

SPIS TREŚCI

Budujemy mosty — — rozstrzygnięcie konkursu <i>mgr inż. Andrzej Niemierko</i>	str. 1
Zadania	str. 5
Kosmologia — Fakty II Ucieczka od początku świata <i>Dr Bronisław Kuchowicz</i>	str. 6
Rozstrzygnięcie konkursu „Jak wygrać”	str. 8
Esej o dodawaniu <i>Tadeusz B. Iwiński, matematyk</i>	str. 9
Nagroda Nobla z fizyki 1975 r. <i>Prof. dr Adam Sobiczewski</i>	str. 11
Mała Delta	str. 13
Laboratorium w domu <i>Dr Jan A. Gaj</i>	str. 16
Czy świat jest powabny	str. 17

„Delta”
matematyczno-fizyczny miesięcznik
popularny
Polskiego Towarzystwa
Matematycznego i Polskiego
Towarzystwa Fizycznego
wydawany przy poparciu
Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny
doc. dr J. Bartke
prof. dr Grzegorz Białkowski —
przewodniczący
doc. dr A. Bączyński
doc. dr B. Gleichgewicht
doc. dr K. Goebel
doc. dr B. Iwaszkiewicz
doc. dr T. Iwiński
prof. dr A. Januszajtis
prof. dr Leon Jeśmanowicz —
wiceprzewodniczący
mgr H. Kaczorek
prof. dr B. Karczewski
prof. dr M. Kuczma
mgr A. Mąkowski
prof. dr Z. Pawlak
prof. dr A. Piekara

prof. dr Z. Semadeni
prof. dr J. Stankowski
prof. dr M. Subotowicz
doc. dr S. Turnau
doc. dr J. Wdowczyk

Redaguje Kolegium w składzie:
doc. dr T. Hofmokl — z-ca red. nac.
dr T. B. Iwiński
dr M. Kordos — red. nac.
mgr K. Prażmowski — red. techn. graf.
doc. dr M. Świącki
D. Tys — sekr. red.
Adres Redakcji
ul. Hoża 69 pok. 151,
00-681 Warszawa,

Zakład Narodowy im.
Ossolińskich — Wydawnictwo
Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 20 000 egz. Objętość 2 ark.
wyd.; 2,50 ark. druk.;
papier offsetowy III kl. 80 g, 61×86
Wydrukowano w Drukarni im.
Rewolucji Październikowej
Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 656/76 J-113

Wydano z pomocą finansową Polskiej Akademii Nauk

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60, — cena prenumeraty półrocznej
zł 30, —

Prenumeratę na kraj przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch” oraz urzędy pocztowe
i doręczyciele — w terminach:
— do 25 listopada na styczeń, I kwartał, I półrocze roku następnego i na cały rok następny
— do dnia 10 miesiąca, poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
Jednostki gospodarki społecznej, instytucje i organizacje społeczno-polityczne składają zamówienie
w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch”.
Zakłady pracy i instytucje w miejscowościach, w których nie ma Oddziałów RSW oraz prenumeratorzy
indywidualni, zamawiają prenumeratę w urzędach pocztowych lub u doręczycieli.
Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 50% droższa od prenumeraty krajowej,
przyjmuje RSW „Prasa—Książka—Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw,
ul. Towarowa 28 00-958 Warszawa, konto PKO nr 1531-71 w terminach podanych dla
prenumeraty krajowej.

Sprzedż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać
„DELTE”:

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
Sprzedż gotówkowa i wysyłkowa, numerów bieżących i archiwalnych; płatność gotówką, przelewem
lub za zaliczeniem pocztowym.

Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, konto PKO nr 1-6-100312

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław

w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa

w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

Orders for this periodical from abroad can be placed with „Ars Polona” Krakowskie Przedmieście 7
00-068 Warszawa, Poland or with

— Kubon & Sagner, Inhaber Otto Sagner, D8 Munchen 34, Postfach 68,
Bundesrepublik Deutschland.

— Earls Court Publications Ltd., 130 Shephard Bush Centre, London W 12, Great Britain,
— Licosa Commissionaria Sansoni, Via Lamarmora 45, 50 121 Firenze, Italia.

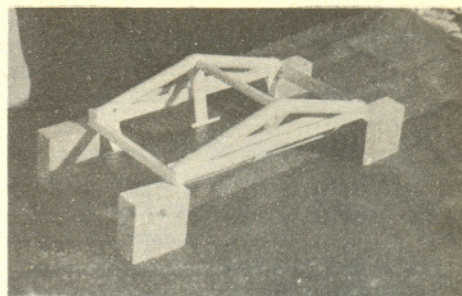
Cena 1 egzemplarza zł 5,—

nr indeksu 35723/35550

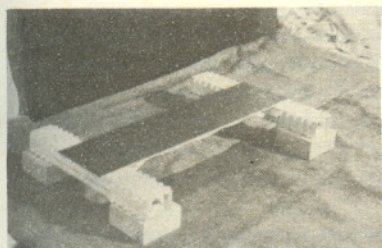
Budujemy mosty —

— ROZSTRZYGNĘCIE KONKURSU

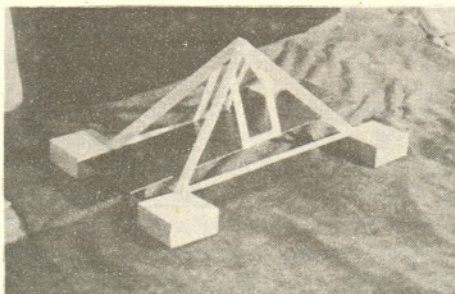
mgr inż. Andrzej NIEMIERKO



Praca nr 3

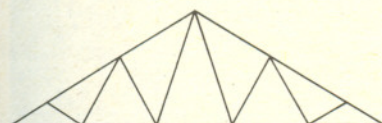


Praca nr 5

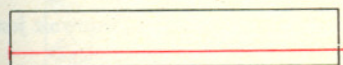


Praca nr 9

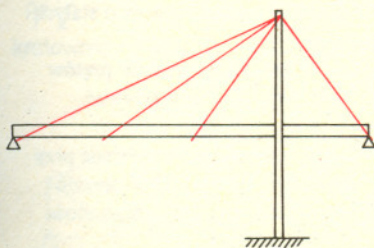
„Najprostsze formy konstrukcyjne bierzemy wprost z natury”
Z. Wasiutyrski



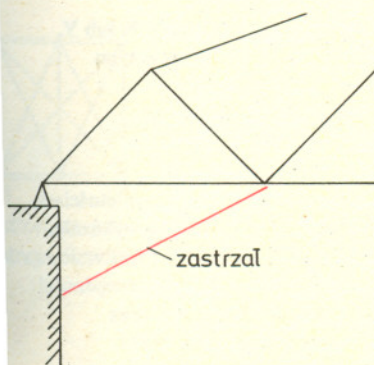
wiązar dachowy



belka sprężona kablem



konstrukcja ciągnowa (most podwieszony)



zastrzał

Celem konkursu pod hasłem „Budujemy mosty” ogłoszonego w 12 numerze „Deltę” z 1975 r. było zbudowanie najbardziej racjonalnej konstrukcji mostowej z kartonu. Najbardziej racjonalnej — to znaczy takiej, która zdolna byłaby przenieść na cztery podpory mostu największe w stosunku do własnego ciężaru konstrukcji obciążenie zewnętrzne. Zadanie to należy do zadań optymalizacji konstrukcji inżynierskich.

Na ogół zadania optymalizacji konstrukcji polegają na poszukiwaniu takiej konfiguracji geometrycznej jej elementów i takich ich przekrojów poprzecznych, przy których osiągnięta jest jakaś największa korzyść. Korzyścią tą w naszym przypadku był najmniejszy ciężar konstrukcji. Wybór racjonalnych kształtów konstrukcji, choć jest zagadnieniem obecnie bardzo ważnym i popularnym, ma swoją długą historię. Prześledźmy to na przykładzie kratownic mostowych, albowiem przeszły one najbardziej widoczną ewolucję. Kształty więzarów dachowych ze względu na nieduże obciążenia w nich występujące nie odgrywają tu takiej roli.

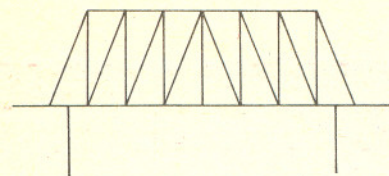
Mysł zastąpienia pełnych belek zginanych przez belki o konstrukcji kratowej powstała dość dawno. Było to tym podyktowane, iż belki o pełnym przekroju i dużej wysokości przestały być ekonomiczne, bowiem materiał zgromadzony wokół osi obojętnej brał mały udział w przenoszeniu obciążeń.

W kratownicach obciążenie zewnętrzne przenoszone jest przez elementy rozciągane i ściskane. W ten sposób materiał zostaje ekonomicznie wykorzystany. Z tym, iż jest on lepiej wykorzystany w prętach rozciąganych, niż w ściskanych, gdzie przekroje muszą być zwiększone ze względu na możliwość wyoboczenia. Kratownice przeżywały swój rozkwit jeszcze przed zastosowaniem i opracowaniem w skali inżynierskiej konstrukcji sprężonych i ciągnowych.

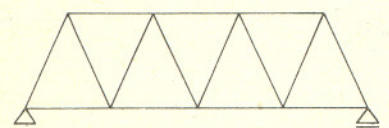
Wszędzie tam, gdzie zależało na pokonaniu dużych rozpiętości (a więc przede wszystkim w budownictwie mostowym), stosowano kratownice. Ze względu na kształt skratowania odróżniamy następujące rodzaje kratownic: dwukrotne, wielokrotne, o układzie półkrzyżulcowym, siatkowym, trójkątnym, zastrzałowym, z drugorzędnym podwieszeniem. Pasy górny i dolny mogą mieć kształt prosty lub zakrzywiony.

Konstrukcje typu kratownicowego znajdują też szerokie zastosowanie jako konstrukcje przekryć dachowych (wiązary), suwnic, masztów, wież, dźwigarów i wszędzie tam, gdzie zależy nam na ograniczeniu ciężaru konstrukcji. Mimo gwałtownego rozwoju konstrukcji z betonu zbrojonego i sprężonego, kratownice są w dalszym ciągu stosowane. W wielu przypadkach jako konstrukcje drugorzędne. Współczesne kratownice są dziełem statyki budowli, gdyż wraz z jej rozwojem postępował rozwój kształtów układów kratownic.

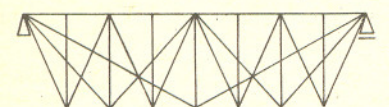
Pierwsze kratownice były budowane z drewna. Stosowano układy zastrzałowe i trójkątne. W latach 1830–40 powstały w Stanach Zjednoczonych drewniane mosty kratownicowe budowane przez D. H. Longa. Były to konstrukcje o polach prostokątnych, z których każde zawierało po dwa krzyżulce. Long nie tylko nie obliczał sił w prętach, ale nawet nie odróżniał prętów ściskanych od rozciąganych. W celu wzmocnienia tych układów Long stosował zastrzały. Zastrzały te dawano w miejscach, gdzie materiał kratownicy ulegał zniszczeniu. Doświadczenie Longa wskazało, że konstrukcje kratownicowe są ustrojami, których elementy muszą być wzajemnie dobrane wytrzymałościowo i które nie znoszą wprowadzania ogniw dodatkowych — obcych układowi ich elementów. Wraz z zastosowaniem żeliwa i stali rozwój statyki kratownic i ewolucja ich kształtów nabiera żywszego tempa. Początkowo stalowe konstrukcje kratownicowe powstawały drogą naturalnego przejścia od konstrukcji drewnianych. Rozwój wiedzy inżynierskiej prowadził do stopniowych zmian w układzie geometrycznym kratownic. Zmiany te dyktowane były dążeniem do uproszczenia montażu i wykonawstwa oraz oszczędności materiału. Pierwotne konstrukcje były ciężkie i mało estetyczne.



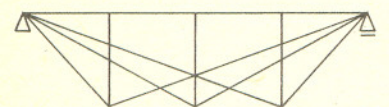
kratownica Howe'a



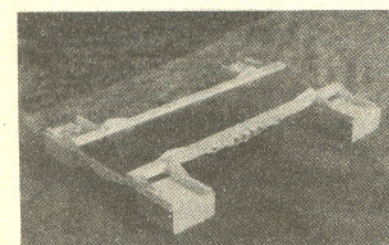
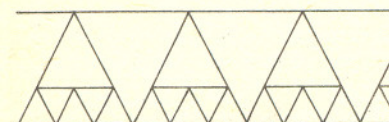
kratownica Warrena



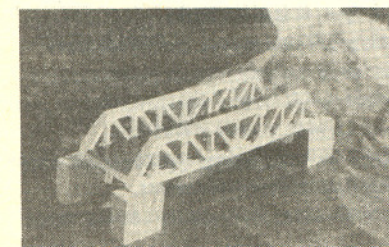
kratownica Finka



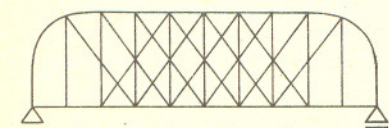
kratownica Bollmanna



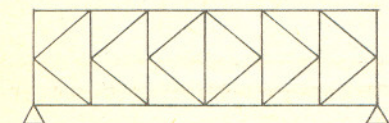
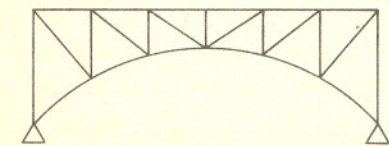
Praca nr 14



Praca nr 14

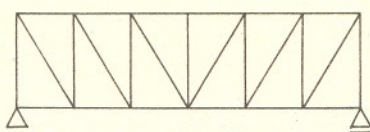


kratownica Schwedlera

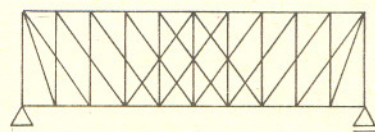


krata typu K

Pierwsze konstrukcje stalowych mostów amerykańskich wzorowane były na drewnianych kratownicach Howe'a. W kratownicy tej krzyżulce są ściskane, a słupki rozciągane. Bardziej racjonalnymi ustrojami były kratownice Warrena i Pratta. Z kolei zaczęto stosować formy bardziej złożone, jak np. kratownice Linville'a, które powstały drogą nałożenia na siebie dwóch kratownic Pratta.



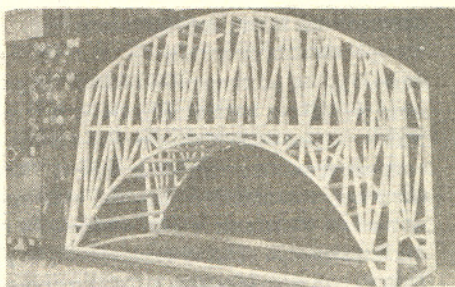
kratownica Pratta



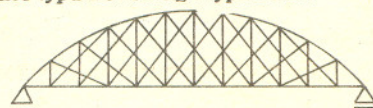
kratownica Linville'a

W tym czasie stosowano także ustroje typu Finka i Bollmanna, w których materiał był słabo wykorzystany, ale za to konstrukcje te charakteryzowały się prostotą wykonawstwa i możliwością regulacji sił w prętach. Konstrukcje tego typu nie nadają się jednak do mostów większych rozpiętości. Kratownice Finka i Bollmanna są przykładem mimowolnych prób optymalizacji. Są one jednak konstrukcjami nieudanymi z punktu widzenia estetyki, gdyż układ skratowania upodabnia konstrukcję do rusztowania, a także sprawia wrażenie braku solidności. Wraz ze zwiększeniem rozpiętości kratownicom nadawano bardziej złożoną postać. Kratownice złożone są kratownicami pochodnymi kratownic Warrena i Pratta. Zaletami tych konstrukcji była szybkość montażu oraz lekkość. Do wad zaliczyć można brak możliwości regulowania sił w prętach.

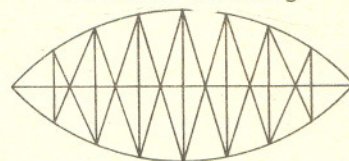
Uwzględnienie rozkładu momentów zginających doprowadziło do konstrukcji o pasach w kształcie parabolicznym. W ten sposób powstały kratownice typu Bowstring i typu Pauli.



Praca nr 11



kratownica Bowstring



kratownica Pauli

W roku 1853 A. J. Morin pierwszy zwrócił uwagę na fakt, że materiał w prętach kratownic jest równomiernie naprężony. Stwierdził on, że wyższość kratownic nad innymi ustrojami polega na tym, że pręty doznając jednakowych wydłużeń lub skróceń są jednakowo naprężone. Ale już parę lat wcześniej J. Séguin budował poprzecznicę stalowe mostów wiązanych jako kratownice zbieżne, dobierając tak krzywiznę obu pasów o stalych przekrojach, aby uzyskać w nich jednakowe wartości naprężeń skrajnych. Tę samą cechę równej wytrzymałości pasów o stalych przekrojach nadał właśnie swej pierwszej kratownicy Pauli.

K. Culmann (1866) przyjął za regułę kształtowanie kratownic na równą wytrzymałość prętów ściskanych i rozciąganych, zastrzegając, że pręty ściskane muszą być dostatecznie sztywne. W następnej kolejności powstały kratownice typu Schwedlera.

Kratownice Schwedlera miały kształt pasów dostosowany do żądania, aby siły poprzeczne przy dowolnym położeniu obciążenia ruchomego zachowywały stały znak. Ustalono w ten sposób pewną zaletę konstrukcji, ale nie tylko ona stanowi o wartości ustroju, który prócz tego może mieć wiele wad.

Kratownice o pasach parabolicznych dawały znaczne efekty ekonomiczne w postaci lepszego wykorzystania materiału, ale sprawiały wiele trudności wykonawczych.

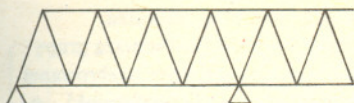
Bardzo ekonomiczne okazały się mosty półparaboliczne typu holenderskiego. Poprawne wykorzystanie materiału osiągnięto w konstrukcjach kratowych łukowych.

Znacznym ulepszeniem kształtu ustrojów kratowych było wprowadzenie kraty typu K lub V, pozwalające na zmniejszenie długości wybojeniowej krzyżulców. Są to konstrukcje typu półkrzyżulcowego lub siatkowego.

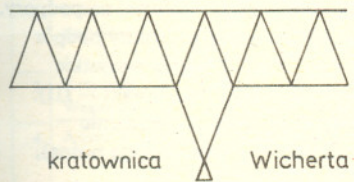
Układy o pasach parabolicznych nie są obecnie stosowane ze względu na kłopotliwe wykonawstwo, nie równoważące oszczędności materiałowych.

W Rosji dźwigary kratowe z łamanym pasem stosowano do rozpiętości 130 m.

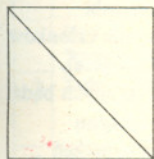
Konstrukcje kratowe wielodźwigarowe lub wspornikowe, stosowane przy dużych rozpiętościach mają mniejszy ciężar od odpowiednich konstrukcji swobodnie podpartych. Badania wykazały, że przez zastąpienie trzech swobodnie podpartych przęseł kratowych, konstrukcją trójprzęsłową ciąglą uzyskujemy średnio 20% oszczędności materiału przy długości 180 m i 10% oszczędności przy długości 90 m. Wadami tych ustrojów są: wrażliwość na zmiany temperatury oraz nierównomierne osiadanie podpór. Do zalet można zaliczyć także możliwość montażu wspornikowego.



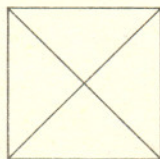
montaż wspornikowy kratownicy ciągłej



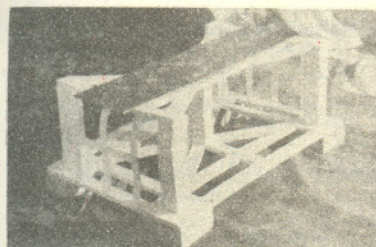
kratownica Wicherta



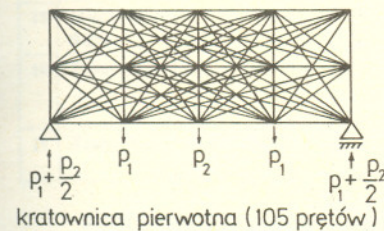
układ statycznie wyznaczalny



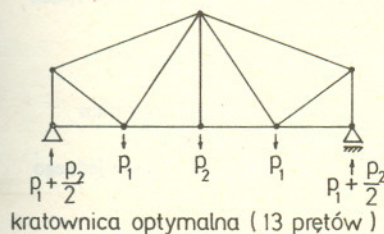
układ statycznie niewyznaczalny



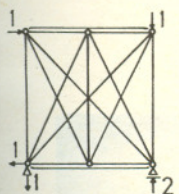
Praca nr 16



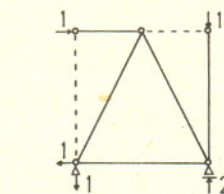
kratownica pierwotna (105 prętów)



kratownica optymalna (13 prętów)



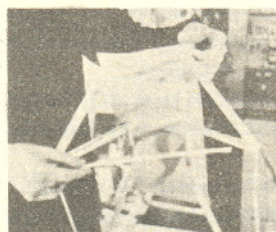
kratownica pierwotna (15 prętów)



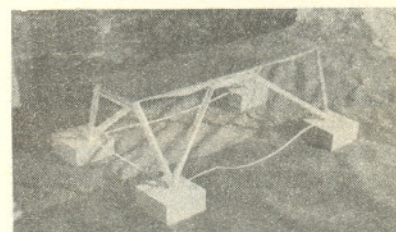
kratownica optymalna (5 prętów + 2 o dowolnie małych przekrojach - niezbędne ze względu na zachowanie geometrycznej niezmiennosci kratownicy)

W Europie pierwsze konstrukcje typu wielodźwigarowego powstały około 1850 roku, a w Stanach Zjednoczonych dopiero w 1917 (Sciotoville Bridge). Najczęściej stosowano konstrukcje trójprzęsłowe. Długość przęseł środkowych stanowi przeciętnie 10-30% długości przęseł skrajnych.

W Stanach Zjednoczonych rozpowszechnione były ustroje kratowe wieloprzęsłowe typu Wicherta. Ustroje te charakteryzowały się statyczną wyznaczalnością, możliwością regulacji momentów przęsłowych, mniejszymi ugięciami od kratownic wspornikowych oraz większą ekonomią w stosunku do kratownic swobodnie podpartych. Największym mostem wspornikowym jest most na rzece św. Wawrzyńca w Quebec (Kanada). Rozpiętość środkowego przęsła wynosi 521,40 m. Z przedstawionego tu przeglądu wynikać by mogło, że konstruktorzy mostów w swej działalności kierowali się głównie doświadczeniem swych poprzedników i własną intuicją inżynierską. Tak jednak nie było. Zagadnienia optymalizacji kratownic są jednym z najstarszych w dziedzinie optymalizacji konstrukcji inżynierskich. Pierwsze rozważania teoretyczne na ten temat pojawiły się w latach 60-tych ubiegłego stulecia. Były to prace Maxwella, Léry'ego, a następnie Michella. Maxwell i Michell udowodnili twierdzenie, że kratownicą gromadzącą minimum materiału przy danym obciążeniu jest konstrukcja, której materiał jest jednakowo wyężony. Natomiast Léry sformułował twierdzenie o niemożności wyrównania odkształceń jednostkowych we wszystkich prętach układu statycznie niewyznaczalnego.



Praca nr 13 Wyrwanie pręta z zamocowania

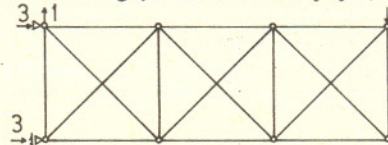


W Polsce zagadnieniami tymi zajmował się Z. Wasiutyński z grupą współpracowników. Z. Wasiutyński rozpatrując elementarne pola złożonych układów kratowych sformułował kilka twierdzeń bardzo istotnych dla dalszego rozwoju tej dziedziny optymalizacji. Można by tu wymienić twierdzenia o celowości wprowadzania nowych prętów i nowych węzłów do pola trójkątnego kratownicy oraz o zbieżności optymalizacji na minimum potencjału sprężystości z optymalizacją na wyrównanie odkształceń jednostkowych w jednym stanie obciążenia. Na początku lat 60-tych wraz z rozwojem techniki obliczeniowej nastąpił wzrost zainteresowania zastosowaniem metod numerycznych optymalizacji do tych zagadnień. Większość prac wykorzystuje w tym celu technikę programowania matematycznego. Przedmiotem programowania matematycznego są metody poszukiwania ekstremów warunkowych funkcji celu. Programowanie matematyczne wymaga sformułowania pewnego modelu matematycznego zagadnienia optymalizacji. Model matematyczny powinien zawierać następujące elementy: parametry optymalizacji, warunki ograniczające, oraz funkcję celu (kryterium). Zadania optymalizacji kratownic formułujemy na ogół następująco: Dany jest zbiór stanów obciążenia oraz zbiór warunków brzegowych. Należy znaleźć taki układ prętów i takie ich przekroje, aby kratownica bezpiecznie przeniosła zadane obciążenia, spełniła warunki brzegowe, a jednocześnie zekstremalizowała kryterium, względem którego oceniamy konstrukcję. Kryterium tym mogą być: minimum objętości lub ciężaru, największa sztywność, minimum energii potencjalnej sprężystości i inne.

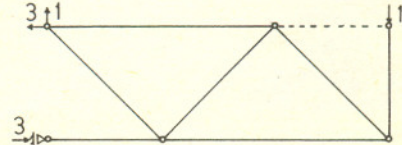
Różnie można obierać parametry optymalizacji. W ich wyborze istnieje pewna dowolność. Jednak nie wszystkie parametry są tej samej wagi, dlatego też można przedstawić je w pewnej hierarchii:

- 1) wartość pól przekrojów prętów,
- 2) własności materiałowe,
- 3) konfiguracja geometryczna,
- 4) rodzaj konstrukcji.

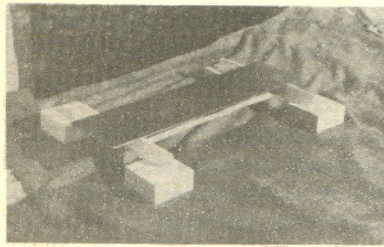
Istnieje szereg algorytmów rozwiązywania tych zagadnień. Na rysunkach przedstawiono przykładowo konstrukcje pierwotne i konstrukcje otrzymane w wyniku optymalizacji metodą programowania liniowego, która nosi nazwę Sympleks.



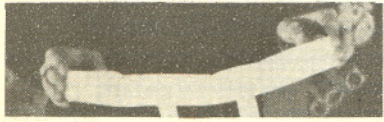
kratownica pierwotna (16 prętów)



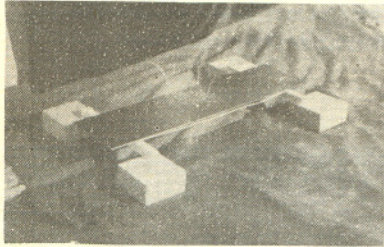
kratownica optymalna (7+1 prętów)



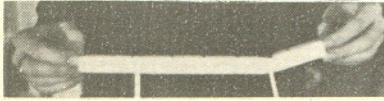
Praca nr 8 — utrata stateczności belki poprzecznej



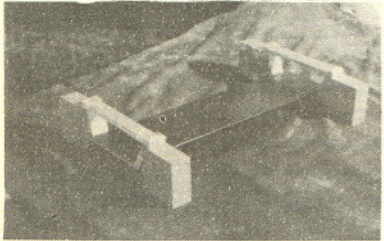
Praca nr 10 — utrata stateczności belki poprzecznej



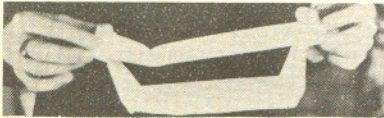
Praca nr 17 — wygięcie harmonijki



Praca nr 7 — zgniczenie belek



Praca nr 9 — zniszczenie węzła górnego



Praca nr 3 — wyboczenie pręta rurowego przy węźle

Po tym trochę przydługim wprowadzeniu przejdźmy do omówienia wyników konkursu. Spośród prac nadesłanych na konkurs można wyróżnić trzy grupy konstrukcji. Pierwszą grupę stanowiły konstrukcje typu prętowego — kratownice, drugą konstrukcje typu płyty uźebrowanej i trzecią typu belkowego. Autorzy konstrukcji trzeciej grupy wykorzystali najlepiej warunki konkursu, w których przewidziano płytę pomostu w postaci płytki stalowej 15 × 60 cm i grubości 2 mm. W tym przypadku płytka ta mogła stanowić oddzielną konstrukcję nośną i na pewno bardziej wytrzymała od jakiegokolwiek konstrukcji z kartonu. A zatem zadanie można było sprowadzić do jak najracjonalniejszego przeniesienia obciążenia z płytki stalowej na podpory. W tym celu należało zbudować możliwie najszywniejsze belki poprzeczne łączące pary podpór leżących najbliżej siebie. Na konkurs wpłynęły trzy prace wykorzystujące tę ideę. I wszystkie trzy zajęły trzy pierwsze miejsca (W. Sapieżyński — I, T. Kasperski — II i Z. Kałowski — III). Inna sprawa, że konstrukcje te same w sobie nie stanowią jeszcze mostu, ale w połączeniu z płytą stalową, która miała zastępować pomost (a była w rzeczywistości i konstrukcją nośną), stanowiły już pewien rodzaj mostów typu belkowo-płytowego.

Z konstrukcji „bardziej” mostowych najlepsze rozwiązanie przedstawił K. Wąsowicz (IV miejsce). Jego konstrukcja prętowa o przekrojach rurowych prętów ściskanych przeniosła obciążenie 57,490 kG. Trzeba przyznać, że wynik ten przeszedł najśmielsze oczekiwania członków komisji. Niewiele mu ustąpiła konstrukcja P. Janyszka z Olsztyna (54,360 kG — V miejsce). Zniszczenie większości konstrukcji nastąpiło przez utratę stateczności elementów ściskanych bądź zginanych, bądź przez zniszczenie połączeń. Ze względu na znaczną wytrzymałość kartonu na rozciąganie żaden z mostów nie doznał zniszczenia przez przekroczenie wartości naprężeń rozciągających. W konstrukcjach prętowych załamanie się następowało nagle, podczas gdy konstrukcje płytowe uźebrowane wykazywały dość znaczne przemieszczenia i odkształcenia przed ich całkowitym załamaniem.

Z 17 nadesłanych na konkurs prac jedna nadeszła w stanie całkowitego zniszczenia, zaś trzy mosty, choć wykonane z dużym nakładem pracy nie spełniły warunków konkursu.

Wyniki konkursu

Jury konkursu „Budujemy mosty” w składzie:

- doc. dr T. Hofmokl — zastępca red. nac. „Delfty”,
- dr J. A. Gaj z Instytutu Fizyki Doświadczalnej UW,
- mgr inż. A. Niemierko z Instytutu Badawczego Dróg i Mostów

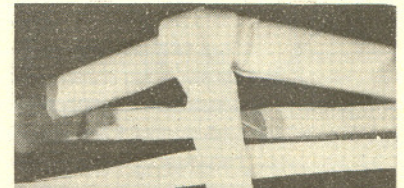
postanowiło dokonać następującego rozdziału nagród:

- I miejsce — W. Sapieżyński z Warszawy —
— domowa spawarka elektryczna TD — 101V2,
- II miejsce — Tomasz Kasperski z Gdyni —
— miniobrabiarka K-1V4,
- III miejsce — Zenon Kałowski z Rabki —
— lutownica 60 W,
- IV miejsce — Krzysztof Wąsowicz z Warszawy —
— lutownica 60 W,
- V miejsce — Paweł Janyszek z Olsztyna —
— lutownica 60 W.

Ponadto Instytut Badawczy Dróg i Mostów z Warszawy postanowił przyznać wyróżnienia specjalne:

- Krzysztofowi Wąsowiczowi z Warszawy — za konstrukcję mostu, który przeniósł największe bezwzględnie obciążenie;
- Andrzejowi Poczobutowi z Białegostoku — za wyjątkowo estetyczną i pracochłonną konstrukcję mostu, mimo, iż nie został on sklasyfikowany.

Wyróżnienie to polega na sfinansowaniu wycieczki do Kielc, gdzie mieści się laboratorium badań konstrukcji mostowych Instytutu oraz jeden z największych w Polsce zakładów produkujących żelbetowe i sprężone konstrukcje mostowe oraz na udziale w badaniach jednego z mostów w Warszawie lub okolicy.



Lista prac nadesłanych na konkurs „BUDUJEMY MOSTY”

Lp.	Autor	Miejscowość	Ciążar konstrukcji P (G)	Obciążenie niszczące N (G)	N/P	Forma zniszczenia	Miejsce	Uwagi
1	Leszek Wierzowiecki	Warszawa	125	13 820	110.56	odklejenie się żeberek oraz utrata stateczności płyty	XI	
2	Ryszard Baryliński	Zarzecze woj. tarnobrzeskie	193	26 820	138.96	odklejenie się żeberek usztywniających płytę i utrata stateczności płyty	IX	
3	Krzysztof Wąsowicz	Warszawa	117	57 490	491.37	wyoboczenie pręta rurowego przy węźle	IV	
4	Adam Wilk	Łódź						nie spełnił warunków konkursu odnośnie klejenia
5	Paweł Janyszek	Olsztyn	148	54 360	367.30	utrata stateczności belek poprzecznych w przekrojach podporowych	V	
6	Piotr Waśniowski	Kraków	115	34 670	301.48	załamanie się płyty przy podporach	VI	
7	Tadeusz Krysiak	Sochaczew	218	46 950	215.37	zgniecenie belek poprzecznych przy połączeniach z belkami podłużnymi	VIII	
8	W. Sapieżyński	Warszawa	21	21 740	1035.24	utrata stateczności w przekroju podporowym	I	
9	Andrzej Wesolowski	Gorzów Wielkp.	50	14 860	297.20	zniszczenie węzła górnego i zerwanie ściągu	VII	
10	Tomasz Kasperski	Gdynia	20	17 340	867.00	utrata stateczności w przekroju podporowym	II	
11	Andrzej Poczobut	Białystok						nie spełnił warunków konkursu odnośnie klejenia
12	Leszek Pyć	Stalowa Wola	87	10 330	118.74	utrata stateczności belek poprzecznych	X	
13	Paweł Owczarek i Edward Florczak	Łódź	45	3 160	70.22	wyoboczenie słupka podporowego i zerwanie ściągu	XII	
14	Wiesław Micał	Bartoszyce						nie spełnił warunków konkursu odnośnie szerokości (za wąski)
15	Mieczysław Bejnar	Olsztyn						zniszczony w czasie przesyłki
16	Tomasz Giesko	Świdwin	318	17 010	53.49		XIII	częściowo uszkodzony w czasie przesyłki
17	Zenon Kałowski	Rabka Zdrój	22	12 790	581.36	utrata stateczności poprzeczniczy w postaci harmonijki	III	



Zadania

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

M 94. Udowodnić, że jeżeli suma liczb rzeczywistych a, b, c równa jest 1, to $ab+bc+ca \leq \frac{1}{3}$

Rozwiązanie na str. 10

M 95. Udowodnić, że jeżeli n jest liczbą naturalną większą od 2, to liczba $n(n+1)(n+2) \dots (3n-4)(3n-3)$ jest podzielna przez kwadrat każdej liczby naturalnej nie większej od n .

Rozwiązanie na str. 12

M 96. Dany jest trapez $ABCD$ o bokach $AB = a, BC = b, CD = c, DA = d$ i wysokości

$h = \frac{1}{2}(a+c-b-d)$. Udowodnić, że dwa okręgi, z których jeden jest styczny do AB, CD i DA ,

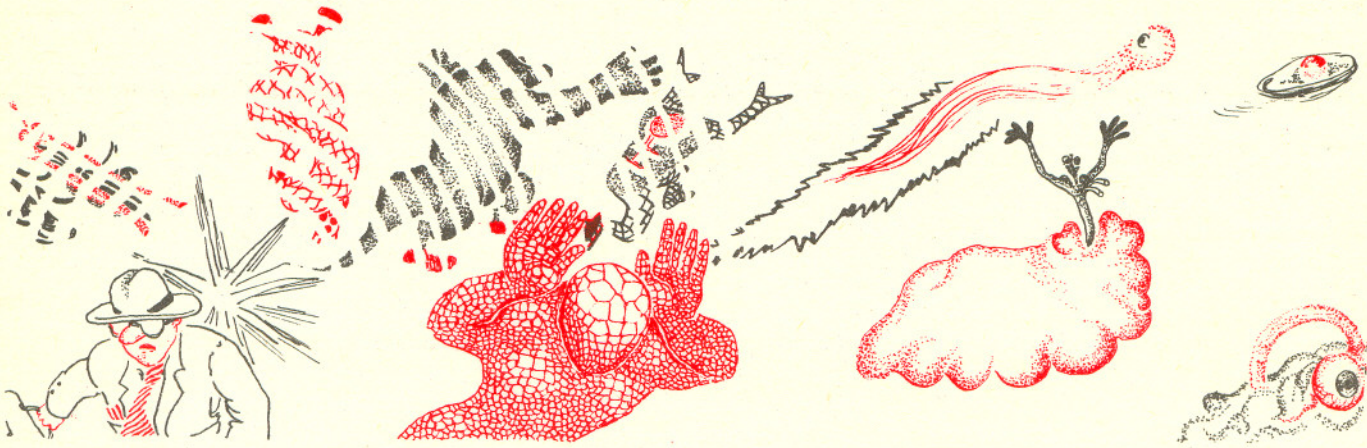
drugi zaś do AB, BC i CD , są styczne zewnętrznie.

Rozwiązanie na str. 10

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI

F 32. Obliczyć, jakiego odkształcenia doznaje drut o długości $l = 1$ m na skutek własnego ciężaru, kiedy zawiesimy go swobodnie za koniec. Prędkość rozchodzenia się dźwięku wzdłuż tego drutu, v , wynosi 1000 m/s.

Rozwiązanie na str. 9



UCIECZKA OD POCZĄTKU ŚWIATA

Dr Bronisław KUCHOWICZ



Edwin Powell Hubble (1889–1953), absolwent studiów prawniczych, po uprawianiu przez rok swego zawodu w Louisville (stan Kentucky) poczuł taką do niego niechęć i wewnętrzną konieczność zajmowania się astronomią, że wstąpił ponownie na studia i w ciągu trzech lat uzyskał doktorat na podstawie rozprawy pt. „Badania fotograficzne słabych mgławic”. W 1917 roku, kiedy przedstawił swoją pracę, brak było jeszcze zdecydowanego potwierdzenia obserwacyjnego, że niektóre z tzw. mgławic leżą poza Galaktyką. Pracując przy wielkich teleskopach na Mount Wilson (60- i 100-calowy), Hubble przedstawił niezbité dowody pozagalaktycznego charakteru różnych mgławic (zwaných dziś galaktykami), wykazując, że są one systemami gwiazdowymi, równorzędnymi naszej Galaktyce. Podał klasyfikację galaktyk. Zasadnicze jego odkrycie ustalające proporcjonalność pomiędzy odległością od jakiejś galaktyki a przesunięciem jej linii widmowych ku czerwieni, datuje się z 1929 roku.

Galaktyki (dawniej zwane mgławicami pozagalaktycznymi) — układy gwiazd, gazu i pyłu, podobne do naszej Galaktyki. Przeciętne ich masy wynoszą pomiędzy 10^{42} a 10^{45} g. Największe galaktyki liczą do 500 miliardów gwiazd. Najbliższymi galaktykami są Obłoki Magellana, odległe od Galaktyki o 50–60 kiloparseków. Zwięzła informacja dotycząca galaktyk znajduje się w I tomie „Encyklopedii Fizyki” (PWN 1972).

Już chwila namysłu, po rzucie oka na gwiazdźstie niebo prowadzi nas do zdumiewającego paradoksu, o którym wspomnieliśmy w poprzednim artykule. Paradoks ten wynika z ekstrapolacji naiwnych wyobrażeń opartych o koncepcję statycznego, nieskończonego, jednorodnego Wszechświata. Czyżby te wyobrażenia miały być niesłuszne? Spojrzenie na niebo przy użyciu teleskopu i spektrometru podważa jeszcze bardziej te wyobrażenia. Odpowiednie fakty udało się ustalić dopiero w początkach bieżącego stulecia, kiedy metody spektroskopowe na dobre zadomowiły się w astronomii, a nowo zbudowane, potężne teleskopy pozwoliły sięgnąć daleko poza naszą Galaktykę.

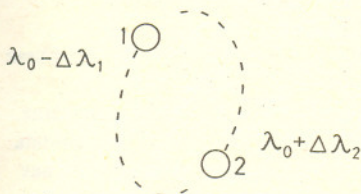
Auguste Comte (1798–1857), twórca systemu „filozofii pozytywnej” głosił, iż jest rzeczą bezsensowną mówić o składzie chemicznym odległych gwiazd, ponieważ człowiek nigdy nie będzie w stanie ich zbadać. Oto jego kategoryczne stwierdzenie: „Dziedzina filozofii pozytywnej mieści się całkowicie w granicach Układu Słonecznego, Wszechświat jest bowiem niedostępny badaniom w jakimkolwiek pozytywnym sensie” (według „Cours de philosophie positive”, t. 1–6, 1830–42). Jeszcze za życia Comte’a Bunsen z Kirchhoffem rozpoczęli badania w dziedzinie optyki, uwieńczone skonstruowaniem spektroskopu i opracowaniem analizy widmowej, która legła u podstaw wyznaczania składu chemicznego atmosfer gwiazdnych. Już w dniu 18 sierpnia 1868 roku, podczas całkowitego zaćmienia Słońca, francuski astronom J. Janssen zaobserwował w widmie protuberancji słonecznych jasną linię żółtopomarańczową, niepodobną do żadnej linii znanej podówczas z obserwacji laboratoryjnych. Linię tę zauważył także angielski astronom N. Lockyer, który stwierdził, że musi ona pochodzić od nieznanego jeszcze pierwiastka chemicznego; na cześć greckiego boga Słońca, Heliosa, zaproponował on dla tego pierwiastka nazwę helu. Pierwiastek ten dopiero po dwudziestu paru latach wykryto w laboratorium ziemskim. Rozwój analizy widmowej sprawił, że dysponujemy dziś dokładniejszymi danymi o składzie chemicznym atmosfer ciał niebieskich odległych o miliony lat świetlnych, niż o składzie chemicznym wnętrza Ziemi. Przy wszystkich indywidualnych różnicach między poszczególnymi obiektami, czy nawet całymi ich grupami udało się ustalić pewne zasadnicze prawidłowości (o których w tym miejscu wspominać nie będziemy). Najważniejszym okazało się stwierdzenie jednolitego w zasadzie składu chemicznego materii w jej różnorodnych formach. Nie ma się co spodziewać, że odkryjemy gdzieś obecność takich pierwiastków chemicznych, których albo nie ma na Ziemi, albo też (jeśli mowa o nietrwałych pierwiastkach promieniotwórczych) nie umielibyśmy w sposób sztuczny wytworzyć.

Od badania widm gwiazd w naszej Galaktyce astrofizycy stopniowo przechodzili do analizowania widm odległych galaktyk. Gdy na początku naszego stulecia dokonywano zestawienia widm galaktyk z widmami wzorcowymi z laboratoriów, okazało się, że w przeciwieństwie do widm gwiazd, trudno uzyskać dobre dopasowanie linii. Linie w widmach galaktyk przypadają nie tam, gdzie powinny, lecz były z reguły przesunięte w stronę fal dłuższych, tj. ku czerwieni (jeśli chodzi o zakres optyczny). Zjawisko to nazwano poczerwienieniem galaktyk; nazwę tę stosujemy do dziś, rozszerzywszy ją na całe widmo elektromagnetyczne (choć np. dla światła czerwonego mamy przesunięcie w kierunku podczerwieni, a więc w zasadzie jest to już „odczerwienienie”). Obok samego faktu przesunięcia linii widmowych zauważono też pewną korelację, która początkowo wydawała się nieistotna: przesunięcie linii w widmie wzrastało ze spadkiem jasności obserwowanej galaktyki.

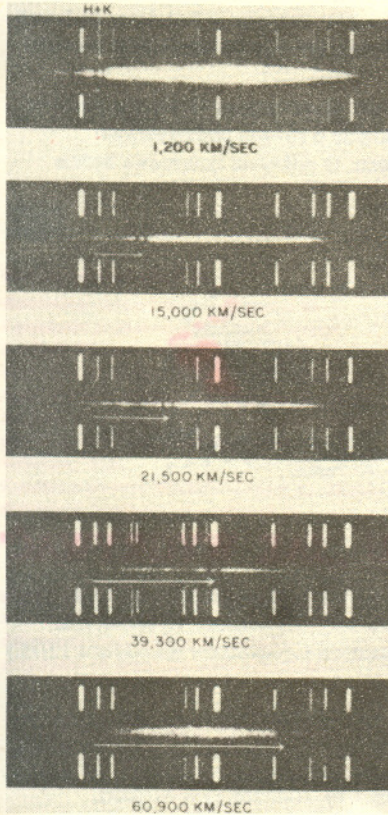
Zjawisko Dopplera w optyce. Jeśli v_0 jest częstotliwością drgań źródła, które porusza się względem obserwatora z prędkością v , to częstota obserwowana ν wynosi:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}$$

gdzie c jest prędkością światła w próżni, φ — kątem między kierunkiem prędkości a kierunkiem obserwacji. Wzór powyższy odnosi się do przypadku, gdy fale rozchodzą się w próżni. W przypadku niereleatywistycznym ($v/c \ll 1$) otrzymujemy znany wzór (patrz „Delta” 3/1976).



Przesunięcie długości fali λ_0 emitowanej przez dwie składowe układu podwójnego.



Widma 5 galaktyk, wskazujące na prędkości ucieczki galaktyk od 1200 do 60900 km/s.

Parsek (ps) — jednostka odległości w astronomii:

1 ps = 3,26 roku świetlnego = $3,08 \cdot 10^{16}$ m.
Jednostki większe: kiloparsek, megaparsek.

Wyjaśnienie przesunięcia linii widmowych przez zjawisko Dopplera nie było obce astronomom, znającym tzw. gwiazdy podwójne spektralnie, układy złożone z dwóch gwiazd położonych tak blisko siebie, że w lunetach nie można ich dostrzec oddzielnie. Gwiazdy te obiegają wspólny środek ciężkości, a więc to jedna, to znów druga zbliża się do nas. Nawet gdyby obie gwiazdy miały identyczny skład chemiczny atmosfer i temperatury powierzchni, obserwowane linie widmowe absorpcyjne ulegną rozszczepieniu na dwie składowe, związane z tymi gwiazdami. W sytuacji przedstawionej obok na rysunku zamiast laboratoryjnej długości fali λ obserwujemy dwie linie o nieznacznie różniących się długościach:

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \Delta\lambda_1 \text{ (przesunięcie długości ku czerwieni)}$$

$$\lambda_2 = \lambda_0 - \Delta\lambda_2 \text{ (przesunięcie długości ku fioletowi)}$$

Długość fali λ_1 pochodzi od składowej 1 oddalającej się od nas, długość fali λ_2 — od składowej 2 przybliżającej się ku nam. Gdy w jakiejś następnej chwili gwiazdy 1 i 2 zamienią się miejscami, przesuniętą ku czerwieni okaże się linia pochodząca ze składowej 2. Orbitalny ruch obu składowych układu podwójnego wykrywa się poprzez badanie okresowych przesunięć linii w obie strony. Metodę powyższą stosuje się równie dobrze do wyznaczenia prędkości radialnej jakiegokolwiek źródła światła względem obserwatora. Jeśli prędkość radialna (tj. w kierunku radialnym od obserwatora do źródła światła) jest v , wtedy przesunięcie długości fali jest w przybliżeniu, gdy $v/c \ll 1$, $\Delta\lambda = \frac{v}{c} \lambda_0$, gdzie c oznacza prędkość światła w próżni.

Już choćby z tego przybliżonego wzoru widać, że z wyznaczenia przesunięcia jakiejś linii można wyprowadzić prędkość radialną (przybliżania bądź oddalania) źródła światła względem nas. Interpretując przesunięcia linii widmowych dla galaktyk jako przesunięcia dopplerowskie V. M. Slipher zajmował się od 1912 roku wyznaczaniem prędkości radialnych galaktyk. Pierwszym stwierdzeniem było, że Wielka Mgławica w Andromedzie przybliży się ku nam z prędkością ok. 200 km/s. Zbadanie widm dalszych trzynastu galaktyk obserwowanych przez Sliphera do 1915 roku pozwoliło mu wykryć, że aż jedenaście spośród nich oddala się od nas.

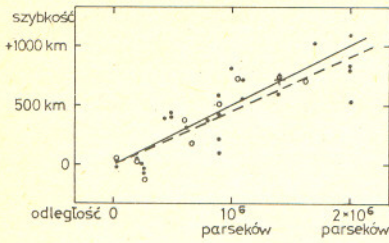
Początkowo nie dostrzegano w tym nic szczególnego. Ot, chaotyczny ruch galaktyk w przestrzeni (na wzór ruchów Browna, tyle że raczej bez zderzeń). Przypadkowo trafiono na te galaktyki, które się oddalają, ale gdyby wziąć większą próbkę losową galaktyk, wtedy na pewno okaże się, że tyle ich mniej więcej oddala się od nas co i przybliża. Warto więc zwiększać statystykę danych, obserwując przesunięcia linii w coraz to innych galaktykach, ale żadna sensacja nas tu nie oczekuje. Tak sądzono jeszcze przez kilkanaście lat od pierwszych obserwacji Sliphera, który przez dziesięć lat był jedynym astronomem, wyznaczającym radialne prędkości galaktyk. Gdy wyznaczył on już te prędkości dla 41 galaktyk, zawierały się one między wartością 1800 km/s dla największej szybkości oddalania i 300 km/s dla największej szybkości przybliżania. Zwróćmy uwagę na tę asymetrię przedziału prędkości.

Stopniowo dołączali inni astronomowie, możliwe stało się wyznaczanie odległości do odległych galaktyk oparte na występowaniu szczególnego typu gwiazd zmiennych — cefeid. Młody podówczas astrofizyk E. P. Hubble, który całe życie poświęcił obserwacjom galaktyk, zwrócił wtedy uwagę na pewną obserwacyjną osobliwość, jawnie niezgodną z przewidywanym chaotycznym ruchem galaktyk w przestrzeni: na prawie wszystkich spektrogramach galaktyk (z wyjątkiem kilku z najbliższego sąsiedztwa naszej Galaktyki przez duże G) linie były przesunięte w kierunku czerwieni. Czyżby więc wszystkie one się od nas oddalały? Mierząc przy użyciu metody cefeid odległość do owych galaktyk, Hubble doszedł do sformułowania ilościowej zależności pomiędzy prędkością oddalania się od nas (v) jakiejś galaktyki, a jej odległością (r). Oto prawo Hubble'a:

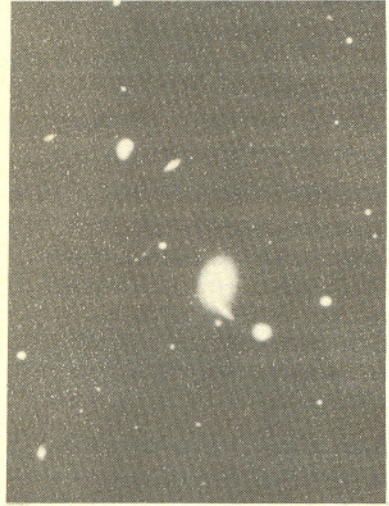
$$v = H \cdot r.$$

Symbolem H oznaczamy tu tzw. stałą Hubble'a, o wymiarze odwrotności czasu, nad której dokładnym wyznaczeniem astronomowie męczą się do dziś, a której poprawna wartość mieści się między 50 a 100 $\text{km s}^{-1} \text{ Mps}^{-1}$ (Korzystając z podanej obok wartości liczbowej megaparseka możemy też napisać: $0,5 \cdot 10^{-10} \text{ lat}^{-1} \leq H \leq 10^{-10} \text{ lat}^{-1}$).

Odkrycie Hubble'a świadczy o ucieczce galaktyk, o „rozbieganiu się” na wszystkie strony materii we Wszechświecie. Wszelkie próby wytłumaczenia przesunięcia linii widmowych w inny sposób niż przez efekt Dopplera poniosły fiasko (a prób takich było sporo). A więc Wszechświat rozszerza się. Jeśli przyjąć dla uproszczenia, że prędkości ucieczki galaktyk były zawsze takie same, wtedy można łatwo obliczyć, przed ilu laty ucieczka ta zaczęła się, czyli ile lat trwa owa kosmiczna ekspansja. Czas ten, który można by nazwać wiekiem Wszechświata, równy jest odwrotności stałej Hubble'a, wartość jego mieści się więc pomiędzy 10 a 20 miliardami lat. Przed tylu więc laty cała materia Wszechświata (niezależnie od tego, czy uważamy go za skończony czy też nieskończony) ściśniona była maksymalnie, galaktyki (czy też jakieś znacznie bardziej gęste twory, które przed nimi istniały) nie dawały się od siebie oddzielić, odróżnić. W jednym z dalszych artykułów przekonamy się, że za wcześniej było wtedy nie tylko na istnienie galaktyk, ale nawet na istnienie materii w jej normalnych, chemicznych stanach skupienia, znanych nam z codziennego doświadczenia. Cokolwiek jednak wtedy było, było to tak zasadniczo odmienne od znanego nam dziś Wszechświata, że śmiało można mówić o ewolucji Wszechświata. Wszechświat jako twór niestatyczny, zmienny w czasie!



Zależność szybkości ucieczki galaktyki od jej odległości wg Hubble'a.



Gromada galaktyk w Warkoczku Bereniki.

Możliwości takiej nie rozważali wcześniej obserwatorzy. Wskazał jednak na nią już na parę lat przed odkryciem Hubble'a, na drodze czysto teoretycznej dedukcji z równań teorii Einsteina, rosyjski matematyk A. A. Friedmann. Prace jego tak wydawały się wtedy odległe od rozpowszechnionych wyobrażeń o budowie Wszechświata, że mało kto zwrócił na nie uwagę. Wydawały się jedynie matematyczną ciekawostką, a tymczasem one to tłumaczyły hubble'owską ucieczkę galaktyk od początku świata. Modele te były zbudowane w ramach ogólnej teorii względności, stworzonej przez Einsteina w latach pierwszej wojny światowej. A tymczasem sam Einstein wprowadził do swej teorii pewną dodatkową stałą (tzw. stałą kosmologiczną) po to tylko, by otrzymać model niezmiennego w czasie statycznego Wszechświata. Już fakt ten najbardziej świadczy, jak dalece wszyscy przywiązani byli do modelu statycznego Wszechświata, nie dostrzegając innych możliwości.

Odkrycie Hubble'a doprowadziło do racjonalnego wytłumaczenia paradoksu Olbersa, bez odwoływania się do hierarchicznego modelu Wszechświata, na rzecz którego i w czasach Charliera, i dziś jeszcze brak argumentów obserwacyjnych. Poczernienie galaktyk prowadzi do zmniejszania energii każdego pochodzącego z nich fotonu. Galaktyki tu uciekają od nas (właściwie to nie tylko od nas, ile każda od każdej, bo z każdej obserwowalibyśmy ten sam obraz ucieczki), a więc każdy kolejny foton wysłany w kierunku Ziemi z odległej galaktyki ma do przebycia drogę dłuższą niż poprzedni. Fotony z tej galaktyki będą więc trafiać na Ziemię coraz rzadziej, a zarazem każdy z nich będzie niósł coraz mniej energii. Rozszerzanie się Wszechświata wraz z nieustannym zwiększaniem długości fali promieniowania stale osłabia docierające do nas promieniowanie odległych galaktyk, tym silniej im bardziej są one oddalone. Powróćmy do rysunku z poprzedniego artykułu. W myśl wywodu Olbersa kolejne warstwy kuliste dawały jednakowe ilości światła. Było tak we Wszechświecie statycznym. Ale we Wszechświecie rozszerzającym się wkłady kolejnych warstw będą coraz mniejsze, sumując je będziemy dodawali przyczynki malejące tak szybko, że ciąg sum częściowych będzie zbieżny do niewielkiej wartości skończonej. I oto dlaczego niebo pozostaje ciemne.

Przez długie lata odkrycie Hubble'a stanowiło zasadniczy fakt obserwacyjny tkwiący u podstaw modeli rozszerzającego się Wszechświata. Na następne odkrycie o równie podstawowym znaczeniu trzeba było czekać kilkadziesiąt lat — do 1965 roku. O odkryciu tym mowa będzie w dziesiątym numerze „Delt”.



$\frac{1}{18}$	$2\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{18}$	0	$2 \cdot \frac{1}{18}$	$4\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{18}$
				$4\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{18}$
				$3\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{18}$
				$1\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{18}$

Jeśli pion znalazł się w obszarze zakresowanym z jednakowym prawdopodobieństwem na każdym z trzech pól, to gra zakończy się w co najwyżej dwu ruchach. Prawdopodobieństwa zakończenia gry na poszczególnych polach brzegowych wpisane są w te pola. Jak w takiej sytuacji należałoby je obstawić? Pamiętajmy, że I ma do wyboru ruch losowy lub ruch po przekątnej.



ROZSTRZYGNĘCIE KONKURSU „JAK WYGRYWAĆ”

W świątecznym numerze „Delt” (grudzień 1975) ogłosiliśmy konkurs na zaproponowanie możliwie najlepszych strategii w opisaną tam grze dwuosobowej. (Ze względu na szczupłość miejsca nie przytaczamy tu opisu gry odsyłając zainteresowanych Czytelników do numeru 12/75.) Oto rozstrzygnięcie:

- namiot — otrzymuje L. Newelski z Wrocławia;
- dwie rakietki tenisowe — P. Biller również z Wrocławia;
- piłka siatkowa — St. Zoła z Woli Dąbrowieckiej.

Podanie pełnej analizy strategicznej tej gry jest zadaniem bardzo trudnym, tym bardziej, że występuje w niej element losowy (rzut kostką). Niewątpliwie najwięcej w tym kierunku osiągnął L. Newelski, który podał oryginalny ogólny schemat takiej analizy i szczegółowo zbadał niektóre ważne właściwości tej gry. Udało mu się przy tym połączyć dwa spojrzenia: strategiczne (w którym szacuje prawdopodobieństwa różnych przebiegów i wyników gry) i taktyczne (w którym analizuje pewne sekwencje ruchów). P. Biller nadesłał 6-stronicowe opracowanie (przy ocenie mogliśmy wziąć pod uwagę, zgodnie z warunkami konkursu, tylko 4 pierwsze strony), w którym podobnie jak i St. Zoła opisał poprawne ogólne zasady strategiczne dla gracza II, oraz przeprowadził analizy różnych możliwych partii. Zastanawiające, że nikt nie badał dokładniej strategii gracza I i nie przeprowadzał analizy „końcówek” tej gry. Analiza taka (sama w sobie interesująca, zob. np. sytuację opisaną obok) ułatwiła by również zbadanie możliwości strategicznych gracza I. Pierwsi dwaj laureaci zwrócili również uwagę na możliwość dowolnie długich partii (partia nieskończenie długa jest do wyobrażenia, ale jej prawdopodobieństwo jest równe zeru).

P. Biller zaproponował pewne modyfikacje tej gry (dokładniej: kostki), dzięki którym jego zdaniem — i naszym też — gra mogła by się stać bardziej zabawna przy praktycznym jej rozgrywaniu.

Esej o dodawaniu

Tadeusz B. IWIŃSKI, matematyk

Każdy z Czytelników umie dodać dwie liczby rzeczywiste. Wynikiem jest również liczba rzeczywista. Stąd, posługując się metodą indukcji, wnioskujemy, że możemy dodać dowolną ich ilość. Przy tym dodawanie liczb rzeczywistych jest łączne i przemienne.

Nikt w to nie wątpi? No to sprawdźmy:

Obliczmy sumę nieskończenie wielu jedynek i minus jedynek dodawanych na przemian:

$$(*) \quad 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \dots = (-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n.$$

Jeśli obliczać będziemy kolejno sumy częściowe złożone z dwu, trzech, ... składników:

$$\dots (((((1-1)+1)-1)+1)-1)+ \dots,$$

to będziemy dostawać na przemian zero i minus jeden, co gorsza — w nieskończoność. Taki system dodawania nie prowadzi do niczego sensownego: suma nie istnieje.

Spróbujmy inaczej: Połączmy dodawane liczby w pary i dodawajmy sumy tych par:

$$(1-1) + (1-1) + (1-1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$$

A więc sumą jest zero? Sprawdzamy:

$$1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$$

Z łącznością niezbyt dobrze. Może lepiej z przemiennością?

$$1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = (-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots = (-1)^0 + (-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^6 + \dots + (-1)^{2k-1} + (-1)^{2k+4} + \dots = \dots$$

(przestawiliśmy kilka pierwszych składników, ale żadnego nie zgubiliśmy, prawda?)

$$\dots = (1+1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + \dots = 2 + 0 + 0 + \dots = 2.$$

Najlepiej umówić się, że takie dodawanie nie ma sensu: kłopot z głowy. Ale przecież

$$(**) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots = \frac{\frac{1}{2}}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{1}{3}.$$

W to też nikt nie wątpi, mamy tu przecież do czynienia z sumą nieskończonego ciągu geometrycznego. Można pokazać, że jakkolwiek byśmy przestawiali i łączyli w grupy składniki tej sumy nieskończonej, to wynik zawsze będzie ten sam — nawet, gdyby dodać najpierw wszystkie składniki dodatnie, a potem wszystkie ujemne. (Spróbujcie to zrobić dla (*)!):

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots\right) = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} - \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

Na czym polega więc różnica między sumami (*) i (**)?

Może na tym, że w (**) kolejne wyrazy tworzą ciąg zbieżny do zera, a w (*) — nie? Zobaczymy:

$$(***) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

Tu składniki tworzą ciąg zbieżny do zera. Pogrupujmy:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \left(1 + \frac{1}{2^1}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2^3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{k+1}} \dots + \frac{1}{2^{k+1}}\right) + \dots$$

W k -tym nawiasie mamy $2^{k+1} - 2^k = 2^k$ składników, z których każdy jest nie mniejszy niż $\frac{1}{2^{k+1}}$,

zatem suma w k -tym nawiasie jest nie mniejsza od $2^k \cdot \frac{1}{2^{k+1}} = \frac{1}{2}$.

Wobec tego $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \geq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots > n \cdot \frac{1}{2}$ (dla $n = 1, 2, \dots$)

i nie ma takiej liczby rzeczywistej, która by spełniała tę nierówność. A więc: zbieżność ciągu składników do zera nie ratuje naszego dodawania. Nie o to, a w każdym razie nie tylko o to to chodzi. Szukajmy dalej:

$$(***) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$



Rozwiązanie zadania F 32.

Rozważmy element drutu o długości dx i przekroju poprzecznym S (patrz rysunek poniżej). Element ten znajduje się pod napięciem, σ , wynikającym z siły ciężkości części drutu znajdującej się pod nim. Wartość napięcia σ wynosi: $\sigma = \rho(l-x)g$, gdzie ρ jest gęstością materiału, z którego został wykonany drut.

Zgodnie z prawem Hooke'a element dx ulegnie deformacji (wydłużeniu) o odcinek ds

$$\sigma = E \frac{ds}{dx},$$

gdzie E jest modułem Younga materiału, z którego wykonany jest drut. Całkując deformację drutu obliczymy sumując przyczynki od poszczególnych elementów:

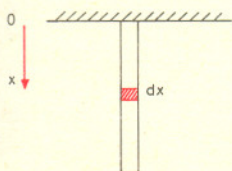
$$s = \int ds = \int_0^l \frac{\sigma}{E} dx = \frac{\rho g}{E} \int_0^l (l-x) dx = \frac{\rho g l^2}{2E}.$$

Jednocześnie wiadomo, że prędkość rozchodzenia się odkształceń sprężystych w drucie wyraża się wzorem:

$$v^2 = E/\rho.$$

Stąd ostatecznie:

$$s = \frac{g l^2}{2v^2} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}.$$





Rozwiązanie zadania M 94.

Z oczywistej nierówności $\frac{1}{2} [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \geq 0$ wynika (po

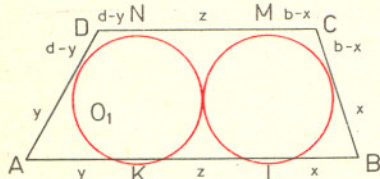
podniesieniu do kwadratu) nierówność (*) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.

Podnosząc do kwadratu obie strony równości $1 = a + b + c$ otrzymujemy wobec (*) $1 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \geq 3(ab + bc + ca)$, skąd natychmiast wynika żądana nierówność.



Rozwiązanie zadania M 96.

Wprowadźmy oznaczenia jak na rysunku.



Czworokąt KLMN jest oczywiście prostokątem.

Mamy $a = x + y + z, c = b + d - x - y + z$. Dodając stronami te równości otrzymujemy $a + c = b + d + 2z$.

skąd $z = \frac{1}{2} (a + c - b - d)$.

Prostokąt KLMN jest więc kwadratem, $O_1 O_2$ równie jest więc sumie promieni okręgów, które są wobec tego styczne (zewnątrznie).

Ta suma jest bardzo podobna do (***) — może ma wszystkie potrzebne własności? Oznaczmy:

$$s_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

(liczbę s_n nazywamy n -tą sumą częściową sumy (***)).

Mamy:

$$s_{2k} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k}\right)$$

(możemy łączyć w pary, bo s_n jest sumą skończonej ilości składników), wobec czego

$$0 < s_{2k} < s_{2(k+1)} \quad (k = 1, 2, \dots),$$

bo $s_{2(k+1)}$ różni się od s_{2k} o dodatni składnik $\left(\frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+2}\right)$. A więc ciąg liczbowy (s_{2k}) jest rosnący. Ponadto

$$s_{2k} = 1 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{2k-2} + \frac{1}{2k-1}\right) + \left(-\frac{1}{2k}\right)$$

Wszystkie składniki w nawiasach są ujemne, zatem

$$s_{2k} < 1 \quad (k = 1, 2, \dots),$$

co oznacza, że ciąg (s_{2k}) jest ograniczony z góry. Ponieważ każdy ciąg rosnący i ograniczony z góry jest zbieżny, to istnieje taka liczba s , że

$$s_{2k} \xrightarrow{k} s.$$

Stąd i z faktu, że składniki tworzą ciąg zbieżny do zera, wynika, że również ciąg nieparzystych sum częściowych (s_{2k-1}) jest zbieżny do s :

$$s_{2k-1} = s_{2k} - \left(-\frac{1}{2k}\right) = s_{2k} + \frac{1}{2k} \xrightarrow{k} s + 0 = s,$$

i wobec tego cały ciąg sum częściowych jest zbieżny do tej granicy:

$$s_n \xrightarrow{n} s.$$

Łatwo stąd widać, że jakkolwiek przyjełbyśmy zasadę łączenia składników w grupy (bez przestawiania), to otrzymywane sumy częściowe będą dążyły do s (bo będą tworzyły podciąg ciągu (s_n)). Możemy więc uznać, że suma (***) istnieje:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = s.$$

Dowodzi się, że $s = \ln 2 \approx 0,6931471806$, ale to już zupełnie inna historia.

A co z przemiennością? Zobaczmy. Przyjmijmy następującą zasadę dodawania. Pierwszym składnikiem jest 1. Następnie dodajemy grupę 2^{k-1} nie wykorzystanych wyrazów dodatnich i najwcześniejszy nie wykorzystany wyraz ujemny, potem 2^k wyrazów dodatnich i kolejny wyraz ujemny — i tak dalej ($k = 1, 2, \dots$). Oczywiście w ten sposób wyczerpiemy wszystkie składniki naszej sumy (kto nie wierzy, niech przeczyta *Ponure skutki nieznamości teorii mnogości*, „Delta” 12/1975).

Otrzymamy

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{k+1}} + \dots + \frac{1}{2^{k+1}-1} - \frac{1}{2^k}\right) + \dots$$

Każdy składnik dodatni k -tego nawiasu jest nie mniejszy niż $\frac{1}{2^{k+1}}$, a jest ich 2^{k-1} . Zatem suma

$$\text{składników w nawiasie jest nie mniejsza od } 2^{k-1} \cdot \frac{1}{2^{k+1}} - \frac{1}{2^k} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2^k},$$

skąd wynika, że dla $k \geq 3$ wyrażenie w k -tym nawiasie jest nie mniejsze od $1/12$. Zatem, gdyby dodawanie (***) było przemienne, to otrzymalibyśmy

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{n} \geq 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \dots > \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \dots > n \frac{1}{12}$$

dla każdego n naturalnego, co znów jest wynikiem mało sensownym: (***) jest przykładem dodawania łącznego co prawda, ale całkiem nie przemienne. Co z tego wszystkiego wynika lub co wynikać powinno?



Zadania: 1. Wykazać, że jeśli (a_n) jest ciągiem nierosnącym zbieżnym do zera, to sumie nieskończonej

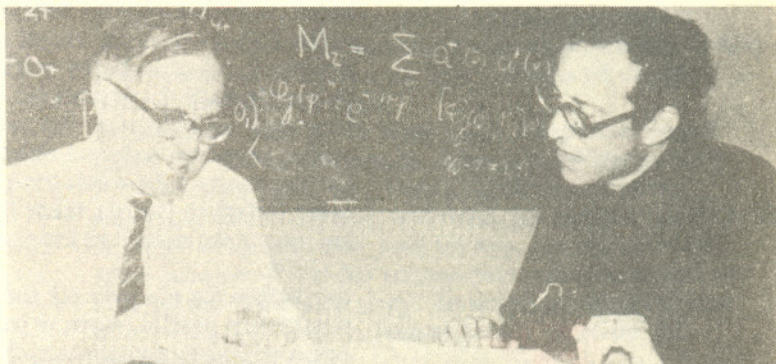
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots$$

można zawsze przypisać wartość liczbową (jest to tw. Leibniza; dowód jest prostym uogólnieniem rozważań dotyczących (***)).

2. Udowodnić, że suma

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n! \pi}{x},$$

gdzie x oznacza numer roku urodzenia Czytelnika, jest dobrze określona i nie zależy od łączenia i przestawiania składników.



Aage Bohr

Ben Mottelson

Nagroda Nobla z fizyki 1975 r.

Prof. dr Adam SOBICZEWSKI

W 1975 r. nagroda Nobla z fizyki została przyznana trzem fizykom jądrowym — dwóm Duńczykom: A. Bohrowi i B. Mottelsonowi oraz Amerykaninowi J. Rainwaterowi. Otrzymali oni ją za prace z teorii struktury jądra atomowego. Aage Bohr jest synem Nielsa Bohra, twórcy teorii budowy atomu. Urodził się w Kopenhadze w 1922 roku, tj. w tym samym roku, w którym jego ojciec otrzymał nagrodę Nobla za prace nad teorią atomu. Ukończył Uniwersytet Kopenhaski i od 1946 r. pracuje w Instytucie Fizyki Teoretycznej tego Uniwersytetu. Instytut ten założony został w 1921 r. przez Nielsa Bohra i po jego śmierci przemianowany został na Instytut Nielsa Bohra. Aage Bohr jest członkiem Duńskiej Akademii Nauk, Norweskiej Akademii Nauk oraz Amerykańskiej Akademii Sztuki i Nauk. Ben Mottelson urodził się w 1926 r. w Stanach Zjednoczonych. Tam też ukończył studia wyższe. W roku 1951 przeniósł się do Kopenhagi, gdzie pracuje dotychczas. Przyjął obywatelstwo duńskie. Współpracuje bardzo blisko z Aage Bohrem. James Rainwater urodził się w 1917 r. w Stanach Zjednoczonych, gdzie także ukończył studia wyższe. Jest profesorem w Uniwersytecie Columbia w Nowym Jorku.

Spróbujmy przyrzeć się tym spośród osiągnięć naukowych wymienionych trzech fizyków, które stały się najbardziej znane i cenione i za które w rezultacie otrzymali nagrodę Nobla. Cykl tych osiągnięć rozpoczął się ok. 1950 r. W tym czasie istniały dwa podstawowe wyobrażenia o strukturze, czy, jak mówimy, dwa podstawowe modele struktury jądra. Jeden — ugruntowany już dawno — to model kropłowy, przedstawiający jądro jako kroplę nieściśliwej, naładowanej elektrycznie (obecność protonów w jądrze) cieczy. Drugi — bardzo wówczas nowy — to model powłokowy, opracowany w latach 1948 – 50 przez Marię Goeppert-Mayer i Hansa Jensa (za co otrzymali oni nagrodę Nobla w 1963 r.). Model kropłowy jest modelem nukleonów silnie skorelowanych. Najmniejsza zmiana w położeniu czy prędkości (lub lepiej — zmiana stanu) jednego nukleonu jest silnie odczuwana przez pozostałe nukleony. Model powłokowy jest zaś modelem nukleonów nieskorelowanych. Według modelu tego każdy nukleon porusza się w potencjale wytworzonym przez pozostałe, oddziałujące na niego nukleony. Przyjmuje się, że zmiana stanu jednego nukleonu nie wpływa na ten potencjał (potencjał jądrowy), a więc i na ruch pozostałych nukleonów. W tym sensie nukleony poruszają się niezależnie. Model powłokowy wydaje się zatem przeciwstawny do modelu kropłowego i dlatego, jako młodszy, przyjmowany był przez fizyków z dużymi oporami.



James Rainwater

Sprostowanie

Do artykułu prof. dr Józefa Smaka pt. „Gwiazdy nowe” w Delcie 5/1976 wkrał się nieprzyjemny błąd. Otóż Nowa Łabędzia 1975 r. została odkryta przez uczniów Zespołu Szkół Mechanicznych w Chełmnie w dniu 29 sierpnia 1975 r. Obserwatorium UMK w Piwnicach pod Toruniem — potwierdziło ich spostrzeżenia. Nazwiska odkrywców brzmią: Józef Baranowski i Stanisław Garbacz. Za omyłkę serdecznie przepraszamy.

Model powłokowy przedstawia strukturę jądra podobnie do struktury atomu (tzn. do struktury powłok elektronowych), w którym elektrony poruszają się we wspólnym potencjale. Różnica jest ta, że w atomie jest to potencjał elektrostatyczny wytwarzany przez naładowane elektrycznie jądro, a w jądrze jest to potencjał jądrowy wytwarzany przez same nukleony. W obu przypadkach otrzymujemy strukturę powłokową (stąd nazwa modelu). Jądro o zapelnionych powłokach jest szczególnie trwałe, podobnie, jak trwałe są atomy pierwiastków o zamkniętych powłokach (gazy szlachetne — trudno wchodzące w reakcje chemiczne, bierne chemicznie).

Model kropkowy opisuje własności kolektywne jąder, tzn. te własności, do których poszczególne nukleony dają zgodny, sumujący się wkład. Model powłokowy zaś — własności niekolektywne, jednoczątkowe, o których decyduje stan jednego tylko lub kilku nukleonów.

Do 1950 r., z pomocą modelu kropkowego opisywano głównie własności statyczne jąder, takie, jak energia wiązania, rozmiary, kształt statyczny jąder. Np. założenie nieściślności cieczy w kropli prowadzi do tego, że objętość jądra jest proporcjonalna do liczby nukleonów A . Napięcie powierzchniowe zaś powoduje, że kropla dąży do przybrania takiego kształtu, by powierzchnia jej była najmniejsza przy zadanej objętości. Jest to kształt kulisty. Promień takiego kulistego jądra, wobec proporcjonalności objętości do A , jest proporcjonalny do $A^{1/3}$ — wynik dobrze znany z doświadczenia. Doświadczenie wskazuje jednak, że obok wielu jąder kulistych istnieją także jądra niekuliste (zdeformowane). Tego faktu nie da się już opisać modelem kropkowym i dlatego nie potrafiono tego wyjaśnić do r. 1950.

Do 1950 roku nie było też żadnych prób połączenia, syntezy modelu kropkowego z modelem powłokowym w jedną całość. Nie było także systematycznych prób opisu własności dynamicznych jąder, związanych z ich drganiami i obrotem. Idea połączenia modelu kropkowego z powłokowym polega na przyjęciu, że o własnościach kolektywnych jądra decydują zapelnione powłoki (tzw. „rdzeń”) jądra, a o własnościach jednoczątkowych — jeden lub kilka nukleonów znajdujących się poza ostatnią zapelnioną powłoką albo jedno lub kilka pustych miejsc w ostatniej zapelnionej powłoce (tzw. „dziury” w powłoce lub rdzeniu). Pierwszego kroku w kierunku połączenia obu modeli dokonał Rainwater w 1950 r. zakładając, że nukleon znajdujący się poza rdzeniem lub dziurą w rdzeniu mogą deformować rdzeń, ponieważ oddziałują z nim, podobnie jak Księżyc deformuje powierzchnię oceanu (fala przyptykowa), atmosferę, czy nawet (choć w mniejszym stopniu, bo trudniej deformowalną) litosferę Ziemi. W oparciu o to założenie Rainwater pokazał, że znaczna ilość nukleonów poza zamkniętą powłoką powoduje silną deformację jądra. Odtworzył on w ten sposób wspomniany wynik doświadczalny stwierdzający, że jądra dalekie od jąder o zamkniętych powłokach (czyli tzw. jąder magicznych, które są kuliste) są silnie zdeformowane. W latach 1950–52 Aage Bohr dał gruntowne podstawy dla pełnego połączenia modelu kropkowego i powłokowego w jedną całość, czyli podstawy tzw. modelu uogólnionego. Model ten jest w stanie opisywać zarówno kolektywne, jak i cząstkowe własności jąder. Syntezę tę poprzedził on rozszerzeniem samego modelu kropkowego na zjawiska dynamiczne w jądrze, dając podstawy tzw. modelu kolektywnego jądra. Punktem wyjścia była tutaj kwantyzacja (potrzebna przy opisie wszelkich mikroobiektów, obiektów świata atomów i cząstek) ruchu (drgań i obrotu) kropli cieczy.

Szczegółowego rozwinięcia modelu kolektywnego oraz modelu uogólnionego dokonali wspólnie A. Bohr i B. Mottelson, współpracujący bardzo blisko od 1952 r. Opracowali oni także wnioski wynikające z tych modeli. Jednym z wniosków było, że drganiami i obrotowi jąder odpowiadają bardzo charakterystyczne widma (układy poziomów wzbudzonych). Widma te zostały rzeczywiście wkrótce zaobserwowane doświadczalnie.

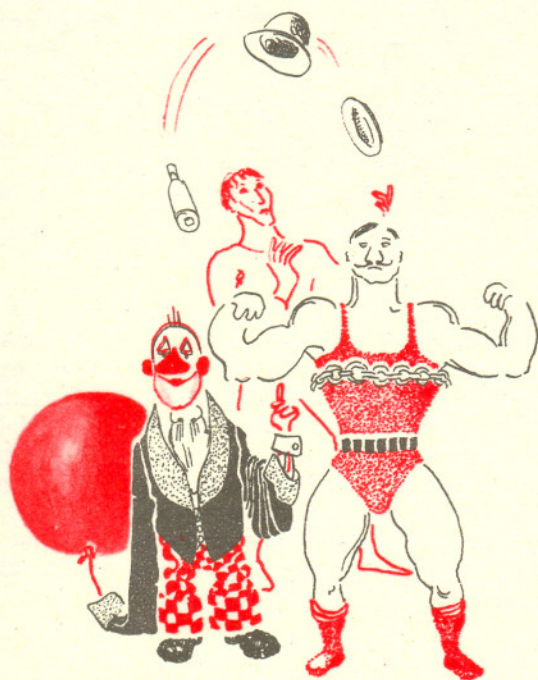
Bohr i Mottelson wyjaśnili i przewidzieli wiele innych zjawisk zachodzących w jądrze atomowym. Dali początek kilku nowym kierunkom w fizyce jądrowej. Skupili wokół siebie dużą grupę fizyków, przyczyniając się do znacznego rozwoju kopenhaskiej szkoły fizyki jądrowej, szkoły, której początek dał jeszcze Niels Bohr. Stworzyli atmosferę wielkiej życzliwości, zainteresowania, zachęty i, można powiedzieć, entuzjazmu dla pracy badawczej. Atmosfera ta, obok bardzo wysokiego poziomu naukowego, przyciąga do Kopenhagi fizyków z całego świata. Polscy fizycy jądrowi mają bardzo bliskie kontakty ze szkołą kopenhaską, pracując wspólnie nad wieloma zagadnieniami. Bohr i Mottelson odwiedzili Polskę. Ostatnią swoją wizytę złożył Bohr w 1967 r. z okazji Konferencji poświęconej setnej rocznicy urodzin Marii Skłodowskiej-Curie. Konferencja ta zgromadziła wybitnych fizyków i chemików jądrowych z całego świata.



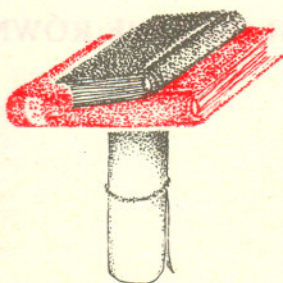
Rozwiązanie zadania M 95.

Niech m będzie liczbą naturalną nie większą od n . Liczba $n(n+1) \cdot \dots \cdot (3n-3)$ jest iloczynem $2n-2$ kolejnych liczb naturalnych. Udowodnimy, że są wśród nich dwie wielokrotności liczby m . W tym celu rozpatrzmy dwa przypadki.

- a) $m < n$. Wówczas $m \leq n-1$ i $2n-2 = 2(n-1) \geq 2m$. Wśród $2m$ kolejnych liczb naturalnych są oczywiście dwie podzielne przez m ; istnieją więc dwie takie liczby wśród $2n-2$ kolejnych liczb naturalnych.
- b) $m = n$. Wówczas wśród liczb, których iloczyn rozpatrujemy, występują liczby n i $2n$ (bo $2n \leq 3n-3$).



Wychodzimy z cyrku zachwyceni i pełni uznania dla artystów. Oczywiście zasługują na to, ich praca jest bardzo trudna i wymaga wielkich umiejętności. Czy tylko umiejętności? Chyba równie godna uznania jest ich znajomość praw fizyki i zastosowanie ich w praktyce. Spróbujmy ich naśladować. Żeby za dużo nie ryzykować doświadczenia przeprowadzimy na modelach.



SIŁACZ Z KARTKI PAPIERU

Weź zwykłą kartkę papieru, zwiń ją w rulonik i zwiąż nitką lub gumką. Nie spodziewasz się nawet, jaki ciężar może utrzymać taka papierowa kolumna. Możesz kłaść na niej ostrożnie książki i nie zawali się nawet pod sporą stertą. Kartka, którą tak łatwo jest zgnieść, zwinięta w rurkę jest odporna na działanie sporej nawet siły. Takie puste w środku rurki mają wielkie znaczenie praktyczne. Są lekkie i jednocześnie bardzo mocne. Z podobnych rurek, oczywiście metalowych robi się rusztowania (zajrzyjcie do podsumowania konkursu „Budujemy mosty”). A w przyrodzie? Dawniej kijki do nart czy maszty namiotów robiono z pałeczek bambusowych, a teraz robi się je z rurek stalowych lub duraluminiowych. Zresztą, nie trzeba tak daleko szukać. Pomyśl o swoich kościach, które są przykładem podobnej konstrukcji. Czy wiesz teraz, skąd się bierze ta zdumiewająca wytrzymałość akrobata w cyrku?

FIZYKA W CYRKU

CYRK „SALTO” PRZEDSTAWIA

Po uroczystym rozpoczęciu przedstawienia na arenę wbiegło pięciu akrobatów. Z wielką zręcznością wykonywali skoki i obroty w powietrzu odbijając się od deski. Na koniec jeden wskoczył na ramiona drugiego, kolejno dołączyli się następni i powstała imponująca piramida. Widownia oklaskuje każdy skok, ale najbardziej podziwia tego, który stoi na dole i dźwiga na swych barkach czterech kolegów.

Konferansjer zapowiada teraz jeden z najtrudniejszych numerów. Oto nieustraszony Alberto przejdzie po linie rozpostartej wysoko nad ziemią. Milknie orkiestra, reflektory oświetlają linę, widownia jak zakłęta. Ukazuje się Alberto. Żeby uświetnić swój występ, artysta utrudnił sobie zadanie. W zębach trzyma pręt z zawieszonymi na nim dwoma wiadrami wody. Ze skupioną miną Alberto posuwa się wzdłuż liny. Jeszcze krok i ... udało się. Wielkie brawa!

Następny numer daje odprężenie widzom, chociaż jest nie mniej ciekawy. Na arenę wchodzi dwaj żonglerzy. Przynieśli ze sobą różne przedmioty i teraz rzucają je sobie nawzajem niezwykle zręcznie. Różne obręcze, talerze, kapelusze latają w powietrzu. Artyści chwytają je w locie jakby od niechcenia, ale ani jeden przedmiot nie upadł na ziemię. To budzi uznanie, ale zupełną zagadką jest, jak jeden z żonglerów potrafił sprawić, że kilka talerzy wisi praktycznie w powietrzu, lekko tylko wsparte są na laskach, które artysta trzyma w rękach.

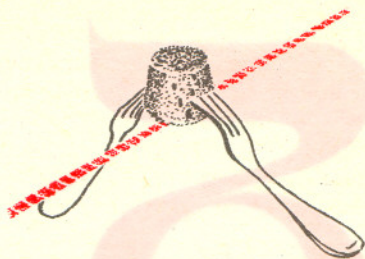
Czas na następny mrozący krew w żyłach występ. Pomocnicy ustawiają pętlę śmierci. Roberto, najodważniejszy z odważnych przejedzie po tym torze na rowerze. Wszyscy są w niego wpatrzeni. Czy uda mu się zatoczyć okrąg? Czy nie spadnie ze szczytu koła głową do dołu? Na szczęście widzowie niepotrzebnie się obawiali. Dla Roberto nie ma nic niemożliwego. Oklaskom nie ma końca.



KOREK LINOSKOCZEK

Co zrobić, żeby kawałek korka dał się łatwo położyć na poziomo zawieszonym sznurku, bez obawy, że upadnie? Jest na to łatwy sposób. Wbij w korek ukośnie dwa widelce, symetrycznie z dwóch stron. Kiedy położysz taki obciążony korek na sznurku, przekonasz się, że możesz popychać go jednym palcem wzdłuż sznurka nie troszcząc się o równowagę. Wiemy, że o stabilności układu decyduje położenie środka ciężkości. Widelce są dużo cięższe od korka, dzięki temu środek ciężkości korka z widelcami leży nisko, poniżej sznurka.

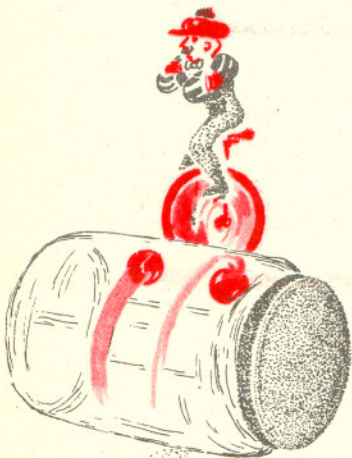
Z tym samym układem można zrobić coś jeszcze dziwniejszego: w korek obciążony widelcami wbij od dołu szpilkę i postaw taki układ na odwróconej dnem do góry butelce. Takie położenie też jest stabilne, nawet trudno jest ten układ przewrócić, tak pewnie trzyma się na swej jednej, cienkiej nóżce.



KIEDY JESTEŚMY ŻONGLERAMI?

Jeśli będąc w cyrku przyjrzałeś się z bliska przedmiotom rzucanym i chwytanym przez żonglerów i talerzowi, który nie spadał z czubka prawie poziomo trzymanej laski, to powinieneś zauważyć, że wszystkie te przedmioty są wprawione w szybki ruch wirowy. Wirujące przedmioty mają tendencję do zachowywania stale tego samego kierunku osi obrotu. Na wykorzystaniu tej własności ciał polega tajemnica powodzenia żonglerów. Jeśli krążek, który wyrzucamy w górę, wprawimy w ruch wirowy, będzie on stale tak samo nachylony do Ziemi, dzięki czemu łatwo go będzie złapać na laskę. Czy my też czasem nie wykorzystujemy tej cechy ciał wirujących, gdy jako małe dzieci bawimy się bąkiem?

Konstruktorzy samolotów wykorzystują wirujący bąk do automatycznego podtrzymywania kursu. Odpowiedni mechanizm śledzi odchylenia osi pojazdu od osi bąka i w razie potrzeby koryguje je.



PĘTLA ŚMIERCI

Pokonanie „pętli śmierci” jest również przykładem sztuki, której można dokonać tylko w szybkim ruchu. Nikt nie umiałby wisieć w powietrzu pod szczytem pętli, natomiast każdy bez trudu przejechałby pętlę, gdyby się uprzednio odpowiednio rozpędził. Sztuka ta wymaga jedynie trochę odwagi. Może umiałbyś zrobić taki diabelski tor dla samochodzików? Jeśli to jest zbyt trudne, możesz w inny sposób obserwować taki ruch ciała po pionowym okręgu. Weź duży słoik, wrzuc do niego parę koralików i potrząsając słoikiem trzymanym poziomo wpraw koraliki w szybki ruch wokół powierzchni słoika. Nawet, kiedy przestaniesz potrząsać słoikiem, koraliki wykonają parę „pętli śmierci”, zanim zwolnią na tyle, że oderwą się od powierzchni słoika i spadną w dół.



ODLEGŁOŚĆ ODLEGŁOŚCI NIE RÓWNA!

Zwyczajna odległość (taka mierzona w kilometrach, metrach... czasem, jak bywa na górskich wycieczkach, również w godzinach) jest pojęciem użytecznym, kiedy na przykład bardzo nam się spieszy, żeby obejrzeć w telewizji ciekawy program, ale mama każe przedtem wysłać list. Oceniamy wtedy, która ze znanych nam skrzynek pocztowych znajduje się najbliżej domu, prędko do niej biegniemy i równie szybko wracamy z powrotem.

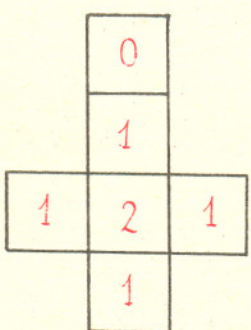
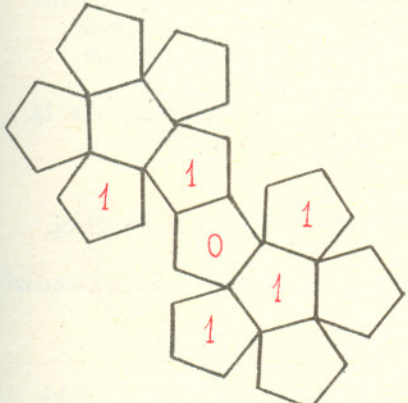
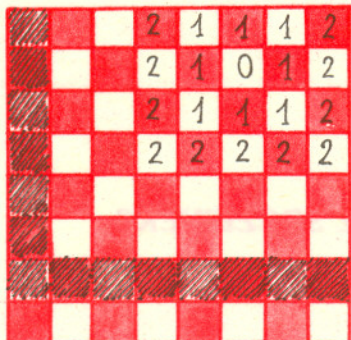


Czasem jednak bardziej potrzebne bywają inne odległości. Oto grymy w szachy i jesteśmy w sytuacji pokazanej na rysunku. Przeciwnik, który gra białymi, wybił nam bardzo dużo figur, chcemy więc jak najszybciej się odegrać. Nasz czarny konik aż się pali, żeby zbić jeden z białych pionków. Do którego z nich ma najbliższej? Jeśli znacie reguły gry w szachy, stwierdzicie, że najbliższy jest do tego, który stoi najdalej. Konik szachowy, lekceważąc sobie nasze przyzwyczajenia, odległość mierzy wyłącznie najmniejszą liczbą ruchów, które musi wykonać, żeby dostać się na upragnione pole. A matematyk nie ma nic przeciwko temu, dla niego każde określenie odległości jest dobre, jeżeli spełnia takie trzy warunki:



- 1) Odległość między dwoma punktami nie może być ujemna, przy czym o zero każdy z punktów jest odległy tylko od siebie samego.
- 2) Odległość w jedną stronę jest zawsze taka sama jak odległość z powrotem.
- 3) Odległość między dwoma punktami nie jest nigdy większa niż odległość między nimi mierzona „na raty” — przez jakiś punkt pośredni (nie skrócimy drogi ze szkoły do domu wstępując po drodze do kina).

Jedną z takich porządných odległości, określoną dla pól szachownicy, jest ulubiona odległość króla szachowego. Jak wiecie (jeśli nie, spytajcie tatę albo kolegę), król może w jednym ruchu przesunąć się na każde z 8 pól sąsiednich. (Jeżeli stoi przy brzegu szachownicy, to pól sąsiednich jest oczywiście mniej.) Pole, na którym stoi król, oznaczyliśmy zerem (jest to odległość tego pola od siebie samego). Pola, do których król może dojść w jednym ruchu, oznaczamy pisząc tam jedynki. Podobnie, wpisujemy dwójki tam, dokąd król może zejść w dwóch ruchach (ale nie może zejść w mniejszej ilości ruchów: w jednym, czy też nie ruszając się wcale) i tak dalej. Na rysunku zakreślowane są wszystkie pola oddalone od króla o 5 — matematycy nazwaliby zbiór tych pól sferą o promieniu 5 (środek jest tam, gdzie napisaliśmy zero). Dziwacznym językiem posługują się ci matematycy — czasem może się jednak taki język przydać. Pobawmy się teraz w podobny sposób na sześcianie (rysunek przedstawia siatkę sześcianu). Zaczynamy od zera, wpisujemy jedynki i okazuje się, że tylko na jednym polu możemy wpisać dwójkę — odkrywając przy okazji ścianę przeciwległą do śiany zerowej. Wielka mi sztuka — pewno powiecie — znaleźć ścianę przeciwległą moglibyśmy i bez tego. Broniąc swojej metody dam Wam inne zadanie: znajdźcie ścianę przeciwległą do każdej ściany dwunastościanu foremego i pomalujcie na narysowanej jego siatce pary ścian przeciwległych (każdą parę innym kolorem).



A oto inne zadania.

1. Poszukajcie pary przeciwległych krawędzi sześcianu i dwunastościanu foremego. Do rozwiązania dobrze jest tu posłużyć się pewną odległością. Jaką? Pomyślcie sami.
2. W jednym kroku z danej liczby można przejść albo do liczby o 10 większej, albo do liczby o 10 mniejszej (jeżeli nie okaże się ona ujemna), albo do liczby dwa razy większej, albo, jeśli nasza liczba jest parzysta, do liczby dwa razy mniejszej. Jaka jest odległość, mierzona liczbą koniecznych do wykonania kroków, między liczbą 3 a liczbą 7, przy tak określonej odległości? Przykładowo, od liczby 1 do liczby 3 można przejść po takiej drodze: 1, 2, 12, 6, 3. Droga ta składa się z 4 kroków, a więc odległość 1 od 3 jest nie większa niż 4. Czy istnieje droga krótsza? Czy da się od liczby 1 dojść do każdej innej liczby? Do jakich się nie da? Czy potraficie uzasadnić odpowiedź?
3. Wprowadzamy następujący sposób mierzenia odległości między liczbami całkowitymi. Odejmujemy mniejszą z nich od większej (jeśli są różne) i mnożymy tyle dwójek przez siebie, ile wyniósł wynik. (Odległość liczby od siebie samej określamy jako zero). Na przykład, odległość między 7 a 4 obliczamy tak:

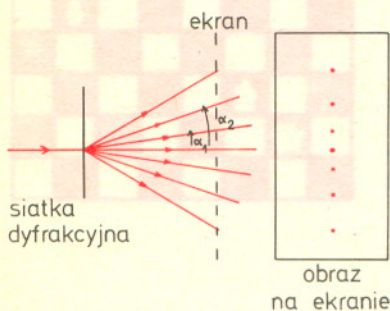
$$7 - 4 = 3 \qquad \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 = 8}{3 \text{ razy}}$$

Sprawdźcie, że nie jest to odległość, która ucieszy matematyka: 7 jest odległe od 4 o 8, natomiast suma odległości między 7 a 5 oraz między 5 a 4 jest od 8 mniejsza (ile wynosi?).

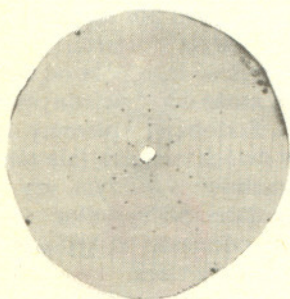
„Małą Deltę” opracowali Przemysław Nowicki i Daria Ziemińska.



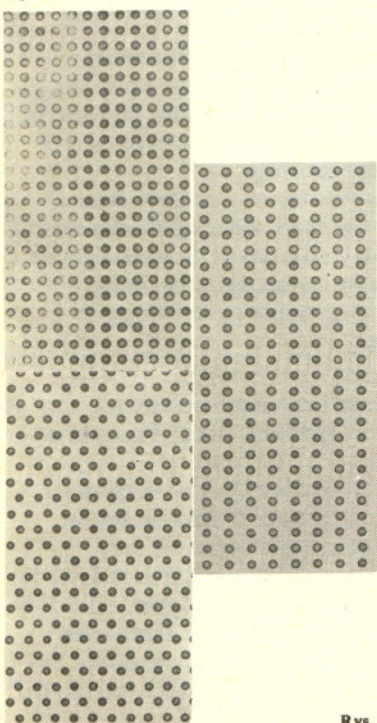
JAK NIE ZBUDOWAĆ NAJLEPSZEGO NA ŚWIECIE MIKROSKOPU?



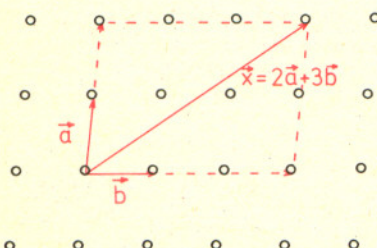
Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4

Nawet najlepszy mikroskop optyczny nie przekroczy naturalnej granicy wyznaczonej przez długość fali świetlnej: najbliższe leżące dwa punkty, które potrafi on rozróżnić, będą odległe o wielkość rzędu długości tej fali. Aby zaobserwować obiekty jeszcze mniejsze, konieczne jest użycie do wytworzenia obrazu fal o długości mniejszej niż długość fali świetlnej. Taką możliwość dają mikroskopy elektronowe: wiązka elektronów przyspieszonych do energii rzędu 100000 eV ma długość fali równą niewielkiemu ułamkowi rozmiarów atomu — pojawia się tu jednak inna trudność: wzajemne odpychanie jednoimiennie naładowanych elektronów zniekształca ich tory.

Chciałoby się więc znaleźć do konstrukcji mikroskopu inne krótkie fale. Niezłe byłyby promienie Roentgena. Ich długość fali jest tego samego rzędu, co długość fali szybkich elektronów — moglibyśmy więc oglądać najmniejsze nawet atomy pod mikroskopem Roentgena, gdyby taki istniał. Nie da się zaprzeczyć, że zbudowanie takiego mikroskopu byłoby olbrzymim osiągnięciem. Niestety jednak nikomu nie udało się dotychczas zrobić soczewki, która skupiałaby promienie X, przechodzą one bowiem przez materię praktycznie bez załamania. W tym momencie każdy zada pytanie:

A NIE MOŻNA BEZ SOCZEWEK?

Odpowiedź, jak zwykle w życiu, brzmi: I tak i nie.

Nie można bez mikroskopu oglądać pojedynczych atomów, sytuacja jednak jest lepsza dla uporządkowanych układów tych atomów. Znakomitym przykładem są tu kryształy, stanowiące układy o periodycznej strukturze przestrzennej. Te same zjawiska, które w mikroskopie powodują zniekształcenia obrazu przy dużych powiększeniach, a mianowicie dyfrakcja i interferencja, umożliwiają badanie uporządkowanych układów atomów. Najprostszym przykładem takiego eksperymentu jest przepuszczanie wiązki światła przez siatkę dyfrakcyjną (rys. 1). Jak wiadomo, obserwujemy wtedy szereg wiązek ugiętych pod kątami spełniającymi związek:

$$(1) \quad \sin \alpha_k = \frac{k\lambda}{d} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \text{ gdzie } \lambda \text{ jest długością fali świetlnej,}$$

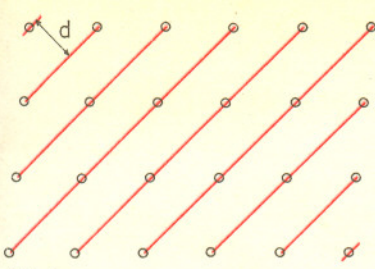
a d odległością między kolejnymi szczelinami siatki, przy czym odchylenie zachodzi w płaszczyźnie prostopadłej do szczelin siatki.

Jak łatwo sobie wyobrazić, obrazy dyfrakcyjne utworzone przez promienie roentgenowskie, które przeszły przez kryształ, są znacznie bardziej skomplikowane. Dzięki uprzejmości dr Elżbiety Rohozińskiej z Instytutu Fizyki Doświadczalnej UW mogę zademonstrować taki obraz otrzymany dla kryształu germanu (rys. 2).

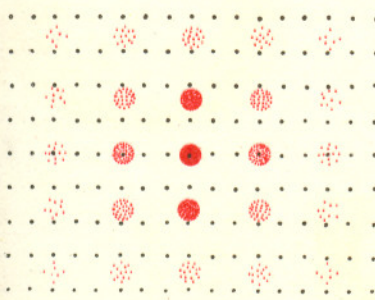
Słyszę już, jak niecierpliwi Czytelnicy pytają: A gdzie tu laboratorium w domu? W kopercie, rzecz jasna. Wyjmujemy z dołączonej do numeru koperty klatkę filmu 16 mm i przykładając ją bezpośrednio do oka patrzymy na punktowe źródło światła w miarę możliwości monochromatycznego. W praktyce może to być zwykła żarówka oglądana z odległości kilku metrów przez czerwony filtr fotograficzny. Dzięki ugięciu światła przez periodyczną dwuwymiarową sieć (bo taka znajduje się na filmie) zobaczymy nie jedną żarówkę, ale jej obraz powielony również w formie sieci periodycznej. Na klatce filmowej znajdują się trzy takie sieci, przedstawione w powiększeniu na rys. 3. Doświadczenie, które wykonujemy, jest uproszczoną kopią badań dyfrakcji promieni Roentgena na kryształach. Podstawowe różnice są dwie: nasza sieć jest dwuwymiarowa a nie przestrzenna oraz odległości między jej „atomami”, a także długość użytej fali są o kilka rzędów wielkości większe niż przy dyfrakcji promieni X na kryształach. Zasada jest jednak ta sama. Skoro już sobie obejrzelśmy, co widać przez nasz film, możemy zapytać

JAKIE INFORMACJE MOŻNA W TEN SPOSÓB OTRZYMAĆ?

Prostą sieć płaską wyznaczają dwa wektory translacji \mathbf{a} i \mathbf{b} (rys. 4). Każdy punkt sieci można przedstawić w postaci $\mathbf{x} = n\mathbf{a} + m\mathbf{b}$ gdzie n i m są liczbami całkowitymi. Znajdź długość fali użytej w doświadczeniu oraz mierz kąt ugięcia poszczególnych obrazów dyfrakcyjnych można wyznaczyć wektory \mathbf{a} i \mathbf{b} , a zatem i całą sieć. Jak to zrobić?



Rys. 5



Rys. 6

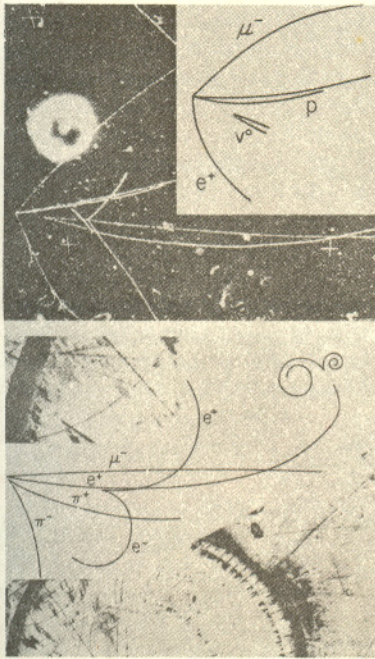
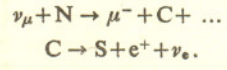
Czy świat jest powabny

Szczegółową odpowiedź na to pytanie pozostawiam Czytelnikowi dodając wskazówkę: na sieć dwuwymiarową można patrzeć jak na zbiór siatek dyfrakcyjnych, których szczeliny są rzędami „atomów” sieci (rys. 5). Rysując w różny sposób takie siatki otrzymamy ugięcia w różnych kierunkach. Można zastosować wzór (1) i w ten sposób bez użycia mikroskopu czy lupy określić dokładnie ułożenie „atomów” naszej sieci.

Powstaje pytanie, czy możemy z obrazu dyfrakcyjnego wnioskować także o budowie samych „atomów” sieci — na przykład, czy są to kółka czy krzyżki. Okazuje się, że pewnych informacji na ten temat może dostarczyć badanie jasności poszczególnych obrazów dyfrakcyjnych.

Nie chciałbym, żeby Czytelnicy, którzy nie przeprowadzili szczegółowych rozważań, wyrobili sobie pogląd, że sieć przestrzenna obrazów dyfrakcyjnych i sieć rzeczywista „atomów” pozostają w takiej samej zależności, jak przedmiot i jego obraz otrzymany za pomocą soczewki. Dla przykładu, dla sieci prostokątnej obraz dyfrakcyjny będzie wyglądał, jak na rys. 6.

Rok temu („Delta” 6/1975) donosiliśmy o odkryciu nowych cząstek o niezwykle długim (w skali mikroświata) czasie życia. Ich istnienie nie mieściło się w dotychczasowych schematach klasyfikacji cząstek. Zagadkę można było rozwiązać postulując istnienie czwartego kwarku obdarzonego zupełnie nową liczbą kwantową nazwaną w języku angielskim charm (czyt. czarm), co można spolszczyć jako powab, czar, wdzięk. Wprowadzenie nowego kwarku do rodziny trzech znanych już i odpowiedzialnych za budowę wszystkich dotychczas obserwowanych cząstek to zabieg wielce śmiały. Jeżeli z trzech kwarków można utworzyć tak wiele cząstek, to dodanie nowego kwarku powinno zwiększyć listę znanych cząstek o wszystkie kombinacje, w których nowy kwark wstawiamy na miejsce któregoś znanego. Powstał problem, gdzie są te nowe przewidywane cząstki, jak je zaobserwować? Na całym świecie rozpoczęto gorączkowe poszukiwania. Już w końcu 1975 r. napływały pierwsze informacje, że natrafia się w komorach pęcherzykowych na ślady procesów świadczących, że takie nowe cząstki (w żargonie nazywane czarmowymi) istnieją. Zarejestrowane zdarzenia nie były jednak w pełni przekonujące. Dopiero w pierwszych dniach stycznia 1976 r. nadeszła wieść z dwóch źródeł o zaobserwowaniu zdarzeń bardzo mocno podtrzymujących tezę istnienia cząstek czarmowych. Wszystkie znalezione zdarzenia mają te same podstawowe cechy charakterystyczne. Do komory pęcherzykowej dochodzi wiązka neutrin. Neutrino zderza się z nukleonem cieczy wypełniającej komorę. W procesie zderzenia powstają różne cząstki, które nie są istotne dla naszego dalszego rozważania, oraz mezon μ tak zwany mion, elektron dodatni (inaczej pozyton) oraz cząstka obdarzona dziwnością (patrz „Delta” 12/1974). Istnienie mionu jest proste do wyjaśnienia — powstaje on w wyniku oddziaływania neutrina z materią. Mion należy do tej samej klasy cząstek, co neutrino i w sposób uproszczony można powiedzieć, że neutrino przekształca się w mion. Istnienie w oddziaływaniu elektronu dodatniego i pojedynczego mezonu obdarzonego dziwnością nie może być wyjaśnione dotychczasowymi regułami rządzącymi zderzeniem cząstek. Pozyton może pochodzić z rozpadu cząstki, która powstała w pierwotnym zderzeniu. Cząstka dziwna może pochodzić również z tego samego rozpadu. Istnieją przesłanki teoretyczne pozwalające sądzić, że cząstki czarmowe rozpadają się najchętniej na cząstki dziwne. Zarejestrowane zdarzenia można więc interpretować jako zderzenie neutrina + nukleon, w wyniku którego produkuje się cząstka czarmowa (C) wraz z innymi cząstkami. Cząstka czarmowa rozpada się z kolei na cząstkę obdarzoną dziwnością (S), pozyton (e^+) oraz neutrino elektronowe, którego nie widać, ponieważ ucieka z komory bez oddziaływania.



Zamieszczamy dwa zdjęcia (wraz ze szkicem objaśniającym) ostatnio zaobserwowanych zdarzeń. Pierwsze pochodzi z komory pęcherzykowej Gargamelle w CERNie (Europejska Organizacja Badań Jądrowych mieszcząca się w Genewie). Ślady pozytonu (e^+) oraz dziwnej cząstki rozpadającej się na dwie cząstki naładowane (V^0) pochodzą prawdopodobnie z rozpadu cząstki czarmowej. Zdjęcie drugie wykonano w 15-stopowej komorze w laboratorium im. Fermiego w Batawii (USA). Pozytonowi (e^+) towarzyszy mezon K^0 obdarzony dziwnością, rozpadający się na mezon pi dodatni i ujemny ($\pi^+ \pi^-$). Przyjmuje się, że obie te cząstki pochodzą z rozpadu cząstki czarmowej. Podana interpretacja zdarzeń wydaje się być najbardziej prawdopodobna. Nie można jednak uznać, że są to niepodważalne dowody na istnienie cząstek czarmowych. Fizycy tak pragną ich istnienia, że może przeoczono nieświadomie jakąś lukę w argumentacji. Można jednak powiedzieć, że istnienie tych cząstek jest bardzo prawdopodobne i że w bieżącym roku można spodziewać się szeregu nowych fascynujących doniesień na ten temat — świat jest chyba powabny.