarową). Wynika stąd, że im większy promień bańki, tym nadwyżka ciśnienia  $\Delta p$  musi być mniejsza. Zatem błonka oddzielająca bańki musi być skierowana swą wypukłością w kierunku bańki o większym promieniu, a więc tak, jak na rysunku w tekście zadania.

W stanie równowagi nadwyżka ciśnienia w bańce o mniejszym promieniu jest równa sumie nadwyżki ciśnienia w bańce o większym promieniu i dodatkowego ciśnienia pochodzącego od zakrzywionej błonki pośredniej.

Mamy więc

$$A \frac{\sigma}{r_2} = A \frac{\sigma}{r_1} + A \frac{\sigma}{r_{12}},$$

Stąd

$$\frac{1}{r_{12}} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}.$$

Dla  $r_1 = r_2$  błonka między bańkami jest płaska ( $r_{12} = \infty$ ). Gdyby  $r_1$  było mniejsze niż  $r_2$ , to  $r_{12}$  byłoby ujemne — w tym wypadku błonka pośrednia byłaby zwrócona wypukłością w przeciwną stronę niż na rysunku.

Czytelnik zechce zwrócić uwagę na to, że wynik otrzymaliśmy zupełnie bez rachunków, korzystając jedynie z analizy wymiarowej i warunków równowagi.





Mów, powinnością moją, słuchać ciebie



Być, albo nie być...



Idź wacpanna do klasztoru



Reszta jest milczeniem

Nierzadko uczymy się metodą prób i błędów. W najprostszym przypadku wygląda to tak: mamy do wyboru dwa działania. Decydujemy się na jedno i dopiero po jego wykonaniu okazuje się, czy było ono skuteczne, czy nie. Po pewnej ilości prób nauczymy się wybierać zawsze to skuteczne.

Bywa jednak i tak, że w tych samych niby warunkach czasem tylko pierwsze działanie jest właściwe, czasem tylko drugie. Tu sytuacja jest trudniejsza, ale po pewnym czasie jesteśmy w stanie zorientować się, które z nich częściej jest skuteczne. Wtedy oczywiście najsensowniej jest decydować się zawsze na to działanie, które częściej daje pożądany skutek.

W psychologii opracowano wiele różnych matematycznych modeli (= teorii) uczenia się „metodą prób i błędów”. Pozwalają one — między innymi w sytuacjach takich jak opisana wyżej — przewidywać, jak będzie przebiegał proces uczenia się. Oparte na zdrowych założeniach powinny prowadzić do zdrowych wniosków. Tymczasem wiele z nich przewiduje efekt następujący (zwany efektem dopasowywania prawdopodobieństwa):

Jeżeli w określonej sytuacji działanie *L* jest skuteczne przeciętnie 25 razy na sto, a działanie *P* — 75 razy na sto, to efektem uczenia się będzie podejmowanie decyzji *P* tylko w 75% przypadków.

Sprzeczne to ze zdrowym rozsądkiem. Działając tak zmniejsza się szanse osiągnięcia pożądanego skutku do około 56 na sto ( $0,75 \times 0,75 = 0,5625$ ). W nauce jednak nie zdrowy rozsądek, a wynik eksperymentu rozstrzyga o sensowności teorii.

Amerkańscy psychologowie przeprowadzili następujący **Eksperyment I**. Złota rybka wpływa do labiryntu w kształcie litery T. Nauczona jest już, że w jednym z ramion może otrzymać przysmak: ziarnko (taniego!) kawioru. Ziarnko takie umieszczane jest losowo w jednym z ramion (w 75% w prawym), ale dopiero po wpłynięciu ryby do labiryntu. W efekcie czasem ryba osiąga pożądaną skuteczną, czasem nie (w tym ostatnim przypadku widzi, że kawior znalazł się w drugim ramieniu, przegroda jest przezroczysta).

Dość dokładnym odpowiednikiem takiego eksperymentu, ale na ludziach, byłby

**Eksperyment II**. Badany ma przed sobą dwie lampki i zgaduje, która lampka zapali się za chwilę, prawa czy lewa. Prowadzący badanie zapala lampki losowo, prawą z prawdopodobieństwem 0,75. Badany nie posiada żadnych informacji o zasadzie zapalania lampek, wie jedynie, że jego przewidywania nie mają żadnego wpływu na to, która zostanie zapalona. Jeśli trafi — otrzymuje nagrodę.

Eksperyment I dał wynik jednoznaczny: prawie wszystkie złote rybki nauczyły się wpływać do jednego ramienia. Zamiast efektu dopasowywania prawdopodobieństwa zaobserwowano wynik zgodny ze zdrowym rozsądkiem. Dobrze to świadczy o rybiej inteligencji, nieprawdaż?

Eksperymentów typu II przeprowadzano bardzo wiele. Ogromna większość dawała też jednoznaczne wyniki: ludzie z reguły dopasowują częstość wyborów do prawdopodobieństwa otrzymania tam nagrody. Niewiarygodne? Sprawdź — najlepiej na młodszym rodzeństwie.



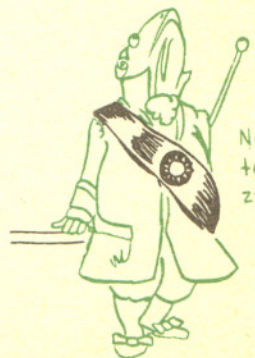
Nie strasz, nie strasz...



Jak cię widzą...

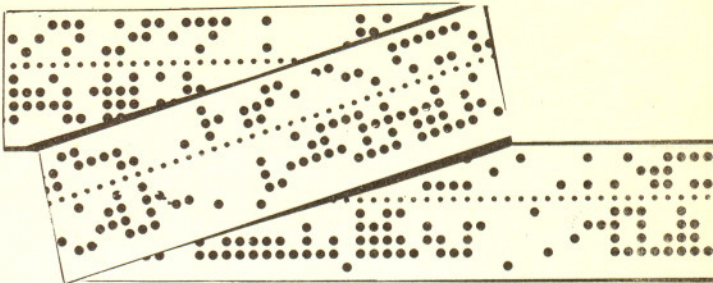


Brunetki, blondynki...



Nie ma tego złego...

W roku 1755 Benjamin Franklin pisze w liście do przyjaciela:  
 „Naładowałem półkwartową srebrną puszkę a następnie opuszczałem do jej wnętrza kulę korkową o średnicy około 1 cala, zawieszoną na jedwabnym sznurku, tak żeby korek dotknął dna puszki. Korek nie był przyciągany przez wnętrze puszki, tak jak byłby przyciągany przez jej zewnętrzną powierzchnię, i pomimo, że dotknął dna, po wyciągnięciu okazało się, że nie został naelektryzowany przez to dotknięcie, tak jak byłby naelektryzowany po dotknięciu powierzchni zewnętrznej. Jest to osobliwy fakt. Chciałbyś znać przyczynę? Nie znam jej....”  
 Czy potrafisz pomóc Franklinowi?  
 Najwięźlejszą odpowiedź, która mogłaby być zrozumiana przez Franklina, opublikujemy.



Rozwiązanie konkursu „Mutacje” (Delta 2/1977)

\*(właściwie 18, gdyż trzy rozwiązania pochodzą od tej samej osoby, używającej różnych nazwisk, dwu różnych adresów i trzech różnych imion)

Na konkurs wpłynęło 20 rozwiązań\*.  
 We wszystkich nadesłanych rozwiązaniach podano poprawną odpowiedź: 53 jak 51, 54 jak 52.  
 Nagrody książkowe (wysyłamy pocztą) wylosowali: — Władysława Topolska z Warszawy,  
 — Leszek Żur z Lublina,  
 — Jan Kamiński z Łodzi.

Siedmiu uczestników opisało również regułę mutacji, w tym 5 osób prawidłowo. Najciekawsze omówienie nadesłał Piotr BILER z Wrocławia — cytujemy je z niewielkimi skrótami:  
 Rozważmy rysunki 1÷52 jako utworzone przez wprowadzenie dwoistego stanu komórki (czarny — biały) elementarnej sieci 1 × 1 (tzn. modelem będzie nieskończona płaszczyzna pokratkowana z zaczerwionymi kwadratami 1 × 1, których środek odpowiada gwiazdce z rysunku w „Delcie”).  
 Do otrzymania rysunków nr 53, 54 nie jest konieczna znajomość reguły, według której uzyskuje się następnny rysunek. Ważny jest tylko fakt, że reguła ta jest stała w czasie wszystkich przejść od rysunku z nr (k) do rysunku z nr (k+1).

Rozważmy rysunki: nr 50, 51, 52; po „przetłumaczeniu” ich na język naszego modelu będą one wyglądać następująco: na podstawie rysunków 50, 51, 52 łatwo zauważyć, że konfiguracja

$$\begin{matrix} \times & & & \times \\ \times & \text{przechodzi w:} & \times \times \times, & \text{a następnie z powrotem w} & \times \\ \times & & & & \times \end{matrix}$$

(o ile konfiguracja ta znajduje się w odległości większej niż — powiedzmy — 3 jednostki długości od innych konfiguracji kwadratu siatki).

Wobec tego: rysunkach 53, 54 wystąpią odpowiednio konfiguracje:  $\times \times \times$  oraz  $\times$ .

Z rysunków 51, 52 można wywnioskować, że konfiguracja składająca się z 6 grup oddzielonych

$$\begin{matrix} \times \\ \times \\ \times \end{matrix}$$

(tzn. bez  $\times \times \times$ ,  $\times$ ) (po 6, 6, 6, 6, 4, 4 kwadraty) jest konfiguracją

niezmienniczą w sensie przejścia od rysunku (k) do (k+1). Wobec tego rysunek nr 53 będzie pokrywał się z rysunkiem 51, a nr 54 — z rys. 52.

- Na podstawie innych rysunków można rozszyfrować regułę przejścia do kolejnego rysunku:  
 1 Wszystkie kwadraty zakreślone, które wśród sąsiadów (sąsiadem nazwiemy każdy z kwadratów mający z danym wspólny bok lub wierzchołek) mają mniej niż 2 lub więcej niż 3 (tzn.: 0, 1, 4, 5, 6, 7, 8) kwadratów zakreślonych, w następnej konfiguracji znikają.  
 2 W wolnych kwadratach, które sąsiadują z 3 zakreślonymi, umieszcza się w następnym kroku znak  $\times$ .  
 3 Pozostałe kwadraty — bez zmian.

(Usuwanie i umieszczanie nowych znaków traktuje się jednocześnie — jako jedno przejście.)  
 Reguła ta pokrywa się z zasadami opracowanej przez Johna Conway’a gry „Life”, opisanej np. w książce Martina Gardnera „New Mathematical Diversions from Scientific American” (jest też tłumaczenie rosyjskie).

Teoria matematyczna tej gry jest dość szeroko rozwinięta, gdyż wiąże się z teorią automatów, a w szczególności z konstrukcją maszyny Turinga.

J. Conway nadał nazwy poszczególnym, częściej spotykanym konfiguracjom. I tak np. para mutacji 51–52 nazywana jest „flip-flop” (jako przechodząca w siebie po 2 przejściach),

a „flip-flop”:  $\times \times \times$ ,  $\times$  nazywany jest „migaczem”.

$$\begin{matrix} \times \\ \times \\ \times \end{matrix}$$

Trwałe konfiguracje:  $\begin{matrix} \times \times & \times \times & \times \times \\ \times \times & \times \times & \times \times \\ \times \times & & \times \times \end{matrix}$   
 noszą odpowiednio nazwy: „statek”, „blok”, „ul”.

