



W numerze
 prezentujemy
 7 grafik
 radzieckiego topologa
 A. T. Fomiienki

SPIS TREŚCI

Klasyfikacja powierzchni <i>Dr Sławomir Nowak</i>	str. 1
Zadania	str. 4
Diody świecące „na zamówienie” <i>Dr Jerzy Langer</i>	str. 5
Jak to zobaczyć?	str. 7
Kosmologia — Fakty III Najstarsze skamieliny Kosmosu <i>Dr Bronisław Kuchowicz</i>	str. 8
Laboratorium w domu <i>Dr Jan A. Gaj</i>	str. 11
Co zrobić, żeby metro nie huczało? <i>Dr inż. Jadwiga Ablamowicz- Potapowicz</i>	str. 12
Doniesienie	str. 13
Mała Delta	str. 14

„Delta”
 matematyczno-fizyczny miesięcznik
 popularny
 Polskiego Towarzystwa
 Matematycznego i Polskiego
 Towarzystwa Fizycznego
 wydawany przy poparciu
 Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny
 doc. dr J. Bartke
 prof. dr Grzegorz Białkowski —
 przewodniczący
 doc. dr A. Bączyński
 doc. dr B. Gleichgewicht
 doc. dr K. Goebel
 doc. dr B. Iwaszkiewicz
 doc. dr T. Iwiński
 prof. dr A. Januszajtis
 prof. dr L. Jeśmanowicz —
 wiceprzewodniczący
 mgr H. Kaczorek
 prof. dr B. Karczewski
 prof. dr M. Kuczma
 mgr A. Mąkowski
 prof. dr Z. Pawlak
 prof. dr A. Piekara

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60, — cena prenumeraty półrocznej zł 30, —

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch” oraz urzędy pocztowe i doręczyciele — w terminach:
 — do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i na cały rok następny
 — do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
 Jednostki gospodarki uspołecznionej, instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch”.
 Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW, oraz prenumeratory indywidualni zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
 Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla prenumeraty krajowej.

Sprzedż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTE”:

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
 Sprzedż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.

Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, konto PKO nr 1531-912. Oddział w Warszawie.

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie Przedmieście 7 00-068 Warszawa, Poland or with

— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 München 34, Postfach 68, Bundesrepublik Deutschland.

— Earls Court Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,

— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia.

Cena I egzemplarza zł 5, —

nr indeksu 35723/35550

prof. dr Z. Semadeni
 prof. dr J. Stankowski
 prof. dr M. Subotowicz
 doc. dr S. Turnau
 doc. dr J. Wdowczyk

Redaguje Kolegium w składzie:
 doc. dr T. Hofmokr — z-ca red. nacz.
 dr T. B. Iwiński
 dr M. Kordos — red. nacz.
 mgr K. Prażmowski — red. techn. graf.
 doc. dr M. Świącki
 D. Tys — sekr. red.

Adres Redakcji
 ul. Hoża 69 pok. 151,
 00-681 Warszawa.

Zakład Narodowy im.
 Ossolińskich — Wydawnictwo.
 Wrocław, Oddział w Warszawie
 Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark.
 wyd.: 2,50 ark. druk.;
 papier offsetowy III kl., 80 g, 61 × 86
 Wydrukowano w Drukarni im.
 Rewolucji Październikowej,
 Warszawa, ul. Mińska 65.
 Nr zam. 952/76 J-113

Bohaterem naszego artykułu jest pewna rodzina *figur dwuwymiarowych*. Przykładami figur dwuwymiarowych są: domknięta tarcza koła, parasol (patrz rysunek), książka z trzema kartkami (rysunek), sfera (powierzchnia kuli trójwymiarowej) i torus (tj. podzbiór przestrzeni trójwymiarowej otrzymany w wyniku obrotu okręgu dookoła prostej nie przecinającej go i położonej w tej samej co i on płaszczyźnie).

Aby skonstruować ich modele, trzeba skleić ze sobą w odpowiedni sposób pewną skończoną ilość mniejszych trójkątnych kawałków kartonu i pewną ilość patyczków (parasol).

Znacznie trudniej niż bohaterów jest opisać miejsce akcji naszego artykułu. Będzie nim *Przestrzeń* (przez duże P). Trzeba będzie sobie wyobrazić, że jest w niej znacznie więcej miejsca niż w naszej zwykłej przestrzeni trójwymiarowej. Jeśli np. umieścimy w niej sferę dwuwymiarową, to znajdziemy tam prostą przechodzącą przez jej środek i nie mającą z nią żadnych punktów wspólnych. Jest to oczywiście niemożliwe w przestrzeni trójwymiarowej. W podobnym sensie w przestrzeni trójwymiarowej jest znacznie więcej miejsca niż na płaszczyźnie, na przykład w przestrzeni trójwymiarowej można znaleźć (analogicznie jak poprzednio) prostą przechodzącą przez środek okręgu i nie mającą z nim punktów wspólnych, co na płaszczyźnie nie jest możliwe. Ze względu na to wszystko akcję naszego artykułu trzeba będzie umieścić w przestrzeni czterowymiarowej.

Podkreślamy, że do zrozumienia artykułu nie jest konieczna dokładna znajomość tego, czym jest Przestrzeń, lecz trzeba będzie przez cały czas pamiętać, że można w niej robić pewne rzeczy niewykonalne w zwykłej przestrzeni trójwymiarowej.

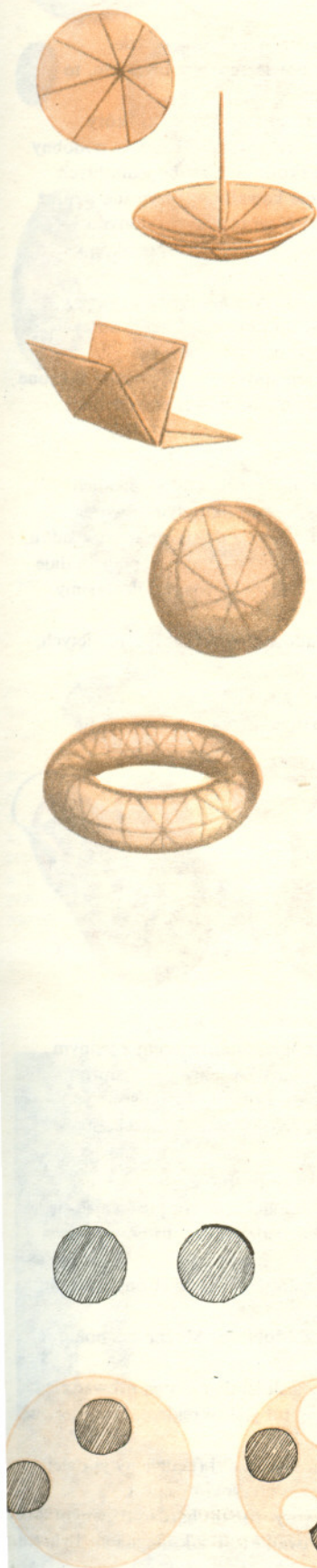
Artykuł ten będzie więc mówił o pewnych własnościach pewnej klasy figur dwuwymiarowych położonych w Przestrzeni. Tymi własnościami będą *niezmienniki homeomorfizmów* (własności topologiczne).

Homeomorfizmem nazywamy wzajemnie jednoznaczne przekształcenie f figury P na figurę Q takie, że zarówno f jak i f^{-1} są ciągłe. Mówimy wtedy, że figury P i Q są homeomorficzne (topologicznie równe lub równoważne). Rozciągając zrobiony z gumy model dowolnej figury otrzymuje się stale modele figur homeomorficznych. Homeomorfizmami są także przekształcenia sprowadzające się do rozcinania modelu wzdłuż różnych krzywych i następnie po dokonaniu różnych „przekręceń” i ruchów, zszywania rozcięcia w dokładnie taki sam sposób, jak na początku.

Umówmy się jeszcze, że *dyskiem otwartym* (domkniętym) będziemy nazywali każdą figurę homeomorficzną z otwartą (domkniętą) tarczą koła.

Spśród omówionych wyżej przykładów różnych figur dwuwymiarowych na szczególną uwagę zasługują torus i sfera dwuwymiarowa. Ich topologiczna budowa w pobliżu każdego punktu jest taka sama, jak budowa płaszczyzny. Każdy punkt należący do sfery lub do torusa można przykryć dyskiem otwartym położonym całkowicie na figurze i to tak dobrze, i dokładnie, że wszystkie punkty położone dostatecznie blisko niego są także przykryte. Mówiąc precyzyjnie, dla każdego punktu istnieje takie jego otoczenie, które jest otwartym dyskiem. Można teraz, zapominając o naszych dwóch konkretnych przykładach, skoncentrować uwagę tylko na własności sformułowanej w ostatnim zdaniu i zacząć badać figury dwuwymiarowe położone w Przestrzeni posiadające tę właśnie własność. Rozsądne będzie tutaj ograniczenie się do podzbiorów Przestrzeni spełniających dodatkowo jeszcze pewien naturalny warunek gwarantujący to, że figura składa się z dokładnie jednego kawałka. Nazywa się on spójnością i mówi że każde dwa punkty zbioru dają połączyć się w nim drogą czyli czymś, co jest topologicznie równoważne odcinkowi domkniętemu.

Figury dwuwymiarowe spełniające te wszystkie warunki (posiadanie dla każdego punktu otoczenia będącego otwartym dyskiem i spójność) nazywamy *powierzchniami zamkniętymi*. Okazuje się, że z punktu widzenia samej teorii powierzchni zamkniętych bardzo celowe jest badanie nieco szerszej klasy zbiorów. Chodzi o tzw. *powierzchnie z brzegiem* tj. domknięte i spójne podzbiory Przestrzeni mające tę własność, że każdy punkt ma otoczenie otwarte topologicznie równoważne z dyskiem otwartym lub podzbiorem pełnego kwadratu składającym się z wnętrza tego kwadratu i otwartego odcinka położonego na jednym z boków. Powierzchniami z brzegiem są np. domknięta tarcza koła i domknięta tarcza koła, w której wycięto skończoną ilość okrągłych dziur. Innym przykładem powierzchni z brzegiem jest wstęga Möbiusa, którą otrzymuje się z prostokątnego paska papieru przekraczając go o 180° i sklejając tak, jak na rysunku, jego krótsze krawędzie.



Brzegiem powierzchni z brzegiem nazywamy zbiór tych wszystkich jej punktów, które nie mają otoczeń homeomorficznych z otwartym dyskiem.

Czytelnik z łatwością sprawdzi, że brzegiem zarówno domkniętej tarczy koła, jak i wstęgi Möbiusa jest okrąg (dokładniej zbiór równoważny okręgowi), a brzegiem sfery z wyciętymi k otworami jest suma $k + 1$ rozłącznych okręgów. Można też nawet pokazać, że brzeg dowolnej powierzchni z brzegiem składa się ze skończonej liczby rozłącznych i spójnych „kawałków”, które są z topologicznego punktu widzenia okręgami.

Jeśli w dalszym ciągu w tekście będzie występowało słowo „powierzchnia” i nie będzie zaznaczone czy mamy na myśli powierzchnię zamkniętą, czy też powierzchnię z brzegiem, to będzie chodziło zarówno o powierzchnie z brzegiem jak i zamknięte.

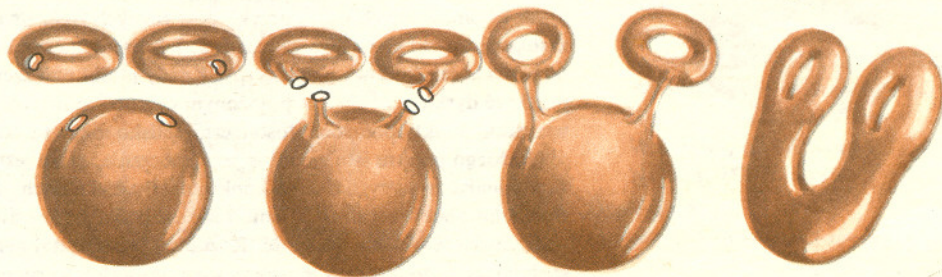
Wiadomo, że zszywając w odpowiedni sposób ze sobą jednolite (bez dziur) kawałki skóry otrzymuje się piłkę futbolową. Piłka taka jest dobrym modelem sfery. W Przestrzeni w podobny sposób można otrzymać model dowolnej powierzchni zszywając skończoną liczbę jednolitych kawałków elastycznego materiału i to w taki sposób, że dwa różne kawałki są zszywane wzdłuż tylko jednego odcinka. Rozważmy teraz powierzchnię z brzegiem N wraz z wyróżnionymi k okręgami O_1, O_2, \dots, O_k wchodzącymi w skład brzegu (nie muszą to być wszystkie okręgi wchodzące w skład brzegu).

Przypuśćmy także, że mamy dane k powierzchni z brzegiem P_1, \dots, P_k oraz, że dla każdego $i = 1, 2, \dots, k$ okrąg S_i wchodzi w skład brzegu powierzchni P_i . Spróbujmy teraz wyobrazić sobie doświadczenie polegające na tym, że zrobione z elastycznego tworzywa modele wszystkich naszych powierzchni sklejemy (czy też zszywamy) w ten sposób, że S_1 zostaje sklezione z O_1, S_2 z O_2, \dots, S_k z O_k . W wyniku jego powinniśmy otrzymać model nowej powierzchni z brzegiem M .

W trakcie wykonywanego wyżej doświadczenia należy pamiętać, że wszystko dzieje się w Przestrzeni. W zwykłej trójwymiarowej przestrzeni nie da się skleić wzdłuż odpowiednich okręgów stanowiących brzegi wstęgi Möbiusa i sfery z wyciętym jednym okrągłym otworem. Można jednak sprawdzić, że udaje się to zrobić w Przestrzeni. (Podobnie dzieje się w przypadku, gdy staramy się skleić brzegi dwóch dysków leżących na płaszczyźnie. Ta ostatnia operacja daje się już wykonać w przestrzeni trójwymiarowej i, jak łatwo sprawdzić, w jej wyniku dostajemy sferę).

Sklejając powierzchnie z brzegiem można otrzymać dużo przykładów powierzchni zamkniętych, mających różne ciekawe własności.

Pierwszym z nich będzie sfera z p uchami. Otrzymujemy ją wycinając w sferze p okrągłych otworów i zaklejając je następnie wszystkie p torusami z wyciętym jednym otworem.



Nic także nie stoi na przeszkodzie temu, żeby mając daną sferę z wyciętymi $p = p_1 + p_2$ okrągłymi otworami część z nich (to jest np. p_1) zakleić tak jak poprzednio torusem z jednym wyciętym otworem a część (np. p_2) wstęgami Möbiusa (których brzegi są także okręgami). W szczególnym przypadku, gdy w sferze wycięto tylko jeden lub dwa otwory i zaklejono je wstęgami Möbiusa, otrzymuje się powierzchnie, które nazywają się odpowiednio płaszczyzną rzutową i butelką Kleina.

Bardzo ciekawe są te wszystkie powierzchnie, które zawierają wstęgę Möbiusa.

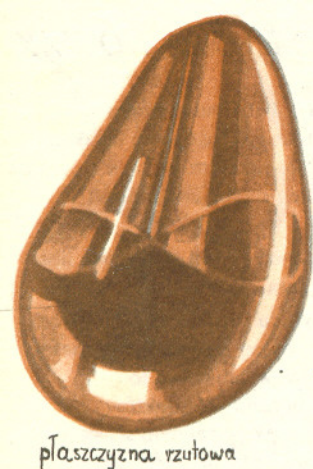
Jeśli po powierzchni skleionej z papieru wstęgi Möbiusa spaceruje mucha, która posuwając się naprzód stara się jednocześnie być w jednakowej odległości od krawędzi paska, to powróci ona do pierwotnego położenia głową w dół i znajdzie się z drugiej strony kartki.

Jeśli na umieszczonym w Przestrzeni modelu powierzchni istnieje droga z jednej strony modelu na drugą, to powierzchnię tę nazywamy jednostronną.

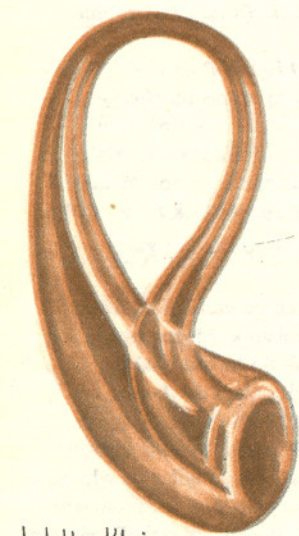
Dzieje się tak np. w przypadku, gdy powierzchnia zawiera wstęgę Möbiusa. Można też pokazać, że każda powierzchnia jednostronna zawiera wstęgę Möbiusa.

Aby uzmysłowić sobie, dlaczego tak jest, wystarczy zauważyć, że jeśli istnieje droga prowadząca z jednej strony powierzchni na drugą, to istnieje taka droga, że jej tor jest okręgiem. Dostatecznie cienki pasek ją otaczający jest właśnie wstęgą Möbiusa.

Spróbujmy teraz rozciąć nasz model wstęgi Möbiusa wzdłuż linii środkowej (będziemy ją dalej nazywać równikiem), po której spacerowała mucha. Okazuje się, że otrzymamy coś, co topologicznie jest równoważne ze sferą, z której wycięto dwa otwory. Innym bardzo dziwnym zjawiskiem jest to, że równik nie rozpadł się na dwa rozłączne kawałki (tak jak można się było spodziewać), lecz jest jednym okręgiem.

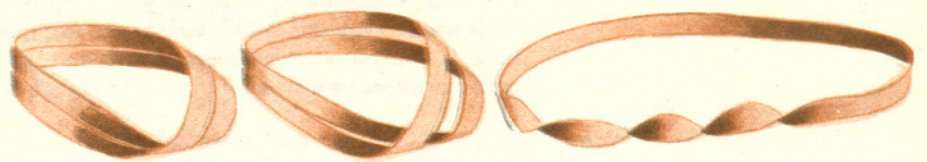
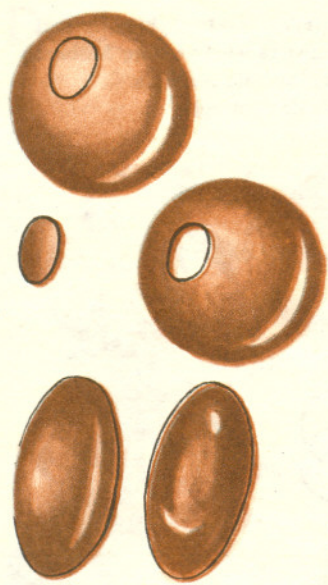


płaszczyzna rzutowa



butelka Kleina





Oznacza to, że mając w Przestrzeni model dowolnej jednostronnej powierzchni z brzegiem i rozcinając go wzdłuż równika wstęgi Möbiusa otrzymujemy powierzchnię z brzegiem składającym się z dokładnie o jeden większej liczby okręgów niż brzeg powierzchni wyjściowej. Warto także zauważyć, że jeśli do brzegu utworzonej dziury przyszyjemy brzeg modelu wstęgi Möbiusa, to otrzymamy powierzchnię topologicznie równoważną wyjściowej.

Zupełnie inna jest sytuacja w przypadku, gdy dokonujemy rozcięć na sferze i torusie. Rozcinając je tak, jak na rysunku, można się przekonać, że w przypadku sfery otrzymuje się dwie rozłączne powierzchnie z brzegiem, a w przypadku torusa jedną, ale za to taką, że jej brzeg składa się z dwu okręgów. Można pokazać, że własność istnienia dla powierzchni takiej krzywej zamkniętej, że po dokonaniu rozcięcia wzdłuż tej krzywej otrzymamy jedną powierzchnię z brzegiem, który składa się z dokładnie o jeden większej liczby okręgów niż brzeg powierzchni wyjściowej, jest równoważna temu, że powierzchnia jest jednostronna. Okrąg ten odpowiada wtedy równikowi wstęgi Möbiusa.

Załóżmy teraz, że mamy dany w Przestrzeni model pewnej powierzchni zamkniętej otrzymanej w wyniku zszycia w odpowiedni sposób jednolitych kawałków tkaniny (tak, jak to było wcześniej zaznaczone) i spróbujmy wyobrazić sobie doświadczenie polegające na rozcinaniu go kolejno wzdłuż rozłącznych okręgów utworzonych przez części szwów. Rozcinamy (a właściwie rozpruwamy) naszą powierzchnię tak długo, dokąd pozostaje spójna. Chodzi o to, że w pierwszym kroku szukamy okręgu O_1 o tej własności, że powierzchnia nasza po wykonaniu cięcia wzdłuż niego pozostaje spójna. Jeśli dokonano już k rozcięć wzdłuż rozłącznych okręgów O_1, \dots, O_k i powierzchnia nadal jest spójna, to badamy wszystkie rozłączne z nimi okręgi utworzone przez części szwów i szukamy wśród nich takiego O_{k+1} , że nasz model pozostaje spójny po wykonaniu cięcia wzdłuż niego. Nasze doświadczenie kończy się po k krokach — w momencie, kiedy nie będziemy mogli już znaleźć takiego O_{k+1} .

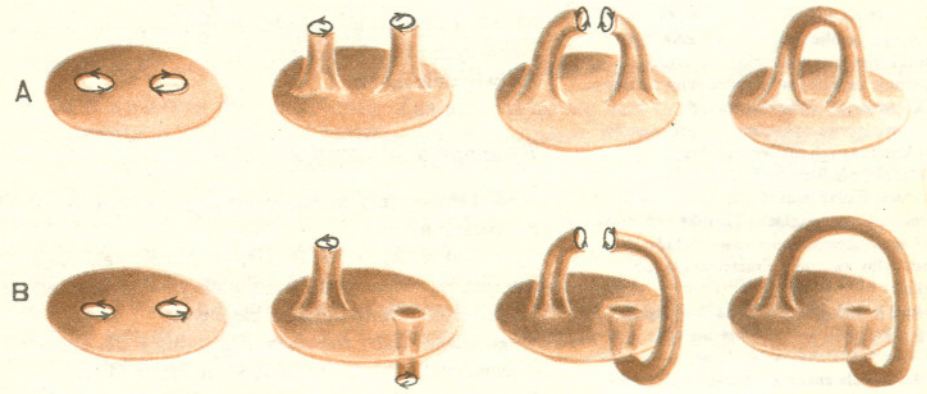
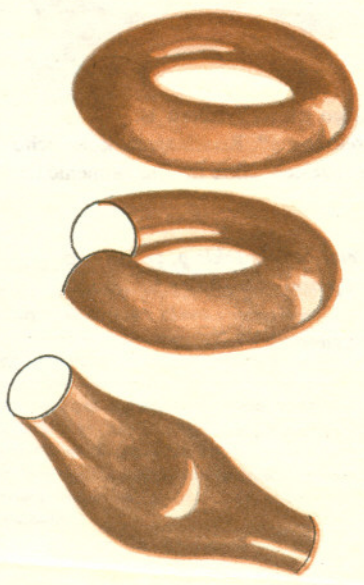
Oznacza to, że w jego wyniku otrzymujemy model powierzchni z brzegiem, która rozpada się na kawałki po rozcięciu wzdłuż dowolnego okręgu (utworzonego przez części szwów). Warto się w tej chwili zastanowić nad tym, czym może być z topologicznego punktu widzenia taka właśnie powierzchnia z brzegiem.

Nie jest wcale trywialnym faktem (choć intuicyjnie dość oczywistym) to, że jeśli brzeg takiej powierzchni składa się dokładnie z jednego okręgu, to musi ona być domkniętym dyskiem. Jeśli okręgów jest k i $k > 1$, to można model naszej powierzchni rozciąć wzdłuż drogi łączącej dwa różne okręgi wchodzące w skład brzegu i zmniejszyć ich liczbę, a następnie korzystając z indukcji matematycznej pokazać, że jest to sfera z wyciętymi k okrągłymi otworami.

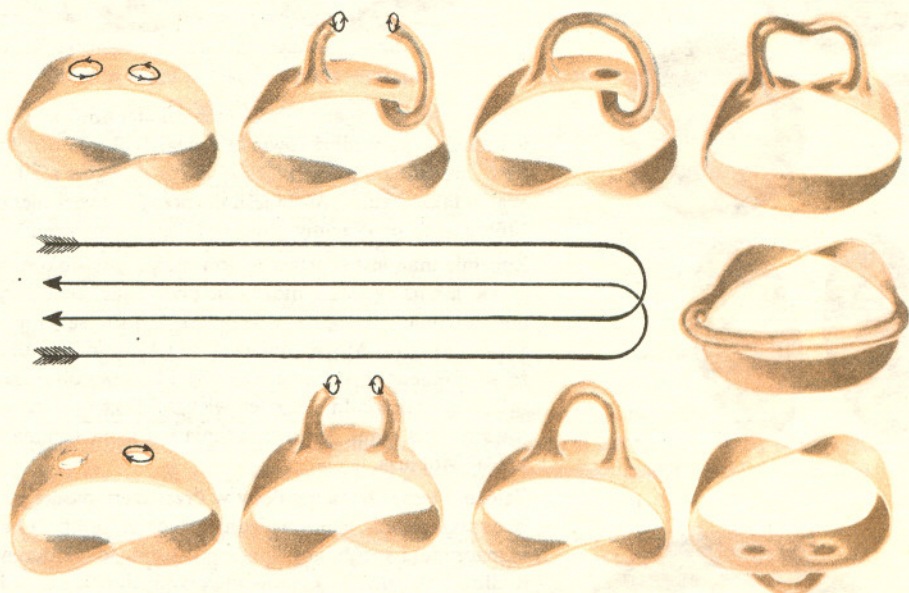
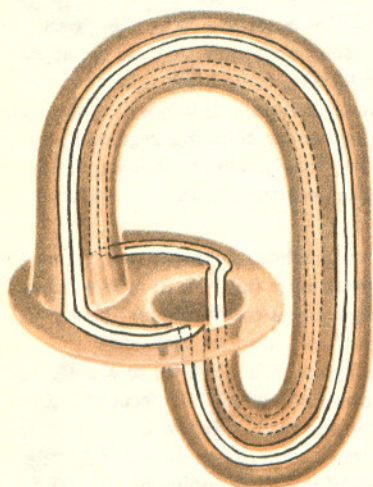
Wracając więc do wykonywanego doświadczenia: po wykonaniu p rozcięć model powierzchni zamkniętej zamienił się na model sfery z pewną ilością dziur.

W trakcie rozcinania powierzchni wzdłuż okręgu mogą zajść dwa wzajemnie wykluczające się przypadki. Albo okrąg, wzdłuż którego cięcie było wykonywane, rozpadnie się na dwa różne okręgi albo stanie się tak, jak przy rozcinaniu wstęgi Möbiusa wzdłuż równika — zamieni się na jeden większy okrąg.

Z tego wszystkiego, co zostało już napisane wcześniej, wynika, że w ostatnim przypadku nasza powierzchnia musi zawierać wstęgę Möbiusa. Jej równik stanowi okrąg, wzdłuż którego powierzchnię naszą rozcinaliśmy. Jeśli okrąg rozpadł się na dwa różne okręgi, to trzeba rozróżnić dwa przypadki przedstawione na rysunku.



Z rysunku poniżej widać, że na każdej takiej powierzchni, na której istnieje taki okrąg, że ślad cięcia wzdłuż niego składa się z jednego kawałka (powierzchnia zawiera wtedy wstęgę Möbiusa) istnienie rozcięcia przedstawionego na rysunku A jest równoważne istnieniu rozcięcia przedstawionego na rysunku B i jedno z nich można zawsze zamienić na drugie.



Spróbujmy się zastanowić, co wynika z istnienia rozcięcia takiego jak na rysunku B. Zszywając powierzchnię wzdłuż niego otrzymujemy ucho „przekręcone”. Rozcinając z kolei ucho „przekręcone” w taki sposób, jak na rysunku, zauważymy, że rozcięcia takie można zamienić na dwa rozcięcia odpowiadające wstęgom Möbiusa.

Wynika stąd już twierdzenie o klasyfikacji powierzchni.

TWIERDZENIE O KLASYFIKACJI. Dla każdej powierzchni zamkniętej istnieje takie p , że jest ona homeomorficzna ze sferą z p uchami lub też ze sferą z wyciętymi p otworami, które zakleiono wstęgami Möbiusa.

Ćwiczenie. Znaleźć podobne twierdzenie dla powierzchni z brzegiem.



Zadania

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

M 100. Znaleźć wszystkie funkcje $f: R \rightarrow R$ spełniające dla wszelkich liczb rzeczywistych x, y równość

$$[f(x+y)]^2 = [f(x)]^2 + [f(y)]^2.$$

Rozwiązanie na str. 13.

M 101. Udowodnić, że jeśli P jest dowolnym punktem leżącym w płaszczyźnie równoległoboku $ABCD$, to

$$AP < BP + CP + DP$$

Rozwiązanie na str. 10.

M 102. Udowodnić, że każda liczba naturalna większa od 10 jest sumą dwóch różnych liczb pierwszych i liczby złożonej.

Rozwiązanie na str. 7.

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI

F 34. Temperatury trzech identycznych ciał A, B i C o stałej pojemności cieplnej wynoszą odpowiednio:

$T_A = 300$ K, $T_B = 300$ K, i $T_C = 100$ K. Zakładając, że żadna energia nie jest dostarczana z zewnątrz, określcie do jakiej maksymalnej temperatury można podgrzać dowolne z tych ciał przez zastosowanie silników cieplnych.

Wskazówka: patrz rozwiązanie zadania F 31, Delta 7/1976 oraz S. Szczeniowski „Fizyka doświadczalna” t. 2, PWN 1964, rozdział 44

Rozwiązanie na str. 10.

Uwaga filateliści

Mamy także coś dla Was. Oto znaczek wydany w marcu 1976 roku z okazji dwudziestego rocznicy powstania Zjednoczonego Instytutu Badań Jądrowych w Dubnej. Porozumienie o utworzeniu Instytutu zostało zawarte 26.III.1956 r. w Moskwie. W owym instytucie współpracują fizycy z ZSRR, CSRS, Polski i wielu innych krajów. Instytut dysponuje unikalnymi urządzeniami z zakresu fizyki jądrowej i wysokich energii umożliwiającymi wykonanie eksperymentów zbyt kosztownych dla jednego kraju. Dokładniej pisaliśmy o Zjednoczonym Instytucie Badań Jądrowych w numerach siódmym i ósmym „Deltę” z 1974 r. A może sami znajdziecie ciekawe znaczki, których temat byłby związany z matematyką lub fizyką? Częściej jednak można spotkać na znaczku portret królowej aniżeli Einsteina (dla zapalnych filatelistów informacja — w 1959 r. Polska wydała znaczek właśnie z portretem Einsteina).

Dr Jerzy LANGER



Przerwa energetyczna, E_g , obszar energii elektronów w półprzewodniku pomiędzy energią wierzchołka pasma walencyjnego (podstawowego), a energią dna pasma przewodnictwa. W półprzewodniku nie domieszkowanym w obszarze tym nie ma dozwolonych stanów dla elektronów. Dlatego światło o energii $h\nu < E_g$ nie jest absorbowane przez półprzewodnik. Jeśli $E_g < 1,4$ eV, to półprzewodnik przepuszcza jedynie światło podczerwone, jeśli $E_g > 3,5$ eV, to również widzialne.

Każdy z fizyków pracujących naukowo musi zadawać sobie od czasu do czasu pytanie — *co dalej?* Badania, które prowadzimy, przypominają rozwiązywanie szarady, którą, aby było trudniej, trzeba wymyślić samemu. To wymyślanie zagadki, a mówiąc bardziej pompacyjnie postawienie problemu do rozwiązania, jest chyba najtrudniejszą częścią pracy fizyka. W fizyce współczesnej, a zwłaszcza w fizyce eksperymentalnej, pracuje się najczęściej zespołowo. Źle postawiony problem może oznaczać zmarnowanie wysiłku wielu ludzi i niepotrzebne wydanie sporych pieniędzy, jako że uprawianie fizyki stało się obecnie dość kosztownym zajęciem. Bywa, że problem na początku wydaje się dość prosty i że widać drogę do jego rozwiązania, ale po paru miesiącach lub nawet później okazuje się, że znaleźliśmy się w ślepych zaułku. Na szczęście bywa i odwrotnie. Kryjące się w naszej pracy — niewiadoma wysiłku końcowego i perspektywa radości z sukcesu są chyba najważniejszym motorem każdej pracy naukowej. Dlatego też warto być fizykiem.

Historia, którą chciałbym opowiedzieć, nie ma jeszcze zakończenia, ale dobrze ilustruje to, o czym wspominałem na wstępie. W 1972 roku rozpoczęliśmy wraz z żoną doświadczenie z fluorkiem kadmu. Czyste kryształy tego związku są bardzo dobrymi izolatorami, przezroczystymi jak szkło. Jeżeli jednak w czasie wzrostu kryształu dodamy do niego obce atomy trójwartościowe, to kryształy fluorku stają się przewodzące.

Cóż w tym niezwykłego, powiecie. Przecież wiadomo, że dodając do kryształów półprzewodników takich jak krzem lub german obce atomy, możemy spowodować wzrost ich przewodnictwa elektrycznego. Dzięki temu było możliwe powstanie współczesnej elektroniki. No tak, ale zarówno krzem jak i german są przezroczyste jedynie w podczerwieni, gdyż ich przerwa energetyczna wynosi około 1 eV.

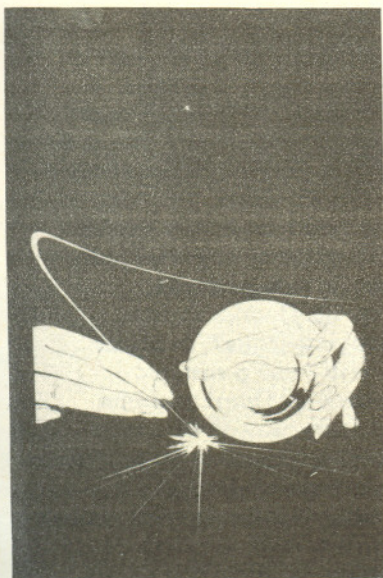
Przerwa energetyczna fluorku kadmu jest znacznie większa i wynosi prawie 8 eV (stąd jego przezroczystość dla światła widzialnego i bliskiego ultrafioletu). Na ogół kryształy o tak dużej przerwie energetycznej są izolatorami. Fluorek kadmu, który może przewodzić prąd wyraźnie nie pasuje do tej prostej reguły i stąd nasze zainteresowanie tym związkiem.

Jednocześnie w badaniu przyczyn pojawienia się przewodnictwa w kryształach fluorku kadmu zajęliśmy się zupełnie innym zagadnieniem. Otóż wiadomo, że niektóre kryształy świecą pod wpływem silnego oświetlenia o dostatecznie dużej energii. Zjawisko to nazywamy fotoluminescencją. Z reguły odpowiedzialne za nie są obce atomy wbudowane do kryształu. Na skutek absorpcji światła o dużej energii, np. ultrafioletu, niektóre atomy domieszkowe przechodzą w stan wzbudzony. Jedną z form utraty energii wzbudzenia jest emisja światła przez te atomy. W odróżnieniu od emisji atomów w gazie, gdzie z reguły widma emisyjne są widmami liniowymi, emisja atomów wbudowanych do kryształu ma najczęściej charakter pasmowy. Zjawisko fotoluminescencji kryształów zostało na przykład wykorzystane w konstrukcji lasera rubinowego. Światło lampy błyskowej jest zaabsorbowane przez jony chromu będące domieszkami w kryształach Al_2O_3 (to jest właśnie rubin).

Zgromadzona w kryształach energia jest następnie emitowana w postaci czerwonej wiązki światła laserowego. Podobne zjawisko fotoluminescencji zaobserwowaliśmy w kryształach fluorku kadmu domieszkowanych manganem. Tak domieszkowane kryształy po oświetleniu światłem niebieskim lub ultrafioletowym świecą w kolorze zielonym. Podobnie jak w rubinie jony chromu, tak tutaj jony manganu są powodem świecenia. I tu dochodzimy do punktu zwrotnego naszej opowieści.

Było to w kwietniu dwa lata temu. Zastanawiając się nad tym *co dalej* w naszych eksperymentach z fluorkiem kadmu, postanowiliśmy zobaczyć, czy można w tym materiale uzyskać silne świecenie, ale pod wpływem prądu. Oczywiście żarówka też świeci, bo płynie przez nią prąd, ale świecenie jest wynikiem wysokiej temperatury włókna żarówki. My szukaliśmy świecenia „zimnego”, podobnego do świecenia gazu w neonówce. Zapytacie, po co? Powód był dwojaki. Z jednej strony ciekawość, będąca podstawową motywacją fizyka, z drugiej kusiła nas możliwość ewentualnego wykorzystania tego zjawiska, gdyby okazało się, że świecenie jest dostatecznie silne i wydajne (moc zasilania nie powinna przekraczać kilkunastu miliwatów).

Takie miniaturowe źródła światła zwane diodami



diody elektroluminescencyjne — urządzenie półprzewodnikowe wykorzystujące najczęściej właściwości złącza p-n, emitujące światło w sposób nie termiczny pod wpływem przepływu prądu.



elektroluminescencyjnymi zrewolucjonizowały sygnalizację świetlną w elektronice w podobnym stopniu, jak zastąpienie lamp próżniowych elementami półprzewodnikowymi. Przecież wskaźniki cyfrowe minikalkulatorów są wykonane właśnie z półprzewodnikowych diod świecących. Tłumaczy to chyba nieco przewrotny tytuł artykułu. Cel został postawiony, ale jak go zrealizować.

Z pomocą przyszły nasze poprzednie doświadczenia. Mieliśmy przecież kryształy domieszkowane skandem, które przewodziły prąd, ale nie świeciły. Mieliśmy także kryształy domieszkowane manganem, które świeciły przy wzbudzeniu światłem, ale nie przewodziły prądu. Żona zaproponowała, aby połączyć obie te właściwości wykonując kryształ domieszkowany jednocześnie obiema substancjami. Jedna z nich dostarczy elektronów przewodnictwa, druga da centra świecenia. Jeśli przez taki kryształ przepuścimy prąd, to rozpędzone polem elektrycznym elektrony pochodzące ze skandu będą mogły przekazać w zderzeniach niesprężystych swą energię kinetyczną jonom manganu. O ile ta energia będzie większa od około 2,5 eV (zastanówcie się, dlaczego energia kinetyczna elektronów musi spełniać ten warunek), mangan powinien emitować zielone światło. Powiecie, jakie to proste. Tak, ale to dopiero początek.

Następnego dnia po naszej rozmowie żona wraz z docent Barbarą Fulde, która opracowała metodę otrzymywania kryształów fluorku kadmu, przystąpiły do realizacji pomysłu. W tym celu do sproszkowanego fluorku kadmu dodany został Mn oraz Sc. Potem dobrze wymieszany proszek został umieszczony w wydrążonym walcu grafitowym i wstawiony do pieca o temperaturze około 1100°C. W tej temperaturze fluorek kadmu topi się. W czasie powolnego studzenia pieca stopiony materiał zaczął krystalizować. Po paru godzinach tej współczesnej alchemii gotowy kryształ został wyjęty z tygla grafitowego. Pozostało tylko wycięcie z niego odpowiedniej płytki, zrobienie kontaktów, dołączenie baterii i... nic. Kryształ nie świecił. Zapytacie dlaczego? Po prostu elektrony miały zbyt małą energię. No to może zwiększyć napięcie. Niestety, nie tędy droga.

Elektrony poruszające się w półprzewodniku pod wpływem zewnętrznej różnicy potencjałów bądź ulegają ciągłym zderzeniom z obcymi atomami, bądź ich ruch jest hamowany przez drgania cieplne kryształu. Na skutek tych zderzeń średnia prędkość elektronów jest stała i proporcjonalna do pola elektrycznego. Stąd też pojawia się prawo Ohma, które nie jest spełnione na przykład w lampie elektronowej, gdyż prawie nie ma w niej zderzeń elektronów z cząsteczkami gazu. Średnia droga swobodna, tzn. odległość między zderzeniami, wynosi w kryształach do kilkudziesięciu Å (kilkanaście odległości między atomami sieci krystalicznej). Jeśli chcemy, aby elektrony uzyskały dostateczną energię, to spadek napięcia w kryształach na odcinku rzędu drogi swobodnej musi wynosić kilka voltów. Tak więc pole elektryczne musi być duże. Aby elektrony na skutek zderzeń mogły pobudzić jony manganu do świecenia, musi być ono rzędu 10⁶ V/cm! Wynika stąd, że mając do dyspozycji baterię o napięciu 100 V musimy umieścić kryształ między elektrodami znajdującymi się w odległości tylko około 1 μm. Jest to rozwiązanie złe, bo i grubość niepraktycznie mała, a poza tym na skutek ciepła Joule'a kryształ natychmiast się stopi.

Czyżby więc sytuacja była beznadziejna? Nie, rozwiązanie też jest proste, ale nieco trudniejsze w realizacji.

Przypomnijcie sobie, jaka jest zasada działania złącza p-n (przeczytajcie na przykład artykuł J. Gaja w numerze 8 „Deltę” z zeszłego roku). Na skutek dyfuzji elektronów do części złącza typu p i dziur do typu n powstaje w złączu bariera potencjału. Ładunek przestrzenny powstały w obszarze złącza rozciąga się na kilkadziesiąt do kilkuset Å. Ponieważ nośniki prądu zostały zabrane z obszaru złącza, ma ono bardzo duży opór w porównaniu z resztą kryształu. Tak więc po przyłożeniu napięcia do diody w kierunku zaporowym praktycznie cały spadek napięcia będzie na bardzo wąskim obszarze złącza. Dzięki temu natężenie pola elektrycznego w nim dochodzi do 10⁶ V/cm, czyli tyle, ile nam potrzeba. Niestety takich złącz p-n nie można wytworzyć w kryształach fluorku kadmu, ponieważ materiał ten może być jedynie typu n. Okazuje się jednak, że złącze o bardzo podobnych właściwościach można uzyskać, jeśli część p zastąpić elektrodą, której tzw. praca wyjścia będzie większa aniżeli we fluorku kadmu typu n. Podobną sytuację mamy w złączu p-n, gdyż do „wyrwania” elektronu z materiału typu p musimy dysponować energią większą o wartość w przybliżeniu równą wartości przerwy wzbronionej E_g w porównaniu z materiałem typu n. I to już prawie koniec naszej historii. Szukaną elektrodą okazał się zwykły roztwór soli kuchennej. Tym razem po zanurzeniu kryształu i dołączeniu zasilania elektrycznego kryształ pięknie rozświetlił się na zielono.

Praca wyjścia — energia konieczna do „wyrwania” elektronu z kryształu do próżni, np. w zjawisku fotoelektrycznym zewnętrznym.



Rozwiązanie zadania M 102.
 Liczby naturalne większe od 10 są jednej z postaci $2k-1$, $2k(k \geq 6)$.
 Mamy $2k-1 = 2+3+2(k-3)$,
 $2k = 3+5+2(k-4)$ i liczby $2(k-3)$ i $2(k-4)$ są parzyste i nie mniejsze odpowiednio od 6 i 4, a więc złożone.

Zgodnie z przewidywaniami, świeciła tylko część kryształu na granicy styku z elektrolitem, tzn. w obszarze złącza. Nerwowe chwile przed włączeniem napięcia i potem radość z wystąpienia oczekiwanego zjawiska były najwspanialszym momentem w całym eksperymencie. Potem rozpoczęła się równie ciekawa, choć nie mniej efektywna i bardziej żmudna praca nad dobraniem optymalnych koncentracji domieszek i co było najtrudniejsze, zastąpienie „mokrej” struktury „suchą”. Po kilku miesiącach i ta trudność została pokonana. W trakcie eksperymentów okazało się, że zmieniając domieszki można uzyskać i inne barwy świecenia aż do ultrafioletu. Wynik możecie zobaczyć na okładce Deltę. Chociaż najważniejsze zadanie zostało wykonane, to jednak nie koniec. Pracujemy obecnie nad opisem ilościowym zjawisk zachodzących w naszych elementach świecących. Jest jeszcze sporo do zrobienia na pograniczu fizyki i techniki, aby myśleć o zastosowaniu praktycznym zaobserwowanego zjawiska. Ale jeśli i to zostanie wykonane, to ...
 No cóż, myślę, że to chyba najlepszy moment do zakończenia tej nieco przydługiej historii.

Jak to zobaczyć?

Przewodnictwo cieplne drzewa zależy od kierunku. Współczynnik przewodnictwa cieplnego λ danego materiału określa zależność.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda \Delta S (\Delta T)_n$$

Q ilość ciepła
 t czas
 T temperatura

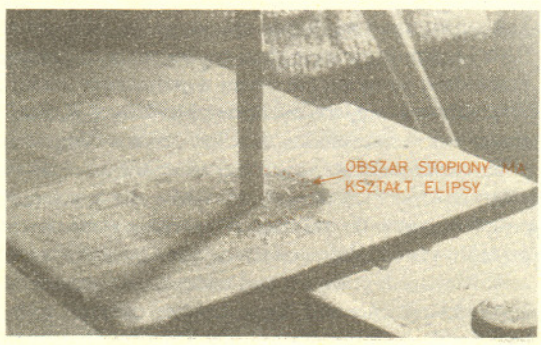
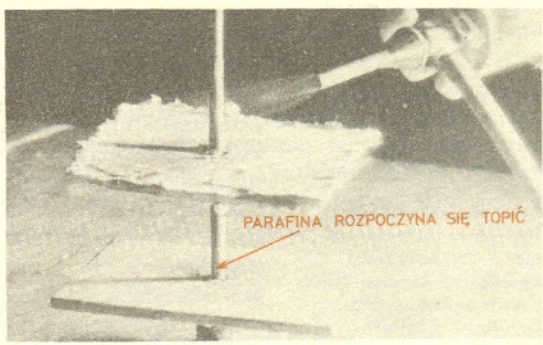
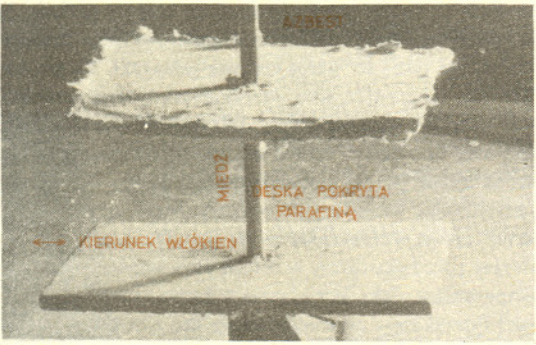
$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ jest strumieniem ciepła, które przepływa przez powierzchnię ΔS pod wpływem różnicy temperatur ΔT w kierunku normalnej n do powierzchni ΔS .

W praktyce wyrażamy λ w kilokaloriach na metr, godzinę, stopień. Drzewo jest materiałem anizotropowym.

W poprzek włókien $\lambda_{\perp} = (0,1 \div 0,18) \frac{\text{kcal}}{\text{mh stop}}$,

wzdłuż włókien $\lambda_{\parallel} = (1,2 \div 1,3) \frac{\text{kcal}}{\text{mh stop}}$ (λ dla mosiądzu w tych samych jednostkach wynosi 68).

Na mosiężny lub miedziany pręt nasadzamy deseczkę drewnianą pokrytą cienką warstwą parafiny. Nad deseczką umieszczamy płytkę azbestową, chroniącą powierzchnię deski od promieniowania cieplnego palnika. Ogrzewamy pręt. Przewodzi on dobrze ciepło i ogrzewa deskę. Parafina wytapia się w kształcie elipsy z dłuższą osią skierowaną wzdłuż włókien. Spójrzcie sami:



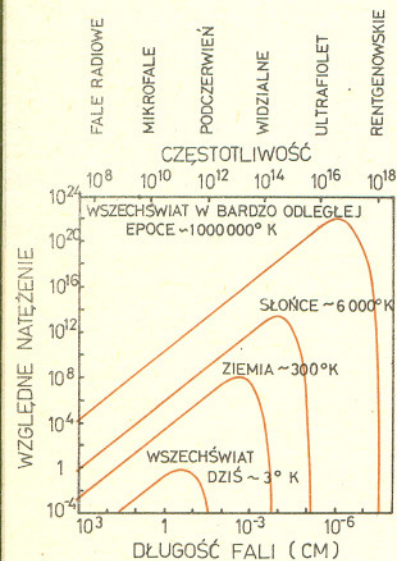
Dr Bronisław KUCHOWICZ

NAJSTARSZE SKAMIELINY KOSMOSU

Zajmijmy się na wstępie pewną konsekwencją odkrycia Hubble'a, o którym wspominaliśmy w 8 numerze „Deltę” z 1976 roku. Sięgając przy użyciu coraz to doskonalszych teleskopów w obszary coraz dalsze, cofamy się zarazem w czasie, ku epokom coraz wcześniejszym. Obserwacje wskazują na to, że rozszerzanie się Wszechświata wciąż trwa, odległości między galaktykami stale wzrastają. A jeśli cofać się wstecz w czasie, to odległości te będą coraz mniejsze. Kiedyś wreszcie, dawno temu (brzmi to jak w bajce) nie istniały oddzielne ciała niebieskie. Po prostu odległości między galaktykami, jak również i między poszczególnymi ciałami niebieskimi w tych galaktykach, równe były zeru. Co więcej, jeśli cofać się w czasie dostatecznie daleko, wtedy przestaną istnieć atomy i jądra atomowe. Ulegną one pogruchtaniu w warunkach ogromnego ciśnienia, materia w tych warunkach stanowi jak gdyby gorący gaz utworzony z cząstek elementarnych, przede wszystkim z protonów, neutronów, elektronów. Stan ten nazywamy stanem nadgęstym; materia w tym stanie to materia we wnętrzu jąder atomowych. Gęstość jej jest wielkością rzędu $10^{15} - 10^{14}$ g/cm³. Miliard ton w centymetrze sześciennym.

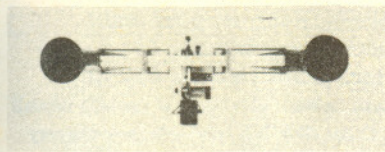
Trudno nam dziś na podstawie znanych praw fizyki wyobrazić sobie materię bardziej zagęszczoną niż wspomniana wyżej materia jądrowa. Z gęstością taką spotykamy się we wnętrzu niedawno odkrytych małych i masywnych ciał niebieskich — pulsarów, zwanych niekiedy gwiazdami neutronowymi, jako że podstawowym składnikiem materii jądrowej w ich wnętrzu mają być neutrony. (O pulsarach pisaliśmy w numerze 11 Deltę z 1974 r.). Nie cofajmy się więc w rozważaniach nad stanem materii we Wszechświecie poza ową fazę materii nadgęstej. Sądzić można, że w równowadze dynamicznej z owym gazem cząstek elementarnych istniały różne rodzaje promieniowania: promieniowanie elektromagnetyczne wszystkich długości fal, promieniowanie neutrinowe, a może jeszcze jakieś inne, dziś nam nieznanne. Ograniczmy się w rozważaniach tylko do promieniowania elektromagnetycznego. Kwanty tego promieniowania to ulegają absorpcji przez cząstki, to znów są emitowane. W warunkach określonej gęstości materii ustala się równowaga dynamiczna pomiędzy promieniowaniem elektromagnetycznym a resztą materii; gęstość energii promieniowania stanowi dobrze określoną część całkowitej gęstości energii, jednocześnie promieniowanie to charakteryzuje się rozkładem widmowym energii bliskim rozkładowi promieniowania ciała doskonale czarnego. Początkowo w fazie nadgęstej rozkład ów odpowiada wysokiej temperaturze Wszechświata, rzędu miliardów czy milionów stopni. Krzywa rozkładu widmowego wyglądać będzie jak najwyższa krzywa na rysunku obok. W miarę rozszerzania się Wszechświata temperatura jego będzie spadać. Maksimum rozkładu przesunąć się będzie wtedy w lewo, w stronę fal coraz dłuższych. W fazie nadgęstej promieniowanie elektromagnetyczne we Wszechświecie stanowiły przede wszystkim kwanty gamma. Wraz ze stygnięciem Wszechświata i jego rozszerzaniem przesunięcia dopplerowskiego doznawało wszelkie promieniowanie elektromagnetyczne, nie tylko to, które emitują galaktyki. To promieniowanie, które kiedyś istniało we Wszechświecie nadgęstym jako wysokoenergetyczne promieniowanie w zakresie X i γ , przeszło już dziś w zakres bardziej długofalowy, być może do obszaru radiowego. Pod względem energetycznym jest więc ono dziś zaledwie szczątkiem dawnego promieniowania wysokiej energii, zasługuje zatem na nazwę promieniowania szczątkowego. Jednocześnie musi ono trwać nadal we Wszechświecie, przenikając wszelkie jego obszary, będąc uniwersalnym tłem zdarzeń we Wszechświecie. Stąd też nazwa *promieniowanie tła*, nadawana promieniowaniu szczątkowemu. Na rysunku powyżej przedstawiliśmy w celach porównawczych kilka rozkładów promieniowania ciał o różnej temperaturze. Jaka jest obecna temperatura Wszechświata, jeśli można uważać go za ciało czarne? Poszukajmy promieniowania tła, a dokładne wyznaczenie jego maksimum natężenia przy pewnej długości fali pozwoli nam na podstawie rodziny rozkładów (jak na rysunku) wniesić, jaka jest temperatura Wszechświata dziś.

Tak mniej więcej wyglądało rozumowanie, jakie przed trzydziestu laty przeprowadził wybitny fizyk i kosmolog amerykański pochodzenia rosyjskiego, George Gamow (1904–1968). Przewidział on nawet (ze swymi współpracownikami) prawie poprawną wartość temperatury Wszechświata w epoce dzisiejszej, bo około 5 K (tzn. 268 stopni Celsjusza poniżej zera). Tak gorący czy raczej chłodny miał być obecnie Wszechświat. Do połowy lat sześćdziesiątych niemal powszechnie zapomniano (albo raczej: nie zwrócono uwagi) o tym przewidywaniu. Fizyk amerykański z Princeton, R. H. Dicke, raz jeszcze „odkrył” na papierze możliwość występowania promieniowania tła i zapragnął wykryć je w rzeczywistości. Grupa fizyków z Princeton zaczęła przygotowywać się do systematycznego poszukiwania promieniowania tła. W połowie lat sześćdziesiątych prace ich nad budową odpowiedniej aparatury (ukazanej na jednym ze zdjęć) były już na ukończeniu. Sława i radość odkrycia przypadły jednak komu innemu. A oto jak do tego doszło.

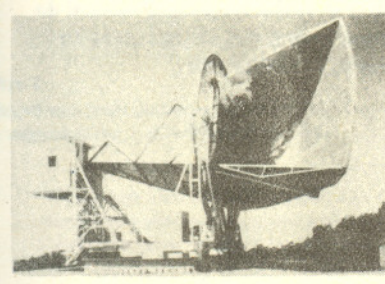


Rozkład energii w widmie ciała czarnego przy różnych temperaturach

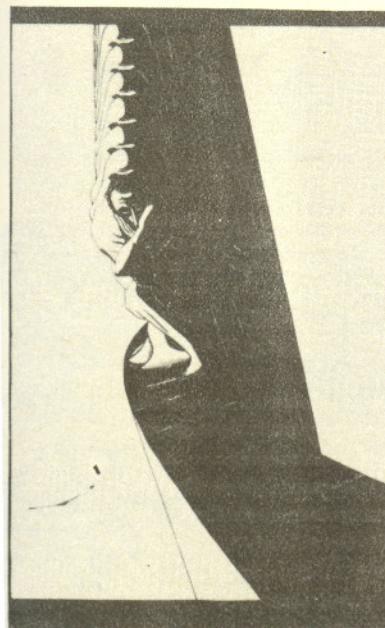
Georgi Antonowicz Gamow, znany później jako George Gamow (1904–1968), urodzony w Odessie, uczęszczał na uniwersytet w Leningradzie, po obronie dysertacji przebywał w Getyndze, Cambridge i Kopenhadze. W 1928 roku na podstawie mechaniki kwantowej opracował teorię zjawiska tunelowego. W 1931 roku został członkiem — korespondentem Akademii Nauk ZSRR w wieku zaledwie dwudziestu siedmiu lat. Od roku 1934 przebywał w Stanach Zjednoczonych, gdzie pracował nad przemianą beta, reakcjami jądrowymi w gwiazdach, kosmologią, a nawet nad bronią atomową i wodorową. Począwszy od 1954 roku zaczął zajmować się problematyką biologii, wysuwając koncepcję kodu genetycznego. Laureatem nagrody Nobla nie był, choć, jak po jego zgonie pisano, gdyby nagrodę tę otrzymał, nikt by się temu nie dziwił. Wkład jego do nauki upoważniał do takiego przypuszczenia. Gamow był znakomitym popularyzatorem nauki, w 1956 roku otrzymał nawet specjalną nagrodę międzynarodową ONZ za popularyzację. Polecamy dwie jego książki, które ukazały się w polskim tłumaczeniu: *Mister Tompkins w krainie czarów* (1962) oraz *Materia, ziemia i niebo* (1963).



Radiometr grupy z Princeton — służący do rejestracji promieniowania tła. Widok z boku i z góry



Antena grupy z Bell Telephone Laboratories, przy użyciu której wykryto promieniowanie tła.

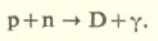


Nie opodal Princeton, w Bell Telephone Laboratories w Holmdel, Arno A. Penzias i Robert W. Wilson zajmowali się konstrukcją anteny do odbioru słabych sygnałów radiowych w zakresie fal o długości centymetrowej. Zbudowana przez nich antena w kształcie rogu (patrz zdjęcie obok) przeznaczona być miała do odbioru sygnałów odbitych przez sztuczne satelity z serii Echo. Nastawiona była ona na długość fali 7,35 cm. Jesienią 1964 roku męczyli się oni nad usunięciem szumu w ich aparaturze. Próby wykrycia źródeł tego szumu nie dały żadnych rezultatów, trzeba było przyjąć, iż dociera on do aparatury równomiernie ze wszystkich kierunków. Innymi słowy, promieniowaniem tym wypełniony jest izotropowo Wszechświat. Tak oto Penzias i Wilson dokonali niezamierzonego odkrycia promieniowania tła, którego poszukiwała grupa z Princeton. Wkrótce potem wykonano pomiary w Princeton na długości fali 3,2 cm, później w różnych miejscach na długościach fal od milimetrów do kilkudziesięciu centymetrów. Wszystkie te pomiary przyniosły zgodną odpowiedź: całe niebo świeci równomiernie, temperatura odbieranego promieniowania wynosi ok. 2,8 K. Gdy już odkryto promieniowanie tła, astronomowie przypomnieli sobie stare wyniki obserwacji linii absorpcyjnych rodnika cyjanowego CN w ośrodku międzygwiazdowym. Wydawało się wtedy, jakby cząsteczki CN znajdowały się w stanie wzbudzonym przez nieznaną bliżej promieniowanie radiowe o temperaturze powyżej 2 K. Wyjaśnienie tego faktu i analogicznych wzbudzeń rodnika CN oraz jonu CH⁺, których linie absorpcyjne obserwowano, okazało się obecnie naturalne.

Do chwili obecnej nie udało się stwierdzić jakiegokolwiek mierzalnej anizotropii promieniowania tła. Gęstość energii związana z tym promieniowaniem jest rzędu $6 \cdot 10^{-14} \text{ J/m}^3$ ($6 \cdot 10^{-13} \text{ erg/cm}^3$), wynosi więc niemal tyle co łączna średnia gęstość energii promieniowania gwiazd w Galaktyce. A dodajmy tu, że gęstość energii promieniowania tła jest praktycznie taka sama i w Galaktyce i poza nią.

Promieniowanie tła uważać można za najstarszą skamielinę Wszechświata, za coś, co w zniekształconej wprawdzie postaci, dotrwało jednak do chwili obecnej, i świadczy o tym, jak wspaniały, gorący był kiedyś Wszechświat. „Co nam zostało z tych lat” (gdy tak gorący był świat). Związek pomiędzy spadkiem temperatury Wszechświata a jego ekspansją można sobie naiwnie wyjaśnić, odwołując się do pojęcia przemiany adiabatycznej gazu, bez wymiany energii z otoczeniem. Nieustanne rozszerzanie się Wszechświata stanowi jak gdyby (mówimy „jak gdyby”, bo nie ma pewności, czy pojęcie przemiany adiabatycznej, słuszne dla układów izolowanych od czegoś, wolno stosować do całego Wszechświata, poza którym niczego już nie ma) ekspansję adiabatyczną. Zawarty we Wszechświecie gaz cząstek (promieniowanie też) musi wykonywać pracę, temperatura więc będzie spadać. Przeżycie wymaga wysiłku, istniejące nadal fotony starzeją się, zwiększając swą długość fali.

Obok promieniowania szczątkowego Wszechświat zawiera jeszcze inne skamieliny z pierwszych faz swej ewolucji. Rozważmy tylko krótko wyniki obserwacji składu chemicznego materii we Wszechświecie. Wodór stanowi ok. 90% ogólnej liczby atomów, helu jest o rząd mniej, a cała reszta pierwiastków stanowi poniżej jednego procenta tej liczby. Pierwiastki, jak o tym dziś już dobrze wiemy, tworzą się przede wszystkim w przemianach jądrowych we wnętrzach gwiazd. Wystarczy wspomnieć o „spalaniu” wodoru na hel we wnętrzu Słońca. A czy procesy tworzenia się pierwiastków chemicznych nie mogły odbywać się jeszcze przed powstaniem gwiazd, po prostu wtedy, gdy w gorącym Wszechświecie był tylko gaz cząstek elementarnych, z którego zaczynały się tworzyć atomy? Na pewno z materii jądrowej (n, p, a także e) przy dostatecznie silnym jej rozrzedzeniu tworzyły się najpierw jądra, a następnie i atomy wodoru: przeciw proton ze zwiędzanym na orbicie elektronem to atom wodoru. A neutrony w stanie swobodnym nie mogłyby przetrwać, wszak rozpadają się one dając proton, elektron i antyneutrino. Część tych neutronów — przed swym rozpadem zdążyłaby jeszcze zostać wychwycona przez protony, przy czym tworzyłyby się ciężki izotop wodoru, deuter:



Jak z powyższego widać, wodór jest tym pierwiastkiem chemicznym, który przy ekspansji Wszechświata ze stanu pierwotnego bardzo dużej gęstości musiał w sposób nieunikniony powstać. A skład izotopowy wodoru (tj. stosunek ilościowy rozpowszechnienia obu izotopów wodoru ¹H: ²D) zawiera odpowiednio zakodowany (i do dziś jeszcze w pełni nie rozszyfrowany!) zapis historii Wszechświata z pierwszych faz jego rozwoju.

Analogiczny zapis historyczny zawiera się w kosmicznym rozpowszechnieniu następnego po wodorze pierwiastka — helu. Z analizy częstości występowania helu w różnych rodzajach gwiazd, nawet tych najstarszych, okazało się, że nie można całej ilości helu w przyrodzie przypisać tylko procesom spalania wodoru w gwiazdach. Właściwie to jest tak, że większa część helu powstała wraz z wodorem w początkowych fazach ekspansji Wszechświata (np. w kolejnych reakcjach: $D + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$, $D + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + p$, lub $D + D \rightarrow {}^4\text{He} + \gamma$), i od razu wraz z wodorem weszła w skład najstarszych gwiazd. Tak więc i wodór, i większa część helu w przyrodzie stanowią innego rodzaju skamieliny z początkowych faz rozwoju Wszechświata.



Rozwiązanie zadania M 101.

Z nierówności trójkąta mamy

$$AP \leq AD + DP,$$

$$AD = BC \leq BP + PC,$$

skąd $AP \leq BP + PC + DP$, przy czym równość

$$(*) \quad AP = BP + PC + DP$$

zachodzi tylko wtedy, gdy $AP = AD + DP$,

$BC = BP + PC$. Ostatnie dwie równości

zachodzą tylko wtedy, gdy punkt P leży na

prostej AD i BC , co jest niemożliwe, gdyż

proste te są równoległe i różne. Równość (*) nie

może więc zachodzić, mamy więc

$$AP < BP + PC + DP.$$

Podawaliśmy dotąd tylko fakty — fakty natury kosmologicznej. Każdy rozsądny model Wszechświata powinien fakty te tłumaczyć. Nieraz wybiegaliśmy wyjaśnieniami do przodu, zasadnicze jednak wyobrażenia o rozwoju Wszechświata będą przedstawione w dalszych numerach Delt. Wyobrażenia te wiążemy z geometrycznym opisem ekspansji w ramach modeli kosmologicznych opartych na ogólnej teorii względności. Przez dwa lub trzy następne numery Delt rozważania nasze pobiegą nurtem kosmologii geometrycznej, przedstawiającej, jak geometria Wszechświata zmienia się z upływem czasu, jak możliwa jest ekspansja przestrzenna. Dopiero później powrócimy do obrazu procesów fizycznych, przebiegających w rozszerzającym się Wszechświecie.

Wspomnieć jeszcze można o takich faktach, jak np. o hierarchii struktur materialnych we Wszechświecie. Mamy więc gwiazdy (często w układach podwójnych i wielokrotnych, lub z układami planetarnymi), gromady gwiazd, galaktyki, gromady galaktyk. Niekiedy przypuszcza się, że istnieją jeszcze gromady gromad, brak na to jednak wystarczającego poparcia obserwacyjnego. Znany obiekt o niezwykłych właściwościach — kwazary, o których charakterze fizycznym niezwykle mało wiemy. Jeśli przesunięcia linii widmowych w kwazarach wiązać z ekspansją Wszechświata, wtedy kwazary są obiektami najstarszymi i najbardziej oddalonymi od nas. Na podstawie zliczeń gwiazd i galaktyk ocenia się wreszcie średnią gęstość materii we Wszechświecie. Przy założeniu, iż podstawowa masa materii, dostępna obserwacjom, skupiona jest w galaktykach, średnia gęstość masy we Wszechświecie jest rzędu 10^{-28} kg/m^3 (10^{-31} g/cm^3). Oszacowanie to mogłoby się w sposób istotny zmienić, gdyby istotny wkład do masy Wszechświata wносиły takie obiekty, o których obecności w przestrzeni na podstawie ich świecenia z przyczyn zasadniczych nic się wnieść nie da, a więc np. czarne karły, wystygłe gwiazdy neutronowe, czarne jamy. O obiektach tych na razie mówić nie będziemy. Chętni do zapoznania się z tym egzotycznym „zwierzyńcem” przestrzeni kosmicznej sięgnąć mogą do książki popularnej Parnowa „Na skrzyżowaniu nieskończoności” (PWN 1971).



Rozwiązanie zadania F 34.

Zastanówmy się najpierw jak praktycznie można by podgrzewać jedno z ciał. Najprostszą intuicyjnie metodą podgrzania np. ciała A , byłoby skonstruowanie silnika cieplnego, w którym ciało B odgrywałoby rolę źródła ciepła natomiast ciało C — chłodziwy. Praca otrzymana w ten sposób mogłaby zostać wykorzystana na podgrzanie ciała A . Oczywiście będziemy rozważać silniki cieplne z odwracalnym przebiegiem cyklu, bowiem sprawność takich silników jest największa. W dyskutowanej metodzie sprawność ta zmieniałaby się z czasem i wynosiła w danym momencie:

$$\eta = \frac{T_B - T_C}{T_B},$$

a ilość ciepła pobrana przez ciało A przy zmianie temperatury źródła B o $-dT_B$ równa się:

$$\Delta Q_A = -\eta \Delta Q_B, \text{ czyli } dT_A = -\frac{T_B - T_C}{T_B} dT_B.$$

Ponieważ dla cyklu zachodzi nierówność Clausiusa

$$(1) \quad \frac{\Delta Q_B}{T_B} + \frac{\Delta Q_C}{T_C} \leq 0 \quad (\text{równość dla cyklu odwracalnego})$$

to otrzymujemy:

$$(2) \quad \frac{dT_B}{T_B} + \frac{dT_C}{T_C} \leq 0,$$

skąd wynika (procesy odwracalne)

$$(3) \quad T_B \cdot T_C = C_1 = \text{const.}$$

Proces ogrzewania zakończy się, gdy temperatury ciał B i C wyrównają się ($T_B = T_C$).

Ponadto z zachowania całkowitej energii (układ 3 ciał jest izolowany od otoczenia) oraz stałości ciepła właściwego ciał wynika, że:

$$(4) \quad T_A + T_B + T_C = C_2 = \text{const.}$$

W oparciu o równania (3) i (4) natychmiast otrzymujemy, że przy zaproponowanej metodzie maksymalna osiągalna temperatura ciała A wynosi $(700 - \sqrt{3} \cdot 200) \text{ K} \approx 355 \text{ K}$.

Jednak omówiona metoda nie jest optymalna, gdyż praca otrzymana z tak skonstruowanego silnika cieplnego jest zamieniana na ciepło dla ciała A w sposób nieodwracalny. Skonstruowany silnik cieplny musi jednocześnie pracować z wszystkimi trzema ciałami. Wówczas warunek (1) przybiera postać (patrz podrecznik S. Szczeniowskiego)

$$(5) \quad \frac{\Delta Q_A}{T_A} + \frac{\Delta Q_B}{T_B} + \frac{\Delta Q_C}{T_C} \leq 0,$$

czyli ze względu na równe ciepło właściwe rozważanych ciał:

$$(6) \quad \frac{dT_A}{T_A} + \frac{dT_B}{T_B} + \frac{dT_C}{T_C} \leq 0.$$

Z równania (6) wynika związek (dla procesów odwracalnych)

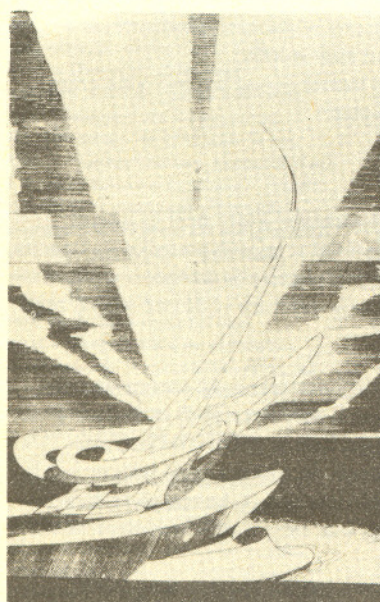
$$(7) \quad T_A \cdot T_B \cdot T_C = C_3 = \text{const.}$$

Równocześnie nadal obowiązuje zależność (4). Jedno z ciał osiągnie maksymalną temperaturę, gdy temperatury pozostałych wyrównają się (np. $T_B = T_C$ — inaczej można by było nadal kontynuować proces grzania). Warunki (4), (7) i $T_B = T_C$ prowadzą do równania trzeciego stopnia względem T_A :

$$2T_A^3 - C_2 \cdot T_A^2 - C_3 = 0,$$

którego tylko jedno rozwiązanie odpowiada fizycznym warunkom zadania. Okazuje się, że maksymalna temperatura, do której można podgrzać jedno z ciał, wynosi 400K.

Wyrażenie $\frac{\Delta Q}{T}$ w granicy, gdy $\Delta Q \rightarrow 0$, jest różniczką zupełną wielkości fizycznej zwanej entropią $\left(dS = \frac{dQ}{T} \right)$. Entropia jest wielkością addytywną i w izolowanych procesach odwracalnych całkowita entropia układu ciał pozostaje stała.



Dr Jan A. GAJ

CO SIĘ KURCZY PRZY OGRZEWANIU?

Woda między 0°C a 4°C — odpowie każdy. A co jeszcze? Niektórzy przypomną sobie stal, która w pewnym zakresie temperatur wykazuje również anomalną rozszerzalność. Nasze doświadczenia będą dotyczyły jeszcze innego materiału, a mianowicie gumy. Czytelnik, który dotychczas nie zetknął się z tym zjawiskiem, zapyta na pewno

JAK SIĘ O TYM PRZEKONAĆ?

Zacniemy od obiektu badań. Doskonale nadają się tzw. gumki recepturowe używane w aptekach. Można je czasem kupić w sklepach chemicznych. Innym źródłem może być stara dętka rowerowa, z której można naciąć sobie ich do woli. Najpierw połączymy około dziesięciu takich gumek w łańcuch według rys. 1, a następnie użyjemy go wraz z linijką, ołówkiem i stosem książek do wykonania konstrukcji odpowiednio czulej na zmiany długości gumy (rys. 2). Jeżeli teraz ogrzejemy łańcuch gumowy, to niewielka zmiana jego długości spowoduje wyraźne przemieszczenie wolnego końca linijki. Do ogrzewania użyjemy żarówki 100 W, częściowo osłoniętej folią aluminiową (rys. 3). Daje to dwie korzyści: folia działa jako reflektor oraz chroni eksperymentatora przed oślepieniem żarówką. Zbliżyliśmy teraz żarówkę do gumek i rzeczywiście — wolny koniec linijki zdecydowanie się podnosi. Solidni doświadczalnicy zapytają zaraz: czy zmienia się długość gumki, jej współczynnik sprężystości, czy obie te rzeczy naraz? Dla sprawdzenia pierwszej możliwości należy wykonać podobne doświadczenie, w którym gumka będzie bardzo słabo napięta tak, że jej długość będzie praktycznie długością swobodną. W tym celu linijkę zastępujemy jak najcieńszym patyczkiem. Współczynnik sprężystości najlepiej badać mierząc częstość wahań linijki w naszym układzie, jeżeli lekko ją naciśniemy w dół i puścimy. Przypominam, że częstość jest proporcjonalna do pierwiastka ze współczynnika sprężystości, a więc stosunek wartości tego współczynnika przed i po ogrzaniu równa się kwadratowi stosunku obserwowanych częstotliwości. Niejednokrotnie słyszy się, że uczeni poszukując symetrii w prawach przyrody dokonywali wielkich odkryć. Spróbujmy na naszą skalę pójść w ich ślady pytając:

CZY ISTNIEJE EFEKT ODWROTNY?

Musiaby to być zmiana temperatury gumki pod wpływem zmian długości. Do doświadczeń wystarczy nam jedna gumka recepturowa lub lepiej kawałek gumy modelarskiej. A termometr? Posłużmy się tym, w który wszyscy jesteśmy wyposażeni — czubkiem własnego nosa. Znajduje się tam szczególnie dużo zakończeń nerwowych, wrażliwych na temperaturę. Doświadczenie jest nadzwyczaj proste. Dotykamy gumką czubka nosa, żeby odczuć jej temperaturę. Następnie szybko naciągamy ją i dotykamy znowu — wyraźnie czuje się ciepło. Jeżeli odczekamy chwilę, aż naciągnięta gumka osiągnie temperaturę otoczenia, a następnie pozwolimy jej się skurczyć — odczuwamy, że stała się zimna. Jeżeli ktoś badania podstawowe uważa za nieciekawe i woli zająć się zastosowaniami, spróbuje z pewnością wykonać

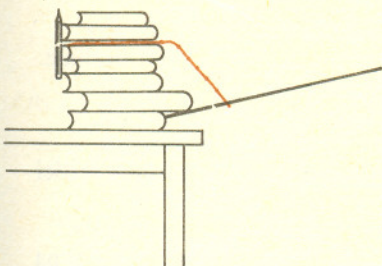
SILNIK CIEPLNY NA GUMĘ

Nie da się nim napędzać żadnego użytecznego urządzenia, ale sam będzie się kręcił przynajmniej przez parę minut. Do budowy będziemy potrzebowali wieczko od słoika typu „Twist”, pięć gumek recepturowych, igłę, kawałek blachy i używane już poprzednio książki i linijkę. Z wieczka wycinamy środek (rys. 4) i na powstały krążek nakładamy cztery gumki tak, aby utrzymywały one igłę w środku w charakterze osi naszego silnika (rys. 5).

Uwaga: gumki należy dobrać tak, aby były równe pod względem długości i sprężystości. Z kawałka blachy robimy łożysko dla igły (rys. 6) i mocujemy je do linijki piątą gumką. Całość mocujemy przy pomocy książek na wysokości żarówki, którą zblizamy na odległość 1 cm do „szprych” naszego silnika (rys. 7). Jeżeli został on poprawnie wyważony (co można zrobić przesuwając gumki po obwodzie krążka), to zacznie się powoli poruszać na skutek przemieszczania się środka ciężkości wywołanego kurczeniem się „szprych” od strony żarówki. To naprawdę wychodzi, warto spróbować!

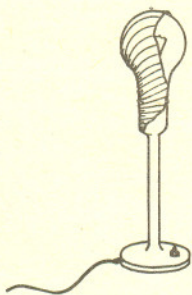


Rys. 1

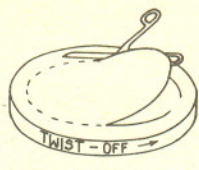


Rys. 2

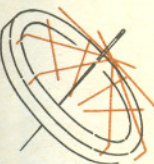
Współczynnik sprężystości k wiąże siłę F z odkształceniem x równaniem: $F = -kx$.



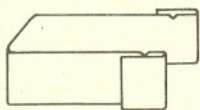
Rys. 3



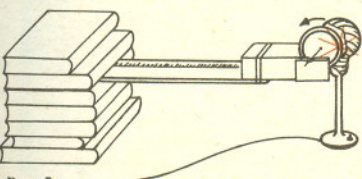
Rys. 4



Rys. 5



Rys. 6

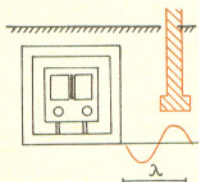


Rys. 7

Dr inż. Jadwiga Ablamowicz-Potapowicz.

Fizyka opisuje zjawiska, przy założeniu modelu o idealnych parametrach, komplikacje wynikające z niejednorodności materiałów czy równoczesności zdarzeń i nakładania się pewnych wpływów, które mogą zniekształcić efekt końcowy, ujmując rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.

Przy projektowaniu rozwiązań technicznych często podstawę stanowią wyniki badań i empiryczny opis efektu końcowego nie analizujący fizycznego przebiegu zjawiska. Dla bardzo złożonych problemów projektant rozwiązania technicznego przygotowuje program na maszynę matematyczną, opisuje zjawisko w sposób idealny i wprowadza szereg współczynników, pozwalających uzyskać lepsze przybliżenie. Przy projektowaniu ochrony przeciwdźwiękowej dla metra warszawskiego wykorzystano doświadczenia (osiągnięcia i błędy) projektantów metra w Moskwie, Londynie, Paryżu, Pradze, Budapeszcie, Sztokholmie i Berlinie. Np. po oddaniu do eksploatacji metra moskiewskiego, okazało się, że na niektórych płytkich odcinkach, drgania wywołane przejazdem pociągu metra, przenoszą się na budynki mieszkalne. Przekroczenie wartości dopuszczalnych zanotowano w odległości 10, 20 i 30 m. Wartości maksymalne amplitud, prędkości i przyspieszeń wystąpiły dla częstotliwości 8, 16, 32 i 64 Hz. W metrze londyńskim, oprócz zakłóceń przenoszonych się przez podłoże, zanotowano tzw. „efekt tłoka”, polegający na gwałtownym rozprężeniu się przy wjeździe pociągu na stację tłoczonego tunelem powietrza.



W metrze paryskim w celu uniknięcia efektów przenoszenia się drgań od przejazdu pociągu metra, wprowadzono wagony na pneumatykach eliminując w zasadzie ten problem. We wszystkich zaprojektowanych i oddanych do użytku metrach stwierdzono znaczne przekroczenie założonego poziomu dźwięku (hałasu) od instalacji wentylacji mechanicznej, na stacjach metra i na czerpni-wyrzutniach powietrza.

Pierwszym etapem projektowania było określenie wpływu drgań gruntu na budynki sąsiadujące z linią metra.

Drgania gruntu wyznaczono zgodnie z teorią sprężystości, korzystając z równań Naviera, dotyczących dynamicznej równowagi wewnętrznej ciała. W przestrzeni ograniczonej można określić składowe obciążenia powierzchniowe i przy wykorzystaniu warunków ciągłości odkształcenia (równania Saint Venanta) i uogólnionego prawa Hooke'a (dot. związku między odkształceniami i naprężeniami) oraz wprowadzając stałe Lamego i operator Laplace'a

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}, \text{ można dojść do opisu ruchu falowego w prostej}$$

$$\text{postaci } \nabla^2 f - a^2 \frac{d^2 f}{dt^2} = 0$$

(f — częstotliwość).

Postać ruchu falowego będzie różna dla fal podłużnych i poprzecznych, a z zależności wynikających między częstotliwością a prędkością można wyliczyć długość fali poprzecznej i podłużnej.

Między prędkością rozprzestrzeniania się fal podłużnych i poprzecznych zachodzi

$$\text{związek } \frac{v_l}{v_t} = \sqrt{\frac{2(1-\mu)}{1-2\mu}} > 2$$

gdzie μ — współczynnik Poissona.

Wynika stąd, że fale podłużne rozchodzą się w ośrodku sprężystym znacznie szybciej niż fale poprzeczne. Dowolny prostopadłościan znajdujący się poza obrębem miejsca zakłócenia doznaje najpierw drgań podłużnych, a dopiero po pewnym czasie dochodzą do niego fale poprzeczne.

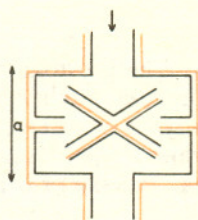
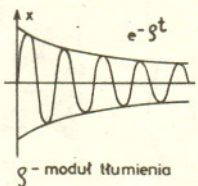
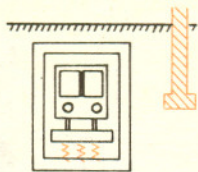
W warunkach warszawskich podłoże zawiera ruiny zburzonej Warszawy, nowe i stare uzbrojenie terenu i bardzo niejednorodny grunt.

Przy projektowaniu rozwiązania technicznego przyjęto model najniekorzystniejszego układu obciążeń oraz istnienie mostków akustycznych między tunelem metra a fundamentami najbliższej linii zabudowy mieszkalnej. Założono też, że przestrzeń podłoża gruntowego jest nieograniczona.

Istotną cechą takiego ruchu drgającego jest brak częstotliwości własnych, natomiast dla każdego materiału przestrzeni istnieją właściwe mu prędkości rozchodzenia się fal podłużnych i poprzecznych, niezależne od częstotliwości drgań.

Równanie Naviera i wynikające z niego równania falowe dla rozchodzenia się odkształceń w ośrodku sprężystym były wprowadzone w »Delcie« 3/1976. W tekście obok równania falowego opisuje zmiany częstotliwości lokalnej rozchodzących się odkształceń. Często zamiast wprowadzania częstotliwości lokalnej (zależnej od położenia i czasu) dokonuje się tzw. analizy harmonicznej rozkładając drganie złożone na składowe o określonych i stałych częstotliwościach (przyp. red.).

Mostek akustyczny w tym wypadku to ewentualne sztywne połączenie tunelu metra z budynkami mieszkalnymi. Takie połączenie znacznie pogarsza izolacyjne własności gruntu. (przyp. red.)



Zabezpieczenia akustyczne dla metra warszawskiego od przenoszenia się drgań przez podłoże, zaprojektowano wewnątrz tunelu, izolując tunel od drgań przenoszonych przez torowisko, zalecając równocześnie pociąg na pneumatykach. Równocześnie na odcinkach specjalnych projektowano dylatację gruntu do poziomu posadowienia tunelu.

Eliminację efektu tłoka rozwiązali empirycznie Anglicy, wprowadzając przetoki międzytunelowe i szyby wentylacji grawitacyjnej przed wjazdem pociągu na stację. Sprawa tłumienia hałasu instalacji wentylacji mechanicznej jest w zasadzie prosta pod względem fizycznym, bo dźwięk rozprzestrzenia się w powietrzu, który to ośrodek w rozwiązaniu technicznym można uważać za jednorodny. Zasada rozprzestrzeniania się dźwięku w powietrzu jest zgodna z prostymi prawami fizyki. Zgodnie z tą zasadą zaprojektowano na terenowych czerpniach i wyrzutniach tłumiki komorowe, w których założono 15 odbić fal dźwiękowych a przyporządkowana tej liczbie odbić strata energii określa zdolność tłumienia tłumika D .

$$D = 10 \lg \left(\frac{a}{F} \cdot \frac{\alpha}{0,055(1-\alpha)n} \right) + \Delta \quad (\alpha \cong 0,4 \quad \Delta = 8 \text{ dB}),$$

gdzie

- n — liczba odbić
- F — powierzchnia tłumiąca
- α — współczynnik pochłaniania

Przytoczone powyżej rozwiązania podają schematycznie zasadę ochrony przeciwdźwiękowej budynków mieszkalnych, sąsiadujących z linią metra. Wszystkie inne problemy akustyczne dotyczą adaptacji akustycznej stacji, zapewnienia zrozumiałości informacji słownej podawanej przez głośniki, izolacji dyspozytorni oraz blisko położonych budynków specjalnych, jak np. Radio i Telewizja.

Dla pierwszej linii metra w Warszawie zaprojektowano więc następujące rozwiązanie akustyczne z zakresu ochrony przeciwdźwiękowej i akustyki wnętrza

- izolację poziomą podtorza na całej długości metra płytkiego
- dodatkowe izolacje pionowe na odcinku sąsiadującym z obiektem Radia i Telewizji oraz Centralną Dyspozytornią
- komorowe tłumiki dla instalacji wentylacji mechanicznej szlaku i stacji od strony czerpni-wyrzutni
- tłumiki szczelinowe dla instalacji wentylacji stacji i pomieszczeń technologicznych
- przetoki międzytunelowe przed wjazdem pociągu metra na stację
- adaptację akustyczną stacji ze względu na zrozumiałość informacji podawanej przez głośniki
- adaptację akustyczną pomieszczeń obsługi stacji i niektórych pomieszczeń technologicznych.



Rozwiązanie zadania M 100.

Niech f będzie szukaną funkcją. Przyjmując w danej równości $x = y = 0$ otrzymujemy $[f(0)]^2 = [f(0)]^2 + [f(0)]^2$, skąd $f(0) = 0$. Przyjmując w tej samej równości $y = -x$, wobec równości $f(0) = 0$, otrzymujemy $0 = [f(0)]^2 = [f(x)]^2 + [f(-x)]^2$, a więc dla każdej liczby rzeczywistej x jest $f(x) = 0$. Oczywiście funkcja tożsamościowo równa zeru spełnia warunki zadania.

Doniesienie

Powszechnie znane dowody niewymierności pierwiastków kwadratowych z liczb naturalnych nie będących kwadratami korzystają z pojęć teorii liczb. Mówi się w nich np. o liczbach względnie pierwszych i podzielności.

W roku 1975 matematyk angielski T. Estermann opublikował następujący dowód niewymierności liczby $\sqrt{2}$, nie korzystający z pojęć teorii liczb:

Założmy, że $\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną. Istnieją więc takie liczby naturalne k , że $k\sqrt{2}$ jest liczbą naturalną. Niech n będzie najmniejszą z nich. Liczba $(\sqrt{2}-1)n$ jest więc naturalna jako różnica liczb naturalnych $n\sqrt{2}$ i n . Jest ona oczywiście mniejsza od n . Pomnożmy ją przez $\sqrt{2}$:

$$(\sqrt{2}-1)n\sqrt{2} = 2n - n\sqrt{2}.$$

Różnica $2n - n\sqrt{2}$ jest, jako różnica dwóch liczb naturalnych, też liczbą naturalną. Wskazaliśmy więc liczbę naturalną $((\sqrt{2}-1)n)$ mniejszą od n , która pomnożona przez $\sqrt{2}$ daje liczbę naturalną. Otrzymana sprzeczność dowodzi, że założenie o wymierności $\sqrt{2}$ jest fałszywe, a więc $\sqrt{2}$ jest liczbą niewymierną.

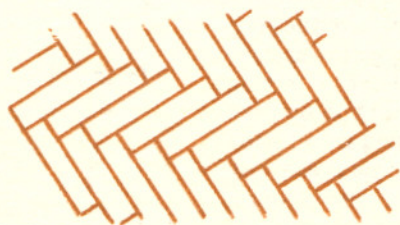
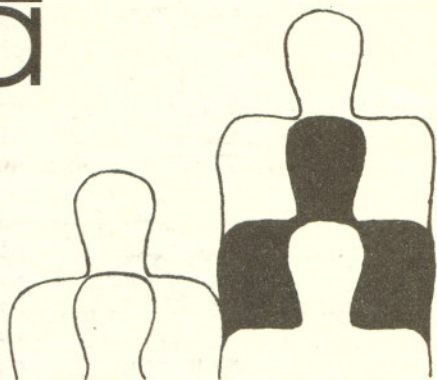
Rozpatrując liczbę

$$(\sqrt{m}-[\sqrt{m}])n\sqrt{m},$$

gdzie $[x]$ jest częścią całkowitą liczby x , można podobnie udowodnić, że \sqrt{m} jest liczbą niewymierną, jeśli tylko m nie jest kwadratem liczby całkowitej.

Andrzej MAKOWSKI

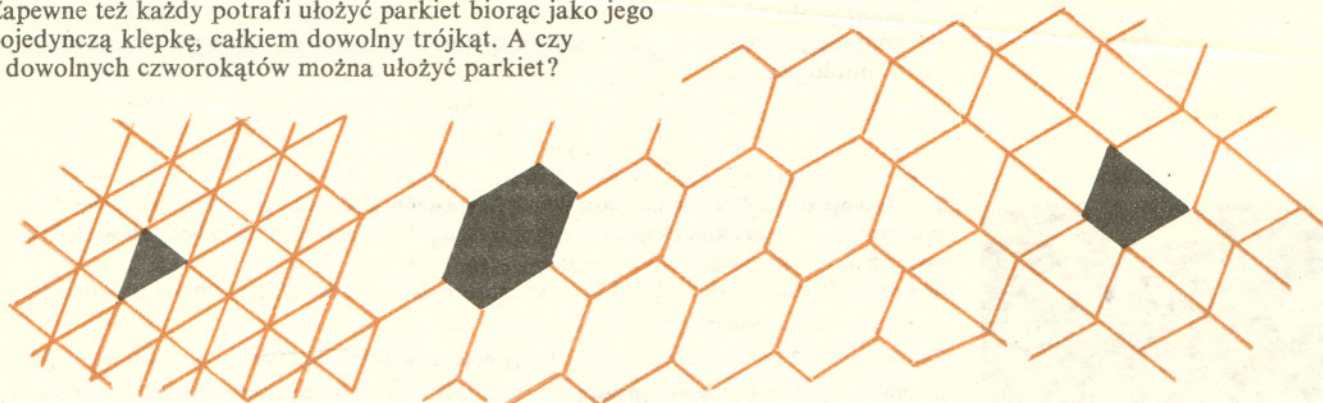
mała delta



Jeżeli spojrzymy na nieotynkowany ceglany mur, przekonamy się, że prostokąty ułożone również inaczej pokrywają całkowicie płaszczyznę. Każdy ze sposobów pokrycia płaszczyzny jednakowymi, nie nakrywającymi się nawet częściowo figurami nazywamy parkietem.



Zapewne też każdy potrafi ułożyć parkiet biorąc jako jego pojedynczą klockę, całkiem dowolny trójkąt. A czy z dowolnych czworokątów można ułożyć parkiet?

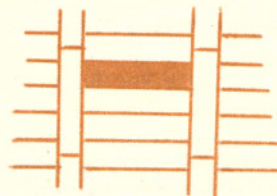
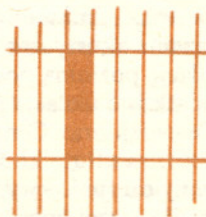


Można zadać sobie ogólne pytanie: z jakich figur albo ostrożniej — wielokątów, można robić parkiety? Czy dobry byłby sześciokąt foremny (o jednakowych bokach i kątach)? A ośmiokąt? Albo pięciokąt?

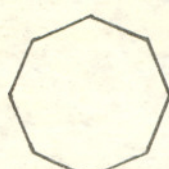
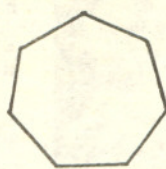
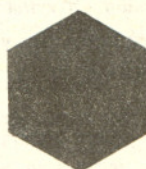
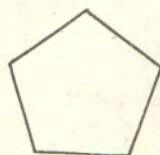
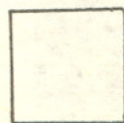
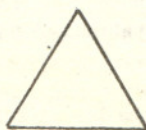


Parkiet

Chyba każdy wie, jak z jednakowych prostokątnych klocków ułożyć posadzkę w pokoju. Zwłaszcza, gdy nie będziemy pytali o szczegóły techniczne, a tylko o teoretyczną stronę zagadnienia — jakie ma być wzajemne położenie prostokątów. Charakterystyczną „jodełkę” każdy widział.



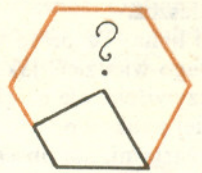
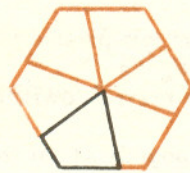
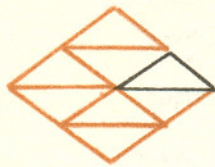
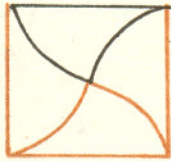
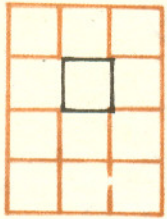
Łatwo zapewne będzie każdemu wskazać następne, różne od podanych, parkiety złożone z prostokątów.



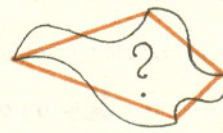
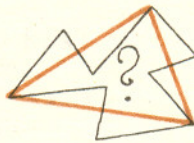
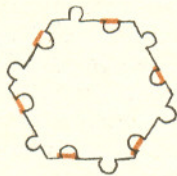
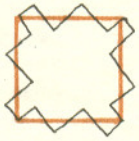
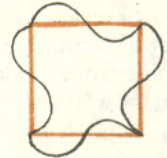
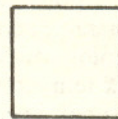


Aczkolwiek trudno na tak ogólne pytanie odpowiedzieć, to jednak można uzyskać bardzo wiele kształtów klepki parkietowej. A oto niektóre sposoby.

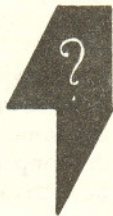
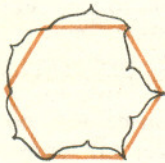
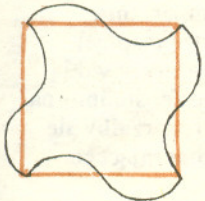
— Dzielimy klepkę nadającą się na parkiet na jednakowe części. Jako punkt wyjścia można wziąć równoległoboki, albo sześciokąty o przeciwległych bokach równoległych.



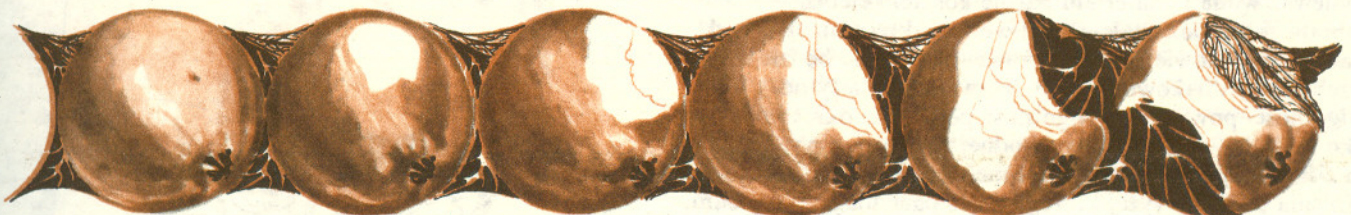
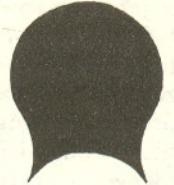
— Każdy bok klepki — wielokąta zamieniamy na taką samą krzywą mającą środek symetrii w środku tego boku.



— Każdy bok klepki — wielokąta o przeciwległych bokach równoległych zastępujemy tą samą krzywą, tak aby nowe, krzywe boki przeciwległe, dały się na siebie nałożyć przez przesunięcie.



I tak dalej. To znaczy jak? Czy umiecie podać jeszcze inne sposoby produkcji klepki parkietowej?





Ogłaszamy komunikat o pogodzie

Pewien człowiek, kupiwszy barometr, spytał właściciela sklepu, jak należy postępować z przyrządem, żeby dowiedzieć się, jaka będzie pogoda.

— To bardzo proste — odparł sprzedawca — trzeba wystawić go za okno i trochę poczekać. Potem zabrać barometr i przyrzeć mu się. Jeśli jest suchy — dzień jest zapewne niebrzydki, jeśli zaś jest mokry — z pewnością pada deszcz.

— Do licha. To po to wydałem tyle pieniędzy? Mógłbym i bez tego wiedzieć, jaka jest pogoda.

— Oczywiście, ale dzięki temu przyrządowi rzecz wygląda bardziej naukowo.

Żarty żartami, ale obserwacje pogody są bardzo pożyteczne. Wykonywane w wielu punktach danego obszaru badania prowadzą do określenia aktualnego stanu powietrza, co ułatwia przewidywanie pogody na najbliższą przyszłość. Badania prowadzone w stacjach meteorologicznych dotyczą takich zjawisk i własności atmosfery, jak temperatura, ciśnienie, wilgotność, ilość opadów, kierunek i prędkość wiatru, przezroczystość powietrza, zachmurzenie, nasłonecznienie.

A może Wy w swojej szkole założycie własną stację meteorologiczną?

Moglibyście ogłaszać lokalne komunikaty o pogodzie w szkolnej gazecie lub przez radiowęzeł.



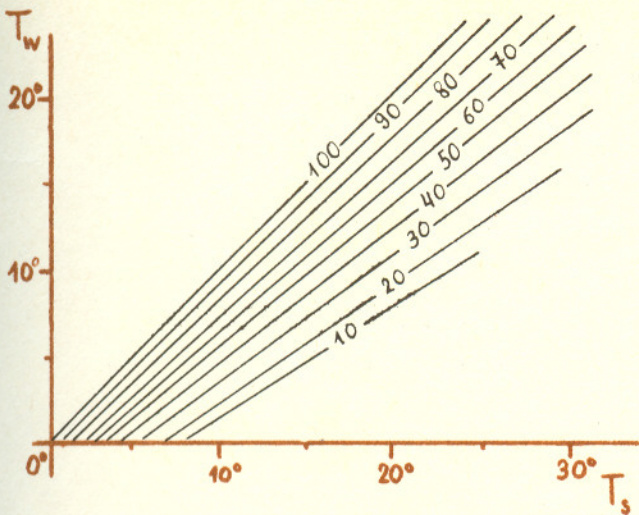
Zakładamy stację meteorologiczną

Do pomiaru temperatury skorzystamy z gotowego termometru laboratoryjnego lub zaokiennego, który może wskazywać temperatury od -20°C do 40°C . Pomiar temperatury jest oczywiście bardzo prosty, ale nie można zapomnieć o podstawowym warunku, jaki musi być przy tym spełniony. Termometr wskazuje zawsze własną temperaturę. Żeby była to jednocześnie temperatura ośrodka, termometr musi być w równowadze cieplnej z ośrodkiem. Nie może być, na przykład, pokryty wodą deszczową, nie może też być wystawiony bezpośrednio na działanie promieni słonecznych, bo wtedy rozgrzałby się do temperatury wyższej, niż temperatura otaczającego powietrza.



W powietrzu zawsze znajduje się pewna ilość pary wodnej. Czasem, przy pięknej pogodzie, jest jej niewiele, czasem jednak w powietrzu panuje taka wilgoć, że rozwieszona bielizna przez cały dzień nie chce wyschnąć. Wilgotność powietrza jest więc również związana z pogodą i warto ją zmierzyć. Obok termometru służącego do pomiaru temperatury wieszamy drugi termometr, którego zbiorniczek owijamy kawałkiem cienkiego materiału. Część materiału nie dotykającą termometru, umieszczamy w naczyniu z wodą, dzięki czemu cały materiał powinien być stale wilgotny. Termometr ten będzie na ogół wskazywał temperaturę niższą, niż termometr suchy, ponieważ woda z materiału paruje kosztem ciepła pobranego od pozostałej części wody, od termometru i od otaczającego powietrza. Nie zawsze parowanie będzie przebiegać jednakowo szybko. To właśnie zależy od wilgotności powietrza. Wilgotność powietrza określimy jako stosunek ciśnienia pary wodnej zawartej w powietrzu do ciśnienia pary wodnej nasyconej, czyli maksymalnego ciśnienia pary, powyżej którego część pary ulega skropleniu. Jeśli znamy temperaturę suchego i wilgotnego termometru, T_s i T_w , to możemy określić wilgotność powietrza na podstawie znanego meteorologom związku między tymi wielkościami.



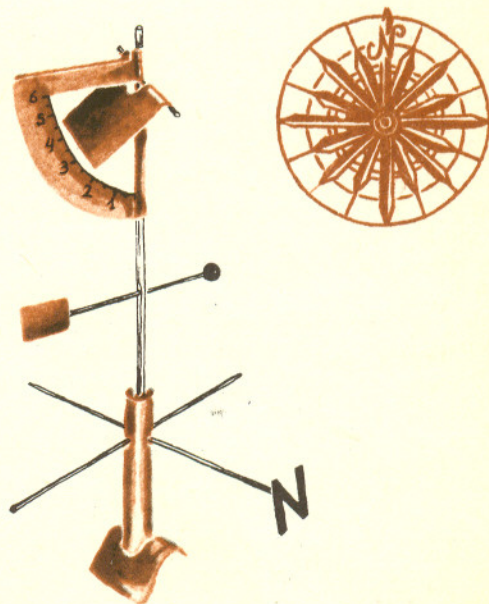


Na wykresie obok zaznaczone są linie odpowiadające różnym wartościom wilgotności, wyrażonej w procentach, jako funkcja T_s i T_w . Wystarczy odczytać wskazania termometrów i znaleźć na wykresie krzywą, która leży najbliżej punktu o współrzędnych (T_s, T_w) . Na przykład, jeśli temperatura powietrza, T_s , wynosi 15°C , a temperatura wilgotnego termometru wynosi 7°C , to wilgotność powietrza wynosi około 30%. Przy jakiej wilgotności czujemy się najlepiej? Zarówno zbyt suche, jak i zbyt wilgotne powietrze nie jest przyjemne. Optymalna dla naszego samopoczucia wilgotność powietrza zależy od temperatury. Na przykład, w temperaturach 20°C i 25°C wynosi ona odpowiednio 60% i 50%.

Badanie wiatru będzie wymagać od Was zarówno uzdolnień technicznych, jak i wnikliwej obserwacji. Do określenia kierunku wiatru możecie posłużyć się własnoręcznie wykonanym wiatromierzem. Będzie to blaszana chorągiewka, która może obracać się swobodnie dookoła pionowej osi. Chorągiewka musi być zrównoważona odpowiednim ciężarkiem. Poniżej należy umieścić na stałe metalowy krzyż, którego ramiona wskażą cztery strony świata. Wiatromierz należy umieścić co najmniej na wysokości 8 m nad ziemią, najlepiej na dachu jakiegoś budynku. Prędkość wiatru można oszacować na podstawie efektów, jakie on wywołuje. Konieczna jest przy tym jednolitość oceny siły wiatru. Najczęściej stosuje się skalę Beauforta, 12 — stopniową lub 6 — stopniową.

6 — stopniowa skala Beauforta:

- 0 — cisza,
- 1 — słaby,
- 2 — umiarkowany (porusza mniejszymi gałęziami drzew),
- 3 — silny (porusza dużymi gałęziami drzew),
- 4 — bardzo silny (porusza całymmi drzewami),
- 5 — huragan (łamie gałęzie drzew),
- 6 — orkan (wrywa drzewa z korzeniami).



Żeby przy codziennych badaniach pogody nie trzeba było polegać na subiektywnej ocenie obserwatora, możemy wyposażyć nasz wiatromierz w urządzenie służące do pomiaru siły wiatru. Najprostszym typem takiego urządzenia jest metalowa płytką prostokątną, która może obracać się wokół pionowej osi przechodzącej przez jej krótszą krawędź. Płytką taką będzie zwiśać pionowo przy bezwietrznej pogodzie, natomiast pod wpływem wiatru wychyli się o pewien kąt, zależny od prędkości wiatru. Płytką musi być połączona z chorągiewką kierunkową tak, żeby w położeniu zerowym jej płaszczyzna była prostopadła do kierunku wiatru. Obok płytki trzeba umieścić specjalną skalę. Na skali tej przypiszemy odpowiednim kątom siłę wiatru w skali Beauforta. Ważną informacją o klimacie Waszej miejscowości będą dane o opadach atmosferycznych. Zazwyczaj podaje się w milimetrach wysokość słupa wody, jaki utworzyłby się w ciągu jednego miesiąca lub roku, gdyby woda pochodząca z opadów nie parowała. Do pomiaru wysokości opadów trzeba skonstruować odpowiedni przyrząd tzw. deszczomierz. Główną jego częścią jest naczynie, do którego spływa woda deszczowa. Żeby uniknąć strat, spowodowanych parowaniem wody, lepiej jest zainstalować dwa naczynia — jedno nad drugim, połączone niedużym otworem. Woda deszczowa będzie wpadać do górnego naczynia i spływać do dolnego.

