# delta

## SPIS TREŚCI



**W następnym numerze:**
Zagadnienie czterech barw


„Delta"
matematyczno-fizyczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Polskiego Towarzystwa Fizycznego wydawany przy poparciu Ministerstwa Oświaty i Wychowania





Adres Redakcji
ul. Hoża 69 pok. 151,
00-681 Warszawa



Zakład Narodowy im. Ossolińskich — Wydawnictwo Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark. wyd.; 2,50 ark. druk.; papier offsetowy III kl. 80 g. 61 × 86
Wydrukowano w Drukarni im. Rewolucji Październikowej Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 16/77 F-11

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

**WARUNKI PRENUMERATY** Cena prenumeraty rocznej zł 60,— cena prenumeraty półrocznej zł 30,—

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch" oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:
— do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny
— do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
Jednostki gospodarki uspołecznionej, instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch".
Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW oraz prenumeratorzy indywidualni, zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch", Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej

**Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich**

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTĘ":

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
Sprzedaż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.
Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, konto PKO nr 1-6-100312

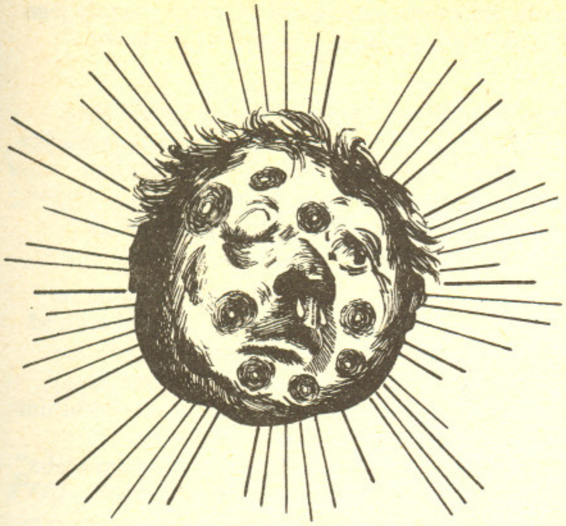
w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona" Krakowskie Przedmieście 7 00-068 Warszawa, Poland or with
— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland.
— Earlscourt Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,
— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia.

Cena 1 egzemplarza zł 5.— nr indeksu 35723/35550



*Jeden z czytelników nadesłał nam w liście wycinek gazetowy zawierający artykuł w języku kongresowym, który, choć nie w pełni dla nas zrozumiały, zdaje się zawierać uwagi dotyczące naszego pisma. Po zastanowieniu postanowiliśmy przytoczyć z niego obszerne fragmenty. Jednocześnie prosimy osobę ukrywającą się pod kryptonimem „17/19" o szersze informacje dotyczące gazety czy czasopisma, skąd ów artykuł pochodzi, a także wydarzeń, o których mówi, gdyż nie w pełni rozumiemy, o co chodzi.*
*Część wstępna zawiera interesującą baśń o świętej i cnotliwej niewieście imieniem Delta, która uwolniła rzekomo Ziemię od śmiecia i nieczystości, a także stek brutalnych i niewybrednych napaści pod adresem owego mitu i barwnej, naszym zdaniem, i ogromnie przekonywającej postaci jego bohaterki. Dalej cytujemy dosłownie:*

Skąd, jednym słowem, ta skłonność do czynienia sobie bohaterów i wzorów z postaci, których czyny warte są pamięci jedynie jako groźne memento dla przyszłych pokoleń?

Upłynęło niespełna 1,5 tys. lat od wprowadzenia w życie Programu Solarnego. Konkretnie w 1999 roku wyruszył z Ziemi pierwszy transporter ze śmieciami. Rozpędzony do odpowiedniej prędkości miał trafić prosto w tarczę słoneczną i sczeznąć, zdejmując raz na zawsze z naszych głów problem śmietnisk, hałd, usypisk śmieci i zwyczajnych śmietniczek. Projekt wydawał się prosty i efektowny. Zamiast otaczać miasta pierścieniami odpadków, zamiast chmurzysk trujących wyziewów — kwiaty i zieleń, rekreacja i kwitnące ogrody.

Pomysł programu zrodził się w kręgu intelektualnym personifikowanym dziś jako Delta-dziewica. Mało kto wie, o co konkretnie chodziło. A prawie nikt nie kojarzy sobie owej Delty przez wielkie D z rachitycznym pisemkiem ukazującym się po dziś dzień w jednym z najbardziej zapadłych punktów naszego globu — mimo że nie zmieniło ono ani tytułu, ani (przyznajmy to z goryczą) poziomu swoich publikacji. Tak jednak było — niedowiarków zaś odsyłamy do monografii prof. Matłachowicza „Program Solarny — fakty, podłoże, konsekwencje" — WCK,3471.

Dlaczego owo pismo przeszło w swoim czasie okres chorobliwej wprost popularności, trudno nam dziś odgadnąć. Być może warunkiem wystarczającym był ogólny poziom publikacji tego typu na ówczesnej Ziemi. Zostawiając socjologom dokładniejsze przebadanie tematu możemy tylko przytoczyć fakt obrazujący tę sytuację: czasopismo Delta czytane było wówczas na całym prawie świecie (z wyjątkiem może Chin i Południowej Ameryki), mimo że wydawano je w jednym z prymitywnych narzeczy słowiańskich, co nie mogło pozostać bez wpływu na jego rzeczywistą zdolność przekazu.

O ile niełatwo nam dziś zrozumieć, czemu należy przypisać dziwną popularność tego periodyku (być może działały tu jakieś ukryte przyczyny), o tyle zrozumiałym jest, że raz rzucony pomysł zyskał sobie podatny grunt w umęczonej problemem odpadków ludzkości.

Dlaczego autorzy owego pisma w pewnym okresie swojej działalności porzucili pseudofilozofię naukową, w której początkowo gustowali, na rzecz konkretnych, praktycznych rozwiązań — też łatwo zrozumieć. Kiedyż to uprawianie filozofii (bez względu na jej jakość) dawało komu istotne profity? Czy wydawanie prowincjonalnego pisemka, i do tego szyfrem, może być dobrym interesem? Program Solarny — to co innego!

Czy rzeczywiście autorzy pisma opracowali go sami? Czy pomysł ten nie zrodził się w umyśle któregoś z licznych czytelników Delty? Czy autorzy pisma i równocześnie oficjalni autorzy Programu Solarnego rzeczywiście dokonali opracowania technicznej strony zagadnienia? — Nie przypuszczamy! Raczej odszukali jakiegoś genialnego a zapoznanego inżyniera i zleciwszy mu owo zadanie odpalili jakieś parę zet za opracowanie problemu i przysięgę milczenia. Zależało im wszak zarówno na popularności osobistej, jak i na popularyzacji wątpliwej wartości myśli, które lansowali.

Zresztą sama techniczna strona zagadnienia nie była zbyt trudna. Chodziło tylko o wystrzelenie pocisku-śmietnikowca na tę niewielką odległość od Ziemi, na której przyciąganie Słońca dominuje nad grawitacją ziemską. O ile wykonano by tę operację na tyle precyzyjnie, żeby kąt przebicia trajektorii przez powierzchnię grawitacyjną Ziemi i Słońca nie odbiegał od kąta prostego więcej niż o $\frac{\pi}{273}$, to, w myśl praw ciążenia, pocisk niechybnie spadłby na powierzchnię naszej życiodajnej gwiazdy.

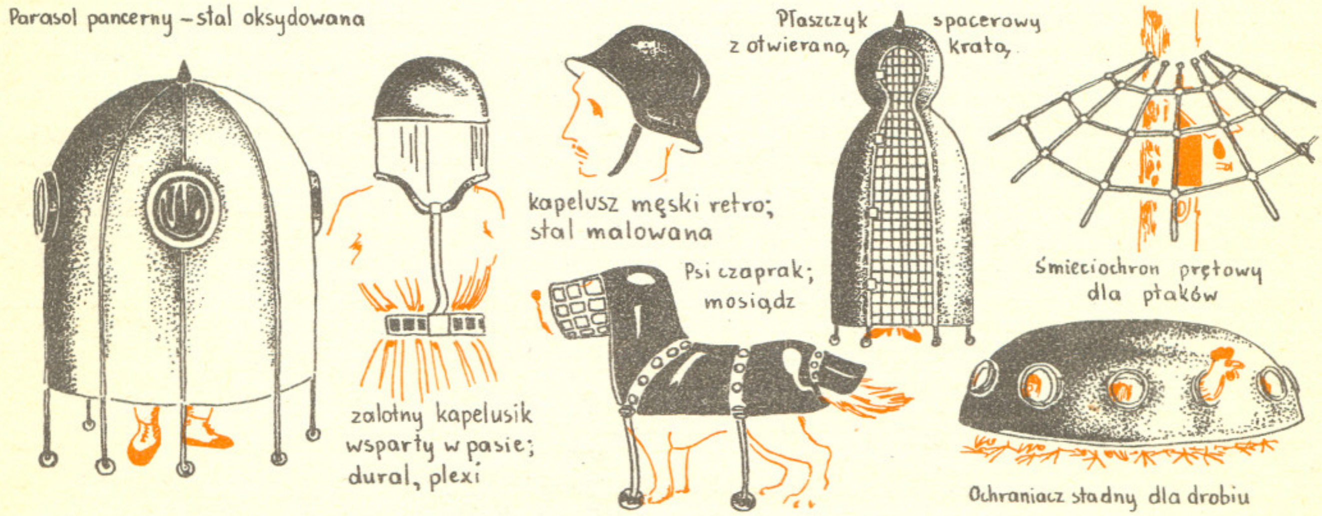
Początkowo istniały obawy co do ekonomicznego aspektu tego rozwiązania. Staranne jednak obliczenia wykazały jego taniość, nawet w stosunku do użycia spalających śmieciarek czy wywozu śmieci furmankami do mórz i oceanów. Ponadto wizja rzeczywistej likwidacji śmieci była tak pociągająca.

Wszystko pozornie było w porządku. Nie bądźmy jednak pochopni w kreowaniu byle chłystków na uzdrowicieli najcięższej z chorób cywilizacji, jaką niewątpliwie jest samoprześmiecenie. Zapytajmy: Dlaczego autorzy programu nie pomyśleli wówczas o bilansie materii ziemskiej? Czy zabrakło im wyobraźni? Załóżmy. Czy nie przewidywali nieuczciwości przedsiębiorstw przewozowych, które zaraz, od pierwszego momentu swej działalności, poczęły wprowadzać nieszkodliwe rzekomo oszczędności? Skłaniamy się raczej do przypuszczenia, że w zyskach tych tzw. autorzy pomysłu mieli swój niemały zgoła procent, udzielając tu i tam ekspertyz i opinii.

Dziś, kiedy już wiemy, że chmura odpadków ciągnie się mniej więcej równomierną warstwą od centrum układu aż po nasz własny glob, kiedy stwierdziliśmy w sposób nie zezwalający na jakiekolwiek wątpliwości, że masa Ziemi wynosi 0,9 jej masy sprzed millenium, kiedy to w ostatnim roku utraciliśmy Lazurowe Wybrzeże przykryte wielokilometrową ławicą opadłego nagle z „jasnego nieba" śmiecia i odpadków, kiedy pojęcie „jasnego nieba" przestało już właściwie istnieć, a człowiek podnosząc twarz ku Słońcu jest szczęśliwy, jeżeli dostanie w ucho zgniłym pomidorem zamiast, bo i to wszak możliwe, skończyć żywot pod opadłym wrakiem samochodu, a dzieci pytają nas z wzruszającą naiwnością „tatusiu, dlaczego wypada mówić, że niebo jest niebieskie?", kiedy samo Słońce dostarcza więcej smogu i swędu niż światła i ciepła — czy jest słuszne, że w dalszym ciągu uważamy Program Solarny za wybitne osiągnięcie ludzkości?

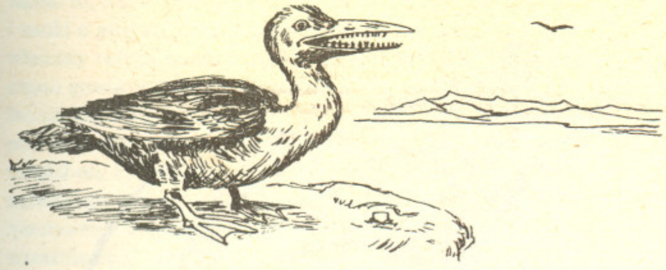
Astronomowie (od dawna już zmuszeni operować zdjęciami archiwalnymi, jako jedyną drogą poznania Wszechświata, gdyż na oko nie sposób odróżnić pojemnika ze śmieciami od ciała niebieskiego) skłaniają się obecnie do przypuszczenia, że tzw. dawniej czerwone olbrzymy nie jest to nic więcej, jak dowód istnienia w danym układzie cywilizacji typu ziemskiego, czyli zaśmiecenia swego słońca i okolicy przez niechlujnych mieszkańców któregoś z okolicznych globów. Nie muszę przypominać, że problem gwiazd supernowych, a raczej przyczyny ich powstawania, nie są jeszcze do końca wyraźnie określone, co może wszak (w świetle powyższej interpretacji) przyprawić o niepokój człowieka nie pozbawionego wyobraźni.

Gdyby jednak nawet odrzucić tę ewentualność, która podnosi włosy na głowie przeciętnego mieszkańca naszego globu, gdyby nawet pominąć jednostkowe (na razie) poczynania różnej maści dywersantów i wykolejeńców, podrzucających do pojemników granaty i petardy, to i tak pozostaje pytanie, czy równomierne nasycanie materią Wszechświata, rozbieranie własnych i sąsiednich globów na drobne odpadki nie jest prostą i jasną drogą do likwidacji Wszechświata jako takiego.




Z tym większą więc satysfakcją spieszymy donieść, że została już powołana Centralna Komisja Oczyszczania Globu i Okolicy, jako organ Zjednoczonych Przedsiębiorstw Oczyszczania Miast, Osiedli i Zakładów Przemysłowych. Stojący na czele Komisji wybitni uczeni i praktycy są na właściwej drodze do uzdrowienia jakże nabrzmiałej sytuacji. Tym dziwniejsze wydają się trudności finansowe, z jakimi do dziś borykać się muszą poszczególne agendy tej Komisji. Tym bardziej, że nie sposób nie doceniać wagi ich prac i energii, z jaką przykładają się już od ponad stu lat do tego problemu.

*Opracował Józef CIEŚLA*



# Lamarckizm

## *Prof. dr Władysław KUNICKI--GOLDFINGER, członek korespondent PAN*

Kręte są drogi rozwoju nauki. Nie biegną one wedle z góry założonego programu: Raczej, jak powiada George Santayana, naukę można porównać do „... wytrwałego oblężenia prawdy, do której zbliża się na ślepo i bez przywódcy, jak armia mrówek". Do prawdy o ewolucji życia, której ogólne zarysy już obecnie widzimy, droga była również zawikłana.
Z rozważań naszych wyłączymy wczesne koncepcje ewolucyjne filozofów starożytnej Grecji. Były one bowiem oderwane od wiedzy biologicznej, a wynikały z ogólnofilozoficznych założeń. Ewolucjonizm jako kierunek naukowy narodził się właściwie dopiero w XVIII w. To wówczas Laplace zaproponował hipotezę rozwoju systemu słonecznego, Hutton opisywał historię Ziemi, a Buffon i Erazm Darwin (dziad Karola) sformułowali teorię zmienności organizmów, przekształcania ich i rozwoju. Idea ewolucji zaczęła więc pod koniec owego stulecia przenikać do nauk przyrodniczych. Pierwszą teorię, jaka starała się objaśnić przyczyny i przebieg ewolucji organizmów żywych stworzył w 1809 roku Jean Baptiste de Lamarck. Poza przesłankami ogólnoświatopoglądowymi, dowodów na to, że znane nam formy organizmów żywych pojawiły się w rezultacie długiego procesu przekształcania i zmienności, było wówczas niewiele. Dopiero w osiem lat po ogłoszeniu teorii Lamarcka William Smith opublikował swe dzieło „O systemie stratygraficznym organizmów kopalnych", w którym wykazał, że pewne warstwy geologiczne odznaczają się określonymi, charakterystycznymi dla siebie skamieniałościami organizmów. Jeszcze dalszych piętnaście lat miało upłynąć do ogłoszenia „Zasad geologii" Charlesa Lyella. Opisywano wtedy już wprawdzie wiele kopalnych szczątków zwierząt, a twórca paleontologii, Cuvier, był współczesny Lamarckowi, jednak same dane paleozoologiczne, bez zrozumienia natury procesów geologicznych, nie stanowiły dostatecznego oparcia dla uzasadnienia ewolucji. Porównawcza anatomia roślin i zwierząt była co prawda już wtedy uprawiana, a sam Lamarck był wybitnym botanikiem i zoologiem. Wykazanie podobieństw lub określonych różnic w budowie organizmów, stwierdzenie u wielu narządów szczątkowych, jak np. kości ogonowej u naczelnych lub rudymentów kończyn przednich u węży boa, mogło być więc wykorzystane jako poparcie teorii ewolucji, ale nie wystarczało jako jej główne uzasadnienie. Tak więc Lamarck, pisząc swe dzieło, rozporządzał tylko nieco bogatszymi dowodami ewolucji organicznej niż wspomniani jego poprzednicy, Buffon i Erazm Darwin.

# Witalizm

## *Prof. dr Władysław KUNICKI--GOLDFINGER, członek korespondent PAN*

Otacza nas urzekająca i trudno dająca się opisać różnorodność istot żywych — niewidocznych gołym okiem drobnoustrojów, tysięcy roślin, milionów zwierząt. Każda z tych istot jest odmienna, niepowtarzalna; każda rośnie, rozwija się w sobie właściwym cyklu rozwojowym; każda na swój sposób stara się o pożywienie i miejsce na świecie, walczy z wrogami i przeciwnościami, a wreszcie albo ginie, albo wydaje przed śmiercią sobie podobne potomstwo. Dostrzegał to bogactwo form, ich wiecznie powtarzający się i regulowany rozwój, ich zmienność, każdy człowiek od zarania istnienia ludzkości. Dostrzegał to na tle mało zmiennej przyrody nieożywionej, pełnej form powtarzalnych, nie podlegających rozwojowi, niezdolnych do aktywnego, kierunkowego oddziaływania na otoczenie wykorzystywane dla swoich potrzeb.

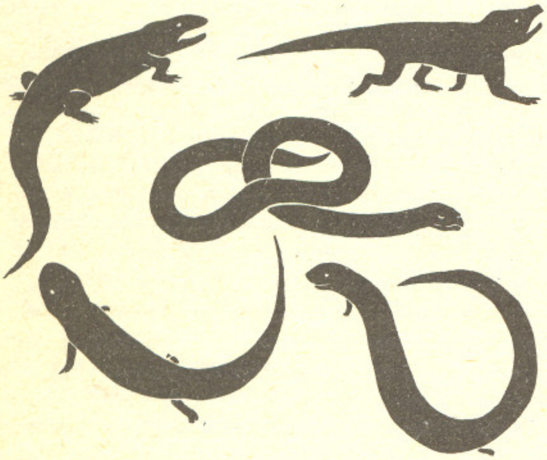
Nic dziwnego, że w życiu, w żywych istotach doszukiwano się jakiegoś specjalnego czynnika, jakiegoś elementu występującego jedynie w nich, a nieobecnego w przyrodzie nieożywionej. Ten domniemywany element różnie nazywano. Opisywał go w starożytności Arystoteles jako *duszę wegetalną* i *animalną*, van Helmont w Odrodzeniu jako *archeje*, Bergson w XIX w. jako *élan vital*. Charakteryzowano ten poszukiwany element życia nie przez jego właściwości, jakich nie umiano wskazać, ale przez właściwości życia — ruch, rozwój, dziedziczność, zmienność, ewolucja — jakie miały od tego elementu życia zależeć. Pogląd ten, przypisujący życiu specyficzny, niewykrywalny w fizyce i chemii parametr — nazywamy witalizmem. Witalizm wyjaśnia zjawisko życia przez „siłę życiową" (*vis vitalis*), która z kolei jest wyjaśniana jedynie przez właściwości samego życia. Jest to więc pozorne wyjaśnienie, będące przyznaniem się do niemożności właściwego wyjaśnienia. Nauka służy jednak wyjaśnianiu świata, a przynajmniej tego obszaru rzeczywistości, który daje się badać metodami naukowymi. W takim ujęciu witalizm umiejscawia się poza zakresem nauki. Zjawiska życia należą bowiem do obszaru rzeczywistości poddającego się badaniom metodami naukowymi.

Witalizm odegrał jednak w nauce rolę bodźca, pobudzającego do szukania innych wyjaśnień zjawiska życia. Pierwszą taką próbą był mechanicyzm Kartezjusza, traktującego organizm żywy, a właściwie zwierzę, jako maszynę. Model mechanicznej maszyny okazał się dla organizmu żywego za prymitywny, zastąpiono go więc z czasem modelem maszyny chemicznej.

I ten model uznano z czasem za zbyt prosty. Wiek XX przyniósł kolejny model — cybernetyczny. Model ten opiera się o sprzężenie zwrotne, jakie możemy odnaleźć także w układach nieożywionych. Model ten obejmuje jednak również sterowanie, program, pamięć, odbieranie, wartościowanie i przetwarzanie dopływającej informacji, i na tej podstawie modyfikowanie programu „zależnie od potrzeb".

Wreszcie model ten może zawierać wbudowany weń element nieoznaczoności. Układy cybernetyczne tego typu napotykamy tylko w świecie żywym i wśród maszyn cybernetycznych skonstruowanych przez człowieka, a więc przez żywą istotę. Maszyny te, choć nieożywione, są wytworem jedynie żywego organizmu.

Teoria Lamarcka opiera się na jego wierze, iż przyroda dąży do coraz dalszego udoskonalania form żywych. Opierająca się na takiej przesłance teoria wymagała jednak dodatkowego objaśnienia. Należało wyjaśnić w jaki sposób i dzięki czemu formy żywe, zachowując w zasadzie właściwości gatunkowe, podlegają jednak zmianom, prowadzącym w ostatecznym wyniku do powstawania coraz „doskonalszych" form. Lamarck przyjął, tak jak wtedy sądziło wielu ludzi, że małe zmiany i modyfikacje, pojawiające się w czasie życia osobniczego organizmu, są dziedziczne, tj. że są przekazywane potomstwu. Wiele takich zmian pojawia się w czasie życia osobniczego w rezultacie oddziaływania środowiska na organizm. Inaczej mówiąc, organizm nabywa te cechy w ciągu swego życia. Lamarck wierzył, że takie nabyte cechy są dziedziczne. Uważał on ponadto, że używanie jakiegoś narządu lub wykorzystywanie jakiejś cechy powoduje stopniowy rozwój i doskonalenie narządu lub cechy w kolejnych pokoleniach. Analogicznie, nieużywanie jakiegoś narządu lub nie wykorzystywanie jakiejś cechy prowadzi do ich stopniowego zaniku. Takie miało być, wedle niego, pochodzenie organów resztkowych.



Dodatkowo Lamarck zakładał, że organizmy, zwłaszcza zwierzęta, są wyposażone w rodzaj „czucia wewnętrznego", dzięki jakiemu czynnie, przy udziale swojej woli, doskonalą używane organy i wyzyskiwane cechy.
Zwróćmy uwagę, że Lamarck był witalistą i uznawał celowość w naturze. Naturze było właściwe dążenie do doskonalenia się, a żywe organizmy celowo kształtowały zmieniające się cechy, osiągając coraz lepsze i pełniejsze przystosowanie do warunków środowiska ich życia.
Poglądy Lamarcka mogą się nam dziś wydawać nieco naiwne i często bardzo słabo uzasadnione. Pamiętajmy jednak, że dziedziczenie cech nabytych było uznawane przez niektórych biologów jeszcze do przełomu wieku XIX i XX, a w latach czterdziestych i pięćdziesiątych stało się fundamentem tzw. łysenkoizmu, kształtującego biologię na dużym obszarze świata. Również przekonanie, że natura dąży do doskonalenia się, nawet bez uznawania dziedziczności cech nabytych, odżyło w połowie wieku XX w poglądach Theilarda de Chardin. Postulat dziedziczenia cech nabytych poddaje się sprawdzeniu eksperymentalnemu i w wyniku eksperymentów został zakwestionowany. Pogląd o doskonaleniu się przyrody jest przedmiotem wiary lub przekonania, i jako taki nie daje się ani dowieść, ani zaprzeczyć przy zastosowaniu metod naukowych. Oba filary teorii Lamarcka znalazły się więc poza nauką. Pierwszy dlatego, że jest błędny, drugi dlatego, że jest niesprawdzalny.

Model cybernetyczno-chemiczny tłumaczy zjawisko życia, co nie oznacza, że wyjaśnia je już w pełni i bez reszty. Model ten opiera się na pojęciach niewyprowadzalnych z samej fizyki, choć nie wykraczających poza jej prawa.
Spór witalizmu z mechanicyzmem jest już chyba w pełni martwy. Witalizm, jako przebrzmiała koncepcja, jest przedmiotem zainteresowania historyków myśli ludzkiej. Kontrowersja przyjęła obecnie postać sporu między redukcjonistami, uważającymi, że wszelkie zjawiska życia można sprowadzić do znanych nam praw fizyki i zarazem wyjaśnić przy pomocy tych praw, a antyredukcjonistami, sądzącymi, iż zjawiska biologiczne, nie wykraczając poza prawa fizyki, nie dają się ani sprowadzić, ani wyjaśnić bez reszty przez te prawa. Rzecz ciekawa, że antyredukcjonistami są często właśnie fizycy, np. Bohr, Jordan, Elassen, obok takich biologów jak Jacob; redukcjonistami jest przede wszystkim wielu biologów molekularnych, jak np. Crick i Monod. Ale ten spór, jak również proponowany przez Bohra komplementaryzm, są już inną historią. Chcielibyśmy tu tylko pokazać, że nawet taka niesprawdzalna hipoteza, jak witalizm, będąca w istocie wyrazem kapitulacji wobec trudności wyjaśnienia problemu naukowego, może, mieszcząc się w określonym kontekście historii nauki, odegrać rolę bodźczą. Nauce bowiem nie szkodzą błędne koncepcje, które są właściwe każdej epoce i każdej dyscyplinie. Nauce szkodzi natomiast brak wolności myśli, brak krytycyzmu, brak tolerancji.

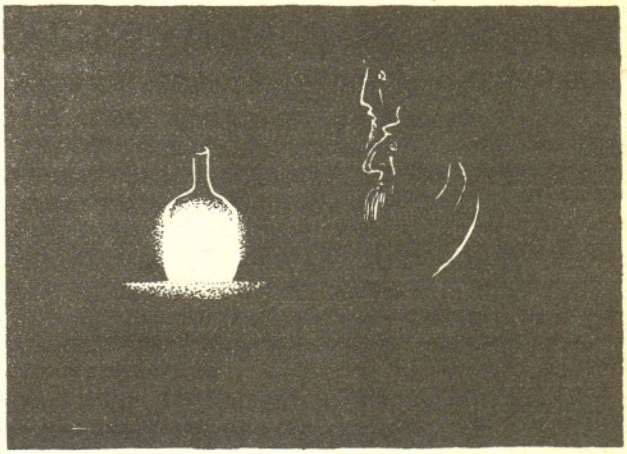
## Flogiston i cieplik

W życiu codziennym spotykamy wiele zjawisk, które intuicyjnie chcielibyśmy tłumaczyć zupełnie inaczej niż nauczono nas (jakże często na pamięć) w szkole. Mówimy na przykład o przepływie ciepła i rzeczywiście proces ogrzewania ciała chłodniejszego przez cieplejsze sugeruje, że coś tam przepływa. Dopiero mocne potarcie palcem o kawałek materiału, kiedy i palec i materiał ogrzewają się, a nic nie staje się zimniejsze, przekonuje nas, że sprawa nie jest taka prosta i że cała historia ma coś wspólnego z przekazywaniem energii, a nie przepływem jakiejś substancji. Podobnie, chociaż wiemy dobrze, że spalanie polega na łączeniu się z tlenem, to jednak łatwo zgodzilibyśmy się również z poglądem, że wyżarzony w ogniu kawałek metalu stracił coś podczas żarzenia, a nie zyskał.

Mimo to, teoria Lamarcka odegrała w rozwoju biologii i nauki o ewolucji olbrzymią rolę. Zwróćmy uwagę, że właściwy twórca współczesnej teorii ewolucji, Karol Darwin, często powoływał się na Lamarcka i sam po części był lamarckistą. Nie miał on jasnej koncepcji mechanizmów powodujących zmienność organizmów. Tak jak Lamarck uważał on, że dziedziczą się bardzo małe, stopniowo narastające zmiany, na jakie wpływ wywiera używanie lub nieużywanie organu albo funkcji. Nie odgraniczał też wyraźnie cech nabytych od cech dziedzicznych. Genialność jego teorii ewolucji, odróżniająca ją od poglądów Lamarcka, uwidacznia się w trojaki sposób. Po pierwsze, Karol Darwin wykorzystał zgromadzony w ciągu kilkudziesięciu lat od czasów Lamarcka olbrzymi materiał obserwacyjny, obejmujący geologię, zoologię, botanikę, anatomię porównawczą, biogeografię itd. Prześledził też możliwie dokładnie procesy powstawania udomowionych ras zwierząt i roślin. Pozwoliło mu to na wykazanie, że organizmy żywe rzeczywiście zmieniały się w przebiegu dziejów Ziemi oraz że zmianom podobnym podlegają pod wpływem działania człowieka nawet w czasach historycznych.
Po drugie, Karol Darwin przyjął, że zmiany obserwowane u organizmów żywych, niezależnie od mechanizmu ich powstawania, mają charakter przypadkowy.
Po trzecie wreszcie, oparł się o pracę Malthusa, który wykazał, że mnożenie się organizmów, zachodzące w postępie geometrycznym, jest zawsze szybsze niż przyrost niezbędnych źródeł pokarmu, wzrastający w postępie arytmetycznym. Wulgaryzowanie i wyzyskiwanie poglądów Malthusa dla doraźnych celów politycznych było słusznie i często krytykowane. Sama jednak zasada jest w rzeczywistości słuszna i zgodna z poglądami ekologii. W oparciu o nią Darwin wysunął zasadę doboru naturalnego czyli naturalnej selekcji. Zasada ta przyjmuje, że każda populacja, każdy gatunek wydaje na świat więcej potomstwa niż może przeżyć; że wewnątrz każdego gatunku (i populacji) występuje zawsze przypadkowa zmienność cech; że osobniki, u jakich występuje zmieniona cecha, mogą niekiedy mieć większą szansę przeżycia i wydania potomstwa niż pozostałe; a zatem, jeśli cecha ta jest dziedzicznie przekazywana, uwidoczni się w potomstwie tego osobnika; że w wyniku tego w dalszych generacjach będą się powoli gromadziły cechy coraz bardziej odmienne od cech przodków, co w ostatecznym rezultacie doprowadzi do wytworzenia nowych ras, podgatunków i gatunków.
Darwin nie stosował żadnego aparatu matematycznego. Mimo to, to on właśnie w biologii jako jeden z pierwszych wykorzystał analizę zjawisk przypadkowych (zmienności) pojęcie prawdopodobieństwa określające, która to z nowo pojawiających się cech ma szanse utrwalenia się w wyniku doboru naturalnego.
Koncepcja Darwina była więc na wskroś nowoczesna i oparła się naciskowi czasu. W zmodyfikowanej postaci jest obecnie podstawą wszystkich teorii ewolucyjnych.
Teoria Lamarcka była w rozwoju myśli naturalnym i niezbędnym ogniwem. Teleologiczne i witalistyczne „czucie wewnętrzne", popychające organizmy do doskonalenia, trzeba było tylko zamienić na materialistyczną zasadę doboru naturalnego, działającego ślepo na przypadkową zmienność żywych istot.

Teleologia [gr. tèleos — osiągający cel, lògos — słowo, nauka] — pogląd, wedle którego celowość jest nie tylko własnością czynności ludzkich, ale działa w przyrodzie pozaludzkiej, której procesy zachodzą w sposób celowy, zamierzony. Wyznawcy teleologii chcą uzupełnić lub niekiedy nawet zastąpić przyczynowe wyjaśnianie świata („jest tak, ponieważ...") przez odkrywanie w jego zdarzeniach celowości („jest tak, aby...") [wg. Słownika Wyr. Obcych].

Nic więc dziwnego, że w czasach, kiedy tworzono dopiero ścisłe podstawy nauk przyrodniczych, fizycy i chemicy przyjęli właśnie taki intuicyjny punkt widzenia. Przez cały XVIII wiek panowała w chemii teoria flogistonowa, zgodnie z którą proces spalania polegał na wydzielaniu nieważkiej substancji — flogistonu — która właśnie żarzyła się lub paliła. Metale czyste uważano za związki czystych pierwiastków chemicznych z flogistonem, a to co dzisiaj nazywamy tlenkiem metalu było, konsekwentnie, nazywane pierwiastkiem. W zasadzie uważano, że flogistonu nie można wykryć, ale oczywiście nie zabrakło i takich chemików, którzy uporczywie go szukali. Wreszcie Priestley rozłożył w wysokiej temperaturze tlenek rtęci (a więc „czysty pierwiastek") na rtęć i tlen, odkrywając przy okazji tlen. Jednakże tak głęboko wierzył on w teorię flogistonową, że zinterpretował, w bardzo zawikłany sposób, wynik swojego doświadczenia jako wykrycie flogistonu. Dopiero precyzyjne pomiary wagowe Lavoisiera ustaliły, że tlenek rtęci jest cięższy od samej rtęci.



W ten sposób obalono teorię flogistonową, a w równaniach chemicznych opisujących spalanie zaczęto pisać

*metal + tlen → tlenek metalu*

zamiast

*metal → pierwiastek + flogiston.*

Podobną historię przeżyła nauka o cieple. Prawie do połowy XIX wieku nie znano ogólnej zasady zachowania energii, z wyjątkiem dość prymitywnej zasady zachowania (dla sumy energii potencjalnej i kinetycznej) w układach mechanicznych, która służyła jedynie do wygodnego rozwiązywania równań dynamiki newtonowskiej.
W związku z tym cała termodynamika oparta była na teorii tzw. cieplika, który znów był oczywiście substancją nieważką i w zasadzie niewykrywalną. Im więcej cieplika zawierało ciało, tym było gorętsze, a ogrzewanie ciał i chłodzenie polegało na przepływie tegoż cieplika. Z ogrzewaniem przez tarcie radzono sobie za pomocą dosyć karkołomnych hipotez. Dopiero dokładne pomiary Joule'a dotyczące zamiany pracy mechanicznej na ciepło doprowadziły do sformułowania ogólnej zasady zachowania energii (I zasada termodynamiki) i przepływ cieplika został zastąpiony przez przepływ energii. Warto podkreślić, że zarówno teoria cieplika, jak i teoria flogistonu, chociaż okazały się błędne i choć zawierały zbędne (bo nieobserwowalne) byty, odegrały bardzo ważną rolę w rozwoju fizyki i chemii. W okresie panowania tych teorii i przy ich pomocy odkryto wiele podstawowych praw przyrody, na przykład II zasadę termodynamiki. Wreszcie — obalenie tych teorii było prawdziwym przełomem naukowym. Tak błędne drogi w nauce często okazują się wcale pożyteczne.

# Na falach eteru

*Dr hab. Andrzej SZYMACHA*

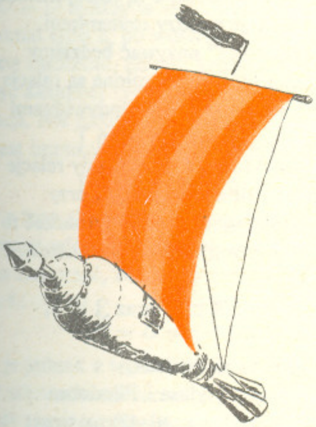
**Eter, któremu poświęcony jest ten artykuł, nie ma nic wspólnego z pewnym chemicznym związkiem organicznym używanym m.in. do narkozy (dawniej) oraz do innych celów w medycynie i chemii, a zwanym również eterem (dokładniej eterem etylowym).**

Każdy z czytelników zna zapewne wyrażenie „na falach eteru", ale sądzę, że wielu przypuszcza, iż to jakiś poetyczny zwrot mający wyrażać ulotność i niedostępność bezpośrednio naszym zmysłom fal radiowych. Tymczasem powiedzenie owo jest jedyną pozostałością po bardzo realistycznie w swoim czasie traktowanej koncepcji „eteru", którą, w dramatyczny bardzo sposób, obaliły rezultaty prac Einsteina znane pod nazwą szczególnej teorii względności. Obecnie uważa się, że eteru po prostu nie ma, tak jak nie ma flogistonu, czarodziejskich smoków czy kryształowej kuli sklepienia niebieskiego, do której rzekomo przyklejone miały być gwiazdy. Bezkompromisowo nastawiony Czytelnik mógłby w związku z tym przypuścić, że tylko skrajna naiwność, żeby nie powiedzieć głupota, kazała ludziom rozważać obiekt, którego nigdy nie widzieli, nie czuli, który w żaden sposób się nie ujawniał i nie mógł ujawniać, skoro w końcu okazało się, że go wręcz nie ma. Czymże jednak był, lub miał być ów eter? Otóż koncepcja eteru narodziła się w zasadzie wraz z falową teorią światła w czasach Maxwella, który zinterpretował światło jako zjawisko elektromagnetyczne i przewidział istnienie bliskich krewniaków światła, a mianowicie fal elektromagnetycznych o wszelkich możliwych długościach, które to przewidywanie, jak wiemy, potwierdziło się w całej rozciągłości (Maxwell już tego triumfu swej teorii nie dożył, ale my czerpiemy pełną garścią z tego odkrycia, np. oglądając w swoim mieszkaniu na ekranie telewizora finał mistrzostw świata w piłce nożnej, czy lądowanie na Księżycu). Fale pojawiły się w fizyce po raz pierwszy bynajmniej nie w związku ze światłem czy promieniowaniem elektromagnetycznym. Ba, fale np. na wodzie znane były ludziom z codziennych obserwacji na długo przed powstaniem wszelkich nauk. Jednak ich opis matematyczny został stworzony wraz z rozwojem fizyki, a dokładniej mechaniki, gdyż pierwsze poznane fale były to fale mechaniczne — fale na powierzchni wody, fale rozchodzące się wzdłuż napiętej struny, fale akustyczne itp. W mechanice fala jest niczym innym, jak swoistym typem ruchu materialnego ośrodka ciągłego — mówienie o fali bez owego materialnego ośrodka, zwanego też podłożem fali, jest w ramach mechaniki zupełnie bez sensu — nie może się ruszać coś, czego nie ma!

Po zbadaniu różnych rodzajów fal odkryto ich pewne wspólne cechy, niezależne, lub prawie niezależne od charakteru fali. W szczególności wykryto, że fale mogą interferować. Oznacza to, że do pewnego obszaru może dopływać przy działających dwóch źródłach fal więcej energii niż wynosi suma tego, co by dopływało gdyby każde ze źródeł było włączone oddzielnie („jasny prążek"). Są i takie miejsca, gdzie po zakryciu czy też wyłączeniu jednego ze źródeł dopływa więcej energii niż w przypadku, gdy włączone są oba („ciemny prążek"). Jest to zjawisko zrozumiałe dla fal i tylko dla fal. Kiedy efekt interferencji odkryto dla światła, narzucało się przypuszczenie, że światło jest falą, Ale fala to ruch, a jak ruch to ruch czegoś. Było to dla fizyków wychowanych na mechanice Newtona pretendującej do miana wszechteorii zdolnej opisać wszelkie zjawiska (a jest faktem, że święciła mechanika nieprzerwane pasmo sukcesów od wyjaśnienia ruchu planet do teorii kinetyczno-molekularnej włącznie) tak oczywiste, że ani przez moment nikt nie zawahał się przed przyjęciem mechanicznego opisu fali świetlnej, a zatem przed przyjęciem koncepcji, że istnieje ośrodek materialny, którego drgania sprężyste są światłem. Ów hipotetyczny ośrodek to właśnie eter.

Nikt eteru nie widział, nie czuł, ale przesłanki teoretyczne za jego istnieniem były tak silne, że absolutnie nie należy się dziwić, iż koncepcja eteru była powszechnie akceptowana, mimo że na to, by eter mógł spełnić swoje zadanie podłoża fal świetlnych, jego własności musiały być bardzo niezwykłe. Owe dziwne własności musiały być przypisane eterowi z kilku powodów. Otóż prędkość fali świetlnej jest olbrzymia, dużo, dużo większa niż prędkość jakichkolwiek innych znanych fal. W mechanice dowodzi się, że fala jest tym szybsza, im bardziej sprężysty (sztywny) jest ośrodek oraz im ośrodek ten jest lżejszy. Eter musiał więc być tysiące razy bardziej sprężysty od najlepszej stali, ale i jednocześnie wielokrotnie lżejszy od najlżejszego z gazów. Dalej, w każdym ośrodku sprężystym rozchodzą się zarówno fale poprzeczne, jak i podłużne (na ogół z różnymi prędkościami). Od eteru należało wymagać, by fale podłużne nie mogły się w nim rozchodzić. Co więcej, eter ten musiał wypełniać cały Wszechświat, a przynajmniej obszar między Ziemią a tymi gwiazdami, których światło możemy dostrzec. W szczególności eter musiał wypełniać obszar Układu Słonecznego. Z obserwowanej stałości okresu obrotu Ziemi wokół Słońca oraz z faktów geologicznych przemawiających za tym, że okres ten był zasadniczo ten sam nawet miliardy lat przed pojawieniem się człowieka wynikało, że eter, mimo iż niezwykle sztywny, nie hamuje prawie wcale ruchu Ziemi i innych planet.

Gdyby zgłosić współcześnie do Jakiegoś Tam Instytutu Materiałoznawstwa zamówienie na opracowanie tworzywa o takich własnościach, to można by się narazić na zbadanie przez psychiatrę, ale to tylko dlatego, że ludzie techniki i przemysłu muszą twardo trzymać się codzienności — fizycy, szczególnie teoretycy, mają trochę większe prawo do fantazji i do ... błędów. Koncepcja eteru okazała się bowiem błędna, ale dowód, że tak jest istotnie, przyszedł nie od strony rozważania jego niezwykłych właściwości dotychczas omawianych (że coś jest niezwykłe nie oznacza, że musi być niemożliwe), ale przez wykazanie doświadczalne, że nie ma sensu mówić o ruchu eteru. Pozbawiono więc eter tej jedynej cechy, od której cała historia się rozpoczęła (wszak światło — „fala eteru" — miało być właśnie ruchem drgającym eteru). Na czym ten dowód polega i co z tego wynika, to już domena szczególnej teorii względności i temat do innego artykułu.



Żeby jednak nie pozostawić Czytelnika w dręczącej niewiedzy i niezaspokojonej ciekawości, poświęcę parę uwag tej sprawie. Otóż gdyby eter istniał jako taki ośrodek materialny, jak to sobie w XIX wieku wyobrażano, musiałby wyróżniać pewien układ odniesienia we Wszechświecie (czy przynajmniej w naszym Układzie Słonecznym), w którym jego prędkość (lub raczej średnia prędkość) byłaby zerem. Układ taki byłby wyróżniony przynajmniej jeśli chodzi o zjawiska optyczne. Byłby to np. jedyny układ odniesienia, w którym fala kulista świetlna rozchodziłaby się jednakowo we wszystkich kierunkach. Obserwator w innym układzie odniesienia, poruszającym się względem eteru z pewną prędkością, stwierdzić powinien, że fale wysłane w kierunku jego ruchu względem eteru oddalają się wolniej od niego (obserwator tę falę częściowo dogania), a fale wysłane wstecz — szybciej. Mówiąc poglądowo, w jego układzie wiałby „wiatr eteru": prędkość tego wiatru powinna dodawać się wektorowo do prędkości fali, tak jak to ma miejsce ze zwykłym wiatrem i falą akustyczną. Ponieważ nasza Ziemia porusza się wokół Słońca i jej prędkość o wartości ok. 30 km/s po pół roku zmienia kierunek, to nawet jeśli w jakimś momencie na Ziemi nie byłoby owego „wiatru", to po pół roku powinien wiać z prędkością co najmniej 60 km/s.
Doświadczenie Michelsona-Morleya miało na celu wykryć ów wiatr eteru, przy czym dokładność ich metody była taka, że powinien zostać zauważony „wiatr" o szybkości nawet 2 km/s. A tymczasem nie wykryto żadnego.

Zwolennicy teorii eteru próbowali się jeszcze bronić zakładając, że Ziemia w swym ruchu unosi eter będący w pobliżu niej i tym samym na Ziemi nigdy żaden wiatr eteru wiać nie może. Teoria ta jest jednak sprzeczna ze zjawiskiem aberracji astronomicznej.

Inaczej mówiąc, doświadczenia Michelsona-Morleya wykazały, że nie ma wyróżnionego układu odniesienia („układu spoczywającego eteru"), względem którego można by mówić o absolutnym ruchu. Wszelkie układy inercjalne są równouprawnione, a jedyny realny wpływ na przebieg zjawiska ma ruch względny oddziałujących obiektów (np. źródła i odbiornika światła) niezależnie od stanu ich ruchu względem wszelkich innych ciał we Wszechświecie, które biernie się im „przypatrują". Gdyby istniał eter uczestniczący w przenoszeniu światła, to powyższe stwierdzenie, równoważne tzw. zasadzie względności Einsteina, byłoby nieprawdziwe.

# Program Hilberta

## *Doc. dr hab. Lesław W. SZCZERBA*

### *Wir müssen wissen. Wir werden wissen*

### Musimy wiedzieć. Będziemy wiedzieć

powiedział Dawid Hilbert na zakończenie swego wystąpienia z okazji nadania mu honorowego obywatelstwa jego rodzinnego miasta — Królewca. Słowa te zawierały jego matematyczne wyznanie wiary — Hilbert wierzył, że każdy problem matematyczny może być rozwiązany, jeśli tylko poświęci się mu dostatecznie wiele wysiłku.

Pojęcie problemu matematycznego rozumiał Hilbert (jak na owe czasy) dość specyficznie. Uważał on, że matematyka jest (a raczej powinna być — należy ją tak przebudować by była) systemem formalnym, kolekcją napisów wyrażających twierdzenia matematyki i ich formalne dowody. Postulat zbudowania owego systemu formalnego (na który Hilbert nałożył dodatkowe warunki, o których niżej) nazwano programem Hilberta.
W hilbertowskiej matematyce (matematyce formalnej) stwierdzenie, czy dany napis jest twierdzeniem, czy nie, ma wynikać z jego struktury, a nie z jego treści: nie z jego znaczenia. Oczywiście zajmujemy się przede wszystkim tymi zagadnieniami matematycznymi, które opisują jakiś aspekt rzeczywistości. Ale problemy: co to jest rzeczywistość i co to znaczy, że twierdzenie matematyki ją opisuje, do matematyki nie należą.
Uprawianie matematyki (formalnej) polega na wyciąganiu wniosków z przyjętych aksjomatów. Hilbert podał przykład teorii matematycznej zbudowanej w myśl jego zasad: w roku 1899 opublikował *Grundlagen der Geometrie* (Podstawy Geometrii) przedstawiające w sposób formalny i bezwzględnie ścisły geometrię euklidesową. Oto fragmenty recenzji Henri Poincarégo:
„Mając dany ciąg zdań stwierdza on, że wszystkie one wynikają z pierwszych. Uzasadnieniem tych pierwszych zdań, ich psychologicznym uzasadnieniem nie zajmuje się. Aksjomaty są założone...". O Hilbercie krążyła anegdota, że gdy stwierdził, iż nic nie wie o naturze punktów, prostych i płaszczyzn, zapytano go:
— Czy w takim razie mogą to być odpowiednio stoły, krzesła i kufle piwa?
— Jeśli spełniają aksjomaty... — odpowiedział Hilbert.

Owe zapowiedziane dodatkowe warunki zawarte w programie Hilberta dotyczyły aksjomatyki. Miała ona być:
*zupełna*, a więc wystarczająca do udowodnienia każdego twierdzenia teorii,
*niezależna*, a więc by nie można było udowodnić żadnego z aksjomatów przy pomocy pozostałych,
i *niesprzeczna*, a więc by nie można było z aksjomatów udowodnić dwu zdań, z których jedno jest zaprzeczeniem drugiego.

Niesprzeczności aksjomatyki można dowodzić przy założeniu niesprzeczności innej teorii. Pierwszy taki dowód polegał na zbudowaniu modelu geometrii nieeuklidesowej. Gdyby zatem geometria nieeuklidesowa była sprzeczna, to tę sprzeczność można by przenieść do geometrii euklidesowej. Wymagania Hilberta szły dalej: żądał on absolutnego dowodu niesprzeczności. Podał nawet przykład takiego dowodu. Chodzi tu o dowód niesprzeczności teorii następnika.

# Teoria jednego obiektu

## *Mgr Krzysztof PRAŻMOWSKI*

Matematycy, posługując się ścisłym („sformalizowanym") językiem, opisują schematy pewnych sytuacji. Na ile dokładnie mogą to uczynić? Jest to pytanie, które interesowało logików od dawna. Aby móc na nie odpowiedzieć, trzeba jednak wpierw uściślić używane przez nas pojęcia.
Uznajmy, że język matematyki, ów język zawierający tylko pewne znaczki, opisuje jakąś rzeczywistość, a tą rzeczywistością niechaj będą niepuste zbiory i relacje między elementami owych zbiorów. Takie „rzeczywistości" nazywać będziemy strukturami (elementy zbioru, na którym określone są relacje struktury, nazywamy elementami struktury lub indywiduami struktury) i mówić będziemy, że opis — zbiór zdań T z języka — jest prawdziwy w strukturze $\mathfrak{A}$ wtedy, gdy relacje w $\mathfrak{A}$ mają wszelkie własności postulowane przez T, przy ustalonym rozumieniu nazw występujących w T. Oznaczać to będziemy następująco: $\mathfrak{A} \models \mathrm{T}$. Możemy teraz zaprezentować pierwszą hipotezę:
**A.** *Istnieje taki zbiór zdań* T, że jeśli $\mathfrak{A} \models \mathrm{T}$ oraz $\mathfrak{B} \models \mathrm{T}$, to $\mathfrak{A} = \mathfrak{B}$.
Niestety sugestia ta upada — jest to nieprawda.
Wystarczy przypomnieć sobie dialog Hylasa i Filonousa (Lem — *Dialogi* — dialog I, dialog II, str. 40–42) na temat tożsamości osobniczej, by zrozumieć o co tu chodzi.
Niechaj $\mathfrak{A} \models \mathrm{T}$; niech $a$ będzie elementem $\mathfrak{A}$, zaś $b$ czymkolwiek, byle nie elementem $\mathfrak{A}$. Wymieńmy $a$ i $b$ w każdej relacji w $\mathfrak{A}$ i utwórzmy tak $\mathfrak{B}$ — oczywiście żadna ze strukturalnych własności $\mathfrak{A}$ nie ulegnie zmianie, skąd $\mathfrak{B} \models \mathrm{T}$. No — ale $\mathfrak{A} \neq \mathfrak{B}$.
Wydaje się, że sytuacja jest do uratowania kosztem pewnego zmniejszenia wymagań. Zdefiniujmy: $\mathfrak{A} \cong \mathfrak{B}$ ($\mathfrak{A}$ jest izomorficzne z $\mathfrak{B}$) wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje funkcja $f$ wzajemnie jednoznaczna zbioru indywiduów $\mathfrak{A}$ na zbiór indywiduów $\mathfrak{B}$ taka, że $\mathfrak{B}$ powstaje z $\mathfrak{A}$ przez zastąpienie każdego elementu $a$ przez odpowiednie $f(a)$. A oto druga hipoteza:
**B.** *Istnieje zbiór zdań* T *taki, że jeśli* $\mathfrak{A} \models \mathrm{T}$ *oraz* $\mathfrak{B} \models \mathrm{T}$, *to* $\mathfrak{A} \cong \mathfrak{B}$.
Tu sytuacja nie jest taka tragiczna: owszem, istnieją takie opisy, ale... tylko struktur skończonych. Mianowicie można dowieść, że gdy T ma powyższą własność, a $\mathfrak{A} \models \mathrm{T}$, to $\mathfrak{A}$ musi mieć skończoną ilość indywiduów. Prawdziwe jest bowiem
**Twierdzenie** [*o zwartości*]. Niech T będzie zbiorem zdań. Jeśli dla każdego skończonego podzbioru $X$ zbioru T istnieje struktura $\mathfrak{A}$ taka, że $\mathfrak{A} \models X$, to istnieje struktura $\mathfrak{A}$, gdzie $\mathfrak{A} \models \mathrm{T}$.

Oczywiście — cały czas mówimy o opisach formułowanych w tzw. języku elementarnym. To znaczy takiego typu, jak podany w Delcie 7/1975. Dla innych języków (patrz Delta 6/1974) nie musi tak być.
Zależy to również od przyjętych własności zbiorów, czyli od systemu teorii mnogości. W niektórych z nich (np. teoria semi-zbiorów) istnieją opisy postulowane w B — opisujące struktury nieskończone.

Teoria ta ma trzy symbole specyficzne $O$, $S$ i $=$. $S$ oznacza tu (intuicyjnie) operację następnika. O $Sx$ można myśleć jak o $x+1$. Poza tym występują tu symbole logiczne, a więc negacja $\sim$ i implikacja $\Rightarrow$. Nie ma zmiennych, a zatem nie ma i kwantyfikatorów. Aksjomatami teorii są zdania postaci

**1.** $x = x$, **4.** $(p \quad q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$,
**2.** $Sx = Sy \Rightarrow x = y$, **5.** $p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$,
**3.** $\sim (Sx = 0)$, **6.** $(\sim p \Rightarrow p) \Rightarrow p$.

Liter $x$ i $y$ nie należy rozumieć tu jako zmiennych. Jak już wspomniano, zmiennych w teorii nie ma. Obie te litery oznaczają napisy postaci $SS \ldots SO$. Na przykład szczególnymi przypadkami aksjomatu **1** są $O = O$, $SO = SO$, $SSO = SSO$ i tak dalej. Litery $p$, $q$, $r$ oznaczają dowolne wyrażenia teorii.

Pokażemy teraz, że jeśli $x = y$ jest twierdzeniem naszej teorii, to po obu stronach znaku równości znajduje się ta sama ilość znaków. Gdyby bowiem było inaczej, to wśród wszystkich twierdzeń postaci $x = y$, gdzie w $x$ i $y$ są różne ilości znaków, byłoby takie, którego dowód jest najkrótszy. Niech to będzie na przykład zdanie $SO = O$. Zastanówmy się, jaki może być ostatni krok najkrótszego dowodu tego zdania. Nie może to być aksjomat typu **1**, bo wówczas po obu stronach równości w $SO = O$ byłoby ta sama ilość znaków. Nie może to być aksjomat typu **2**, bo wówczas zdanie $SSO = SO$ miałoby, wbrew założeniu, dowód krótszy od zdania $SO = O$. Nie może to być aksjomat typu **3**, bo zdanie $SO = O$ nie zaczyna się od negacji. Nie może to być aksjomat typu **4** ani **5**, bo $SO = O$ nie jest implikacją. Musi to więc być aksjomat **6**:

$$(\sim SO = O \Rightarrow SO = O) \Rightarrow SO = O.$$

Aby z tego aksjomatu wywnioskować $SO = O$, musieliśmy wcześniej udowodnić zdanie $\sim SO = O \Rightarrow SO = O$. Jak łatwo zauważyć, zdanie to może wynikać tylko z aksjomatu typu **5**:

$$SO = O \Rightarrow (\sim SO = O \Rightarrow SO = O).$$

Aby je jednak z tego aksjomatu udowodnić, musielibyśmy mieć udowodnione wcześniej zdanie $SO = O$, wbrew założeniu, że cały czas rozpatrujemy najkrótszy dowód tego właśnie zdania. Zatem istnieje zdanie $q$, którego nie można udowodnić z aksjomatów **1–6**. Gdyby jednak teoria oparta na tych aksjomatach była sprzeczna, moglibyśmy udowodnić pewne zdanie $p$ oraz jego negację, $\sim p$. Stąd, stosując aksjomat 5, otrzymalibyśmy łatwo $q$. W tej sytuacji teoria oparta na aksjomatach 1–6 nie może być sprzeczna.

A oto inny przykład absolutnego dowodu niesprzeczności. Teoria grup ma modele skończone. Istnienie takiego modelu (np. izometrii trójkąta równobocznego) dowodzi, że teoria grup jest niesprzeczna. Tego typu dowód nie da się jednak przeprowadzić dla teorii, która modeli skończonych nie ma (np. teoria liczb).

Właściwie nie widać było żadnego powodu, aby program Hilberta nie mógł być zrealizowany. Zaczęto więc intensywnie szukać odpowiednich aksjomatyk dla ważniejszych teorii matematycznych. Dla arytmetyki liczb naturalnych Giuseppe Peano podał następującą aksjomatykę:

**1.** $\bigwedge x \quad \sim Sx = 0$,
**2.** $\bigwedge xy \quad Sx = Sy \Rightarrow x = y$,
**3.** $\bigwedge x \bigvee y \quad \sim x = 0 \Rightarrow x = Sy$,
**4.** $(\bigwedge x\, \Phi(x) \Rightarrow \Phi(Sx)) \Rightarrow \bigwedge x \Phi(x)$.

Litera $\Phi$ oznacza tu dowolną formułę z jedną zmienną wolną. Napis **4** jest w związku z tym nie pojedynczym aksjomatem, lecz schematem aksjomatów (nazywa się go schematem indukcji).

A co to ma wspólnego z hipotezą **B**? Oto ze zwartości wynika:

**Twierdzenie.** Jeżeli istnieje struktura $\mathfrak{A}$ nieskończona taka, że $\mathfrak{A} \models \mathsf{T}$, to istnieje struktura $\mathfrak{Z}$, która ma moc wyższą niż $\mathfrak{A}$ oraz także spełnia $\mathsf{T}$.

Dowód. Niech $\mathfrak{A}$ ma moc $\varkappa$, niech $\lambda$ będzie większą liczbą kardynalną niż $\varkappa$. Niech dalej $(b_\mu)_{\mu<\lambda}$ będzie ciągiem różnych znaczków — nazw elementów stałych, których w $\mathsf{T}$ nie ma. Dopiszmy do $\mathsf{T}$ wszystkie zdania postaci

„$b_\mu \neq b_{\mu'}$",

gdy tylko $\mu \neq \mu'$ oraz $\mu, \mu' < \lambda$, a powstały zbiór zdań nazwijmy $\mathsf{T}_0$. Oczywiście każdy skończony fragment $\mathsf{T}_0$ ma model, strukturę, która go spełnia. Przecież zawiera on jedynie skończenie wiele znaczków $b_\mu$. Wystarczy ze struktury $\mathfrak{A}$ wybrać — jakkolwiek — tyle samo elementów i ponazywać je owymi znaczkami. Stąd i $\mathsf{T}_0$ też ma model — powiedzmy $\mathfrak{Z}$. Ale — w szczególności — cały opis $\mathsf{T}$ jest tam prawdziwy, a nadto owe dodane zdania. Zatem w $\mathfrak{Z}$ musi być co najmniej $\lambda$ różnych elementów, oraz $\mathfrak{Z} \models \mathsf{T}$.

Widzimy teraz, że hipoteza **B** raczej upada. Jeśli tylko chcemy, by $\mathsf{T}$ opisywała pewną nieskończoną strukturę $\mathfrak{A}$, to będzie ona także opisywać strukturę $\mathfrak{Z}$ o większej mocy, a zatem $\mathfrak{A} \not\equiv \mathfrak{Z}$. Podobnymi metodami dowodzi się zresztą twierdzenia dużo silniejszego:

**Twierdzenie** [*Skolema-Löwenheima*]: Jeżeli teoria $\mathsf{T}$ ma model nieskończony, to ma model dowolnej nieskończonej mocy.

W ten sposób zawalił się program budowy „teorii jednego obiektu". Chodziło o to, by skonstruować teorię, która by jednoznacznie opisywała całą matematykę — tzn. teorię mnogości. Niestety — teoria mnogości, którą byśmy chcieli się posługiwać, musi mieć nieskończone modele, i z tej to (oprócz innych) przyczyny nie może opisywać ich tak dokładnie jak byśmy chcieli — czyli jednoznacznie.

Na koniec warto może wspomnieć o trzeciej hipotezie. Powiedzmy, że

$\mathfrak{A} \equiv \mathfrak{Z}$ wtedy i tylko wtedy, gdy każde zdanie $\varphi$ jest prawdziwe w $\mathfrak{A}$ wówczas i jedynie wówczas, gdy jest prawdziwe w $\mathfrak{Z}$,

czyli nie istnieje własność rozróżniająca $\mathfrak{A}$ i $\mathfrak{Z}$ i dająca się sformułować w przyjętym języku.

**C.** *Istnieje teoria* $\mathsf{T}$ *taka, że* $\mathfrak{A} \models \mathsf{T}, \mathfrak{Z} \models \mathsf{T} \Rightarrow \mathfrak{A} \equiv \mathfrak{Z}$

Teorie takie — nazywamy je zupełnymi — oczywiście istnieją i jest ich stosunkowo dużo: są takie, co mają modele skończone, jak i mające modele nieskończone. Jednym z najprostszych opisów jest następujący

$\{(\bigwedge x)(x \leqslant x), (\bigwedge xy)(x \leqslant y \wedge y \leqslant x \Rightarrow x = y),$
$(\bigwedge xyz)(x \leqslant y \wedge y \leqslant z \Rightarrow x \leqslant z),$
$(\bigwedge xy)(\bigvee z)((x \neq y \wedge x \leqslant y) \Rightarrow (z \neq x \wedge z \neq y \wedge x \leqslant z \wedge z \leqslant y)),$
$(\bigwedge x)(\bigvee yz)(y \leqslant x \wedge x \leqslant z \wedge y \neq x \wedge x \neq z),$
$(\bigwedge xy)(x \leqslant y \vee y \leqslant x)\}.$

Jego modelem jest np. porządek liczb rzeczywistych.

**Dla ciekawskich podajemy dowód twierdzenia o zwartości. Uprzedzamy jednak, że musimy przedtem wprowadzić sporo pomocniczych pojęć.**
**Jeśli $I \neq \emptyset$ jest zbiorem, a $\mathcal{F}$ pewną rodziną niepustych podzbiorów zbioru $I$, to powiemy, że $\mathcal{F}$ jest filtrem, jeśli:**

**a)** $A \in \mathcal{F}$ i $B \in \mathcal{F} \Rightarrow A \cap B \in \mathcal{F}$,
**b)** $A \in \mathcal{F}$ i $A \subseteq B \Rightarrow B \in \mathcal{F}$.

**Zauważmy, że jest intuicyjnie chyba uzasadnione mówić o elementach rodziny $\mathcal{F}$ jako o zbiorach „dużych" (czy też — których uzupełnienie jest małe).**
**Jeśli $I$ jest płaszczyzną, to rodzina $\mathcal{F}_0$ takich podzbiorów $A$ płaszczyzny $I$, że $I \setminus A$ ma miarę równą zeru tworzy filtr. Podobnie, gdy $\mathcal{F}^*$ jest rodziną takich podzbiorów $B$ zbioru nieskończonego $I$, że $I \setminus B$ jest zbiorem skończonym, to $\mathcal{F}^*$ także jest filtrem. (Nie należy jednak zbytnio sugerować się tą intuicją: rodzina $\mathcal{F}_i$ podzbiorów $C$ zbioru $I$ takich, że $i \in C$ — także tworzy filtr.)**

Jest ona interesująca dla nas szczególnie z tego powodu, że właśnie ona stała się pierwszym argumentem dla wykazania nierealizowalności programu Hilberta. Trzeba było powrócić do odrzuconej przez Hilberta pesymistycznej opinii Emila Du Bois-Reymond:

*Ignoramus et ignorabimus*
Nie wiemy i nie będziemy wiedzieć.

Gdy tylko bowiem na szerszą skalę rozpoczęto prace nad zrealizowaniem programu Hilberta, matematyk wiedeński Kurt Gödel opublikował pracę, w której udowodnił, że nie można podać (spełniającej wymagania Hilberta) aksjomatyki arytmetyki liczb naturalnych. Wynikało z rezultatów Gödla również i to, że nie można podać absolutnego dowodu niesprzeczności dla aksjomatyki żadnej teorii zawierającej jako fragment aksjomatykę Peano. Co więcej, Gödel wykazał, że nie istnieje efektywna metoda sprawdzenia, czy dane zdanie można uzyskać z aksjomatyki Peano (por. artykuły A. Mostowskiego — Delta 10/74 i 11/74).
Wyniki Gödla wywołały całą lawinę prac na temat, które teorie są rozstrzygalne (tzn. dla których istnieje taka efektywna metoda), a które nie. Okazało się, że bardzo wiele teorii matematycznych to teorie nierozstrzygalne. Można nawet usłyszeć zdanie, że wszystkie interesujące teorie matematyczne są nierozstrzygalne. Ci którzy tak utrzymują uważają, że elementarna arytmetyka liczb rzeczywistych — to znaczy ten fragment arytmetyki liczb rzeczywistych, w którym mówi się tylko o liczbach a nie o zbiorach liczb — jest nieinteresująca. Rozstrzygalność tej teorii udowodnił A. Tarski w roku 1939. Podał on też jej aksjomatykę. Podobny wynik Tarski osiągnął dla elementarnej geometrii euklidesowej, teorii, w której mówi się o punktach lecz nie o zbiorach punktów. Jeśli bowiem dopuścimy, by używać w niej takich zwrotów jak „dowolna figura" — geometria stanie się nierozstrzygalna.

Rodzinę $\nabla$ nazwiemy ultrafiltrem, gdy prócz tego, że jest filtrem, spełnia warunek:
c) dla każdego $A \subseteq I$ albo $A \in \nabla$, albo $A' \in \nabla$. (Przez $A'$ oznaczamy $I \setminus A$).
Przypuśćmy, że mamy rodzinę $\{\mathfrak{A}_i\}_{i \in I}$ struktur tego samego (to znaczy: o ustalonej (tej samej) liczbie relacji $n$-argumentowych dla każdej naturalnej liczby $n$; oznacza to też, że istnieje język, którym można opisywać wszystkie struktury $\mathfrak{A}_i$, $i \in I$), a $\nabla$ jest ultrafiltrem podzbiorów zbioru $I$.
Skonstruujemy tzw. ultraprodukt — oznaczany $\mathrm{P}\mathfrak{A}_i / \nabla$.
Najpierw jest nam potrzebny zwykły produkt — jego elementami będą funkcje dla każdego elementu $i \in I$ wybierające element z $\mathfrak{A}_i$.
Dalej — relacje między tymi funkcjami:

umawiamy się, że zachodzą one pomiędzy nimi, gdy dla odpowiednio dużej ilości struktur zachodzą one między wartościami funkcji.

Dokładniej:
$\langle f_1, \ldots, f_n \rangle \in R \Leftrightarrow \{i: \langle f_1(i), \ldots, f_n(i) \rangle$ jest w relacji $R$ w $\mathfrak{A}_i\} \in \nabla$.
Jeśli określimy relację $\approx$ w następujący sposób: $f \approx g \Leftrightarrow \{i: f(i) = g(i)\} \in \nabla$, to łatwo się przekonać, że jest to równoważność. A czym jest $\mathrm{P}\mathfrak{A}_i / \nabla$?
— to właśnie opisany wyżej zbiór funkcji z relacjami, podzielony przez $\approx$.
Ma on pewną bardzo ważną dla nas własność: niech $\varphi$ będzie zdaniem języka opisującego struktury $\mathfrak{A}_i$, wówczas

$$\mathrm{P}\mathfrak{A}_i / \nabla \models \varphi \Leftrightarrow \{i: \mathfrak{A}_i \models \varphi\} \in \nabla$$

Możemy teraz dowieść twierdzenia.
Dowód: Określamy kolejno: $I := \{\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n : \varphi_1, \ldots, \varphi_n \in \mathrm{T}\}$
$\varphi \in I \Rightarrow \mathfrak{A}_\varphi$ to taka struktura, że $\mathfrak{A}_\varphi \models \varphi$. Istnieje ona na mocy założenia.
$\varphi \in I \Rightarrow F_\varphi := \{\psi \in I: \mathfrak{A}_\psi \models \varphi\}$; $F_\varphi \neq \emptyset$, ponieważ $\varphi \in F_\varphi$.
$F := \{F_\varphi : \varphi \in I\}$.
Łatwo się przekonać, że $F$ ma własność **a)**

$$F_{\varphi_1}, \ldots, F_{\varphi_k} \in F \Rightarrow F_{\varphi_1} \cap \ldots \cap F_{\varphi_k} = \{\psi: \mathfrak{A}_\psi \models \varphi_1 \wedge \ldots \wedge \mathfrak{A}_\psi \models \varphi_k\} = $$
$$= F_{\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_k} \in F$$

Określmy: $F' := \{X \subseteq I: \vee Y \in F (Y \subseteq X)\}$. $F'$ ma już własności **a)** i **b)**, czyli jest filtrem. Dowodzi się, że wtedy istnieje ultrafiltr $\nabla$ zawierający $F'$, a zatem i $F$, bo $F \subseteq F'$.
A zatem — weźmy dowolne $\psi \in \mathrm{T}$, stąd $F_\psi \in \nabla$,
$\mathrm{P}\mathfrak{A}_\varphi / \nabla \models \psi \Leftrightarrow \{\varphi \in I: \mathfrak{A}_\varphi \models \psi\} \in \nabla$, skąd otrzymujemy wniosek:
$\mathrm{P}\mathfrak{A}_\varphi / \nabla \models \psi$. Ostatecznie więc $\mathrm{P}\mathfrak{A}_\varphi \models \mathrm{T}$.

David Hilbert (ur. 1862 w Królewcu, zm. 1943 w Getyndze). Matematyk niemiecki działający na uniwersytecie w Getyndze. Zajmował się wieloma działami matematyki: algebrą i teorią liczb algebraicznych, gdzie sformułował wiele podstawowych twierdzeń; podstawami geometrii i podstawami matematyki, co doprowadziło go do sformułowania omawianego wyżej programu; rachunkiem wariacyjnym i teorią równań całkowych — dzięki tym badaniom możliwe się stało stworzenie analizy funkcjonalnej. Prowadził też badania z zakresu fizyki matematycznej.

Alfred Tarski, ur. 1901 w Warszawie, polski logik, matematyk i filozof. Do 1939 docent Uniwersytetu Warszawskiego, od 1942 profesor uniwersytetu w Berkeley (Kalifornia). Zajmuje się głównie logiką matematyczną, stworzył teorię modeli semantycznych, sformułował formalnie poprawną (niesprzeczną) definicję prawdy.

Kurt Gödel, ur. 1906, logik i matematyk austriacki. Do 1938 docent uniwersytetu w Wiedniu, od 1941 — w Princeton (USA). Uzyskał b. wiele cennych rezultatów z zakresu podstaw matematyki. Jednym z nich jest omawiane obok twierdzenie.

Emil Du Bois-Reymond, ur. 1818, zm. 1896, niemiecki filozof i fizjolog, profesor uniwersytetu w Berlinie, dokonał szeregu odkryć z zakresu fizjologii układu nerwowego i fizjologii mięśni. Jako filozof był agnostykiem: uważał, że istnieją nieprzekraczalne granice poznania rzeczywistości (stąd cytowana zasada); poza tymi granicami leżą sprawy takie, jak problem istoty materii czy istoty świadomości.

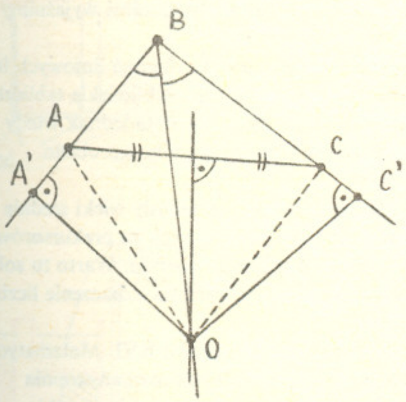
# Zadania

*Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI*

Bieżąca seria zadań różni się od pozostałych. Treścią każdego zadania jest dowód jakiegoś twierdzenia. Waszym zadaniem, drodzy Czytelnicy, jest zbadanie poprawności tych dowodów.

**M 118.** Twierdzenie. Jeżeli relacja (dwuargumentowa) między elementami pewnego niepustego zbioru $A$ jest przechodnia i symetryczna, to jest zwrotna.
Dowód. Przechodniość relacji $R$ oznacza, że z $aRb$ i $bRc$ wynika $aRc$, symetria tej relacji oznacza, że z $aRb$ wynika $bRa$ ($a, b, c \in A$). Przyjmując zatem, że $aRb$ mamy $bRa$, z tych zaś dwóch warunków wynika na mocy przechodniości ($c = a$), że $aRa$, a to oznacza zwrotność relacji.
Rozwiązanie na str. 17

**M 119.** Twierdzenie. Każdy trójkąt jest równoramienny.
Dowód. Weźmy pod uwagę trójkąt $ABC$. Jeśli $AB = BC$, to twierdzenie jest udowodnione.
Przypuśćmy z kolei, że $AB \neq BC$. Wówczas dwusieczna kąta $\sphericalangle ABC$ przecina symetralną boku $AC$ w dokładnie jednym punkcie $O$.




Oznaczmy przez $A'$ i $C'$ rzuty prostokątne punktu $O$ na przedłużenia boków $AB$ i $CB$. Mamy wówczas

$$AO = CO$$

(bo $O$ leży na symetralnej $AC$)

$$\text{i} \quad A'O = C'O$$

(bo $O$ leży na dwusiecznej kąta $\sphericalangle ABC$).
Wynika stąd, że

$$\triangle AA'O \equiv \triangle CC'O \quad \text{i} \quad \triangle BA'O \equiv \triangle BC'O,$$

a więc w szczególności

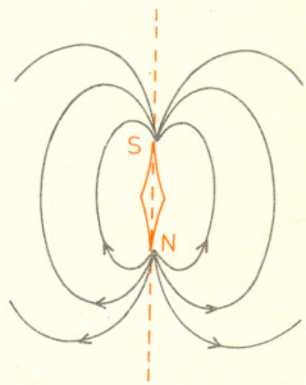
$$AA' = CC' \quad \text{i} \quad BA' = BC'.$$

Zatem $AB = BA' - AA' = BC' - CC' = BC$
wbrew naszemu przypuszczeniu.
Rozwiązanie na str. 17

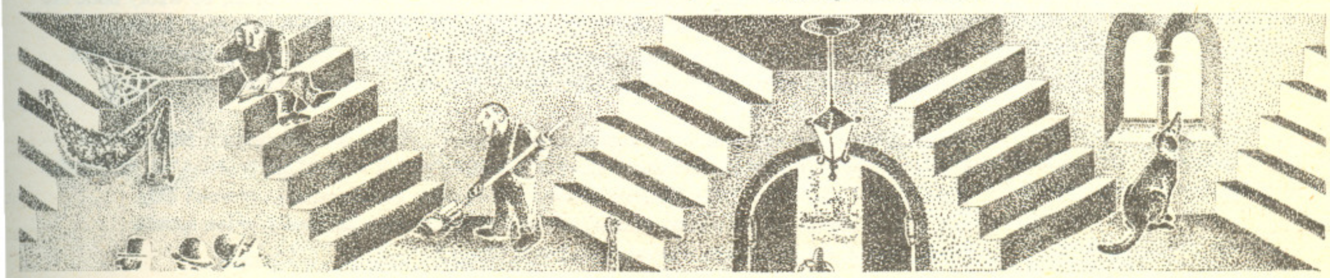
**M 120.** Twierdzenie. Istnieje taka liczba naturalna $N$, że dla $n > N$ równanie $x^n + y^n = z^n$ nie ma rozwiązań w liczbach naturalnych $x, y, z$.
Dowód. Niech liczby naturalne $x, y, z, n$ spełniają równość $x^n + y^n = z^n$. Oczywiście jest $x < z$, $y < z$, czyli $\frac{x}{z} < 1$, $\frac{y}{z} < 1$. Dzieląc obie strony równości przez $z^n$ otrzymujemy $\left(\frac{x}{z}\right)^n + \left(\frac{y}{z}\right)^n = 1$. Jeżeli $n$ będzie dążyło do nieskończoności, to lewa strona ostatniej równości będzie dążyła do zera, prawa zaś będzie równa jedności — sprzeczność. Istnieje więc $N$, że dla $n > N$ równość $\left(\frac{x}{z}\right)^n + \left(\frac{y}{z}\right)^n = 1$ jest niemożliwa.
Rozwiązanie na str. 17

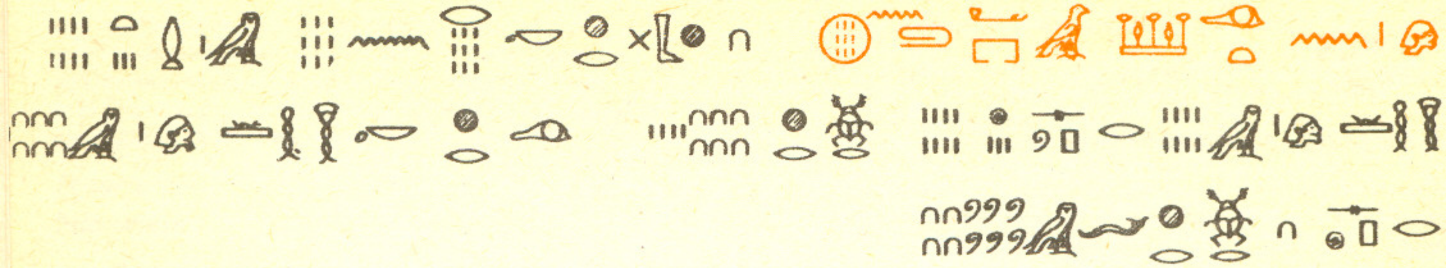
*Redaguje dr hab. Andrzej SZYMACHA*

**F 40.** Jest rzeczą oczywistą, że jeżeli układ fizyczny znajduje się w stanie scharakteryzowanym jakąś symetrią (np. płaszczyzną symetrii), to bez ingerencji czynnika naruszającego tę symetrię ruch układu nie może być niesymetryczny. W związku z tym rozpatrzcie następujący problem:




Igła magnetyczna ma niewątpliwie (patrz rysunek) płaszczyznę symetrii $\sigma$. W płaszczyźnie tej równolegle do igiełki umieszczamy nieskończenie długi prostoliniowy przewodnik, co oczywiście nadal nie narusza symetrii układu. Wreszcie przez przewodnik przepuszczamy prąd elektryczny stały, co nadal nie narusza symetrii. Układ więc powinien pozostać w tej konfiguracji, tymczasem, jak wiemy z prawa Oersteda, igiełka wychyli się i ustawi swą osią N-S prostopadle do płaszczyzny $\sigma$. Gdzie tkwi błąd w rozumowaniu?
Rozwiązanie na str. 17





# O rozwiązywaniu równań

*Dr Maciej BRYŃSKI*

Na lekcjach matematyki w szkole uczą nas, jak rozwiązywać równania liniowe, a więc postaci:

$$ax+b=0$$

i kwadratowe:

$$ax^2+bx+c=0,$$

gdzie $a \neq 0$.

W przypadku równań liniowych wzór na pierwiastek jest prosty: $x = \frac{b}{a}$; w przypadku równań kwadratowych we wzorach na pierwiastki oprócz symboli dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia występuje symbol pierwiastkowania. Same wzory nie są jednak zbyt skomplikowane i na ogół wszyscy dobrze pamiętamy postać tych wzorów. A równania wyższych stopni? Czy wzorów na pierwiastki tych równań nie ma w podręcznikach szkolnych tylko dlatego, że są one bardzo skomplikowane, czy też z innych powodów? I tak, i nie; zanim dokładnie wyjaśnimy tę sprawę, sięgnijmy trochę do historii.

O próbach rozwiązywania pewnych zagadnień, które sprowadzały się do równań liniowych lub kwadratowych, świadczą najstarsze zachowane teksty matematyczne (np. babilońskie tabliczki klinowe z ok. 1700 r. p.n.e., egipski papirus z ok. 1550 r. p.n.e. itp.). Nie było jednak wtedy mowy o ogólnych metodach rozwiązywania; każde równanie stanowiło osobny problem i właściwie inaczej było rozwiązywane.

Pewną systematyzację metod rozwiązywania równań kwadratowych przyniosły wieki średnie (tu warto wspomnieć o matematykach arabskich z X wieku n.e. uznawanych za prekursorów algebry). W dalszym jednak ciągu nie były to takie wzory, jakie mamy obecnie. Warto tu sobie uświadomić, że dopiero w wieku XVI zaczęto używać symboli literowych na oznaczenie liczb, co tak znacznie upraszcza zapis wyrażeń algebraicznych.

Sprawa równań wyższych stopni zaczęła wyjaśniać się poczynając od wieku XVI. Matematycy włoscy H. Cardano i L. Ferrari podają metodę rozwiązywania dowolnych równań stopnia trzeciego i czwartego. Metoda ta pozwala na wypisanie gotowych wzorów na pierwiastki równań; wzory te wyrażają pierwiastki przez współczynniki równania przy użyciu jedynie symboli czterech działań arytmetycznych oraz symboli pierwiastkowania (potrzebne jest wyciąganie pierwiastka kwadratowego oraz stopnia trzeciego). Wzory na pierwiastki równania stopnia trzeciego lub czwartego są jednak na tyle skomplikowane, że nie mają większego znaczenia praktycznego. Zamiast wyliczać pierwiastki za pomocą tych wzorów, z konieczności z pewnym przybliżeniem, praktyczniej jest stosować inne metody przybliżone. Tak więc wzory na pierwiastki równań stopnia trzeciego i czwartego mają jedynie walor teoretyczny.

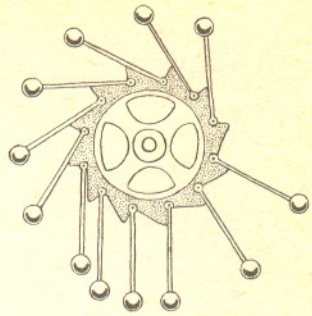
W dalszym ciągu pozostawała jednak nie wyjaśniona sprawa równań wyższych stopni. Sprawa stawała się coraz bardziej intrygująca, bo z jednej strony pewne konkretne równania wyższych stopni można łatwo rozwiązać, z drugiej strony, jak głosi tzw. zasadnicze twierdzenie algebry, każdy wielomian o współczynnikach liczbowych ma pierwiastek w ciele liczb zespolonych. Wszelkie próby znalezienia ogólnych wzorów na pierwiastki nie dawały jednak rezultatów. Sprecyzujmy tu, że przez wzory na pierwiastki wielomianu rozumiemy takie wzory, które wyrażają te pierwiastki przez współczynniki wielomianu za pomocą czterech działań arytmetycznych i operacji wyciągania pierwiastków dowolnych stopni (wyciąganie pierwiastków i działania arytmetyczne mogą być wielokrotnie powtarzane).

Nic też dziwnego, że nikt nie znalazł takich ogólnych wzorów na pierwiastki, bo wzory takie nie istnieją. Dokładniej mówiąc, dla każdej liczby $n > 5$ istnieje wielomian stopnia $n$, którego pierwiastki nie wyrażają się przez współczynniki tego wielomianu za pomocą czterech działań arytmetycznych i operacji wyciągania pierwiastka dowolnego stopnia. Przykładem takiego wielomianu jest $x^5-4x-2$.

Twierdzenie o nierozwiązalności równań algebraicznych stopni $\geqslant 5$ pochodzi z XIX stulecia i związane są z nim m.in. nazwiska takich matematyków, jak P. Ruffini, N. H. Abel, E. Galois. Prace tych i innych matematyków związane z problemem rozwiązalności równań dały zasadniczy impuls do powstania i rozwoju teorii grup i teorii ciał, kładąc w ten sposób fundament pod całą algebrę abstrakcyjną.

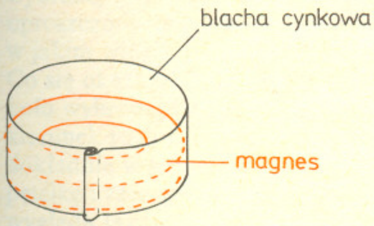
# Laboratorium w domu

*Dr Jan A. GAJ*

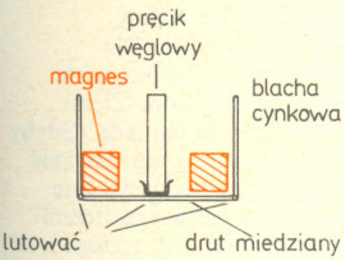


## PERPETUUM MOBILE DLA KAŻDEGO

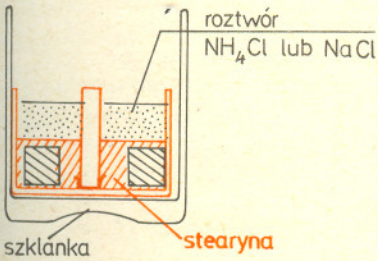
Nie daj się, Czytelniku, zakrzyczeć konserwatystom i dogmatykom, którzy nie wierzą w możliwość zbudowania perpetuum mobile tylko dlatego, że dotychczas nikomu się to nie udało. Trzymając się podanych poniżej wskazówek będziesz mógł bez większych trudności zbudować urządzenie poruszające się bez dostarczania energii z zewnątrz. Jeszcze nie wierzysz? Spróbuj, a przekonasz się.



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

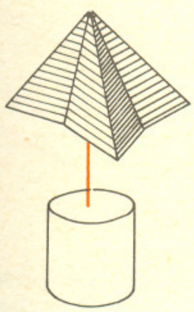
### MODEL PODSTAWOWY — MAGNETYCZNY

Nasze perpetuum mobile będzie działać dzięki prawom magnetohydrodynamiki. Już sama nazwa wskazuje, że pierwszym elementem, w który musimy się zaopatrzyć, jest magnes. Będzie nam potrzebny magnes ferrytowy w kształcie pierścienia. Można go zdobyć demontując uszkodzony głośnik. Skoro zaopatrzyliśmy się już w magnes, szukamy z kolei kawałka blachy cynkowej, z której formujemy rodzaj rurki, w której zmieści się nasz magnes (rys. 1). Uwaga: blachę łączymy "na zakładkę", a nie przez lutowanie. Dobrym źródłem blachy cynkowej są bateryjki płaskie lub duże okrągłe. Następnie wewnątrz pierścienia ferrytowego ustawiamy pręcik węglowy od bateryjki. Należy zamocować go przez przylutowanie jego mosiężnego kapturka pod magnesem sztywnym drutem miedzianym do cynkowego cylindra (rys. 2). Całość umieszczamy w odpowiednim szklanym naczyniu (na przykład w szklance) i zalewamy roztopioną stearyną tak, aby przykryła magnes. Żeby to wszystko miało cokolwiek wspólnego z hydrodynamiką, potrzebna nam będzie jakaś ciecz. Użyjemy roztworu salmiaku ($NH_4Cl$) albo po prostu soli kuchennej. Po nalaniu cieczy do naczynia nasze perpetuum mobile jest już gotowe (rys. 3). Przyglądając się uważnie dostrzeżesz, że ciecz w naczyniu wiruje! Aby efekt był wyraźnie widoczny, można posypać powierzchnię cieczy opiłkami korka.
Każdy musi nam teraz uwierzyć, że posiedliśmy tajemnicę konstrukcji perpetuum mobile — nie popędzamy przecież niczym wirującej cieczy, a potrzebuje ona energii na pokonanie oporów lepkości.

### WERSJA UDOSKONALONA

Jeżeli wolisz otrzymać szybszy ruch kosztem rezygnacji z czystości efektu, możesz, zamiast zwierać węglową pałeczkę z cylindrem cynkowym, zasilać je bateryjką (oczywiście tak schowaną, żeby widzowie musieli wierzyć, że to perpetuum mobile). Należy w tym celu dołączyć biegun dodatni do blachy cynkowej, a ujemny do pałeczki węglowej. Działa? Gratuluję.

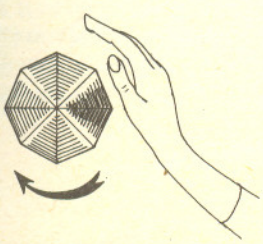
Osobom nie mającym żadnych zdolności do majsterkowania proponuję na pocieszenie


Rys. 4

### MODEL NAJPROSTSZY — PARAPSYCHOLOGICZNY

Do wykonania go potrzebne są trzy rzeczy: korek, igła i kawałek papieru. Wbijamy igłę tępym końcem w korek i na jej ostrzu osadzamy rodzaj wiatraczka zrobiony z kwadratowego kawałka papieru (rys. 4). Następnie zbliżamy do wiatraczka rękę (jak na rys. 5) i natężamy całą siłę woli, starając się zmusić wiatraczek do wirowania. Jeżeli tylko odpowiednio się skoncentrujemy — sukces pewny!

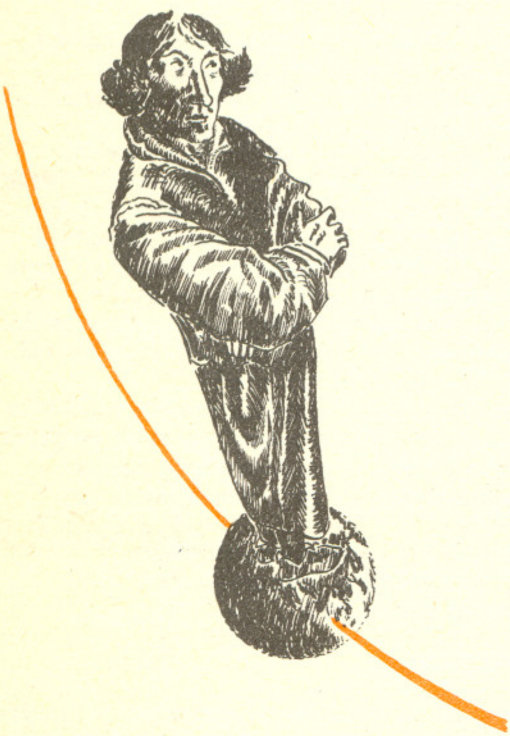
A teraz zgodnie z tradycją:


Rys. 5

#### KONKURS SAMYCH ZWYCIĘZCÓW

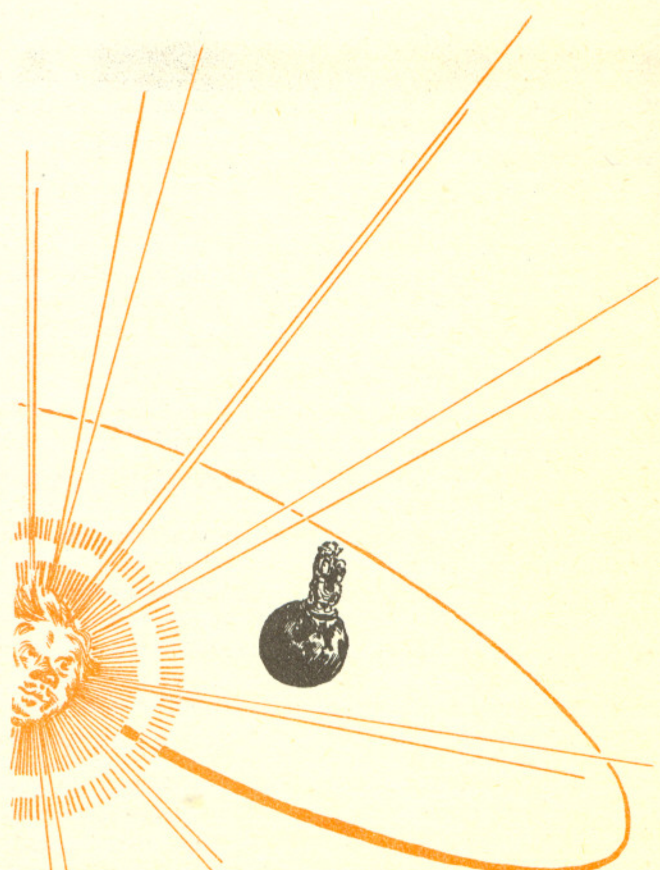
Zwycięzcą i zdobywcą nagrody książkowej zostaje każdy, kto nadeśle do dnia 30 kwietnia br. poprawne wyjaśnienie działania przedstawionych powyżej modeli „perpetuum mobile".
Zapraszam!

# mała delta



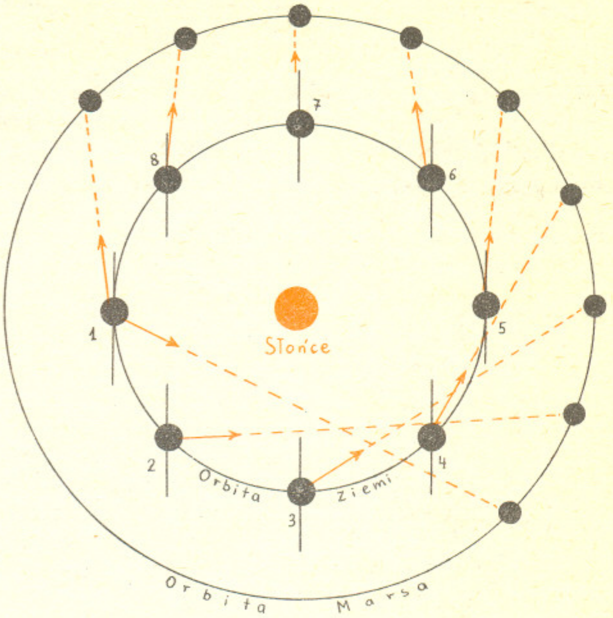
## Naokoło Ziemi czy Słońca?

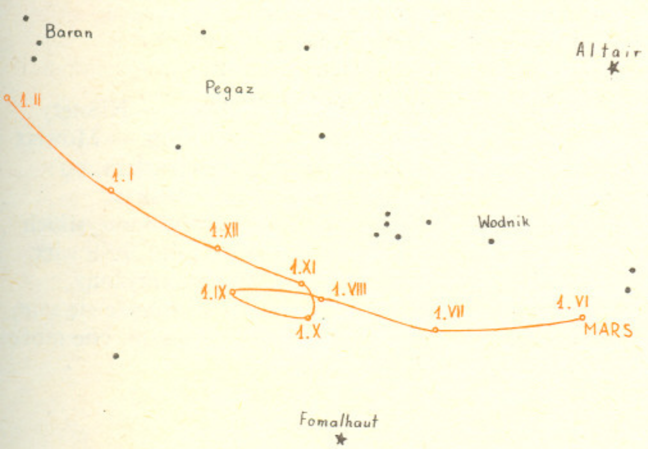
Patrząc z peronu na przejeżdżający pociąg wiemy z pewnością, że to my stoimy, a pociąg jedzie. Dla pasażerów w pociągu nie jest to jednak takie oczywiste. Dopiero obserwacja innych punktów stałych na Ziemi (plus zdrowy rozsądek) upewnia ich, że to oni jadą. Gdyby jednak pozbyć się tych punktów odniesienia, np. zastąpić człowieka i pociąg dwiema rakietami poruszającymi się względem siebie ze stałą prędkością gdzieś w przestrzeni kosmicznej? Która rakieta wtedy porusza się, a która stoi? Wszystko jedno — odpowiecie. I słusznie.



Zajmijmy się więc ciałami kosmicznymi: Ziemią, Słońcem i planetami. Z każdego z nich ruch ciał niebieskich wygląda inaczej. Co się więc porusza, a co stoi? Na przykład: czy Słońce porusza się naokoło Ziemi, czy na odwrót. Chodzi nam tu o ruch roczny Słońca, a nie ruch dobowy, który obserwujemy w każdy pogodny dzień. W ruchu dobowym, związanym z obrotem Ziemi dokoła osi północ-południe, wszystkie gwiazdy kręcą się razem ze Słońcem, wracając po 24 godzinach do pozycji wyjściowych. Słońce natomiast nie wraca w to samo miejsce i przesuwa się na tle gwiazd (my tego nie widzimy, ale wierzymy astronomom), zakreślając w ciągu roku pełen okrąg. Słońce oglądane z Ziemi porusza się więc po okręgu. Podobnie Ziemia oglądana ze Słońca (kto to jednak sprawdzi!?) porusza się po okręgu. Co tu stoi, a co się rusza? Każdy boi się odpowiedzieć, że wszystko jedno, bo niedawno był przecież Rok Kopernikowski i wszyscy wiedzą, że Kopernik „wstrzymał Słońce, ruszył Ziemię". A jednak naprawdę wszystko jedno, jeżeli cała historia rozgrywa się tylko między Ziemią i Słońcem. Dopiero wprowadzenie innych planet komplikuje sprawę i ruchy tych właśnie planet były podstawą idei Kopernika.

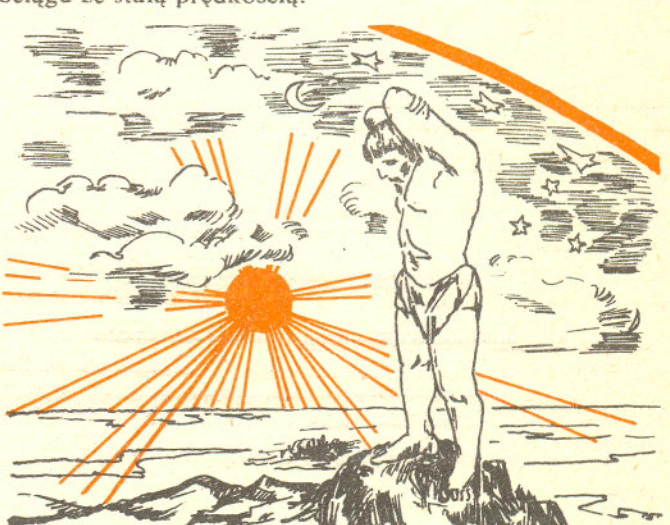
Rozważmy więc ruch Marsa i Ziemi. Wiemy dzisiaj (choć Kopernik musiał to dopiero wymyślić), że planety te, gdyby na nie patrzeć ze Słońca, poruszają się w przybliżeniu po okręgach leżących w przybliżeniu w jednej płaszczyźnie, przy czym okres obiegu Marsa wynosi około dwóch lat. Na rysunku zaznaczone są kolejne położenia Ziemi i Marsa w ciągu jakiegoś roku. Pionowymi kreskami narysowany jest kierunek do pewnej wybranej gwiazdy. Cały rysunek jest oczywiście bardzo uproszczony. Strzałki na rysunku określają kierunek, w jakim widzimy Marsa z Ziemi na tle innych gwiazd. Co się okazuje? W ciągu roku Mars trzy razy przechodzi koło wybranej gwiazdy, czyli dwa razy zmienia swój kierunek ruchu. Ponieważ orbity Marsa i Ziemi nie leżą dokładnie w jednej płaszczyźnie, więc te zmiany dają pętelkę i rzeczywisty ruch Marsa (widziany z Ziemi) wygląda tak:



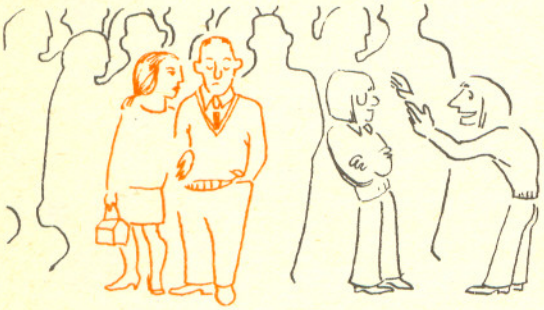

Nie jest to ruch prosty, a z innymi planetami sprawa ma się jeszcze gorzej. Ze Słońca wszystko wygląda jednak prosto i wszystkie ruchy w przybliżeniu odbywają się po kołach. Tak więc w dalszym ciągu możemy twierdzić, że wszystko jedno czy Ziemia się rusza, czy Słońce. Musimy jednak pamiętać, że ruch planet widziany ze Słońca jest najprostszy. Podobnie kamień upuszczony w pociągu będzie w nim swobodnie spadał po prostej i to jest opis najprostszy. Z punktu widzenia człowieka stojącego na peronie kamień ten będzie poruszał się po krzywej zwanej parabolą, która powstaje z prostego złożenia dwóch ruchów: swobodnego spadku w pociągu oraz ruchu pociągu ze stałą prędkością.

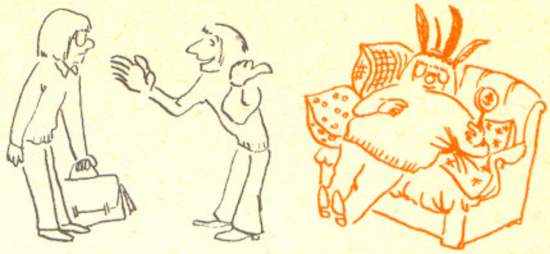
Teraz jesteśmy już prawie tak mądrzy jak Kopernik. Musimy jednak wziąć pod uwagę, że w jego czasach gwiazdy, planety i Słońce były uważane za różnego typu świecące (i grzejące) wycinanki nalepione na kryształowe sfery, wykonujące dookoła Ziemi różne bardzo skomplikowane obroty. Czy z takim obrazkiem Wszechświata łatwo by nam było wykryć względność ruchu!?



# Dialogi

Filip żalił się Protowi: — Tylko dwa miesiące wakacji i aż dziesięć miesięcy chodzenia do szkoły, to niesprawiedliwość.
— Nie narzekaj — odparł Prot — bo nie masz powodu. Policzmy dokładnie, ile czasu spędzasz w szkole. Rok ma 365 dni. Odejmij od tego połowę, gdyż tylko przez pół dnia jesteś w szkole. Odejmij jeszcze 52 niedziele, dwa miesiące wakacji, trzy tygodnie przerw świątecznych. Zostało niecałe dwa miesiące. Reszta — przeszło dziesięć miesięcy — to dni wolne od szkoły.



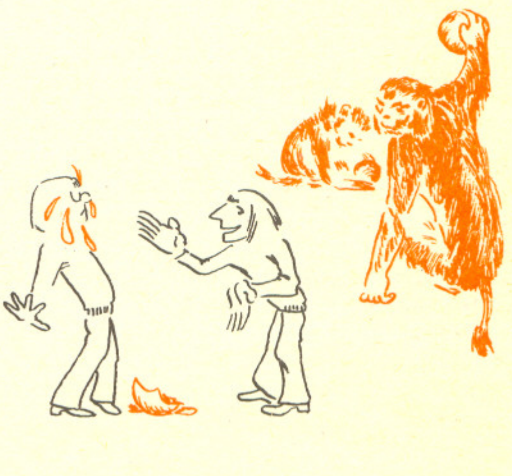


Filip rzekł do Prota: — Dowiedziałem się, że 1000 lat temu nie było w Polsce nawet miliona mieszkańców.
— Nie wierz w takie bajki — odparł Prot. — Wykonamy proste obliczenia. Masz dwoje rodziców. Twój tata i twoja mama także mają po dwoje rodziców — masz więc czworo dziadków. Pradziadków masz ośmioro, prapradziadków szesnaścioro i tak dalej. Na 1000 lat wypada, skromnie licząc, 30 pokoleń. A więc w czasach, o których wspomniałeś, żyło w Polsce co najmniej $2^{30}$ twoich przodków. Policz sobie, jaka to olbrzymia liczba i na przyszłość nie bądź taki bezkrytyczny wobec wszystkiego, co usłyszysz.

Filip spytał Prota: — Ilu jest na świecie łysych? — Wszyscy ludzie są łysi — odparł Prot. — Wykażę ci to metodą indukcji matematycznej. Po pierwsze, człowiek, który nie ma ani jednego włosa, jest łysy — to pewne. Po drugie, jeśli łysemu dodasz jeden włos — pozostanie łysym, chyba nie zaprzeczysz? Tak więc, jeśli masz jeden włos, jesteś łysym, jeśli masz dwa włosy, jesteś łysym. Nawet jeśli masz 500 tysięcy włosów — też jesteś łysym. Indukcja matematyczna to jednak wielka rzecz.

— Pójdziemy do kina? — spytał Prot Filipa. — Niestety nie mogę, muszę iść do fryzjera — odparł Filip. — Mówisz bzdury — rzekł Prot. — Nie możesz iść do fryzjera, bo fryzjer nie istnieje. Człowiek, do którego chcesz iść i którego nazywasz fryzjerem, podobno strzyże wszystkich ludzi z naszej ulicy, którzy nie strzygą się sami. Jeśli więc ten fryzjer nie strzyże samego siebie, to jest strzyżony przez fryzjera — czyli przez siebie. Ale jeśli strzyże się sam, to nie strzyże go fryzjer, czyli nie strzyże się sam. Nie może istnieć istota o tak sprzecznej naturze.

— Posłuchaj Filipie — rzekł Prot. — Jedna małpa stoi nad brzegiem wielkiego dołu i wrzuca tam co sekundę dwa orzechy kokosowe. Druga małpa jest w dole i co sekundę wyrzuca jeden z wrzuconych tam orzechów na drugą stronę dołu. Pierwsza małpa wrzuciła do dołu nieskończenie wiele orzechów. Ile orzechów jest w dole?
— Chyba nieskończenie wiele — odparł Filip.
— Nie pojmujesz całej głębi matematyki, mój Filipie. Wszystko zależy od tego, które orzechy wyrzuca z dołu druga małpa — zaczął objaśnienia Prot.
— Ponumerujmy orzechy według kolejności, w jakiej wrzuca je do dołu pierwsza małpa: 1 i 2, 3 i 4, 5 i 6 itd. Jeśli druga małpa wyrzucać będzie zawsze jeden z wrzuconych przed chwilą orzechów, np. najpierw pierwszy, potem trzeci, piąty, siódmy itd, to oczywiście orzechy: drugi, czwarty, szósty, ósmy pozostaną do końca w dole. Jeśli jednak druga małpa będzie bardziej systematyczna i wyrzucać będzie orzechy dokładnie w tej kolejności, w jakiej były wrzucone: pierwszy, drugi, trzeci czwarty itd., wówczas wszystkie orzechy zostaną wyrzucone z dołu i nie pozostanie tam ani jeden.



*Małą Deltę opracowali: Przemysław NOWICKI i Michał ŚWIĘCKI*

# MYŚLĘ, WIĘC BŁĄDZĘ

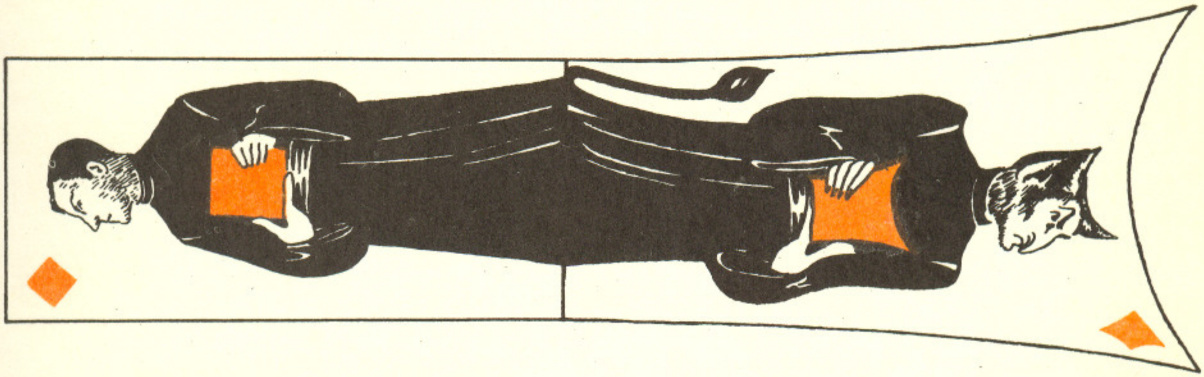
W roku 1733 włoski jezuita Girolamo Saccheri (1667–1733) ogłosił pracę pod tytułem *Euclides ab omni naevo vindicatus* (Euklides od wszelkich skaz uwolniony). Za punkt wyjścia zawartych w niej rozważań wziął 26 twierdzeń z pierwszej księgi *Elementów* Euklidesa, które zostały udowodnione bez użycia piątego postulatu. Dołączył do nich, jako trzydziestą pierwszą przesłankę dalszych rozumowań, zaprzeczenie piątego postulatu. Udowodnił na tej podstawie, że

*kąt zewnętrzny trójkąta jest mniejszy od każdego z kątów wewnętrznych do niego nieprzyległych*

(tzw. małe twierdzenie o kącie zewnętrznym), co doprowadziło go do stwierdzenia, że (w uprawianej przez niego geometrii) na płaszczyźnie przez punkt poza daną prostą przechodzi wiele prostych z nią rozłącznych. A więc uprawiana przez niego teoria była tym, co dziś nazywamy geometrią Bolyai-Łobaczewskiego. Praca zawierała 33 twierdzenia tej geometrii obejmujące większość rezultatów, jakie w sto lat później opublikowali jej odkrywcy. Ostatnie z tych twierdzeń głosi:

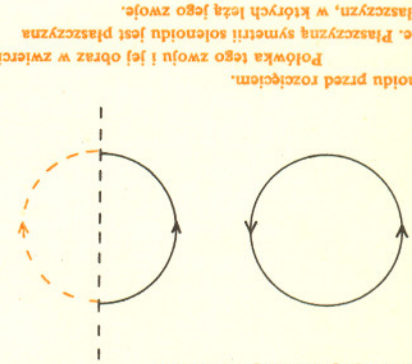
*Na płaszczyźnie istnieją takie dwie rozłączne proste, które z jednej strony oddalają się od siebie nieograniczenie, a z drugiej nieograniczenie zbliżają się do siebie.*

Ten właśnie fakt kazał mu stwierdzić, że przyjęcie zaprzeczenia piątego postulatu prowadzi do sprzeczności, a więc piąty postulat Euklidesa może być dowiedziony przy pomocy pierwszych czterech. Pracę zakończył opinią, iż przeciwny pogląd „jest absolutnie błędny, gdyż przeczy samej istocie linii prostej". Wszystkie twierdzenia w jego pracy były poprawnie i precyzyjnie udowodnione.
Porównaj Delty 7/1975, 10/1975.



**Rozwiązanie zadania F 40**

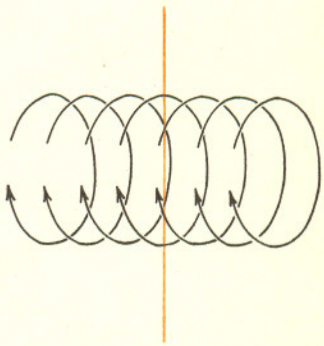
Błędne jest założenie o symetrii sytuacji fizycznej w igiełce magnetycznej. Najłatwiej to zrozumieć rozpatrując zamiast magnesu solenoid. Rozcinając solenoid płaszczyzną $\sigma$, którą możemy wyobrazić sobie jako płaszczyznę zwierciadła i patrząc na jedną z połówek i jej obraz w zwierciadle widzimy, że nie dostajemy naszego pierwotnego solenoidu.



Jeden zwój solenoidu przed rozcięciem.

Połówka tego zwoju i jej obraz w zwierciadle.

Wręcz przeciwnie. Płaszczyzną symetrii solenoidu jest płaszczyzna równoległa do płaszczyzn, w których leżą jego zwoje.

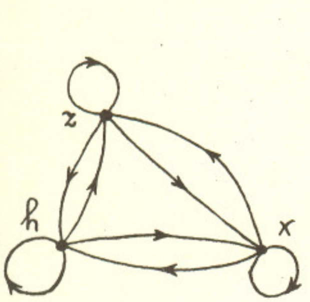


Magnes swoje własności zawdzięcza wewnątrzatomowym prądom (prądy Ampère'a), które płyną w płaszczyznach prostopadłych do osi N-S magnesu i dlatego jego jedyną płaszczyzną symetrii nie jest $\sigma$, lecz płaszczyzna do niej prostopadła.

Analizując sytuację przy pomocy linii pola magnetycznego sądzilibyśmy, że symetrię narusza pole magnetyczne przewodnika, które skierowane jest w określoną stronę, podczas gdy linie pola magnetycznego solenoidu są symetryczne względem płaszczyzny $\sigma$.

**Rozwiązanie zadania M 118.**

Dowód jest błędny, przyjęliśmy bowiem, że dla każdego elementu $a \in A$ istnieje element $b$ pozostający z nim w relacji $R$ (tzn. $aRb$). Relację $R$ można przedstawić graficznie za pomocą grafu, łącząc strzałką elementy $a$ i $b$, jeżeli $a$ pozostaje w relacji $R$ z $b$.




Relacja przedstawiona na powyższym rysunku jest przechodnia i symetryczna, ale nie jest zwrotna (bo nie ma „pętelki" przy $t$). Element $t$ nie pozostaje tu w relacji z żadnym elementem zbioru. Dowód jest więc błędny, a ponadto twierdzenie jest fałszywe.

**Rozwiązanie zadania M 119.**

Twierdzenie jest oczywiście fałszywe. Błąd zawarty jest w ostatnim rachunku. Jeden z rzutów punktu $O$ na półproste $\overrightarrow{BA}$ i $\overrightarrow{BC}$ padnie na bok trójkąta, a drugi na jego przedłużenie.

**Rozwiązanie zadania M 120.**

Dowód jest błędny, twierdzenie zaś prawdopodobnie prawdziwe (wniosek z nie udowodnionego twierdzenia Fermata). Udowodniliśmy tylko, że dana trójka liczb naturalnych $x, y, z$ nie może spełniać równania $x^n + y^n = z^n$, gdzie $n > N$ i $N$ jest pewną liczbą zależną od $x, y, z$.