



SPIS TREŚCI

Odwzorowania Peany, czyli o rozcinianiu a potem sklepaniu kwadratów i trójkątów <i>Prof. dr Jerzy Mioduszewski</i>	str. 1
Słoneczna energetyka satelitarna <i>Prof. dr Mieczysław Subotowicz</i>	str. 5
Zadania	str. 7
Kosmologia fizyczna — I Na początku był chaos <i>Dr hab. Bronisław Kuchowicz</i>	str. 8
Mała Delta	str. 10
Laboratorium w domu — — rozstrzygnięcie konkursu Hodujemy kryształy	str. 13
Kwarki nagrodzone <i>Doc. dr Michał Świącki</i>	str. 14
Drobiazgi	str. 16

W następnym numerze: o ciągłości

Korespondencyjne Koło Naukowe: ...*Bardzo chcemy wymienić swoje poglądy z kolegami i koleżankami z całej Polski. Prosimy o wydrukowanie naszych adresów na lamach Delty:*

- Andrzej Marchewka, ul. II Armii WP 9/4, 68-100 Żagań (fizyka),
- Leszek Ślimak, ul. II Armii WP 6a/2, 68-100 Żagań (matematyka),
- Waldemar Błoński, ul. 1 Maja 40/2, 68-100 Żagań (matematyka).

„Delta”
 matematyczno-fizyczny miesięcznik
 popularny
 Polskiego Towarzystwa
 Matematycznego i Polskiego
 Towarzystwa Fizycznego
 wydawany przy poparciu
 Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny
 doc. dr J. Bartke
 prof. dr Grzegorz Białkowski —
 przewodniczący
 doc. dr A. Bączyński
 doc. dr B. Gleichgewicht
 prof. dr K. Goebel
 doc. dr B. Iwaszkiewicz
 doc. dr T. Iwiński
 prof. dr A. Januszajtis
 prof. dr Leon Jeśmanowicz —
 wiceprzewodniczący
 mgr H. Kaczorek
 prof. dr B. Karczewski
 prof. dr M. Kuczma
 mgr A. Mąkowski
 prof. dr Z. Pawlak
 prof. dr A. Piekara

prof. dr Z. Semadeni
 prof. dr J. Stankowski
 prof. dr M. Subotowicz
 doc. dr S. Turnau
 doc. dr J. Wdowczyk

Redaguje Kolegium w składzie:
 doc. dr T. Hofmokl — z-ca red. nac.
 dr T. B. Iwiński
 B. Jaworska-Kordos — ilustracje
 dr M. Kordos — red. nac.
 mgr K. Prażmowski — red. techn. graf.
 mgr K. Szypcio — sekr. red.
 doc. dr M. Świącki
 Adres Redakcji
 ul. Hoża 69 pok. 151,
 00-681 Warszawa

Zakład Narodowy im.
 Ossolińskich — Wydawnictwo
 Wrocław, Oddział w Warszawie
 Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark.
 wyd.; 2,50 ark. druk.;
 papier offsetowy III kl. 80 g. 61 × 86
 Wydrukowano w Drukarni im.
 Rewolucji Październikowej
 Warszawa, ul. Mińska 65
 Nr zam. 437/77 F-9

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60, — cena prenumeraty półrocznej zł 30, —

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch” oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach
 — do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny
 — do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
 Jednostki gospodarki uspołecznionej, instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch”.
 Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW oraz prenumeratorki indywidualni, zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
 Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTE”:

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
 Sprzedaż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.

Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, konto PKO nr 1-6-100312

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie Przedmieście 7 00-068 Warszawa, Poland or With

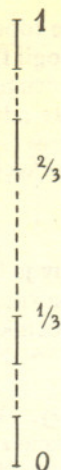
— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland.

— Earls Court Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12. Great Britain,
 — Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia.

Odwzorowania Peany, czyli o rozcinaniu a potem sklejanu kwadratów i trójkątów

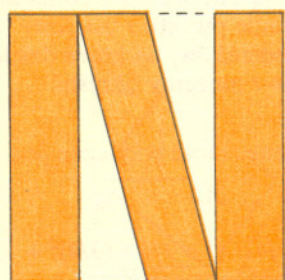
Prof. dr Jerzy MIODUSZEWSKI

Jeśli z odcinka (z końcami) usunąć ze środka przedział (bez końców) tak, że zostają dwa odcinki, a potem z tych odcinków tak samo usunąć ze środka po przedziale, to postępując tak dalej otrzymamy jako pozostałość zbiór Cantora, który leżąc na prostej, będąc jej podzbiorem domkniętym i mając tyleż punktów co prosta, nie zawiera już żadnego przedziału.



Rys. 1

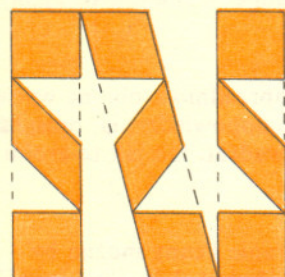
Jeśli odcinek ma długość 1 i usuwamy stale z każdego pozostawionego odcinka przedział o długości $1/3$ tego odcinka, to usuniemy zbiór o długości $(1/3) \cdot (1 + 2/3 + (2/3)^2 + \dots) = 1$. Pozostałość, tj. zbiór Cantora, ma wtedy długość — a dokładniej miarę 0. Można wszakże zrobić tak, aby ta pozostałość miała długość dodatnią, usuwając (zawsze ze środka) przedziały o długości mniejszej.



Pomyślmy postępowanie przywracające pierwotny stan rzeczy: końce każdego z usuniętych przedziałów sklejemy ze sobą i powstaje znów odcinek. Zobaczymy całą rzecz jeszcze raz inaczej.

Odcinek tniemy na pół i wtedy rozpada się on na dwa odcinki (skądś przybył jeden koniec). Potem każdy z tych odcinków tniemy znów na pół, i postępując tak dalej dostajemy zbiór Cantora, z którego sklejąc na powrót po dwa punkty w dokonanych rozcięciach dostajemy znów odcinek.

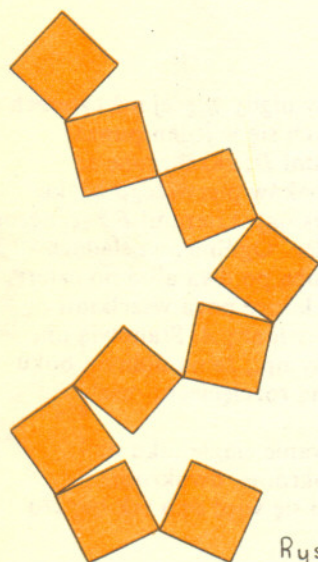
Opisaliśmy w skrócie rzecz znaną od czasów Cantora i uważaną zawsze za paradoksalną, że ze zbioru Cantora, jak widać dość szczupłego, można dostać cały odcinek przez odwzorowanie ciągłe, nie sklejące więcej niż po dwa punkty.



Rys. 2

Odstępstwa od ścisłości matematycznej są tu mimo pozorów (cięcie, sklejanie etc.) niewielkie. Największe są w drugim opisie, kiedy twierdzimy, że w wyniku połowienia odcinków powstaje zbiór Cantora, ten sam co w pierwszym opisie. Uściślenie jest możliwe, ale nie będziemy go robić, bo ten drugi opis był dany jedynie dla poglądowości. Zresztą, wywód matematyczny, jeśli jest absolutnie ścisły, trwa nieskończenie długo: herezja, ale te nie powstają bez dogmatów.

To o czym była mowa, ma być wprawką do tego, co będzie robione dalej już o jeden wymiar wyżej.



Rys. 3

W kwadracie płaskim robimy dwa wcięcia, z góry i z dołu, tak aby powstała figura w kształcie litery N jak na rys. 2 u góry. Brzegi wcięć zaliczamy do figury, więc figura się nie rozpada: jest spójna, jak się mówi. Ponacinajmy w podobny sposób powstałe trzy paski, robiąc tym razem jednak nie wcięcia pionowe, lecz poziome. Powstała figura jest spójna i jest rezultatem pierwszego kroku konstrukcji, którą przeprowadzamy; patrz rys. 2 u dołu. Tę figurę można też sobie wyobrazić jako łańcuch równoległoboków stykających się wierzchołkami, które w jednym równoległoboku leżą naprzeciw siebie. Równoległoboków jest 9, a średnica każdego z nich jest (patrzmy na kwadrat w środku o boku równym połowie boku wyjściowego kwadratu i zawierający piątą z kolei równoległobok) mniejsza niż połowa średnicy wyjściowego kwadratu. A oto inna, bardziej schematyczna, ilustracja powstałej figury: jako girlandy prostokątów.

Średnicą zbioru nazywa się kres górny odległości między parami punktów tego zbioru:

$$d(A) = \max_{x, y \in A} g(x, y).$$

Średnicą równoległoboku jest więc długość większej jego przekątnej.

W drugim kroku robimy kolejno z równoległobokami, począwszy np. od lewego dolnego, to, co robiliśmy w pierwszym kroku z całym kwadratem. Powstaje łańcuch 81 równoległoboków o średnicach mniejszych niż $1/4$ średnicy wyjściowego kwadratu, ułożonych w girlandę w ten sposób co poprzednio.

Postępując tak dalej, dostajemy jako pozostałość figurę będącą obrazem ciągłym i wzajemnie jednoznaczny odcinka prostej. Takie figury nazywane są łukami.



Przy tej dokładności, z jaką rozpatruje figury geometryczne topologia, łuk nie jest niczym innym niż odcinkiem: z punktu widzenia topologii figury geometryczne uważa się za takie same, jeśli jedną można odwzorować na drugą w sposób ciągły i wzajemnie jednoznaczny (dodaje się też przy tym, że odwzorowanie odwrotne ma być też ciągłe; ale tu nie wyjdziemy poza zakres figur, które są domkniętymi i ograniczonymi podzbiorami płaszczyzny, i to wymaganie będzie zawsze spełnione).

*

Do dowodu, że pozostałość po wycięciach jest łukiem, damy jedynie wskazówkę jak zbudować odwzorowanie f , ciągłe i wzajemnie jednoznaczne, z odcinka prostej $0 \leq t \leq 1$, na tę pozostałość. Jeśli t jest punktem odcinka, to leży on w jednym z dziewięciu równych odcinków, I_1, \dots, I_9 , na które dzielimy całość. Jeśli t leży w I_k , to wartość odwzorowania f w punkcie t leży w P_k , k -tym z kolei równoległoboku spośród dziewięciu otrzymanych w pierwszym kroku konstrukcji (patrz rys. 4). Określiliśmy w ten sposób wartość f w punkcie t z dokładnością do położenia w równoległoboku P_k ; określenie to jest wszakże dokładne, jeśli t jest wspólnym końcem odcinków podziału, np. jeśli $t = k/9$; wartość f w punkcie $k/9$ jest wspólnym wierzchołkiem równoległoboków P_k i P_{k+1} .

Wartość odwzorowania f w punkcie t można określić z dokładnością do położenia w równoległobokach z drugiego kroku konstrukcji (mają one średnice co najmniej dwa razy mniejsze niż w pierwszym kroku), jeśli położenie punktu t ustalimy z dokładnością do położenia w jednym z 81 równych odcinków, na które dzielimy cały odcinek. Postępując tak dalej, wartość f w punkcie t możemy określić dokładnie.

Wzajemna jednoznaczność odwzorowania f jest widoczna. Dość widoczna jest też ciągłość, której dowód pomijamy.

*

Policzmy sumę pól wyciętych figur. Równa jest ona $(1/4) \cdot (1 + 3/4 + (3/4)^2 + \dots) = 1$. Pozostały po nich łuk ma więc pole 0. Można wszakże wycinać węższe trójkąty. Argumentacja za ciągłością i wzajemną jednoznacznością odwzorowania, określonego tak jak poprzednio, pozostaje w mocy. Dostajemy wtedy łuk o polu dodatnim.

*

Pomyślmy postępowanie przywracające stan rzeczy: poprzednio zrobione wycięcia skleamy i dostajemy znowu kwadrat. Jeśli pominąć niedopowiedzenia, opisaliśmy jak z odcinka przez odwzorowanie ciągłe dostaje się kwadrat, tak jak to zrobił w r. 1890 Peano.

*

Na rzeczy można patrzeć różnie. Patrząc na odwzorowanie Peany można by poprzestać na uwadze, że widocznie ciągłość to własność zbyt słaba, by chronić przed patologiami (nazbyt często używa się tego słowa o ujemnym zabarwieniu), i że trzeba się zająć odwzorowaniami bardziej regularnymi. Skoro jednak piszemy o odwzorowaniu Peany, to znaczy, że uważamy je za rzecz co najmniej zastanawiającą.

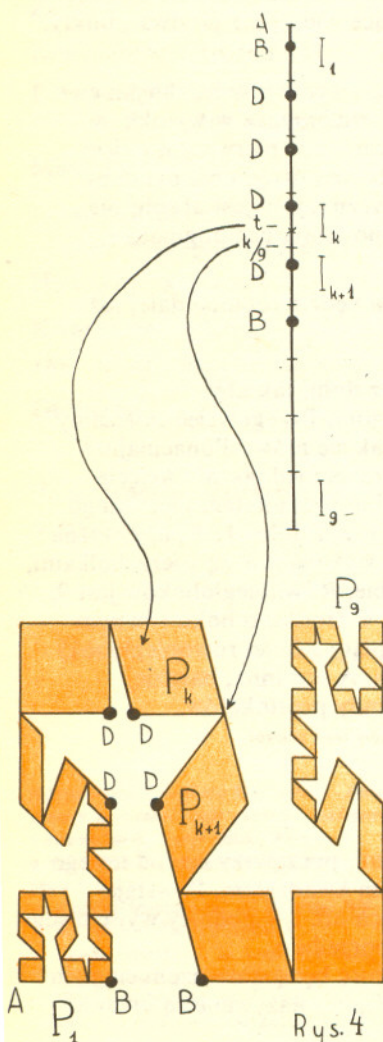
Bo popatrzmy np. na taki szczegół.

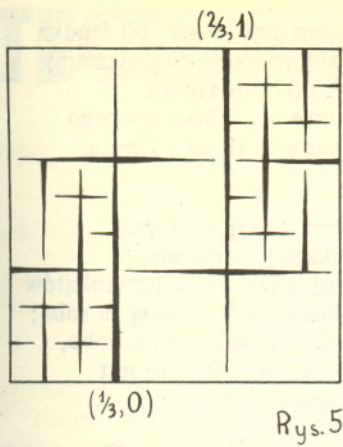
*

Sklejając na powrót porozcinany kwadrat nie skleamy nigdy więcej niż czterech punktów. Dla przykładu, czwórkę punktów sklejących się w jeden punkt kwadratu stanowią punkty zaznaczone na rys. 4 literami D ; zaznaczone są i na odcinku i na kwadracie (wierzchołki równoległoboków pierwszego kroku konstrukcji, ale nie te, którymi równoległoboki się stykają). Literami B zaznaczone są punkty jednej z par punktów sklejących się w jeden. Ogólnie, na śladach rozcięć są jedynie takie punkty, które skleją się ze sobą po dwa albo po cztery. Są punkty nie sklejące się z innymi: są nimi punkty leżące poza wszelkimi rozcięciami, wśród nich np. takie jak punkt zaznaczony literą A . Stanowią one większość. Nie uzasadniając tego całkowicie, zobaczmy np., że na dolnym boku kwadratu tylko przeliczalna ilość punktów łuku leży na rozcięciach; reszta, nieprzeliczalna, to punkty nie sklejące się z innymi.

Mówiąc językiem bardziej profesjonalnym: odwzorowanie ciągłe łuku na kwadrat, które opisaliśmy, ma jedynie wartości czterokrotne, dwukrotne i jednokrotne; te ostatnie stanowią większość; nie różni się więc ono tak bardzo od odwzorowania wzajemnie jednoznacznego.

*





Rys. 5

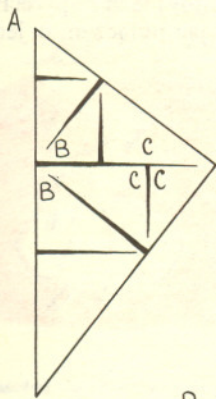
Zobaczymy całą rzecz jeszcze raz inaczej.

Wspomnieliśmy, że wycięcia można robić cieńsze. Dojdźmy w tym do skrajności i, zamiast wycinać nawet wąskie trójkąty, przecinajmy kwadrat najpierw wzdłuż linii pionowej od punktu $(1/3, 0)$ w górę, nie dochodząc wszakże do samego górnego boku tak, że kwadrat nie rozpada się, a potem wzdłuż linii pionowej od punktu $(2/3, 1)$ w dół, nie dochodząc wszakże do samego dołu; na rys. 5 linie zwężają się w miarę cięcia. Potem nacinaemy z kierunków na przemian powstałe przedtem pionowe pasy. Powtarzamy w ten sposób drugi krok konstrukcji i dalsze.

Sposób sklejanego jest teraz widoczniejszy i wyraźniej widać punkty czterokrotne i dwukrotne. Pominęliśmy wiele milczeniem w tym nieformalnym opisie; zaczęło się od tego, że nie wyjaśnialiśmy skąd się biorą dodatkowe punkty na dwu brzegach każdego z rozcięć. Formalizacja matematyczna tego sposobu widzenia łuku powstałego z kwadratu przez przecinanie tego kwadratu jest możliwa, ale nie będziemy jej przeprowadzać, bo ten rodzaj opisu będzie nam potrzebny jedynie dla uzyskania lepszej pogładowości.

*

Po konstrukcji Peany przyszły następne. Rysunek 6 przedstawia konstrukcję Pólyi (1913) wykonaną na trójkącie zamiast na kwadracie, co nie ma znaczenia z punktu widzenia topologii. W trójkącie prostokątnym robimy rozcięcie wzdłuż wysokości od spodka ku wierzchołkowi, jednak tak, aby trójkąt się nie rozpadł. To samo robimy w dwu powstałych na skutek poprzedniego nacinania trójkątach prostokątnych, a potem w czterech powstałych teraz. Następny rysunek pokazuje girlandę trójkątów powstałą po trzecim kroku konstrukcji. Postępując tak dalej dostajemy łuk.



Rys. 6

Idąc na powrót, sklejjąc dokonane rozcięcia, nie sklejjemy nigdy więcej niż po trzy punkty, chyba że ... w pewnym kroku konstrukcji pewne dwie wysokości będą miały ten sam spodek i sklejją się z sobą wtedy cztery punkty.

Zdarzać się to może począwszy od trzeciego kroku konstrukcji. Na trzecim kroku konstrukcji możliwe jest to jedynie dla trójkąta równoramiennego. Oto idea dowodu, że są trójkąty, dla których w konstrukcji Pólyi nie pojawiają się wysokości o tych samych spodkach.

Trójkąty, które rozważamy, są w odpowiedniości wzajemnie jednoznacznej z kątami x , $0 < x \leq \pi/4$, mniejszymi z ich kątów ostrych. Położenie spodka wysokości na przeciwprostokątnej (wszystkie trójkąty powstające w konstrukcji są podobne) zależy w sposób ciągły od kąta x , co jest niemal widoczne. Jeśli dla danego trójkąta o mniejszym z kątów ostrych równym x na ustalonym kroku konstrukcji spodki pewnych wysokości się pokryją, to zmieniając kąt doprowadzimy do tego, że te spodki się rozejdą. Jeśli nie zmienimy kąta za dużo, to te spodki nie zejdą się z żadnymi innymi i żadne inne nie zejdą się ze sobą. Zatem kąty x , dla których na ustalonym kroku konstrukcji spodki pewnych wysokości się pokrywają, są izolowane. Stąd, dla ustalonego kroku konstrukcji, tych kątów jest przeliczalnie wiele. Zatem i w ogóle jest ich przeliczalnie wiele, konstrukcja Pólyi prowadzi do sklejjania co najwyżej trójek punktów.

*

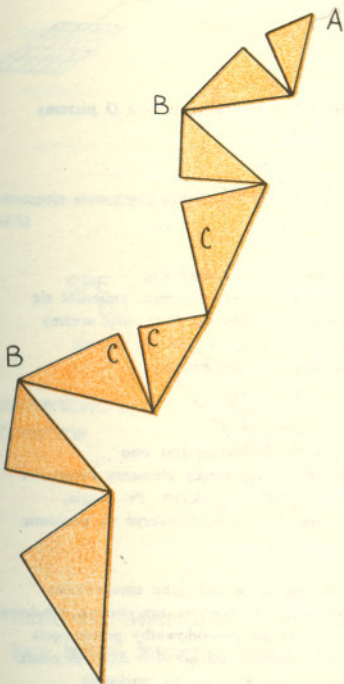
Praca G. Pólyi, drukowana w *Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie* (1913), str. 303–313, zawiera dowód bez luki, która tu była; praca jest mimo upływu lat nadal wyjątkowo czytelna. We „Wstępie do teorii mnogości i topologii”, wyd. II, 1947, str. 117, Sierpiński poleca inny dowód istnienia: trójkąt o bokach 3, 4 i 5 jest jednym z tych, o które chodzi. W tej samej książce na str. 112–118 jest mowa o łukach powstałych przez wycinanie z kwadratu (m.in. o łukach o polu dodatnim) i o odwzorowaniach Peany; są tam niektóre z pominiętych tu dowodów i dane do literatury.

*

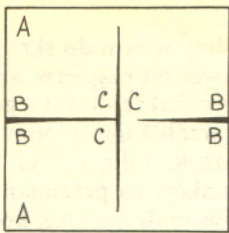
Hahn (1913) i Mazurkiewicz (1915) dowiedli, że przy każdym odwzorowaniu ciągłym odcinka na kwadrat pojawiają się wartości o krotności trzy lub większej. Konstrukcja Pólyi jest więc możliwie oszczędna. Konstrukcja Peany jest też pod tym względem dość oszczędna; odwzorowanie ma krotności tylko trzech rodzajów: 4, 2 i 1.

*

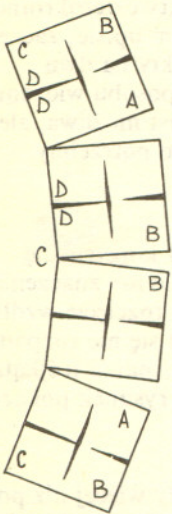
Konstrukcja Hilberta (1891, 1894) odwzorowania ciągłego odcinka na kwadrat, mniej oszczędna niż poprzednie, bo pojawiają się w niej wartości krotności 4, 3, 2 i 1, jest interesująca chociażby ze względu na inną girlandę prostokątów, do której prowadzi.



Rys. 7



Rys. 8

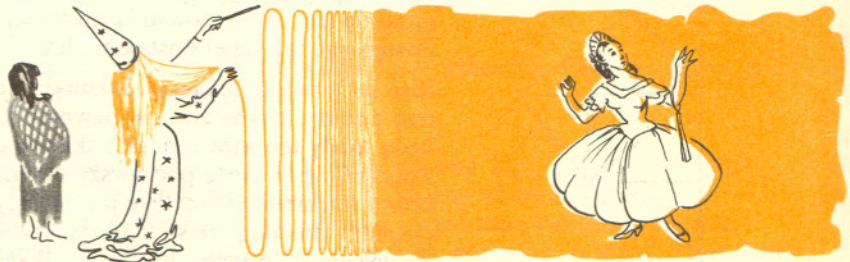


Rys. 9

Rozcina się kwadrat na cztery, ale sposób cięcia jest teraz nieco inny: od środka dolnego boku tnijemy pionowo w górę do połowy, a dalej to cięcie rozgałęziamy poziomo dochodząc do lewego i prawego boku, jednak tak, aby figura pozostała spójna; potem robimy jeszcze rozcięcie pionowe od środka górnego boku w dół dochodząc do dokonanej już cięcia, ale znowu tak, aby figura pozostała spójna.

Dla zilustrowania tego, co robi się w drugim kroku konstrukcji, rozłóżmy powstałą figurę na kształt tabliczki czekolady i tnijmy każdy z czterech kwadratów od dołu, tak jak poprzednio cały. Dostajemy girlandę 16 prostokątów stykających się wierzchołkami, które w każdym z prostokątów sąsiadują ze sobą; tnijmy je znowu tak samo, robiąc rozgałęzione cięcia zaczynające się na boku, którego końce są wierzchołkami sąsiadujących kwadratów, lub, jeśli to jest jeden z kwadratów skrajnych, zaczynające się na którymkolwiek boku stykającym się z sąsiednim kwadratem. Odwzorowanie odcinka na kwadrat zbudowane według tego schematu ma wartości czterokrotne (D), trzykrotne (C), dwukrotne (B) i jednokrotne (A).

Chcąc przekonać się o możliwości odwzorowania ciągłego odcinka na sześcian, wystarczy zbudować girlandę 27 sześcianów stykających się wierzchołkami, które w jednym sześcianie (jeśli to nie jest sześcian skrajny) leżą naprzeciw siebie, i przekonać się, że można ją złożyć, nie rozrywając połączeń, w jeden sześcian.



Rozwiązanie zadania F 43

Korzystając z I prawa Kirchhoffa, rozkład prądów w obwodzie możemy przedstawić tak, jak pokazano na rysunku. Z II prawa Kirchhoffa mamy następujące zależności:

$$(*) E = RI_1 + R(I - I_2) \quad (\text{oczko ARDRBEA}),$$

$$(**) RI_1 = L \frac{d}{dt} (I - I_2) \quad (\text{napięcie na cewce ma być takie samo, jak na lewym oporze } R),$$

$$(***) \frac{Q}{C} = R(I - I_2) \quad (\text{napięcie na kondensatorze ma być takie samo, jak na prawym oporze } R).$$

Q oznacza tu ładunek zgromadzony na kondensatorze. Oprócz powyższych trzech związków mamy jeszcze

$$\text{zależność} \quad I_2 = \frac{dQ}{dt}.$$

$$\text{Równanie } (**) \text{ można zapisać w postaci } I_1 = \frac{L}{R} \frac{d}{dt} (I - I_2).$$

Natomiast równanie (***) po zróżniczkowaniu obu stron po czasie i skorzystaniu ze związku I_2 z Q piszemy w postaci

$$I_2 = RC \frac{d}{dt} (I - I_2).$$

Odejmując otrzymane równania stronami i korzystając ze związku $RC = L/R$, otrzymujemy

$$I_1 - I_2 = -RC \frac{d}{dt} (I_1 - I_2).$$

Jest to równanie różniczkowe opisujące zależność $I_1 - I_2$ od czasu. Równanie to nie zawiera siły elektromotorycznej $E(t)$. Wobec tego niezależnie od tego, jak E zależy od t , różnica $I_1 - I_2$ musi zmieniać się w czasie według takiego samego prawa. Ponieważ zależność $I_1 - I_2$ od czasu nie zależy od $E(t)$, więc weźmy $E(t) \equiv 0$. Ale po włączeniu $E(t) \equiv 0$ w układzie nic się nie dzieje: jak nie było prądów, tak nie ma ich nadal. Wynika stąd, że $I_1 - I_2 \equiv 0$, a więc $I_1 \equiv I_2$. Podstawiając to do wzoru (*) otrzymujemy

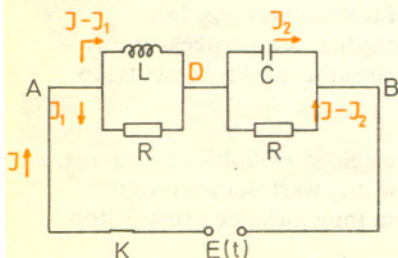
$$E = RI,$$

co oznacza, że część obwodu od A do B zachowuje się jak opór omowy o wartości R .

Zadanie powyższe było wykorzystane na zawodach II stopnia XXIII Olimpiady Fizycznej. Jest ono interesujące co najmniej z dwóch powodów. Po pierwsze już sam fakt, że układ zawierający elementy nieomowe (cewki, kondensatory) jako całość może zachowywać się jak opór omowy, jest bardzo ciekawy. Po drugie, z zadaniem tym wiąże się pewien problem ogólniejszy, którego środkami dającymi się wytłumaczyć na poziomie szkoły średniej nie udało mi się rozwiązać mimo wielu wysiłków w tym kierunku.

A oto sam problem:

Załóżmy, że mamy do dyspozycji cewki, kondensatory i opory omowe i że interesują nas tylko sinusoidalne siły elektromotoryczne typu $E = E_0 \sin \omega t$. Należy udowodnić, że z wymienionych elementów nie można zbudować obwodu, który po podłączeniu do źródła siły elektromotorycznej dla żadnego ω nie powodowałby przesunięcia fazowego między napięciem a natężeniem i którego opór wypadkowy R nie zależałby od ω : $R = R(\omega) \neq \text{const}$. Czytelników, którym udałoby się rozwiązać to zagadnienie metodami dającymi się wyjaśnić na poziomie szkoły średniej (lub niewiele wyższym), prosimy o przesłanie rozwiązania do Redakcji. Termin nadsyłania rozwiązań: 1X1977.



Prof. dr Mieczysław SUBOTOWICZ

Kryzys energetyczny

Użytkowane na Ziemi tradycyjne źródła energii, jak węgiel, ropa naftowa, gaz ziemny i torf, zostały nagromadzone na Ziemi przez ubiegłe setki milionów lat w rezultacie oddziaływania promieniowania słonecznego z pierwotną atmosferą Ziemi i w procesach fotosyntezy w roślinach zielonych. Nowsze źródło energii w postaci pierwiastków rozszczepialnych stanowi zapewne ślad przejścia gazów i pyłów, z których uformowało się Słońce i Układ Planetarny, przez obłok materii wyrzuconej w przestrzeń w rezultacie wybuchu jednej lub kilku gwiazd supernowych. W takim tygłu bowiem wytwarzane są pierwiastki z końca tablicy Mendelejewa. Roczna światowa produkcja energii elektrycznej wynosiła w r. 1970 około jednego miliarda kW tj. 10^3 GW (gigawatów; $1 \text{ GW} = 10^9$ watów). Przy wzroście spożycia energii elektrycznej wynoszącym 5,5% do 6% rocznie, produkcja energii w roku 2000 powinna wynieść 5 do 6 tysięcy GW. W ciągu najbliższych 25—30 lat musi nastąpić więc 5-6-krotny wzrost produkcji energii w porównaniu z rokiem 1970. Tak dużego zapotrzebowania nie zaspokoją paliwa kopalne, zarówno z powodów technicznych, ekologicznych, jak i społeczno-politycznych. Zdobywanie nowych źródeł energii staje się już czołowym zadaniem nauki, techniki i polityki.

Wydajne źródła energii

Widzimy obecnie trzy nie-kopalne źródła energii, które mogą zasadniczo rozwiązać problem zapotrzebowania na energię elektryczną na Ziemi. Są to źródła energii jądrowej, pochodzącej z rozszczepienia jąder atomowych i z procesów syntezy jądrowej, geotermicznej i słonecznej. Do najbardziej prawdopodobnych sposobów realizacji procesu syntezy jądrowej należą: 1) sprężanie i ogrzewanie plazmy w toroidalnych reaktorach typu „Tokamak”, opracowanych najpierw w zespole fizyka radzieckiego, Lwa Arcimowicza, 2) ogrzewanie plazmy za pomocą współśrodkowych wiązek laserowych, metodą zaproponowaną przez Basowa (ZSRR) oraz Dawsona (USA). Metody te zostały omówione wcześniej na łamach „Delt” (patrz „Delta” 3/1975). Każda z nich znajduje się obecnie na etapie poznawania podstawowych procesów fizycznych. Ich przemysłowe zastosowania przewidywane są dopiero na pierwsze lata XXI wieku. Ponadto istnieją możliwości wytwarzania dużych mocy przez wykorzystanie innego, praktycznie nieograniczonego źródła energii, jakim jest Słońce. Realizacja tego celu metodami techniki kosmicznej wymaga wrzęgnięcia wielu dziedzin naukowo-technicznych, na czele z fizyką ciała stałego, elektroniką i całym zespołem dyscyplin naukowo-technicznych. Możliwe byłyby tu dwa warianty: słoneczna elektrownia satelitarna (SES) oraz satelitarne przekazniki energii (SPE) do przesyłania do różnych miejsc na Ziemi energii elektrycznej, wytworzonej na Ziemi i pochodzącej ze Słońca lub z procesów jądrowych.

Wykorzystanie energii słonecznej

Składowi widmowemu i natężeniu promieniowania słonecznego powyżej atmosfery ziemskiej odpowiada moc $1,39 \text{ kW/m}^2$, na poziomie morza zaś — 1 kW/m^2 , czyli ponad atmosferą natężenie jest 1,4 razy większe od natężenia przy powierzchni Ziemi. Energia słoneczna może być przekształcona na elektryczną w kilku procesach elementarnych: termojonowym, termoelektrycznym, termodynamicznym i fotowoltaicznym. W niniejszym artykule zajmujemy się w szczególności zjawiskiem fotowoltaicznym, czyli zamianą energii promieniowania słonecznego na energię elektryczną.

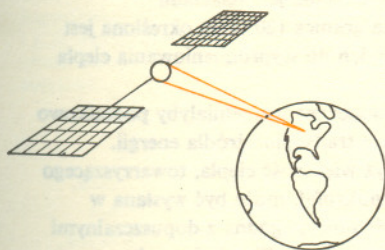
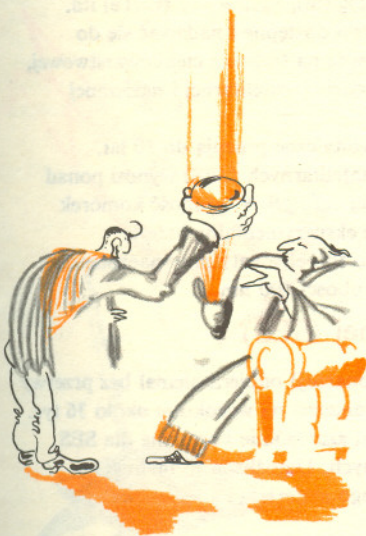
Zjawisko fotowoltaiczne i elementy fotowoltaiczne

Przykładem zastosowania półprzewodnikowych elementów fotowoltaicznych są światłomierze lub zasilacze aparatury elektronicznej na większości sond kosmicznych. Zamiana energii promieniowania elektromagnetycznego Słońca na energię elektryczną stanowi treść zjawiska fotowoltaicznego. Zjawisko to obserwujemy w warunkach, gdy zachodzi:

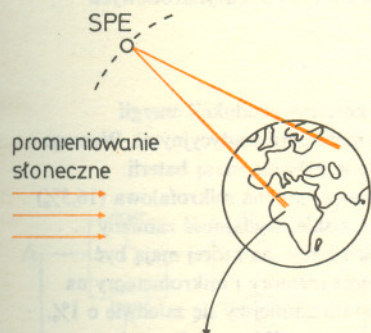
- 1) wytwarzanie przez promieniowanie słoneczne dodatkowych nośników prądu obu znaków (elektronów i dziur), zdolnych do poruszania się w elemencie fotowoltaicznym,
- 2) rozdzielanie tych nośników na barierach potencjału w złączach p-n, heterozłączach, na kontakcie metal-półprzewodnik itp.,

a ponadto gdy czas życia nośników prądu po ich wytworzeniu przez promieniowanie wystarcza na to, by mogły one dojść do bariery, powodującej ich rozdzielanie.

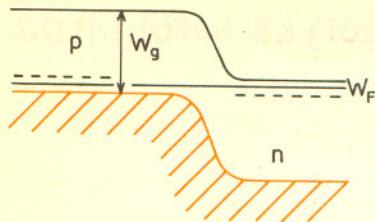
Wymienione w 2) struktury umożliwiają budowę elementów fotowoltaicznych o wysokiej sprawności i stabilności działania. Złącza p-n są wytwarzane z półprzewodników grupy IV (Ge i Si), ze związków półprzewodnikowych $A^{III}-V^V$ (GaAs, InP, AlSb itp.), $A^{II}-B^{VI}$ (CdTe i ZnTe) oraz pewnych związków trójskładnikowych, jak CuInS_2 i kilku innych.



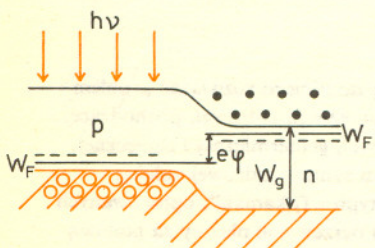
Koncepcja słonecznej elektrowni satelitarnej (SES)



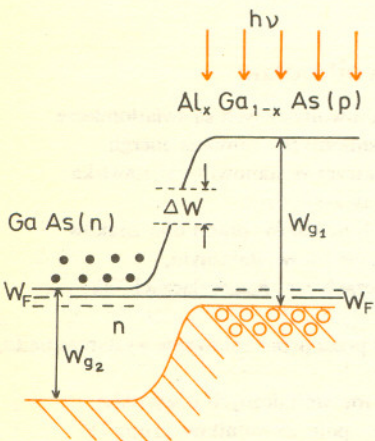
Koncepcja satelitarnego przekaznika energii (SPE)



a) Homozłącze p-n w stanie równowagi bez oświetlenia



b) Homozłącze p-n jako element fotowoltaiczny w stanie równowagi z padającym promieniowaniem; φ — napięcie fotowoltaiczne na pojedynczej komórce fotoelektrycznej



c) Heterozłącze p-n w stanie równowagi

W złączach Si(p-n) oraz GaAs z cienką warstwą $Al_xGa_{1-x}As$ uzyskano sprawność zamiany energii, odpowiednio 15% i 18%. Heterozłącza tworzymy z półprzewodników „p” i „n” o zbliżonych stałych sieci, na przykład CuS(p) — CdS(n). Do budowy elementów fotowoltaicznych należy używać półprzewodników o szerokości przerwy energetycznej W_g w przedziale $1,0 < W_g < 2,5$ eV. Maksymalną sprawność konwersji η_{max} w zależności od W_g oszacowano dla złącza idealnego na około 24% (dla Al-Sb i CdTe), dla złącza z wytwarzaniem nośników i rekombinacją w obszarze ładunku przestrzennego — na około 16% ($GaAs(n) — Al_xGa_{1-x}As(p)$). Praktycznie uzyskano $\eta_{max} = 12\%$ (Si), $\eta_{max} = 4\%$ (CdTe) itd. Materiały do budowy fotoogniów powinny być stosunkowo łatwo dostępne i nadawać się do taniej, szybkiej i masowej obróbki przemysłowej, opartej zapewne na technice cienkowarstwowej, jeżeli tylko baterie fotowoltaiczne mają stać się głównym narzędziem satelitarnej i naziemnej energetyki słonecznej.

W dotychczasowych programach kosmicznych elementy fotowoltaiczne pracują do 10 lat. Postulowany czas bezawaryjny pracy słonecznych elektrowni satelitarnych (SES) wynosi ponad 30 lat. Dla uzyskania sprawności baterii fotowoltaicznej równej 1,5 kg/kW, grubość komórek fotowoltaicznych powinna wynosić 50 μm . Budowane obecnie eksperymentalne baterie fotowoltaiczne mają sprawność 4,5 kg/kW. Budowane ostatnio fotoelementy przeznaczane do satelitów komunikacyjnych osiągnęły sprawność 16 % przy grubości 200 μm .

Koncepcja słonecznej elektrowni satelitarnej (SES)

W porównaniu z Ziemią SES na orbicie synchronicznej (stacjonarnej) odbiera niemal bez przerwy w sumie 6 do 15 razy więcej energii niż Ziemia. Orbita synchroniczna na wysokości około 36 tys. km ponad powierzchnią Ziemi i w płaszczyźnie jej równika jest szczególnie korzystna dla SES z powodu nieważkości, braku wiatrów i opadów atmosferycznych. Umożliwia to budowę struktur o minimalnej masie i pozwala obniżyć ilość zużywanego materiału na jednostkę uzyskiwanej mocy.

Tak więc energia słoneczna byłaby przetwarzana na stacjonarnej orbicie satelitarnej na energię elektryczną (za pomocą ogniw fotowoltaicznych), ta zaś — na promieniowanie mikrofalowe (za pomocą klistronów bądź magnetronów), które przez satelitarą antenę nadawczą byłoby przesyłane na Ziemię z odległości 36 tysięcy km i odbierane przez antenę naziemną. Tu łatwo przetworzyć energię promieniowania mikrofalowego z powrotem na energię prądu stałego i następnie — zmiennego. Lokalizacja odbiorczej elektrowni naziemnej byłaby w zasadzie dowolna. W próżni kosmicznej generatory mikrofalowe oraz inne elementy mogą pracować otwarte (na Ziemi trzeba je odpompowywać). Wiązkę mikrofalową można stosunkowo łatwo skierować do anteny odbiorczej, którą można ulokować na terenach o mniejszej wartości użytkowej i w pobliżu odbiorcy energii.

SES są przewidziane do wytwarzania dużej mocy od 2 do 20 GW. Powierzchnia tac fotowoltaicznych do zbierania promieniowania słonecznego wynosić będzie wiele dziesiątków km^2 , zależnie od projektowanej mocy. Dolna granica mocy określana jest relacjami geometrycznymi między anteną nadawczą i odbiorczą. Górna granica (20 GW) określona jest pojemnością cieplną generatorów mikrofalowych i zdolnością ich do wypromieniowania ciepła w przestrzeń przy zadanym stosunku mocy do masy.

Rozmieszczone na orbitach satelitarnych liczne elektrownie słoneczne uzupełniałyby początkowo potrzeby energetyczne Ziemi, później — zastąpiłyby całkowicie tradycyjne źródła energii. Przepuszczalny wpływ na środowisko byłby niewielki, gdyż większość ciepła, towarzyszącego konwersji energii promienistej na elektryczną i wytwarzaniu mikrofal, może być wysłana w przestrzeń kosmiczną. Wiązka mikrofalowa może mieć gęstość mocy, zgodną z dopuszczalnymi normami międzynarodowymi. Moc promieniowania mikrofalowego na Ziemi nie może przekraczać ustalonego poziomu ani wywoływać ujemnych skutków biologicznych, oraz powinna być przesyłana z dużą wydajnością za pomocą znanych urządzeń. Najkorzystniej to zrobić w obszarze długości fali $\lambda = 10$ cm, gdyż wtedy zakłócenia nie naruszają międzynarodowych ustaleń o podziale częstości.

Problematyka techniczna i koszty

Powodzenie budowy SES zależeć będzie od konkurencyjności kosztów produkcji energii elektrycznej metodami energetyki satelitarnej w porównaniu z metodami tradycyjnymi. Wymaga to optymalizacji wielu parametrów SES. Masa SES jest określona głównie masą baterii fotowoltaicznych, które stanowią 83,3% masy SES, resztę stanowią: antena mikrofalowa (16,5%) oraz system kontroli (0,2%). Ceny fotoelementów powinny być niskie, wydajność zamiany energii promienistej na elektryczną — duża, masa fotokomórek i ramy, na której mają być rozmieszczone tace fotowoltaiczne — mała. Zagrożenie SES przez meteory i mikrometeory na orbicie synchronicznej nie będzie duże: w ciągu 30 lat moc średnio zmniejszy się zaledwie o 1%. Dla fali o długości $\lambda = 10$ cm (częstość $\nu = 3$ GHz) średnica anteny odbiorczej D powinna wynosić około 10 km, zatem jej powierzchnia przy wiązce o przekroju kwadratowym musi wynosić około 100 km^2 . Antenę nadawczą ma stanowić płaski układ o średnicy około 1 km, zbudowany z aluminium lub stopów o masie około $6 \cdot 10^6$ kg. Na stacji nadawczej będzie się znajdować 16 milionów anten śrubowych lub falowodów szczelinowych na 1 km^2 wraz

Nagrodę — książeczki „Biblioteczki Matematycznej” — otrzymuje Danuta Rymkiewicz z Gdyni, która opisała dwa ptaszki.



z urządzeniami do przesuwania fazy i koncentrowania wiązki na antenie odbiorczej, utworzonej z elementów dipolowych, podłączonych do diod, przekształcających energię mikrofalową w energię prądu stałego. Liczba elementów dipolowych przekroczy 1,5 miliarda. Rozkład natężenia promieniowania mikrofalowego w wiązce musi być gaussowski, a front fazowy fali — zogniskowany na antenie odbiorczej, co wymaga bardzo starannego kontrolowania fazy emitowanej fali z dokładnością do 0,04 sekundy łuku.

Transport SES na orbitę synchroniczną oraz montaż wszystkiego (rama, tace fotowoltaiczne, układ do zamiany energii elektrycznej na promieniowanie mikrofalowe) w jeden pracujący zespół SES stanowi najtrudniejszy problem techniczny i określa główną część kosztów budowy SES obok kosztów elementów fotowoltaicznych. Koncepcja transportu i gabaryty poszczególnych modułów zakładają wykorzystanie budowanego obecnie w USA wahadłowca (około 100 lotów jednej maszyny na trasie: Ziemia — orbita satelitarna i z powrotem). Masa ładunku użytecznego wynosi w wahadłowcu 30 ton, koszty transportu — 150\$/kg. Ustawienie jednej SES będzie wymagało 150 lotów. Budowa SES ma być dwustopniowa: a) tani transport dużych ładunków na bliską Ziemi orbitę satelitarną, b) transport częściowo zmontowanych części SES na orbitę synchroniczną, gdzie nastąpi zakończenie montażu.

Koszty prototypowej SES mają wynosić od 1600 do 2500 \$/kW, co jest porównywalne z kosztami prototypów konkurencyjnych urządzeń produkujących energię. Rozkład tych kosztów między poszczególne części i fazy budowy SES jest następujący (dane dotyczą SES, dostarczającej na Ziemię moc 750 MW): baterie fotowoltaiczne — 350 \$/kW, transport na orbitę synchroniczną — 1000 \$/kW, generator mikrofalowy i antena nadawcza — 150 \$/kW, antena odbiorcza na Ziemi — 100 \$/kW; łącznie ~ 1600 \$/kW.

Sugerowane są następujące parametry docelowe SES: transport i montaż — 200 \$/kg, produkcja mocy — 350 \$/kg, masa właściwa urządzenia — 1 kg/kW, wydajność konwersji fotoelektrycznej — 14—18%, wydajność reszty układu — 60%, czas montażu — 3 lata, koszty produkcji energii — 4,5 cent/kWh (wartość dolara z r. 1973).

Należałoby jeszcze uwzględnić skutki budowy SES ze względu na środowisko, bezpieczeństwo, potrzeby energetyczne podczas trwania budowy SES, skutki demograficzne, wytwarzanie nieużytecznego ciepła na Ziemi przy zamianie energii promieniowania mikrofalowego na prąd elektryczny, zajęcie terenu pod antenę odbiorczą. Naświetlenie promieniowaniem mikrofalowym w odległości 10 km od środka spójnej wiązki winno być poniżej tolerancyjnej normy międzynarodowej (w USA — 10 mW/cm²). Gdy wiązka nie jest spójna, energia ulega rozproszeniu do poziomu ziemskich sygnałów łącznościowych. Efekt działania na samoloty i ptaki, które znajdują się w wiązce, jest do zaniedbania.



Zadania

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

M 127. Czy istnieje funkcja okresowa $f: R \rightarrow R$, która nie jest funkcją stałą i której okresami są liczby 1 i $\sqrt{2}$?

W. Mnich

Rozwiązanie na str. 8

M 128. Udowodnić, że jeżeli a_1, a_2, \dots, a_n są różnymi liczbami całkowitymi, to wielomian

$$(x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_n) - 1$$

nie jest iloczynem dwóch wielomianów o współczynnikach całkowitych stopnia mniejszego od n .
Rozwiązanie na str. 9

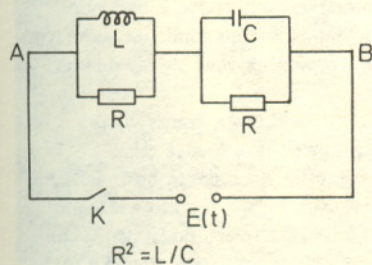
M 129. W turnieju ping-ponga, w którym każdy zawodnik grał z każdym, uczestniczyli zawodnicy amerykańscy i chińscy. Po zakończeniu turnieju okazało się, że każdy uczestnik połowę uzyskanych punktów zdobył grając z zawodnikami chińskimi (za zwycięstwo zawodnik otrzymuje 1 punkt, za przegraną 0). Udowodnić, że liczba wszystkich uczestników turnieju jest kwadratem liczby naturalnej.

Rozwiązanie na str. 14

Redaguje dr Waldemar GORZKOWSKI

F 43. Z dwóch oporników, cewki, kondensatora, klucza i źródła prądu zbudowano układ taki, jak na rysunku. Wykaż, że jeżeli $R^2 = L/C$, to niezależnie od tego, jak siła elektromotoryczna źródła zmienia się w czasie, część obwodu między punktami A i B po włączeniu klucza K zachowuje się jak opór omowy. Wyznacz wartość tego oporu.

Rozwiązanie na str. 4



$$R^2 = L/C$$

Dr hab. Bronisław KUCHOWICZ

Zwróćmy uwagę, że wiek Wszechświata jest rzędu 10^{10} lat, podczas gdy najdalsze znane nam obiekty kosmiczne (kwazary) są od nas odległe zaledwie o 10^6 lat świetlnych. Wiek Wszechświata jest więc znacznie większy niż opóźnienia powstające przy współczesnych obserwacjach astronomicznych. Nie jest zatem pozbawione sensu mówienie o tym wieku (*przyp. red.*).



Rozwiązanie zadania M 127

Przypuśćmy, że okresami funkcji $f: R \rightarrow R$ są 1 i $\sqrt{2}$. Wówczas dla dowolnych liczbcałkowitych m i n zachodzi równość

$$f(m+n\sqrt{2}) = f(0) \text{ (dlaczego?)}$$

Określmy więc funkcję f w następujący sposób:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{jeżeli } x \text{ jest liczbą postaci} \\ & m+n\sqrt{2} \text{ (} m, n \text{ — liczby} \\ & \text{całkowite),} \\ 1 & \text{dla pozostałych } x. \end{cases}$$

Łatwo jest sprawdzić, że okresami tak określonej funkcji są liczby 1 i $\sqrt{2}$ oraz że f nie jest stała (bo $\sqrt{3}$ nie jest liczbą postaci $m+n\sqrt{2}$ — dlaczego?).

ROZSTRZYGNIECIE KONKURSU SAMYCH ZWYCIĘZCÓW — DELTA 2/77

Do konkursu przystąpiło 9 uczestników, którzy nadesłali 18 żaróweczek pokrytych częściowo od wewnątrz metale metodą przepuszczania prądu przez szkło. Zgodnie z warunkami konkursu każdy z uczestników otrzymuje nagrodę książkową. Nagroda specjalna — silniczek modelarski — została dodatkowo przyznana w drodze losowania.

A oto lista nagrodzonych:

Artur Chodorowski — silniczek modelarski oraz nagroda książkowa, 93-549 Łódź, ul. Przyszkole 14 m. 3.

Nagrody książkowe otrzymują także:

Anna Luc, 66-400 Gorzów Wlkp.,

ul. Grottera 2/8,

Sławomir Pacuł, G. Opyrczał,

34-130 Stanisław Dolny 305,

Grzegorz Salkowski, Maków 90,

90-124 Maków,

Beata Wichrowska, 05-500 Piaseczno,

ul. Fabryczna 2, m. 2,

Czarek Pawlik, 28-200 Staszów,

ul. Rytwińska 32/9,

Jacek Wojtkiewicz, 51-662 Wrocław,

ul. Jachowskiego 4,

Piotr Stefanowicz, 51-630 Wrocław,

ul. Grottera 13.

Chaos stanowią w mitologii greckiej uosobienie stanu istniejącego przed powstaniem świata, uważano go najpierw za „ziejącą pustkę”, później — za bezładny zbiór załączków tego wszystkiego, z czego składa się świat uporządkowany. Stan podobny istnieć miał kiedyś; zdaniem wielu kosmologów miał to być pierwszy etap ewolucji Wszechświata.

W poprzednim artykule, omawiającym tzw. kosmologię geometryczną rozwijaną na bazie ogólnej teorii względności, przedstawiłem klasę tzw. modeli jednorodnych izotropowych, zwanych też modelami Friedmanna. We wszystkich tych modelach ewolucja Wszechświata trwająca skończony odcinek czasu zaczynała się od chwili $t = 0$ (umowny początek skali czasu), kiedy wszystkie odległości między punktami materialnymi (wyobrażającymi cząstki) we Wszechświecie równe były zeru. Wszechświat zaczynał więc swoją ekspansję od objętości równej zeru, kiedy gęstość materii była nieskończona. Wskazaliśmy na trudności, jakie się wyłaniają w związku z pojawieniem się owej pierwotnej osobliwości kosmologicznej (tak się bowiem stan ów nazywa). Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że istnienie takiej osobliwości mogłoby mieć również pewne atrakcyjne strony. Wtedy bowiem Wszechświat, w początkowej chwili swej ewolucji, jako punktowy, bez struktury, mógłby być całkowicie opisany przez zbiór niewielkiej ilości parametrów. Przyjęcie określonych wartości dla kilku parametrów początkowych wyznaczałoby więc całkowicie przyszły rozwój Wszechświata.

Kilka liczb wystarczyłoby (przynajmniej w zasadzie, bo w praktyce obliczenie czegokolwiek byłoby i tak niewykonalne) do opisanego całego Wszechświata! Jak zobaczymy dalej, koncepcja taka, choć być może atrakcyjna, jest jednak sprzeczna z prawami fizyki współczesnej, a mianowicie z prawami mechaniki kwantowej. Odwołajmy się do ziarnistej struktury materii, aby wskazać na granice stosowności takich pojęć klasycznych, jak gęstość materii czy też czas w kosmologii. Do opisu struktury ziarnistej materii stosujemy mechanikę kwantową. W skali znanej nam z codziennego doświadczenia fizycznego (z fizyki atomowej, jądrowej lub cząstek elementarnych) mechanika kwantowa jest teorią sprawdzoną, pozwalającą na trafne przewidywania. Zastosujemy za chwilę pewną prostą jej konsekwencję do kosmologii. Chcąc przejść do owej konsekwencji, wprowadzić musimy do kosmologii cząstki elementarne. W chwili obecnej, gdy Wszechświat dość już się postarzał, istotnymi z punktu widzenia jego struktury globalnej obiektami w nim zawartymi są galaktyki czy może gromady galaktyk.

Jednak nie zawsze one istniały. Jak już pisałem w swym artykule „Kosmologia — Fakty. III” (Delta 10/1976), jeśli cofamy się w czasie, to odległości pomiędzy dowolnymi dwoma obiektami we Wszechświecie maleją. Galaktyk więc kiedyś nie było, materia w nich zawarta „stykała” się kiedyś ze sobą, wcześniej jeszcze nie było ani atomów, ani jąder. Istnienie jakichkolwiek oddzielnych (samodzielnych) konfiguracji materii wymagałoby pewnego odstępu między nimi, to zaś zgodnie z wyobrażeniami o rozszerzającym się Wszechświecie jest nie do pomyślenia. A więc dostatecznie dawno cała materia była dostatecznie gęsto upakowana.

Takie gęste upakowanie realizuje się dziś w jądrach atomowych. Gdyby wziąć pod uwagę gęstość materii, zawartej w dowolnym jądrze atomowym (w którym skoncentrowane jest przecież ponad 99% masy atomu), otrzymamy wartość rzędu 10^{17} — 10^{18} kg/m³. Gęstość natomiast materii ziemskiej, mającej strukturę atomową, jest w porównaniu z tym niewielka, wynosi 10^3 — 10^4 kg/m³. Promień atomu jest bowiem rzędu 10^{-10} m, podczas gdy promień jądra jak i promień elektronu są rzędu 10^{-15} m. Jeśli zaniedbać masę elektronów atomowych, to można powiedzieć, że objętość przypadająca na tę samą masę równa jest objętości atomu — w przypadku istnienia struktury atomowej, bądź też objętości jądra atomowego, jeśli atom jest rozbity na jądro i elektrony, i wszystkie te jego składowe są poddane takiemu ciśnieniu, iż stykają się ze sobą. Stosunek rozmiarów liniowych jest rzędu 10^5 , stosunek objętości — rzędu 10^{15} . Dodajmy, że materia o gęstości większej średnio o ten właśnie czynnik 10^{15} od gęstości materii ziemskiej występuje na skalę makroskopową w dzisiejszym Kosmosie. Są to zgęstki o masie porównywalnej z masą Słońca, a o średnicy nie przekraczającej kilkunastu kilometrów. Zgęstkami tymi są gwiazdy neutronowe, których istnienie podejrzewano już od kilkudziesięciu lat, a których odkrycie — jako pulsarów, stanowi jedną z największych sensacji współczesnej astronomii. Materię występującą w wewnętrznych obszarach pulsarów, składającą się przede wszystkim z neutronów, z niewielką domieszką protonów, elektronów, a być może i innych cząstek elementarnych, nazywa się materią nadgęstą. Materii w tym stanie, uchodzącym za piąty stan skupienia (plazma jest czwartym), na skalę laboratoryjną uzyskać się nie udało i wątpliwe, by udało się w najbliższej przyszłości.

Gdy już widzimy, że materia nadgęsta nie jest tylko wymysłem teoretyków, a rzeczywiście występuje dziś we Wszechświecie, przywyknąć możemy łatwiej do myśli, że kiedyś cały Wszechświat występować musiał w stanie nadgęstym. A jeśli cofać się w czasie, to może jeszcze w stanie nadnadgęstym, i tak dalej. Można się zapytać, czy jest jakiś kres, z punktu widzenia współczesnej fizyki, temu przechodzeniu do coraz wyższych gęstości? Z trzech podstawowych stałych fizycznych: stałej grawitacyjnej (G), prędkości światła w próżni (c) i stałej Plancka (\hbar) —

Krytyczne wartości niektórych wielkości fizycznych:

$$\text{masa } m_0 = \sqrt{\hbar c/G} \approx 10^{-8} \text{ kg}$$

$$\text{długość } L_0 = \sqrt{G\hbar/c^3} \approx 10^{-35} \text{ m}$$

$$\text{czas } t_0 = \sqrt{G\hbar/c^5} \approx 10^{-44} \text{ s}$$

$$\text{gęstość } \rho_0 = c^5/G^2\hbar \approx 10^{98} \text{ kg/m}^3.$$

Ponieważ rozwiązania równań teorii fizycznych nie zwykły same z siebie zawierać zbyt dużych ani zbyt małych liczb, więc tego rzędu powinny być wielkości charakterystyczne dla takiej teorii, która posługiwałaby się stałą grawitacji, prędkością światła i stałą Plancka.



Rozwiązanie zadania M 128

Przypuśćmy, że istnieją takie dwa wielomiany $f(x)$ i $g(x)$ o współczynnikach całkowitych stopnia mniejszego od n , że zachodzi równość

$$(x-a_1)(x-a_2) \dots (x-a_n) - 1 = f(x)g(x).$$

Podstawiając do tej równości $x = a_i$ otrzymujemy, że

$$-1 = f(a_i)g(a_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Ponieważ $f(a_i)$ oraz $g(a_i)$ są liczbami całkowitymi, więc dla ustalonego i jest $f(a_i) = 1$ oraz $g(a_i) = -1$ lub $f(a_i) = -1$ i $g(a_i) = 1$.

Dla każdego i zachodzi więc równość

$$f(a_i) + g(a_i) = 0, \text{ a więc równanie}$$

$$f(x) + g(x) = 0 \text{ stopnia mniejszego od } n$$

ma co najmniej n pierwiastków:

a_1, a_2, \dots, a_n . Wynika stąd, że wielomian

$f(x) + g(x)$ jest tożsamościowo równy zeru,

czyli $f(x) = -g(x)$, a więc

$$(x-a_1)(x-a_2) \dots (x-a_n) - 1 = -[g(x)]^2.$$

Równość ta jest niemożliwa, gdyż

współczynnik przy x^n po stronie lewej

równy jest 1, po prawej zaś ujemny.

Przy założeniu, że istnieją wielomiany $f(x)$

i $g(x)$, doprowadziło więc do sprzeczności.

Wynik ten pochodzi od matematyków

niemieckich: I. Schura i W. Flügl.

charakterystycznej jednostki, za pomocą której wyraża się wielkości kwantowe — utworzyć można jednoznacznie wielkości o wymiarze masy, długości, czasu i gęstości. Wielkości te podajemy obok (wraz z przybliżonymi wartościami liczbowymi). Tego właśnie rzędu powinny być odpowiednie parametry materii, do opisu której trzeba stosować równocześnie prawa ogólnej teorii względności, jak i prawa mechaniki kwantowej. Teorie te są w swej obecnej postaci wzajemnie sprzeczne. Fizycy mają nadzieję, że gdy uda się w przyszłości stworzyć teorię, będącą syntezą ogólnej teorii względności i relatywistycznej teorii kwantowej, będzie ona mogła opisywać stany bliskie granicznej gęstości, jaką ma być gęstość ρ_0 . W chwili obecnej podane tu wartości długości L_0 i gęstości ρ_0 stanowią odpowiednio minimalną odległość między cząstkami elementarnymi oraz maksymalną gęstość materii, których nie wolno przekroczyć przy wprowadzaniu cząstek elementarnych i praw mikroświata do modeli kosmologicznych, jeśli procedura ta ma przynieść sensowne wyniki. Tym wartościom maksymalnym odpowiada w modelach Friedmanna czas t_0 . Dla chwil wcześniejszych, tj. od teoretycznie wyobraźalnej chwili $t = 0$ (początek liczenia czasu) do chwili $t = t_0$ załamują się klasyczne wyobrażenia o czasie i przestrzeni. Zobaczymy, jak do tego dochodzi. Skorzystajmy z zasady nieoznaczoności Heisenberga, podstawowej zasady mechaniki kwantowej. Wiąże ona charakterystyczny dla układu fizycznego czas rozwoju układu (czyli czas, po jakim układ zmienia się w sposób dostrzegalny przez jakikolwiek pomiar) Δt z nieokreślonością jego energii ΔE : $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$. Znając nieokreśloność energii ΔE wyznaczamy stąd niepewność określenia czasu Δt . W pobliżu granicznej gęstości ρ_0 charakterystyczna elementarna masa jest rzędu $m_0 \approx 10^{-8}$ kg i tego samego rzędu może być niepewność jej określenia. Odpowiada temu nieokreśloność energii $\Delta E = \Delta mc^2 \approx 10^9$ J. Z zasady nieoznaczoności wynika teraz, że czasu nie sposób wyznaczyć z dokładnością większą niż $\Delta t \approx 10^{-43}$ s. Jakie więc może mieć znaczenie fakt, że jakaś sytuacja powinna odpowiadać chwili $t_0 = 10^{-44}$ s, skoro niedokładność oznaczenia czasu przewyższać może wtedy wiek Wszechświata? Czas 10^{-44} s jest oczywiście bardzo krótki. Jest on jednak wystarczająco długi na to, żeby stan Wszechświata w tym wieku zupełnie nie przypominał owej pierwotnej osobliwości, jeżeli nawet ona istniała. Zgodnie z prawami mechaniki kwantowej nie możemy nic o tym początkowym okresie powiedzieć. Nie wolno nam też do tego okresu stosować pojęć i podejścia, wypróbowanych przy analizie okresów późniejszych. Osobie, która w dawnych czasach pytała, co robił Bóg przed stworzeniem świata, zwykło się odpowiadać, że stwarzał on piekło dla tych, co zadają takie pytania. W kosmologii na pytanie, co było przed chwilą t_0 , odpowiada się, że był chaos pierwotny. Piekło zaś było później. Było to nadgęste piekło, wypełnione wszelkimi możliwymi rodzajami cząstek elementarnych. Skład owej pierwotnej nadgęstej materii był znacznie bogatszy niż skład materii nadgęstej w jądrach atomowych a nawet w centrach pulsarów. Czegóż tam nie było! Oprócz wszystkich znanych dziś cząstek elementarnych były tam na pewno i takie, które może dopiero nasze wnuki poznają, a może i takie, których ludzkości nigdy się nie uda sztucznie wytworzyć. Może to był więc raczej raj utracony niż piekło, raj dla fizyków? „Wszechświat w dość odległej fazie swych narodzin odznaczał się nader wysoką temperaturą i dużą gęstością materii. Gdyby nie te dwie okoliczności, byłby to raj dla badaczy cząstek elementarnych” — tymi słowami zaczął w swoim czasie odczyt o gorącym Wszechświecie fizyk radziecki Jakow B. Zeldowicz. O raju tym czy też piekle pierwotnym, o jego ewolucji do stanu dzisiejszego mowa będzie w ostatnim artykule naszego cyklu.



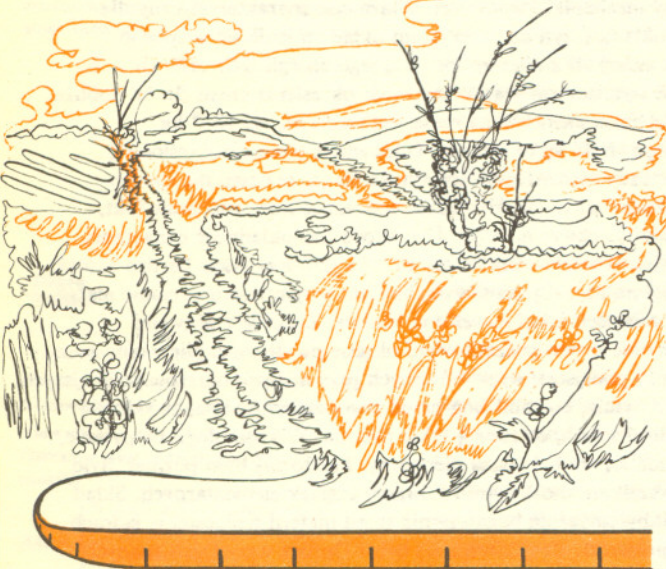
30 marca 1977 roku w Uniwersytecie Warszawskim, w sali im. Brudzińskiego odbyła się uroczystość nadania doktoratu honorowego prof. Marianowi Danyszowi. Na zdjęciu rektor Uniwersytetu Warszawskiego, prof. Zygmunt Rybicki wręcza dokument promocyjny doktorantowi. Po lewej stronie stoi promotor, prof. Andrzej Wróblewski, a po prawej dziekan wydziału fizyki, prof. Jerzy Pniewski. Prof. Danysz jest współodkrywcą pojedynczego i podwójnego hiperfragmentu, o czym pisaliśmy w „Delcie”, w numerze 1 i 10 z 1974 roku. W okresie międzywojennym wraz z Michałem Żywym odkrył izotop fluoru (^{19}F). Historię tego odkrycia zamieściliśmy w numerze 1 z 1975 roku. Prof. Marian Danysz jest jednym z głównych twórców polskiej szkoły eksperymentalnej fizyki cząstek elementarnych.

delta mała delta



Miary addytywne

Co pewien czas notujemy kolejny rekord dokładności pomiaru np. odległości Księżycy od Ziemi. Ostatnie słowo w tej dziedzinie należy do techniki laserowej. Rekordy rekordami, uprzytomnijmy jednak sobie olbrzymie praktyczne znaczenie sztuki mierzenia. Barometr mierzący ciśnienie powietrza to przyrząd niewątpliwie bardzo użyteczny. Światłomierz również, o czym doskonale wiedzą amatorzy fotografii. Umiejętność mierzenia napięcia prądu elektrycznego jest nieodzowna przy budowie różnych urządzeń elektronicznych, szczególnie tych najbardziej skomplikowanych, jak maszyny cyfrowe czy magnetofony najwyższej jakości. Matematyk także interesuje się sztuką mierzenia. Jako obiekty pomiaru służą mu jednak głównie zbiory, a więc tworzy dość abstrakcyjne. Rzecz jednak w tym, że abstrakcyjne miary mogą służyć za modele wielu miar stosowanych praktycznie. Dlatego matematyczna teoria miary jest pomocna specjalistom z różnych dziedzin. Jednym z ważniejszych rodzajów miar rozważanych w tej teorii są miary addytywne. Co to takiego? Odwołajmy się do prostego przykładu — pola figury.



Pole figury ma następującą własność:

**JEŚLI DWIE FIGURY NIE MAJĄ CZĘŚCI WSPÓLNEJ,
TO POLE ICH SUMY JEST RÓWNE SUMIE ICH PÓL.**

Własność ta umożliwia również obliczanie pola sumy takich figur, które nie są rozłączne.

Chcąc na przykład obliczyć pole figury na rysunku, można postąpić w ten sposób.

Przedstawmy figurę jako sumę dwóch kwadratów zachodzących częściowo na siebie i obliczmy:

**POLE PIERWSZEGO KWADRATU
plus POLE DRUGIEGO KWADRATU
minus POLE ICH CZĘŚCI WSPÓLNEJ**
czyli

$$a^2 + b^2 - c^2.$$

Uzasadnijcie, że jest to poprawny sposób liczenia.

Miara addytywna to taka miara, która ma następującą własność

**JEŚLI DWA ZBIORY NIE MAJĄ CZĘŚCI WSPÓLNEJ,
TO MIARA ICH SUMY RÓWNA SIĘ SUMIE ICH MIAR.**

Pole figury to miara addytywna. Dla każdej miary addytywnej poprawny jest taki sposób liczenia miary sumy figur nierozłącznych, jaki zastosowaliśmy w tym przykładzie:

MIARA SUMY ZBIORÓW równa się

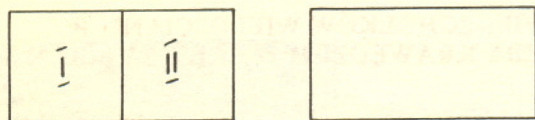
MIARA PIERWSZEGO ZBIORU plus MIARA DRUGIEGO ZBIORU minus MIARA ICH CZĘŚCI WSPÓLNEJ.

Zamiast kolejnego przykładu, proste zadanie. Na pytanie nauczycielki: „kto ma brata?” podniosło rękę do góry 16 uczniów. Na kolejne pytanie „kto ma siostrę?” podniosło rękę 12 uczniów, a na trzecie pytanie: „kto ma i brata i siostrę?” podniosły się 4 ręce. Ilu uczniów powinno podnieść rękę na pytanie: „kto z was ma rodzeństwo, to znaczy albo brata, albo siostrę, albo i brata i siostrę?”

Czy można zastosować metodę z poprzedniego przykładu? Naturalnie. Ilustruje to rysunek. Kropki to dzieci, pętle wyznaczają odpowiednio zbiór dzieci, które mają brata oraz zbiór dzieci, które mają siostrę. W części wspólnej, zgodnie z treścią zadania, są 4 kropki. Kropki w obu pętlach jest łącznie

$$16 + 12 - 4 = 24.$$

Liczba elementów zbioru to również miara addytywna.



Miary addytywne mają bardzo wygodną własność: można je dodawać i odejmować, a wynikiem będzie zawsze miara addytywna.

Oto prosty przykład.

Na rysunku przedstawiony jest wykres pewnej funkcji i prosta l równoległa do osi x . Niech A będzie odcinkiem na prostej l .

Rozważymy dwie miary tego odcinka.

Pierwsza, oznaczmy ją $M(A)$, niech będzie polem figury z rysunku 1 (powyżej prostej l).

Druga, oznaczmy ją $m(A)$, niech będzie polem figury z rysunku 2 (poniżej prostej l).

Obie są miarami addytywnymi (sprawdźcie).

Ich różnica

$$M(A) - m(A)$$

jest miarą addytywną. Dla pewnych A miara ta może być ujemna. Podajcie odpowiedni przykład.

Zajmiemy się teraz pewną ciekawą miarą.

Niech Z będzie zbiorem, do którego należą: pewna ilość ścian wielościanu W , pewna ilość krawędzi tego wielościanu i pewna ilość wierzchołków.

MIARA Z równa się

LICZBA WIERZCHOŁKÓW NALEŻĄCYCH DO Z
minus LICZBA KRAWĘDZI NALEŻĄCYCH DO Z
plus LICZBA ŚCIAN NALEŻĄCYCH DO Z .

Zastanówcie się, z których miejsc tego artykułu można wywnioskować, że jest to miara addytywna?

Obliczmy teraz miary różnych zbiorów.

Niech np. A będzie zbiorem o następujących elementach: jedna ze ścian wielościanu, wszystkie krawędzie tej ściany oraz wszystkie jej wierzchołki.

Miarą zbioru A jest 1, gdyż wierzchołków jest w nim tyle samo co krawędzi i ponadto jest jedna ściana.

Obliczmy teraz miarę sumy dwóch takich zbiorów.

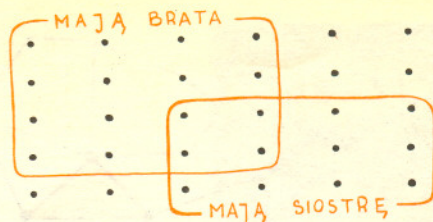
Jeśli nie mają one części wspólnej miara jest równa 2.

Nie jest to jednak interesujący przypadek.

Jeśli natomiast częścią wspólną tych zbiorów jest krawędź lub wierzchołek, to, ponieważ miarą części wspólnej jest 1, miara całości jest równa

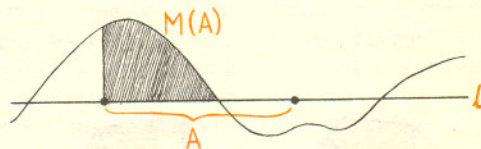
$$1 + 1 - 1 = 1.$$

Dodajmy do poprzednich dwóch kawałków trzeci, czwarty i dalsze. Jeśli kolejne kawałki będziemy „doklejać” w odpowiedni sposób (za każdym razem wzdłuż spójnego brzegu), miarą całości będzie wciąż 1.

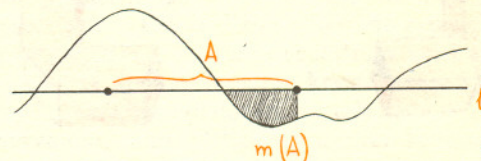


Nasuwa się pytanie: czy są jakieś miary nieaddytywne? Rozważmy długość brzegu figury na płaszczyźnie (brzegiem trójkąta, prostokąta itp. jest jego obwód). Obwód każdego z kwadratów na rysunku jest równy 4, obwód ich części wspólnej jest równy 1. Czy obwód całego prostokąta jest równy

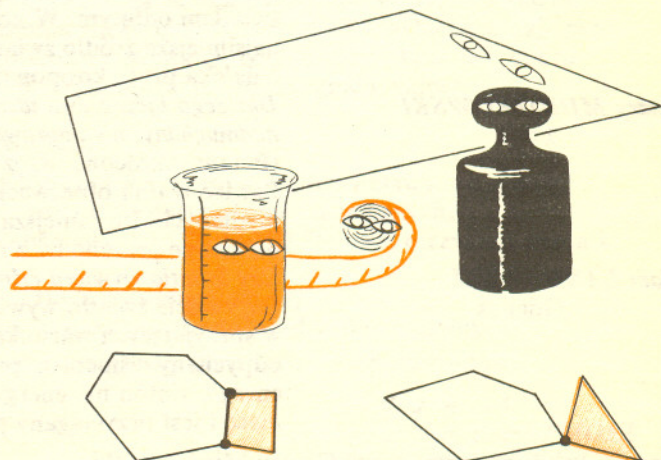
$$4 + 4 - 1?$$

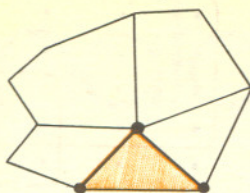
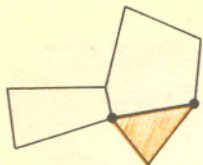


Rys. 1



Rys. 2





Skleiliśmy niemal cały wielościan — pozostał ostatni kawałek. Miara tego, co dotąd skleiliśmy jest równa 1. Doklejmy ostatni kawałek.

To ostatnie klejenie różni się istotnie od klejeń poprzednich, ponieważ miara części wspólnej klejonych części jest równa 0 (dlaczego?).

Ostatecznie, miarą całości (wszystkie ściany, wszystkie krawędzie i wszystkie wierzchołki wielościanu) jest $1 + 1 - 0 = 2$.

Tak więc

LICZBA WIERZCHOŁKÓW WIELOŚCIANU W minus LICZBA KRAWĘDZI W plus LICZBA ŚCIAN W równa się 2.

Uzyskany związek, odkryty przez Eulera, jest bardzo ciekawy i odegrał dużą rolę w historii matematyki, przyczyniając się do powstania nowego działu — teorii homologii.

Zadanie 1

Gajowy kontrolujący sektory A i B stwierdził, że na powierzonym mu obszarze wyznaczono do wycięcia więcej drzew liściastych niż iglastych. To samo stwierdził gajowy kontrolujący sektory B i C . — To niemożliwe — powiedział leśniczy — Wiem na pewno, że w sektorach A , B i C łącznie wyznaczono do wycięcia więcej drzew iglastych niż liściastych.

Informacje gajowych i leśniczego okazały się prawdziwe. Wytlumaczcie paradoks, który tak zdziwił leśniczego.

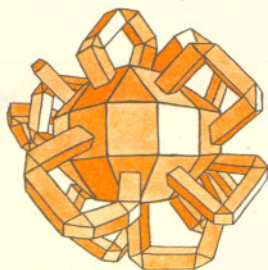
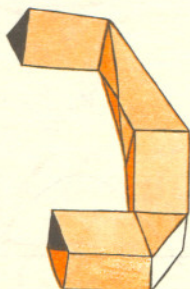
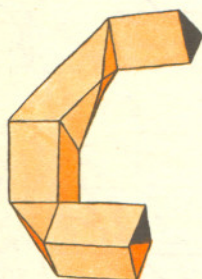
Zadanie 2

Obliczcie, ile wynosi

LICZBA WIERZCHOŁKÓW Z minus LICZBA KRAWĘDZI Z plus LICZBA ŚCIAN Z ,

jeśli Z to:

- Wielościan W z dwiema „dziurami” (cały wielościan W poza dwiema nie stykającymi się ścianami).
- Dwa wielościany z dwiema dziurami odpowiednio wyciągnięte (jakby były z gumy) i sklejone brzegami dziur.
- Wielościan z doklejonymi k „uchami”.



W Małej Delcie z numeru 2/1977 zaproponowaliśmy zabawę w stawianie pytań. Oto wybrane najciekawsze nadesłane pytania z komentarzem.

Urszula MROZOWSKA
Brzeg

Dlaczego planety świecą, to znaczy odbijają promienie słoneczne. Ziemia również odbija promienie, a przecież my tego nie zauważamy ani nie odczuwamy? Jak to? Przecież widzimy nawet odległe przedmioty dzięki temu, że świecą one światłem odbitym. W nocy widoczność jest zwykle bardzo ograniczona, bo najsilniejsze źródło światła, jakim jest Słońce, jest zasłonięte. Ziemia widziana z daleka przez kosmonautów jest bardzo ładna, niebieskawobiała.

Cezary MINDYKOWSKI
Łódź

Dlaczego łącząc dwa identyczne baloniki, z których tylko jeden jest nadmuchiany, nie doprowadzamy do jednakowego nadmuffiania obu baloników? (Pytanie skrócone przez redakcję).

Adam LANDOWSKI
Gdańsk

Bardzo trafna obserwacja. Można to samo pokazać również przy pomocy baniek mydlanych. Im mniejsza bańka, tym większe panuje w niej ciśnienie. Dlatego powietrze przechodzi z małej do większej bańki.

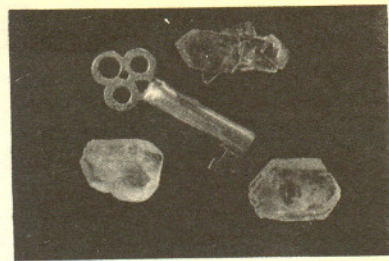
Czy światło wywiera ciśnienie, a jeżeli tak, to ile waży foton?

Oczywiście światło wywiera ciśnienie, o czym można się przekonać, obserwując w sprzyjających warunkach ogon komety. Zwykle odchyła się on od Słońca odpychany ciśnieniem promieniowania słonecznego. Masa jest równoważna energii. Foton ma energię odwrotnie proporcjonalną do długości fali. Ma więc masę i jest przyciągany przez Ziemię. Można więc obliczyć wagę fotonu.

Nagrodę książkową otrzymuje Cezary Mindykowski.

Hodujemy kryształy

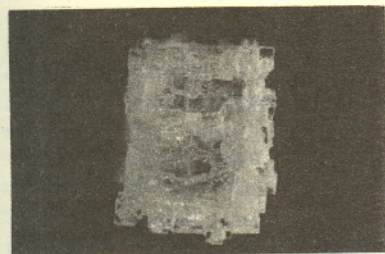
ROZSTRZYGNIECIE KONKURSU



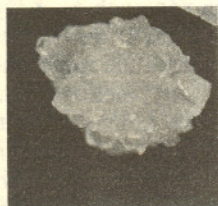
Fot. 5



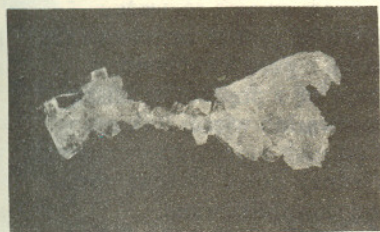
Fot. 1



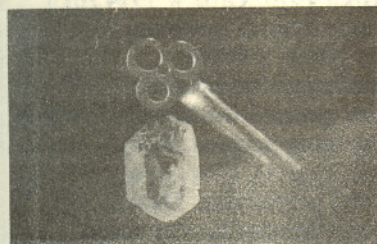
Fot. 2



Fot. 3



Fot. 4



Fot. 6

Należy od razu wyjawić, że konkurs nie cieszył się nadmierną frekwencją. Jest to oczywiście zjawisko negatywne z punktu widzenia organizatorów, którzy chcieliby, aby na każdy konkurs napływały olbrzymie ilości zgłoszeń, natomiast uczestnicy konkursu zyskują na tym bardzo, gdyż szanse otrzymania nagrody są przy małej konkurencji wysokie. Trzeba również przyznać, że wśród nadesłanych prac nie było ani jednej, która spełniałaby wszystkie warunki konkursu. Przypomnijmy sobie najważniejsze z nich:

1. Każdy uczestnik miał wyhodować po jednym kryształku soli, cukru i tiosiarczanu sodu.
2. Zewnętrzna forma kryształów miała odzwierciedlać ich strukturę.
3. Kryterium oceny stanowił iloczyn mas trzech kryształów. W razie potrzeby miały być wprowadzone kryteria dodatkowe.

Wbrew pozorom, najtrudniejszym punktem okazało się wyhodowanie kryształu tiosiarczanu sodu. Ponieważ kryształy te rosną bardzo szybko, otrzymanie pojedynczego kryształu okazało się zadaniem, któremu uczestnicy konkursu nie sprościli, otrzymując z reguły zlepek drobnych ziaren krystalicznych o kształcie zupełnie przypadkowym, odzwierciedlającym kształt naczynia, w którym przeprowadzono eksperyment, zamiast budowy samych kryształów (fot. 1). W tej sytuacji konieczna okazała się zmiana kryteriów oceny i ograniczenie się jedynie do dwóch substancji: chlorku sodu (soli kuchennej) i sacharozy (cukru). Do nagrodzenia jury zakwalifikowało trzy prace. Zgodnie z warunkami konkursu uczestnicy mieli wyhodować po jednym kryształku każdej substancji. Komisja zdecydowała, że można uznać za spełniające warunki konkursu również kryształy złożone, stanowiące zrost mniejszych kryształów o poprawnej formie geometrycznej pod warunkiem, że w całym zespole została zachowana orientacja przestrzenna, to znaczy, że pojedyncze kryształy składające się na całość mają odpowiednie ścianki równoległe. Zasadę tę ilustrują najlepiej fotografie. Wyhodowany przez kol. Marcina Gromisza duży kryształ chlorku sodu posiada „przyklepione” mniejsze kryształki, ale cały układ zachowuje orientację przestrzenną dając piękny efekt widoczny na fot. 2. Nadesłany przez innego uczestnika konkursu zlepek kryształów cukru (fot. 3) jest zupełnie chaotyczny i nie spełnia warunków konkursu. Również produkt przedstawiony na fot. 4 nie spełnia jako całość warunków konkursu: na sznurku użytym w doświadczeniu powstało jednocześnie wiele kryształów o zupełnie przypadkowej wzajemnej orientacji. Widoczna jest także nie mająca wyraźnej struktury krystalicznej „skorupa” powstała na powierzchni roztworu na skutek parowania wody. W związku z tym w przypadku nadesłania większej ilości kryształów wybierano najlepszy i ten przyjmowano jako podstawę do oceny. Najładniejsze kryształy cukru przedstawiono na fot. 5 i 6. Wyhodował je kol. Zbigniew Pałosz.

A oto lista nagrodzonych:

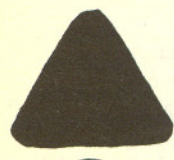
1. Marcin Gromisz, ul. XX-lecia PRL 15 m. 8, 24-100 Puławy, otrzymuje rzutnik do przezroczycy i zestaw do doświadczeń chemicznych.
2. Zbigniew Pałosz, ul. Ząbkowicka 2a/12, 57-100 Strzelin, otrzymuje rzutnik do przezroczycy.
3. Wojciech Kasiński, ul. Etiudy Rewolucyjnej 11/13 m. 22, 02-643 Warszawa, otrzymuje zestaw do doświadczeń chemicznych.

Gratulujemy nagrodzonym i zachęcamy do dalszych eksperymentów.

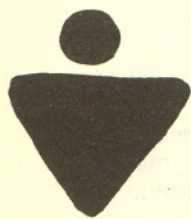
dr J. A. GAJ
doc. dr T. HOFMOKL
doc. dr M. ŚWIECKI

Doc. dr Michał ŚWIĘCKI

Oto jak sobie producent filmu telewizyjnego „Klucz do wszechświata”, Alec Nisbet, wyobraża cztery kwarki



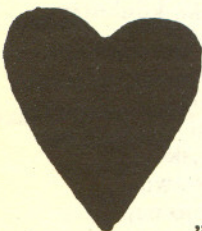
„do góry”



„do dołu”



„dziwny”



„powabny”



Rozwiązanie zadania M 129

Niech x będzie liczbą zawodników chińskich, y zaś liczbą zawodników amerykańskich.

Chińczycy w spotkaniach między sobą zdobyli razem $\frac{1}{2}x(x-1)$ punktów, w spotkaniach zaś z Amerykanami zdobyli $\frac{1}{2}xy$ punktów. Podobne rozumowanie można przeprowadzić odnośnie do liczby punktów zdobytych przez Amerykanów.

Jest więc

$$\frac{1}{2}x(x-1) + \frac{1}{2}y(y-1) = xy,$$

skąd

$$x^2 - x + y^2 - y - 2xy = 0, \quad x + y = (x - y)^2,$$

zatem $x + y$ jest kwadratem liczby

całkowitej.

W historii rozwoju fizyki nieczęsto zdarzała się taka sytuacja, że w trakcie poszukiwania opisu teoretycznego pewnych nowych i niezrozumiałych zjawisk spekulacje czysto teoretyczne, nie oparte na żadnych przesłankach doświadczalnych, znajdowały następnie pełne potwierdzenie w doświadczeniach. Zwykle okazywało się wtedy, że spekulacje te były początkiem zupełnie nowej teorii, tłumaczącej to wszystko czego nie rozumiano. W fizyce cząstek elementarnych sytuacja taka zdarzyła się w zasadzie dwukrotnie. Na początku naszego wieku przewidziano istnienie fotonu, co zapoczątkowało erę fizyki kwantowej. Pod koniec lat dwudziestych Dirac przewidział istnienie antycząstek i wtedy też rozpoczęło się panowanie kwantowej teorii pola, które trwa do dzisiaj. Wydaje się, że z podobnego typu sytuacją mamy do czynienia w związku z odkryciami, które uhonorowano nagrodą Nobla w 1976 roku (o odkryciach tych patrz Delta 6/1975). Przypomnijmy krótko fakty historyczne. W 1964 roku fizycy teoretycy, analizując prawa zachowania obowiązujące wśród cząstek elementarnych, doszli do wniosku, że wszystkie cząstki oddziałujące silnie (zwane hadronami) zachowują się tak, jakby były zbudowane z trzech podstawowych cegiełek — kwarków (pisaliśmy o tym w poprzednim numerze Delt). Hipoteza kwarków została następnie potwierdzona pośrednio w wielu doświadczeniach. Najbardziej przekonujące były wyniki współczesnej wersji historycznego doświadczenia Rutherforda z 1911 roku, którą mądrze nazwano głębokim nieelastycznym rozpraszaniem leptonów na nukleonach (GNRLnN). Rutherford wraz ze współpracownikami rozpraszali cząstki α na folii ze złota. Okazało się, że cząstki te przelatują przez atomy złota nie natrafiając na żadną materię atomową, uginają się tylko w silnym polu elektrostatycznym wytworzonym przez ładunek skupiony w środku atomu. Wyciągnięto stąd wniosek o istnieniu małego jądra atomowego, którego rozmiary ($\sim 10^{-12}$ cm) i ładunek (równy liczbie atomowej) można było ocenić z wielkości owego ugięcia. W doświadczeniu GNRLnN rozpraszano elektrony na nukleonach i w podobny, jak u Rutherforda, sposób wywnioskowano, że nukleony te składają się z kwarków o ładunkach równych $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{3}$ ładunku elementarnego (tyle też przewidywali teoretycy), że kwarki wewnątrz nukleonów mają bardzo małe masy oraz, że praktycznie nie mają one rozmiarów — są prawie punktowe, podobnie jak fotony, elektrony, miony i neutrina. Wyniki doświadczenia GNRLnN są równie mocnym argumentem za istnieniem kwarków wewnątrz nukleonów, jak wyniki doświadczenia Rutherforda były argumentem za istnieniem jądra wewnątrz atomów. Tyle tylko, że atomy można było stosunkowo łatwo zjonizować i otrzymać ich jądra, podczas gdy kwarki są związane tak wielkimi siłami, że nieprędko uda się rozbić nukleony. Zachęteni tak pięknym potwierdzeniem swoich rozważań fizycy zaczęli budować ścisłą teorię kwarków. W teorii tej proton zachowuje się, jak pęcherzyk pary nasyconej w cieczy. Para składa się z gazu kwarkowego, którego cząsteczki, jako prawie bezmasowe, poruszają się z prędkością bliską prędkości światła. Pęcherzyki mogą się rozpadać na dwa lub więcej (tak np. powstają mezony π), ale nigdy nie można oderwać od nich pojedynczej cząsteczki gazu — kwarku. Tak prosto opisana struktura ma jednak dosyć złożoną postać matematyczną. Równania opisujące kwarki są raczej skomplikowane. Nietrudno jednak było się przekonać, że równania te mają rozwiązanie jedynie wtedy, gdy do klasycznego już układu trzech kwarków dodamy nowy, tzw. powabny kwark. Wniosek taki wyciągnięto już w roku 1970. Otóż w 1974 roku odkryto pierwsze cząstki zawierające w swej strukturze kwarki powabne. I za to odkrycie przyznano w zeszłym roku nagrodę Nobla z fizyki. Na zakończenie warto pewnie odpowiedzieć na narzucające się pytanie: czym jest ciecz, w której pływają hadrony napełnione gazem kwarkowym? We współczesnej wersji teorii kwarków cieczą tą jest sama próżnia, która wywiera stałe ciśnienie na wszystkie zanurzone w niej cząstki. Dlatego są one takie małe, a nie rozplývają się jak każdy gaz po całej przestrzeni. Dziwna jest ta próżnia — przypomina dawno wygnany z teorii eter Maxwella. Czy może znów coś trzeba wyganiać z teorii?



Burton Richter urodził się w 1931 r. W 1948 rozpoczął studia w MIT (Massachusetts Institute of Technology) z mocnym postanowieniem poświęcenia się pracy naukowej w chemii lub w fizyce. Już po pierwszym roku stwierdził, jak sam pisze, że fizyka jest znacznie bardziej podniecająca.

W 1952 r. rozpoczął studia doktoranckie badając strukturę nadsubtelnej izotopu rtęci 197. Szybko zainteresował się fizyką cząstek. W 1956 r. kończy pracę doktorską na temat produkcji mezonów π pod wpływem promieniowania elektromagnetycznego γ .

Po doktoracie zainteresował się sprawdzaniem eksperymentalnym elektrodynamiki kwantowej.

W doświadczeniach przeprowadzonych w Stanford sprawdził stosowalność elektrodynamiki kwantowej na odległościach 10^{-13} cm.

Doświadczenie uzyskane w tych eksperymentach pozwoliło mu na udział w realizacji elektronowych pierścieni kumulacyjnych w Stanford. Wraz z W. C. Barberem, B. Gittelmanem i Gerry O'Neill pracowali 6 lat nim uzyskali zderzające się wiązki, które można było wykorzystywać w eksperymentach. W 1965 r. w wyniku doświadczeń, w których uczestniczy, granica stosowalności elektrodynamiki kwantowej została przesunięta o rząd wielkości (10^{-14} cm).

W 1973 roku rozpoczyna eksperymenty, które doprowadziły do wyników nagrodzonych nagrodą Nobla.

Burton Richter tak kończy opis swojej działalności naukowej zamieszczony w *Adventures in Experimental Physics*, tom 5 (1976): „... dopiero teraz uświadomiłem sobie, jak wielką i długą miłością było moje obcowanie z elektronami. Jak w większości przygód miłosnych były i cienie i blaski, ale radość zawsze przeważała nad zniechęceniem”.

国王,皇后陛下,皇族们,各位朋友:

得到诺贝尔奖,是一个科学家最大的荣誉.我是在中国长大的,因此想借这个机会向在发展中国家青年们强调实验工作的重要性.

中国有一句古话:‘劳心者治人,劳力者治于人.’这种落后的思想,对在发展国家的青年们有很大的害处.由于这种思想,很多在发展国家的学生们都倾向于理论的研究,而避免实验工作.

事实上,自然科学理论不能离开实验的基础,特别,物理学是从实验产生的.

我希望由于我这次得奖,能够唤起在发展中国家学生们的兴趣,而注意实验工作的重要性.

Samuel Ting jest Chińczykiem z pochodzenia. W dwa miesiące po urodzeniu (1936) w USA powrócił wraz z rodzicami do Chin. Do Ameryki przyjechał ponownie w 1956 r.

Kończy studia w zakresie matematyki i fizyki, utrzymując się ze stypendium. Ting chciał zostać fizykiem teoretycznym.

Dwa zdarzenia wpłynęły na zmianę planów. Jak sam pisze — pierwszym była rozmowa z profesorem Ulenbeckiem:

„powiedział mi, że przeciętny doświadczalnik jest bardzo przydatny, ale przeciętny teoretyk nie”. Po tym przyszło zaproszenie z Berkeley, gdzie poszukiwano fizyków do będącego w toku eksperymentu. Praca i warunki finansowe były bardzo atrakcyjne. Samuel Ting pojechał do Berkeley i stał się fizykiem doświadczalnym.

Po uzyskaniu doktoratu wyjechał do CERN-u (Europejska Organizacja Badań Jądrowych pod Genewą w Szwajcarii), gdzie pracował pod kierunkiem prof. Giuseppe Cocconi przy akceleratorze protonowym. Ting bardzo ciepło wspomina współpracę z włoskim fizykiem, od którego wiele się nauczył. W roku 1965 powraca do Stanów i wykłada na uniwersytecie Columbia. Wydział Fizyki dysponował w owym okresie silnym zespołem fizyków: Jack Steinberger, Leon Lederman, Melvin Schwartz, T. D. Lee, I. I. Rabi. „Nauczyłem się od nich wielu rzeczy — pisze Ting — Wszyscy oni byli zapalonymi fizykami i dużego stopnia indywidualistami. Od nich, ale w to mi nikt nie wierzy, nauczyłem się też jedzenia chińskich potraw”.

Pracując w Columbii Ting poznał metody eksperymentalne, które miał później stosować w pracy, która przyniosła mu nagrodę Nobla.

W 1966 r. podjął pracę w DESY — laboratorium koło Hamburga, dysponującym akceleratorem elektronów. Zajął się tam sprawdzaniem elektrodynamiki kwantowej — sprawdzenie wypadło pozytywnie. Po pięciu latach pracy i po rocznym urlopie Ting przystąpił do budowy spektrometru, pozwalającego na badanie par $e^+ e^-$ wyprodukowanych w zderzeniach proton-tarcza.

Powyżej:

Zdjęcie Samuela Tinga i Burta Richtera w czasie uroczystości przyznania nagrody Nobla w grudniu 1976. (Zdjęcie wykonane przez Jeanne Ting i zamieszczone w CERN Courier 1/2, 1977).

Obok:

Rękopis tekstu przemówienia S. Tinga podczas uroczystości. (Zdjęcie z CERN Courier 1/2, 1977.)

„Ruch ku dołowi masy złota, albo ołowiu, albo jakiegokolwiek innego ciała posiadającego ciężar jest szybszy w proporcji do jego rozmiarów”

Arystoteles

„Pewnego dnia 1666 roku Newton pojechał na wieś i patrząc na spadające jabłko — jak to mi opowiedział jego siostrzeniec — zamyślił się głęboko nad przyczyną, która przyciąga każdy przedmiot wzdłuż linii, której przedłużenie przeszłoby niemal przez środek Ziemi”.

Voltaire

„Doszedłem do wniosku, że w ośrodku nie stawiającym oporu wszystkie ciała będą spadać z tą samą prędkością”

Galileusz

„I wtedy wpadłem na to [...] niezależność grawitacyjnego przyspieszenia od natury spadającej substancji może być wyrażona następująco: W polu grawitacyjnym (o małych rozmiarach przestrzennych) ciała zachowują się jak w przestrzeni wolnej od grawitacji [...] Zdarzyło się to w 1908. Dlaczego trzeba było jeszcze siedmiu lat, aby stworzyć ogólną teorię względności? Główną przyczyną jest to, że nie tak łatwo uwolnić się od idei, iż współrzędne muszą mieć bezpośrednio metryczne znaczenie”.

Einstein

MAXIHABIL

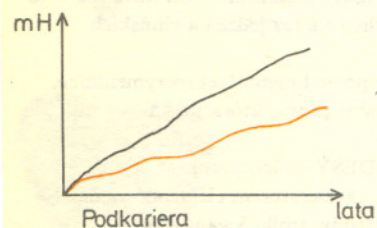
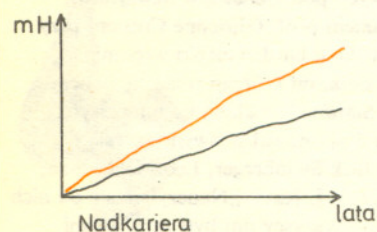
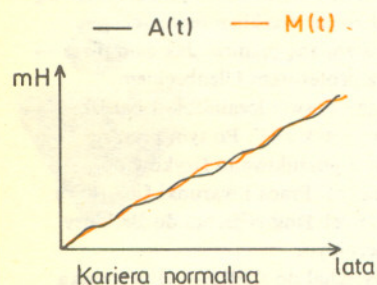
Próby zastosowania języka matematyki do opisu i analizy zjawisk empirycznych sięgają coraz to nowych dziedzin. Oto jeden z przykładów.

Załóżmy, że dane są trzy zbiory Z , U i T , zwane odpowiednio *zbiorem zdarzeń naukowych*, *zbiorem uczonych* i *czasem*. Poszczególne elementy zbioru Z nazywają się doktoratem, członkostwem Akademii, wydaniem książki, opublikowaniem artykułu w czasopiśmie polskim, opublikowaniem artykułu za granicą, nominacją na stanowisko dyrektora Instytutu itp. Zdarzeniem wyróżnionym w zbiorze Z jest zdarzenie H zwane *habilitacją*. Elementy zbioru U mają oczywistą interpretację, a T jest podzbiorem zbioru liczb całkowitych, przy czym jego elementy nazywają się latami.

Załóżmy dalej, że dla każdego $x \in U$ dane są dwie funkcje a_x i m_x określone na zbiorze Z , o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych. Dla każdego $z \in Z$ liczbę (wartość funkcji) $a_x(z)$ nazywa się *autorytetem czysto naukowym* uzyskiwanym przez uczonego x w wyniku zaistnienia dla niego zdarzenia z . Liczba $m_x(z)$ nazywa się *mocą społeczną* uczonego x (możliwością oddziaływania na innych poprzez posiadaną władzę) związaną z zajściem dla x zdarzenia z . (Zakłada się przy tym, że funkcje te reprezentują oceny autorytetu i mocy Iksa dokonywane z określonego punktu widzenia; dopuszcza się rozpatrywanie różnych punktów widzenia, w szczególności punkt widzenia Iksa, punkt widzenia Ygreka, $y \neq x$, czy punkty widzenia pewnych podzbiorów U zwanych *mikroparadygmatami*.) W celu powiązania zarysowującego się tu modelu teoretycznego z rzeczywistością opracowano odpowiednie narzędzia badawcze (tego typu, co testy psychologiczne), służące do pomiaru wartości funkcji a_x i m_x . Jednostka pomiaru została tak dobrana, by dla każdego $x \in U$ spełniony był warunek

$$a_x(H) = m_x(H) = 1000,$$

w związku z czym jednostkę tę nazwano *milihabilem*. Oto przykładowe wyniki empirycznego pomiaru tych wielkości dla trzech uczonych (I jest doktorem przed habilitacją, II — doktorem habilitowanym, III — profesorem i dyrektorem Instytutu) i dla kilku wybranych zdarzeń naukowych; wielkości $a_x(z)$ i $m_x(z)$ oceniane są z punktu widzenia uczonych, których dotyczą:



z	$a_I(z)$	$m_I(z)$	$a_{II}(z)$	$m_{II}(z)$	$a_{III}(z)$	$m_{III}(z)$
Habilitacja	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000
współautorstwo artykułu opubl. w kraju	90	0	478	0	2 000	0
opublikowanie artykułu w czołowym czasopiśmie w kraju	190	0	730	0	9 800	0
opublikowanie artykułu w bardzo dobrym czasopiśmie za granicą	850	0	830	0	9 800	0
opublikowanie książki w wydawnictwie na Zachodzie	700	0	1 020	0	2 100	0
opublikowanie książki w Polsce	510	0	860	0	1 800	0
uzyskanie doktoratu	650	300	310	390	2 000	1 620
wybór na prezesa PAN	1 850	2 510	1 800	3 120	1 150	1 250
otrzymanie stanowiska dyrektora Instytutu	1 260	2 240	1 440	1 760	1 100	12 500
kierownictwo pracowni	250	840	1 120	1 150	5 000	9 000
członkostwo komitetu ekspertów	720	820	950	2 270	2 800	9 000

Wprowadzone wyżej pojęcia i zastosowana metoda pomiaru służyć mogą m.in. analizowaniu przebiegu i charakteru kariery naukowej. Zakłada się mianowicie, że z upływem czasu uczonego dotyczą coraz to nowe wydarzenia naukowe i w związku z tym gromadzi on autorytet naukowy, a jego moc społeczna również ulega zmianom. Dokładniej: niech $Z_x(t)$ będzie zbiorem tych zdarzeń naukowych, które zaistniały dla uczonego x nie później, niż w chwili t . Wtedy wielkość

$$A(t) = \sum_{z \in Z_x(t)} a_x(z)$$

nazywa się *autorytetem* x w chwili t . Niech dalej $Z'_x(t)$ będzie zbiorem tych zdarzeń naukowych, których efekt trwa co najmniej od chwili t . Wielkość

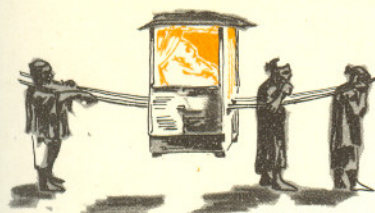
$$M(t) = \sum_{z \in Z'_x(t)} m_x(z)$$

nazywa się *mocą społeczną* x w chwili t .

Formalnym odpowiednikiem kariery naukowej jest w omawianym modelu para funkcji $(A(t), M(t))$. Kariere nazywa się *normalną*, jeśli różnica $M(t) - A(t)$ jest w przybliżeniu stała. Kariere, dla której różnica ta maleje z upływem czasu, nazywa się *podkarierą*; nadkariere charakteryzuje się tym, że różnica ta rośnie. Przykładem uczonego, który zrobił nadkariere jest Oppenheimer.

*

Z konieczności podaliśmy tu jedynie niektóre informacje o modelu, który w rzeczywistości jest znacznie bardziej rozbudowany. Zainteresowanych odsyłamy do źródła (z którego zaczerpnęliśmy ten przykład, dane empiryczne i wzory rysunków): M. Nowakowska, *Psychologia ilościowa z elementami naukometrii. Wybrane zagadnienia metodologiczne*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1975 (rozdział 9).



Nezyczopaz ketuksw

Aby zapisać w jakimś układzie pozycyjnym (np. dziesiętkowym) jakąś liczbę (np. numer bieżącego roku) postępujemy w następujący sposób: dzielimy liczbę przez podstawę układu pozycyjnego, resztę zapisujemy jako *ostatnią* cyfrę rezultatu, zaś wynik dzielenia dzielimy ponownie przez podstawę, resztę zapisujemy jako *przedostatnią* cyfrę itd., aż do momentu, gdy wynik będzie równy zero.

(W podanym przykładzie:

$$\begin{aligned} a &= 10 \cdot b + 7 \\ b &= 10 \cdot c + 7 \\ c &= 10 \cdot d + 9 \\ d &= 10 \cdot 0 + 1 \end{aligned}$$

łącznie: 1977.)

Zatem zapis w układzie pozycyjnym uzyskujemy „od końca”. Również „od końca” rachujemy na zapisanych pozycyjnie liczbach, np.:

$$\begin{array}{r} 2734 \\ + 287 \\ \hline 3021 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 342 \\ \times 8 \\ \hline 2736 \end{array}$$

Dlaczego więc nie zapisujemy pozycyjnie liczb w przeciwnym, niż przyjęty, kierunku? Dlaczego piszemy słowa z lewa na prawo, a liczby przeciwnie — z prawa na lewo?

Przyczyna jest prosta: system dziesiętkowy (i w ogóle systemy pozycyjne) zaczerpnęliśmy od Arabów, którzy nie tylko liczby, ale i słowa piszą z prawa na lewo.

„Na wszelki wypadek” przyjęliśmy ten system „dosłownie”. No, a potem już trudno było zmienić.

Przy okazji informacja: najstarszy zachowany zapis pozycyjny liczby pochodzi z roku 595 (liczba ta, to 346).

