

SPIS TREŚCI

Od szczególnego przypadku
do uogólnienia
— uzmiennianie stałych (cz. I)
Prof. dr Zofia Krygowska str. 1

Badania teoretyczne w dziedzinie,
w której brak teorii (cz. I)
Doc. dr hab. Stefan Pokorski str. 4

Czego nie może maszyna
Turinga, czyli o algorytmach (II)
Prof. dr Andrzej Mostowski str. 6

Zadania str. 7

Związki astronomii z fizyką
Dr Sławomir Ruciński str. 8

«Delta» z wizytą w pracowni
programowania Instytutu
Matematyki UW
Mgr Marek Cichy str. 10

Co to jest prawo wielkich liczb?
Dr Wiesław Szlenk str. 12

Dlaczego Niemcy nie zdążyli
wynaleźć bomby atomowej str. 14

Laboratorium w domu
Dr Jan A. Gaj str. 17

„Delta”
matematyczno-fizyczny miesięcznik
popularny
Polskiego Towarzystwa
Matematycznego i Polskiego
Towarzystwa Fizycznego
wydawany przy poparciu
Polskiej Akademii Nauk oraz
Ministerstwa Oświaty i Wychowania

Komitet Redakcyjny
prof. dr G. Białkowski
doc. dr A. Blikle
prof. dr A. Hryniewicz
doc. dr B. Iwaszkiewicz
prof. dr J. Janik
doc. dr J. Jatzak
prof. dr Leon Jeśmanowicz —
przewodniczący
prof. dr Z. Krygowska
prof. dr K. Leibler
mgr W. Łuczniak
mgr A. Mąkowski
prof. dr A. Pełczyński
prof. dr Arkadiusz Piekara —
wiceprzewodniczący
prof. dr J. Rayski
prof. dr W. Rubinowicz
prof. dr A. Schinzel

prof. dr Z. Semadeni
prof. dr M. Subotowicz
dr A. Wakulicz
doc. dr W. Zawadowski

Redaguje Kolegium w składzie:
T. Deskur — red. techn. graf.
doc. dr T. Hofmokl — z-ca red. nac.
mgr T. B. Iwiński
dr M. Kordos — red. nac.
dr Z. Płochocki
D. Tys — sekr. red.
opracowanie okładki
art. graf. K. Dobrowolski
Adres Redakcji
ul. Śniadeckich 8,
00-656 Warszawa, PTM

Zakład Narodowy im.
Ossolińskich — Wydawnictwo.
Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 30000 egz. Objętość 2 ark.
wyd.; 2,50 ark. druk.;
papier offsetowy III kl., 80 g, 61 × 86
Wydrukowano w Drukarni im.
Rewolucji Październikowej,
Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 1155/74 W-45

WARUNKI PRENUMERATY Cena prenumeraty rocznej zł 60,— cena prenumeraty półrocznej zł 30,—

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły — mające siedzibę w miastach wojewódzkich i powiatowych, zamawiać mogą prenumeratę wyłącznie za pośrednictwem miejscowych oddziałów i delegatur RSW-Prasa-Książka-Ruch, w terminie do dnia 25 listopada na rok następny.

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły — mające siedzibę na wsi lub miejscowościach w których nie ma oddziałów RSW-Prasa-Książka-Ruch, winny opłacać prenumeratę w terenie właściwych urzędach pocztowych.

Prenumeratę krajową dla czytelników indywidualnych przyjmują urzędy pocztowe, listonosze i Centrala Kolportażu RSW-Prasa-Książka-Ruch, 00-958 Warszawa, ul. Towarowa 28, konto PKO 1-6-100020 w terminie do dnia 10 miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty.

Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 40% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje Biuro Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych RSW-Prasa-Książka-Ruch, 00-840 Warszawa ul. Wronia 23, konto PKO nr 1-6-100024.

Sprzedaż numerów bieżących i uprzednich

Instytucje państwowe i społeczne, zakłady pracy, szkoły i czytelnicy indywidualni mogą nabywać „DELTE”:

w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN.
Sprzedaż gotówkowa i wysyłkowa, pojedynczych numerów i w kontynuacji; płatność gotówką, przelewem lub za zaliczeniem pocztowym.
Adres: ORPAN 00-901 Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, konto PKO nr 1-6-100312

w Księgarni Ossolineum, Rynek 8, 50-106 Wrocław
w Głównej Księgarni Naukowej, Krakowskie Przedmieście 7, 00-068 Warszawa
w Księgarni Naukowej, ul. Podwale 6, 31-118 Kraków

W następnym numerze:

Reportaż z Wietnamu
Tablica wszystkich znanych
cząstek elementarnych

Od szczególnego przypadku do uogólnienia — uziemiennianie stałych (cz. I)

Prof. dr Zofia KRYGOWSKA



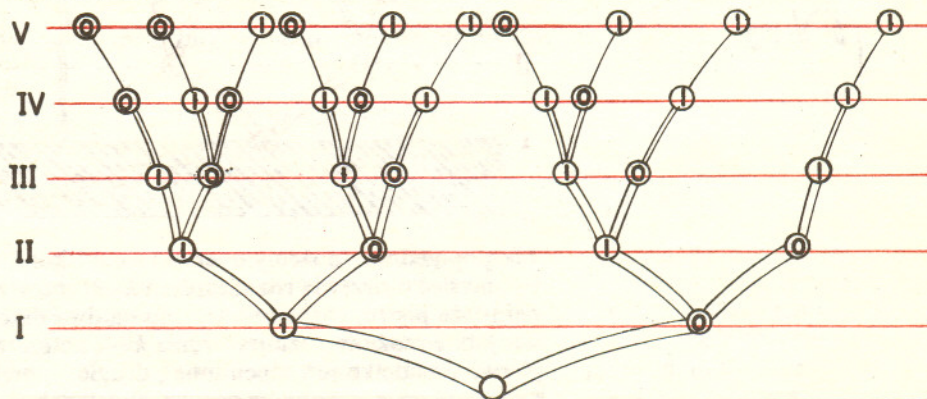
W swej książce poświęconej rozwiązywaniu elementarnych zadań matematycznych* G. Polya zaleca „rzut oka wstecz”, na drogę, na której uzyskaliście rozwiązanie zadania. Pisze on: „Nawet najlepsi uczniowie po otrzymaniu rozwiązania zadania i starannym zapisaniu toku rozumowania zamykają zeszyt i biorą się do czego innego. Postępując tak, opuszczają ważną i pouczającą fazę pracy. Spoglądając wstecz na otrzymane rozwiązanie, ponownie analizując wynik i prowadząc doń drogę, mogliby utwierdzić swą wiedzę i rozwinąć swoje zdolności do rozwiązywania zadań [...] żaden problem nie jest nigdy wyczerpany całkowicie. Zawsze coś zostaje jeszcze do zrobienia; badając problem dostatecznie wnikliwie, możemy ulepszyć każde rozwiązanie, a w każdym razie zawsze udoskonalić nasze rozumowanie rozwiązania”.

„Rzut oka wstecz” może nie tylko ułatwić nam lepsze rozumienie otrzymanego rozwiązania, ale także często pozwala dojrzeć w zastosowanym — w szczególnym przypadku — postępowaniu pewnej ogólniejszej metody o znaczeniu szerszym. Może nam ukazać to, co sprzyjało uzyskaniu rozwiązania i co je hamowało. Może zwrócić uwagę na błędy metodyczne, których należałoby unikać. „Rzut oka wstecz” to ważna faza pracy na każdym poziomie uczenia się matematyki oraz rozwiązywania problemów matematycznych — i tych elementarnych, dostępnych dla ucznia szkoły podstawowej, i tych „wielkich”, stanowiących temat pracy twórczej matematyków. Jeden z najwybitniejszych matematyków francuskich pierwszej połowy naszego wieku, Henri Lebesgue (1875–1941), powiedział w toku dyskusji na kongresie w r. 1937: „To, czego dokonałem w matematyce, było naturalnym i czasem natychmiastowym rezultatem rozważania przyczyn tego czy innego sukcesu, tej czy innej porażki, badania powodów mocy lub niemocy tej czy innej idei, i wyobrażam sobie, że tak było u każdego z nas”.

W kolejnych dwóch artykułach przeanalizujemy na dwóch różnych przykładach drogi rozumowania prowadzące od konkretnego numerycznego przypadku do ogólnego twierdzenia z punktu widzenia „mocy czy niemocy” rozwiązania zadania w szczególnym przypadku oraz sposoby wykorzystania tego rozwiązania dla rozwiązania problemu ogólniejszego. Będą to tylko przykłady; zagadnienie wymagałoby bardzo szerokiego omówienia, można by mu poświęcić całą książkę.

Przykład I

Rozporządzamy pięcioma ponumerowanymi pudełkami oraz trzema jednakowymi żetonami. Żetony układamy w pudełkach (w pudełku najwyżej jeden żeton). Ilość różnymi sposobami można rozmieścić żetony w pudełkach? Zadanie rozwiążemy budując „drzewo wszystkich możliwości”. Poszczególne poziomy odpowiadają kolejnym pudełkom, liczba 1 zapisana w węźle gałązki sygnalizuje, że w pudełku o danym numerze umieściliśmy żeton, liczba 0 — że pudełko to jest puste. Pamiętajmy, że należy zapełnić tylko trzy pudełka, a dwa pozostawić puste. Oto nasze drzewo.



Mamy więc 10 możliwych rozmieszczeń trzech żetonów w pięciu pudełkach, co zapiszemy symbolicznie $\binom{5}{3} = 10$.

*G. Polya, *Jak to rozwiązać?*, PWN, 1964.



Następne zadanie: Iloma sposobami można rozmieścić dwa żetony także w pięciu pudełkach? Pierwsza nasza myśl — to zbudować nowe drzewo. Czy to konieczne? Czy nie możemy wykorzystać drzewa zbudowanego poprzednio? Każda gałązka przedstawia rozmieszczenie, w którym trzy pudełka są pełne (trzy jedynki) i dwa puste (dwa zera). Teraz chcemy mieć dwa pudełka pełne i trzy puste. A więc? Wystarczy zmienić kod — to samo drzewo da nam rozwiązanie naszego nowego zadania, jeżeli symbol 0 odczytamy jako wskazówkę, że w pudełku o danym numerze umieszczamy żeton, symbol 1 jako wskazówkę, że pudełko o danym numerze ma być puste. Liczba gałęzi się nie zmieni przez zmianę kodu, zatem

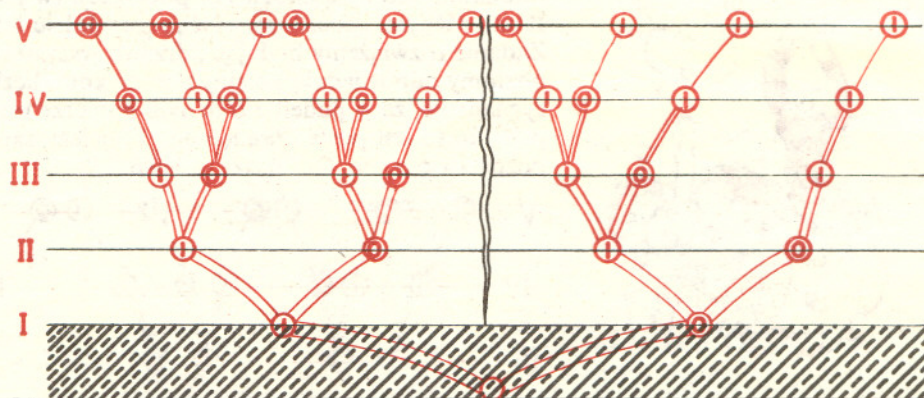
$$\binom{5}{2} = \binom{5}{3} = 10.$$

Dlaczego udało się nam wykorzystać to samo drzewo dwukrotnie do rozwiązania różnych zadań numerycznych? Oczywiście dlatego, że zadania te miały charakter „dualny”: liczba pudełek pustych w jednym przypadku była równa liczbie pudełek pełnych w drugim, i na odwrót. Ważne było to, że $2 = 5 - 3$. Czy istotne były te dane numeryczne, czy związki między nimi? Popatrzmy na nasze drzewo. Możemy je budować w górę lub obcinać od góry zmieniając liczbę pudełek. Możemy zmieniać liczbę jedynek i zer w poszczególnych gałęziach, zmieniając liczbę żetonów. Ale każde takie drzewo możemy interpretować dualnie, raz odczytując znak 1 jako wskazanie, że dane pudełko jest pełne, znak zaś 0 — że jest puste, drugi raz odczytując te znaki w sensie przeciwnym. A zatem, gdy posiadamy n pudełek i k żetonów (zakładamy na razie $0 < k < n$), mamy tyle samo możliwych rozmieszczeń, co mając n pudełek i $n - k$ żetonów;

zapiszemy symbolicznie ten fakt: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

Wykorzystamy obserwację naszego drzewa jeszcze głębiej. Usuńmy pierwsze piętro. Co otrzymamy? Jak możemy zinterpretować nową sytuację? Nasze drzewo rozpadło się na dwa drzewa. Jedno — wyrastające z węzła, który poprzednio oznaczyliśmy pierwszym od dołu znakiem 1 — przedstawia wszystkie możliwe rozmieszczenia dwóch ($3 - 1 = 2$) żetonów w czterech ($5 - 1 = 4$) pudełkach, drugie — wyrastające z pierwszego od dołu węzła oznaczonego znakiem 0 — przedstawia wszystkie możliwe rozmieszczenia trzech żetonów w czterech ($5 - 1 = 4$) pudełkach. Ale suma liczb gałęzi obu tych drzew jest równa liczbie

gałęzi pierwotnego drzewa, a zatem $\binom{5}{3} = \binom{4}{2} + \binom{4}{3}$.



Jak poprzednio, możemy oderwać się od konkretnie zadanych numerycznie liczb i pomyśleć o drzewie rozmieszczeń k żetonów w n pudełkach. Gdy usuniemy najniższe piętro, rozpadnie się ono na dwa drzewa, jedno — przedstawiające wszystkie możliwe rozmieszczenia $k - 1$ żetonów w $n - 1$ pudełkach (usuwamy pierwsze pudełko już zapełnione), drugie — przedstawiające wszystkie możliwe rozmieszczenia k żetonów w $n - 1$ pudełkach (usuwamy pierwsze pudełko puste). Odkrywamy ogólne twierdzenie, przyjmując na razie $1 < k < n - 1$:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$

Od tych założeń możemy się uwolnić. Oczywiście, gdy $n \neq 0$ i $n = k$, mamy tylko jedno rozmieszczenie (wszystkie pudełka pełne). Jeżeli $n \neq 0$ i $k = 0$, to nie mamy w ogóle żetonów, możemy przyjąć, że i wtedy istnieje jedno możliwe rozmieszczenie (wszystkie pudełka puste). Jeżeli $n = k = 0$, umówimy się, że mamy też jedno możliwe rozmieszczenie. Łatwo sprawdzić, iż wtedy

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \text{dla } 0 \leq k \leq n$$

oraz

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} \quad \text{dla } 0 < k < n.$$

Poniższa tabela pokazuje zastosowanie otrzymanych wzorów (trójkąt Pascala) do kolejnego obliczenia liczby wszystkich możliwych rozmieszczeń żetonów w pudełkach, przy danych liczbach żetonów i pudełek. Otrzymane ogólne wzory mają charakter rekurencyjny, tabelę możemy dowolnie przedłużać i odpowiednio rozszerzać.

$n \backslash k$	0	1	2	3	4	5	...
0	1						
1	1	1					
2	1	1+1 = 2	1				
3	1	1+2 = 3	2+1 = 3	1			
4	1	1+3 = 4	3+3 = 6	3+1 = 4	1		
5	1	1+4 = 5	4+6 = 10	6+4 = 10	4+1 = 5	1	
...

Czytelnik znający elementy kombinatoryki zdziwi się może, że zagadnienia traktowane gdzie indziej z całą powagą „wielkiego” aparatu matematycznego, z zastosowaniem indukcji zupełnej, omawialiśmy w sposób pogładowy, może nawet naiwny. Ale przedstawione rozumowanie zasługuje na wnikliwe spojrzenie wstecz właśnie ze względu na interesujący nas problem roli konkretnego, szczególnego przypadku w odkrywaniu ogólnych twierdzeń. Nasze drzewo budowaliśmy w intencji rozwiązania zadania z danymi numerycznymi ściśle określonymi. Liczby 5 i 3 wyraźnie decydowały o kształcie drzewa. Ale w dalszym ciągu wykorzystaliśmy to drzewo inaczej. Uzmienniliśmy — jak się mówi — stałe

5 i 3 oraz mogliśmy bezpośrednio przejść od równości $\binom{5}{3} = \binom{5}{2}$

i $\binom{5}{3} = \binom{4}{2} + \binom{4}{3}$ do ogólnych wzorów

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \text{i} \quad \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

dlatego, że nasze rozumowanie w przypadku szczególnym stawało się przez to „uzmiennienie” poprawnym rozumowaniem ogólnym i w istocie rzeczy nie różniło się od rozumowania ogólnego. Przykład szczególny może w ten sposób prowadzić do uogólnienia, jeżeli dobrze uświadomimy sobie, z jakich założeń korzystaliśmy rozwiązując zadanie, jeżeli wnikliwie prześledzimy drogę rozumowania, rachunek, konstrukcję, którą zastosowaliśmy, jeżeli postawimy sobie przy tym spojrzeniu wstecz właściwe pytania (jak to, co już mam, mógłbym jeszcze w sposób ogólniejszy wykorzystać?), jeżeli zastosujemy, jak w opisanym przypadku, próbę uzmiennienia stałych.

W następnym artykule uzupełnimy te uwagi prześledzeniem drogi rozumowania od przypadku szczególnego do uogólnienia — na innym przykładzie.



Doc. dr hab. Stefan POKORSKI



Pytanie, jak zbudowana jest materia, należy chyba do najstarszych pytań stawianych sobie przez człowieka. Szukanie podstawowych składników materii i rządzących nimi praw należy do podstawowych, najbardziej intrygujących problemów nauki. Historia nauki zna już wiele prób odpowiedzi na to fundamentalne pytanie. Odpowiedzi te, jak dotychczas, zawsze okazywały się niepełne. Niepełne to nie znaczy, podkreślić to trzeba, nieprawdziwe. W miarę dalszego rozwoju techniki badań doświadczalnych odkrywano po prostu, że cząstki materii, uważane za jej elementarne cegiełki, są jednak bardzo złożone. Mimo to każdy następny krok po szczeblach struktury materii miał oczywiście ogromne znaczenie ogólnopoznawcze. Odkrycia te, początkowo o charakterze czysto poznawczym, prowadziły do głębokich konsekwencji techniczno-praktycznych. Poszukiwaniem kolejnej odpowiedzi na postawione wyżej pytanie zajmuje się dziś fizyka cząstek elementarnych. Geneza tej jednej z najmłodszych dziedzin fizyki wiąże się z odkryciem struktury jądra atomowego, które okazało się obiektem złożonym z „cząstek elementarnych”: protonów i neutronów. Za datę tego odkrycia należy chyba przyjąć rok 1932, w którym stwierdzono doświadczalnie istnienie neutronu. Dopiero jednak po odkryciu mezonu π w roku 1947 można mówić o powstaniu nowej, odrębnej od fizyki jądrowej, dyscypliny naukowej: fizyki cząstek elementarnych. Od tego czasu aż do chwili obecnej obserwuje się niezwykle burzliwy rozwój tej dziedziny fizyki.

Czytelnik domyśli się łatwo w tym miejscu, że artykuł ten ma być poświęcony badaniom teoretycznym w fizyce cząstek elementarnych. Jasne jest również, że skoro (jak to wynika z tytułu) brak na razie teorii cząstek elementarnych, to celem tych badań jest właśnie jej sformułowanie. Spróbujmy teraz omówić to wszystko nieco dokładniej.

Przede wszystkim musimy zdać sobie sprawę z faktu, że nazwa „cząstki elementarne” może okazać się zbyt optymistyczna. Obecnie wiemy jedynie, że są to składniki materii bardziej elementarne niż jądro atomowe. Ale czy są to rzeczywiście najbardziej elementarne cząstki materii? Odpowiedzi na to pytanie może udzielić dopiero właśnie fizyka cząstek elementarnych.

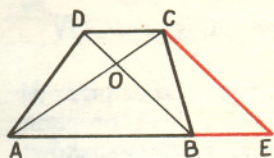
Chciałbym omówić przede wszystkim dwa zasadnicze aspekty świata „cząstek elementarnych”. Pierwsza sprawa to istnienie trzech wyraźnie różnych typów oddziaływania między cząstkami. Najlepiej poznano oddziaływanie elektromagnetyczne, które odpowiedzialne jest za takie zjawiska, jak np. rozpraszanie elektronów na elektronach. Przypuśćmy teraz, że obserwujemy dwa oddziałujące ze sobą protony. Protony są również obdarzone ładunkiem elektrycznym (dodatnim), spodziewamy się wobec tego, że będą one oddziaływać elektromagnetycznie. Okazuje się, że rzeczywiście oddziaływanie dwóch protonów jest z grubsza biorąc podobne do oddziaływania dwóch elektronów, o ile tylko odległość między protonami jest dostatecznie duża. Sytuacja zmienia się jednak drastycznie, gdy protony znajdują się bardzo blisko siebie. Jak pokazuje doświadczenie, dochodzą wtedy do głosu siły o wiele potężniejsze od sił elektromagnetycznych i przekrój czynny na oddziaływanie dwóch protonów rośnie o wiele rzędów wielkości w porównaniu z oddziaływaniem elektromagnetycznym. Oddziaływanie takie (nazywa się je po prostu oddziaływaniem „silnym”) prowadzi w większości przypadków do procesów nieelastycznych, to znaczy procesów, w których następuje produkcja nowych cząstek elementarnych, głównie mezonów π (oczywiście o ile pozwala na to energia zderzających się protonów). Trzeci rodzaj oddziaływania to oddziaływanie zwane „słabym”. Jest ono rzeczywiście najsłabsze z wymienionych typów oddziaływania, a przy tym ma niezwykle krótki zasięg. Przykładem procesów zachodzących pod wpływem oddziaływania słabego jest rozpad neutronu na proton, elektron i antyneutrino. Z przytoczonych przykładów widać już, że cząstki oddziałujące silnie (hadrony) uczestniczą również w oddziaływaniach elektromagnetycznych i słabych. Istnieją także cząstki nie oddziałujące silnie, lecz słabo (leptony). Są to elektron, mion i neutrino; neutrino oddziałuje wyłącznie słabo, zaś elektron i mion również elektromagnetycznie (listę tę zamyka oczywiście foton, oddziałujący tylko elektromagnetycznie).

Drugi istotny aspekt świata cząstek elementarnych to duża liczba odkrytych hadronów. Poza protonem, neutronem i mezonem π zaobserwowano już kilkadziesiąt innych obiektów, których własności zmuszają nas do zaliczenia ich do cząstek elementarnych. Ta różnorodność hadronów budzić może pewne

(Znane nam oddziaływanie grawitacyjne jest 10^{39} razy słabsze od oddziaływania silnego i w fizyce cząstek elementarnych prawdopodobnie nie odgrywa zauważalnej roli).



Rozwiązanie zadania M33.



Niech $b < a$. Poprowadźmy przez punkt C prostą k równoległą do BD i niech E będzie punktem przecięcia prostej AB z k . Mamy oczywiście $BE = CD$ i $AE = AB + BE = a + b$. Zauważmy, że pole trójkąta ACE

$$\text{jest równe } \frac{1}{2} AE \cdot h = \frac{1}{2} (a+b) \cdot h = S,$$

gdzie h jest wysokością trapezu. Trójkąty AOB i ACE są podobne, więc stosunek ich pól równy jest stosunkowi kwadratów odpowiednich boków. Oznaczając przez S_1 pole trójkąta AOB mamy

$$\frac{S_1}{S} = \left(\frac{AB}{AE}\right)^2 = \left(\frac{a}{a+b}\right)^2,$$

skąd

$$S_1 = \left(\frac{a}{a+b}\right)^2 S.$$

refleksje na temat elementarności cząstek elementarnych. Czy różnorodność ta nie jest konsekwencją ich złożoności? W każdym razie obraz materii na poziomie cząstek elementarnych okazał się daleki od elementarnej prostoty.

Sądzę, że teraz możemy już przejść do dyskusji badań teoretycznych w fizyce cząstek elementarnych. Jedynie w przypadku oddziaływań elektromagnetycznych można mówić obecnie o istnieniu teorii: elektrodynamiki kwantowej. Oznacza to, że w oparciu o stosunkowo niewielką liczbę podstawowych założeń i poprzez rozbudowany formalizm matematyczny uzyskać można dowolne przewidywania dotyczące oddziaływań elektromagnetycznych. Dotychczas wszystkie przewidywania elektrodynamiki kwantowej zgadzają się z bardzo dużą dokładnością z wynikami doświadczeń. U podstaw tej teorii leży klasyczny obraz oddziaływania, np. dwóch elektronów. Polega ono na tym, że każdy z elektronów wytwarza wokół siebie pewne pole elektromagnetyczne, które oddziałuje z drugim elektronem. Innymi słowy prąd elektryczny (poruszający się elektron) oddziałuje z polem elektromagnetycznym, którego źródłem jest inny prąd (drugi elektron). W teorii kwantowej elektron i pole elektromagnetyczne traktowane są w sposób bardziej symetryczny. Z jednej strony mówimy o fotonach — kwantach pola elektromagnetycznego — z drugiej zaś traktujemy elektrony jako kwanty pewnego pola elektronowego. Dochodzimy w ten sposób do pojęcia sprzężenia dwóch pól; zakładamy, że sprzężenie to jest punktowe (mówimy o oddziaływaniu ładunku punktowego z polem elektromagnetycznym). W języku cząstek oddziaływanie dwóch elektronów polega na emisji i pochłanianiu fotonów. Teorię taką będziemy nazywać „lokalną kwantową teorią pola”. Lokalność (punktowość) oddziaływania oraz warunek, że oddziaływanie nie może propagować się z prędkością większą niż prędkość światła (przyczynowość), stanowią podstawowe założenia fizyczne teorii. Nasza obecna wiedza doświadczalna niemal z całą pewnością potwierdza prawdziwość obu tych założeń, nawet dla odległości tak małych, jak 10^{-15} cm. Elektrodynamika kwantowa jest pewną konkretną realizacją kwantowej teorii pola, wynikającą z określonego wyboru reguł oddziaływania między polami, opartego na analogii z fizyką klasyczną. Założenia leżące u podstaw kwantowej teorii pola są jednak na tyle ogólne, zaś dostarczany nam przez tę teorię obraz oddziaływania na tyle przekonujący, że chcielibyśmy, aby w jej ramach dało się również opisać oddziaływania silne i słabe. W obu jednak wypadkach natrafiono, wprawdzie z odmiennych powodów, na zasadnicze trudności. W przypadku oddziaływań słabych okazało się, że postać sprzężenia pól leptonowych, sugerowana przez istnienie określonych procesów, prowadzi do pojawienia się w teorii nieprzewidywanych trudności.

Z oddziaływaniami silnymi sytuacja jest, można powiedzieć, jeszcze gorsza. Duża liczba odkrytych hadronów i złożoność procesów zachodzących pod wpływem oddziaływań silnych utrudniają wybór takiego sprzężenia między polami, które opisywałoby w sposób realistyczny oddziaływanie silne. Inna trudność polega na tym, że sprzężenie jest silne. Wykluczone jest przez to stosowanie rozwiniętego w elektrodynamice kwantowej aparatu rachunkowego opartego na metodzie kolejnych przybliżeń. W rezultacie formalizm kwantowej teorii pola okazał się na razie niemal całkowicie bezużyteczny przy opisie oddziaływań silnych. Z drugiej jednak strony można chyba śmiało powiedzieć, że obecnie w całej fizyce cząstek elementarnych stosuje się aparat pojęciowy kwantowej teorii pola. Mówimy o cząstkach jako o kwantach pewnych pól, oddziaływanie między np. dwoma nukleonami wyobrażamy sobie jako wymianę mezonów, nie ma również na razie żadnych podstaw doświadczalnych, by kwestionować założenia o lokalności i przyczynowości dla oddziaływań słabych i silnych.

Tabela przedstawia porównanie trzech typów oddziaływań. Podane są w niej czasy życia cząstki, której rozpad następuje poprzez odpowiednie oddziaływanie, przekrój czynny na oddziaływanie, średnia droga lotu cząstki rozpadającej się i średnia droga swobodna na oddziaływanie z materią. Na przykład neutrino oddziałuje słabo, jest cząstką trwałą — z tabeli widać, że może przeniknąć bez trudu ogromne warstwy materii.

	Stała charakteryzująca siłę oddziaływania	Czas życia (s)		Przekrój czynny	Średnia droga lotu do rozpadu	Średnia droga swobodna w materii
		od	do			
Oddziaływania silne	1	10^{-21}	10^{-23}	10^{-23} cm ² = 10 milibarnów	$3 \cdot 10^{-15}$ m = 3 fermi	1 m
Oddziaływania elektromagnetyczne	1/137	10^{-15}	10^{-20}	10^{-30} cm ² = 1 mikrobarn	$3 \cdot 10^{-10}$ m = 3Å	10 km
Oddziaływania słabe	10^{-7}	10^{-8}	10^{-11}	10^{-38} cm ²	3 m	1 miliard km

Czego nie może maszyna Turinga, czyli o algorytmach (II)

Prof. dr Andrzej MOSTOWSKI, członek rzeczywisty PAN

Działanie każdej maszyny Turinga jest — jak widzieliśmy — wyznaczone przez jej alfabet, to jest zbiór symboli s_0, s_1, \dots, s_N , zbiór stanów q_0, q_1, \dots, q_P i program. Można je więc w pełni opisać jednym wielkim „słowem”, to jest ciągiem znaków: na początku tego ciągu stawiamy symbole s_0, s_1, \dots, s_N , potem znak przestankowy; potem ciąg znaków dla stanów q_0, q_1, \dots, q_M , potem znów znak przestankowy i wreszcie ciąg instrukcji, z których każda jest określona czwórką symboli. Taki opis maszyny wymaga wielu znaków, nie trudno jednak zredukować ich liczbę do dwóch, np. do znaków 0, 1. Wystarczy w tym celu zamiast liter L, P występujących w instrukcjach, pisać ciągi 101, 1001, a zamiast s_j i q_i pisać ciągi 10 ... 01 zawierające odpowiednio $2j+3$ albo $2i+4$ zera. Znak przestankowy możemy zapisywać jako 1.

Powstający w ten sposób ciąg złożony z zer i jedynek nazwiemy kodem maszyny. Kod taki możemy też traktować jak liczbę naturalną zapisaną w układzie dwójkowym. Będziemy oznaczali przez \bar{M} kod maszyny M . W podobny sposób określamy kody wejść i wyjść; przez w oznaczamy kod wejścia w .

Nic nie stoi na przeszkodzie, aby za wejście do maszyny M obrać jej kod \bar{M} ; musimy w tym celu założyć tylko, że symbole 0, 1 należą do zbioru symboli s_0, s_1, \dots, s_N maszyny. Tak więc $M(\bar{M})$ jest albo nieokreślone, albo też jest pewnym ciągiem symboli s_0, s_1, \dots, s_N w zależności od tego, czy algorytm opisany przez maszynę M stosuje się do wejścia \bar{M} , czy też nie.

Przyjmijmy dla każdego ciągu n złożonego z zer i jedynek $f(n) = 1$, jeśli n nie jest kodem maszyny, $f(n) = 0$, jeśli n jest kodem maszyny M , ale $M(n)$ nie jest określone, oraz $f(n) = M(n), 0$ jeśli n jest kodem maszyny i $M(n)$ jest określone (tutaj $M(n), 0$ jest ciągiem powstającym przez dopisanie zera na końcu ciągu $M(n)$).

Udowodnimy, że wartości funkcji f nie można obliczyć przy pomocy maszyny Turinga. Inaczej mówiąc udowodnimy, że nie ma takiej maszyny Turinga M_0 , że dla każdego ciągu n złożonego z zer i jedynek $M(n)$ jest określone i równe $f(n)$. Przypuśćmy jednak, że taka maszyna M_0 istnieje. Zatem dla każdego n jest $M(n) = f(n)$. W szczególności przyjmując możemy $n = \bar{M}_0$; ponieważ \bar{M}_0 jest kodem maszyny i $M_0(\bar{M}_0)$ jest określone, więc z definicji funkcji f otrzymujemy $f(\bar{M}_0) = M_0(\bar{M}_0), 0$. Zatem $M_0(\bar{M}_0) = f(\bar{M}_0) = M_0(\bar{M}_0), 0$, co jest niemożliwe, gdyż ciągi $M_0(\bar{M}_0)$ i $M_0(\bar{M}_0), 0$ są różne.

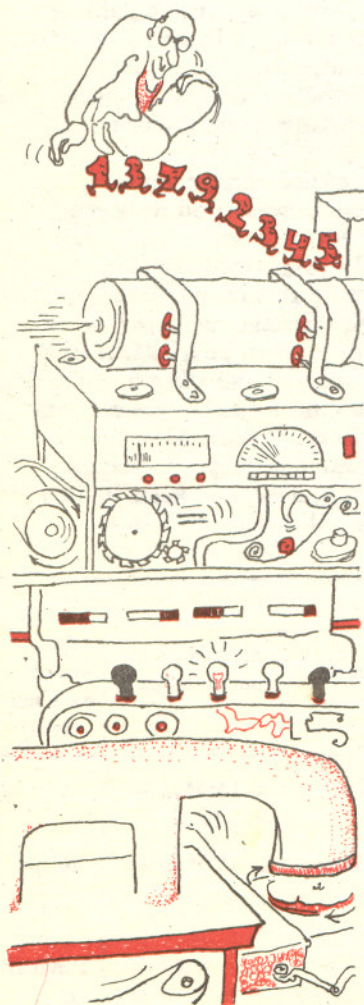
Istnienie M_0 prowadzioby zatem do sprzeczności.

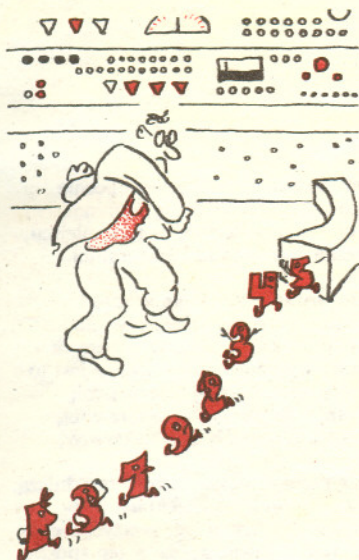
O funkcji f zdefiniowanej wyżej mówimy więc, że nie daje się ona obliczać algorytmicznie. Istnieje wiele innych funkcji — znacznie naturalniejszych niż powyższa — o których udowodniono, że nie są algorytmicznie obliczalne. Podamy tu dwa przykłady.

W jednym z nich idzie o algorytmiczną odpowiedź na pytanie, czy równanie algebraiczne (wielu zmiennych) o współczynnikach całkowitych ma rozwiązania całkowite. Inaczej mówiąc pytamy, czy istnieje taka maszyna M , że jeśli jako jej wejście obierzemy wielomian F wielu zmiennych o współczynnikach całkowitych, to $M(F)$ istnieje i jest równe 0 lub 1 w zależności od tego, czy istnieją liczby całkowite, które po wstawieniu do F na miejsce zmiennych nadadzą wielomianowi wartość 0. Problem, czy taka maszyna istnieje, był zaproponowany w r. 1900 przez Hilberta; jest to tzw. dziesiąty problem Hilberta. Niedawno, bo w r. 1970, Matjasewicz rozwiązał ten problem i wykazał, że żądana maszyna M nie istnieje, nie mamy więc możliwości sprawdzać algorytmicznie, czy równanie algebraiczne (wielu zmiennych) ma rozwiązania całkowite. Można nawet pokazać, że już w zakresie wielomianów o co najwyżej 24 zmiennych algorytmu takiego nie ma.

Innym, nie mniej sławnym pytaniem było, czy istnieje maszyna o takiej własności, że jeśli na jej wejściu znajdzie się wzór z arytmetyki liczb całkowitych, to na wyjściu ukaże się 0 lub 1 w zależności od tego, czy wzór ten jest wyprowadzalny z aksjomatów arytmetyki, czy nie.

Już w r. 1931 K. Gödel i A. Church dowiedli, że nie ma możliwości algorytmicznego sprawdzania, czy wzory arytmetyki są, czy też nie są wyprowadzalne z jej aksjomatów (pod słowem „wzór” rozumiemy tu zdanie poprawnie zbudowane z równości między wielomianami, łączników rachunku zdań i kwantyfikatorów).





Prace Gödla, Churcha i Matjasewicza są trudne; podstawą ich jest jednak naszkicowany wyżej dowód niemożności algorytmicznego obliczenia funkcji f . Zakończymy artykuł uwagą na temat tego dowodu. Użyty w nim sposób rozumowania nosi nazwę przekątniowego. Jest to sposób często stosowany. Używał go twórca teorii mnogości, Georg Cantor, używał go Bertrand Russell, konstruując swój słynny paradoks, używał go też Kurt Gödel w swej wspomnianej poprzednio pracy z 1931 r. Rzeczywistym jednak odkrywcą tej metody był filozof grecki Eubulides z Miletu, który żył zapewne w III wieku p.n.e. Sformułował on następujący paradoks kłamcy: „To, co teraz piszę, jest fałszywe”. Czy napisałem tu prawdę, czy fałsz? Łatwo stwierdzić, że z założenia, iż zdanie w cudzysłowie jest prawdziwe, wynika, że jest ono fałszywe, i na odwrót. I na tym właśnie polega paradoks. W tym paradoksie Eubulides chciał sformułować zdanie, które samo sobie przyporządkowuje własność fałszu. Jest to więc błędne koło — i stąd właśnie pochodzi paradoks. Zdanie Eubulidesa nie jest jednak zdaniem zbudowanym poprawnie. Analogia z funkcją f nie dającą się obliczyć algorytmicznie pochodzi stąd, że f jest określona przez odwoływanie się do wartości $M(M)$, to jest do wyjścia maszyny, której wejściem jest kod niej samej. Jest to więc też rodzaj koła: kod M wkładamy jako wejście do samego M . W tym jednak przypadku określenie f jest prawidłowe. Paradoks nie powstaje, koło nie jest błędnym kołem; otrzymujemy tylko twierdzenie o niemożności obliczenia f algorytmem.

Jak widzimy, algorytm jest ciekawym pojęciem. Opisując algorytmy używamy języka takiego, jak w nowoczesnej nauce o maszynach liczących. Pojęcie jest jednak stare, sama nazwa prowadzi do dawnej hinduskiej i arabskiej matematyki. A w niektórych dowodach dotyczących algorytmów napotykamy na rozumowania zrodzone w subtelnych umysłach greckich filozofów.



Zadania

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI (według pomysłu J. P.)

F11. Uczyliście się wielokrotnie, że jednym z najbardziej podstawowych praw fizyki jest zasada zachowania energii. Ale czy obowiązuje ona również wtedy, gdy występuje zjawisko interferencji? Pewien sceptyk zaproponował doświadczenie mające obalić zasadę zachowania energii i opisał, jakich spodziewa się rezultatów. Poniżej przytaczamy ten opis.

„Dwie równoległe struny są połączone z trzecią struną, identyczną jak poprzednie, według schematu pokazanego na rysunku 1. W równoległych strunach wywołujemy spójne impulsy poprzeczne o amplitudzie A . W trzeciej strunie biegnące fale interferują ze sobą i wywołują falę o amplitudzie $2A$. Ponieważ struny są identyczne, a energia biegnącej fali jest proporcjonalna do A^2 , w opisanym zjawisku zasada zachowania energii została pogwałcona ($2A^2 < (2A)^2$)”. A może wkraść się jakiś błąd do tego rozumowania? Zastanówcie się. Odpowiedź możecie znaleźć na str. 11

Redaguje mgr Andrzej MAKOWSKI

M31. Mówimy, że w zbiorze A jest określone działanie $*$, gdy każdej parze uporządkowanej (x, y) elementów zbioru A przyporządkowany jest element zbioru A , który oznaczamy $x*y$. Udowodnić, że jeżeli działanie $*$ określone w pewnym zbiorze A spełnia warunki

$$(1) \quad x*(x*y) = y,$$

$$(2) \quad (y*x)*x = y$$

dla wszelkich $x, y \in A$, to jest ono przemienne, tzn. dla wszelkich x, y zachodzi równość $x*y = y*x$.

Rozwiązanie na str. 16

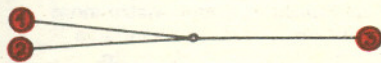
M32. Niech n będzie liczbą całkowitą większą od 1. Udowodnić, że istnieje taki wielomian $P(x, y, z)$ trzech zmiennych o współczynnikach całkowitych, że zachodzi tożsamościowa równość:

$$x = P(x^n, x^{n+1}, x + x^{n+2}).$$

Rozwiązanie na str. 14

M33. Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$, $AB = a$, $CD = b$, O jest punktem przecięcia przekątnych trapezu. Wiedząc, że pole trapezu jest równe S , obliczyć pole trójkąta AOB .

Rozwiązanie na str. 5



Osobom interesującym się rozwiązywaniem zadań z fizyki polecamy zbiory zadań Olimpiad Fizycznych. Dostępne są następujące książki:

1. Tadeusz Pniewski, *Olimpiady Fizyczne XV i XVI*, PZWS, Warszawa 1969 (20 zł).
2. Czesław Ścisłowski, *Olimpiady Fizyczne XVII i XVIII*, PZWS, Warszawa 1971 (14 zł).
3. Waldemar Gorzkowski, *Olimpiady Fizyczne XIX i XX*, WSiP, Warszawa 1973 (24 zł).



Dr Sławomir RUCIŃSKI

Nie można mówić o związku fizyki i astronomii bez wyraźnego określenia, czym jest obecnie każda z tych nauk. Czytelnicy mogą dzięki «Delcie» uzyskać nowe spojrzenie na tę ogromną dziedzinę wiedzy i działalności człowieka, jaką jest fizyka; to, co chcemy uczynić w tym miejscu, jest natomiast próbą szkieletowego określenia, czym jest współczesna astronomia i jaki jest jej związek z fizyką.

Podkreśliłobyśmy współczesność astronomii, zdajemy sobie bowiem sprawę, że ciągle jeszcze najbardziej rozpowszechnionym obrazem pracy astronoma są obserwacje wizualne, czyli po prostu patrzenie przez teleskopy. Nie negując ogromnej czułości oka, które może w skrajnych warunkach odbierać pojedyncze kwanty promieniowania, musimy wyraźnie stwierdzić, że jest to wyobrażenie bardzo przestarzałe. Obserwacje wizualne odgrywają obecnie marginesową rolę w astronomii, a ich największa wada, subiektywność, spowodowała, że wszystkie doniesienia, odkrycia czy obserwacje dokonane właśnie za pomocą oczu, a więc w sposób nieobiektywny, przyjmujemy najczęściej ze znacznym niedowierzaniem.

Zresztą astronomia to nie tylko obserwacje, choć muszą one siłą rzeczy odgrywać rolę zasadniczą.

Wynika to z bardzo lapidarnej definicji tej gałęzi wiedzy, iż jest ona nauką o obiektach poza Ziemią, których nie możemy badać bezpośrednio. Nie możemy więc ich zmierzyć, zważyć, nie możemy dokonać na nich jakichkolwiek pomiarów laboratoryjnych. Zauważmy, że w ten sposób z astronomii wyłączyliśmy astronautykę. Jedynym źródłem informacji jest docierające do nas promieniowanie, które te obiekty albo wysyłają, albo mogą sobą przesłaniać, częściowo od siebie przykład absorbując lub rozpraszając w innych kierunkach. Jest to najczęściej promieniowanie elektromagnetyczne, na które w bardzo wąskim zakresie wartości długości fali czuły jest tylko jeden z naszych zmysłów — właśnie wzrok; to był zresztą powód rozwoju przede wszystkim obserwacji wizualnych, bo tylko te fale mogliśmy zawsze bez kłopotu odbierać. Obecnie interesuje nas promieniowanie o wszelkich wartościach długości fali, a w szczególności — zależność jego natężenia od częstości (to znaczy rozkład widmowy promieniowania), stan polaryzacji promieniowania i również zależność tego stanu od częstości; wreszcie ważny jest kierunek i rozkład kątowy promieniowania na niebie. Te dwie ostatnie charakterystyki łączą się ściśle z wczesnym okresem rozwoju astronomii, gdy precyzyjny pomiar kątów na niebie oraz opis wyglądu obiektów astronomicznych dostarczał zatrudnienia wszystkim astronomom na świecie, a więc wówczas dosłownie garstce w stosunku do liczby pracujących obecnie w tej dziedzinie naukowców. Niekiedy użyteczne mogą być inne własności światła, wśród nich jego korpuskularny charakter. Przy niewielkim natężeniu mierzonego na Ziemi światła gwiazd obserwuje się fluktuacje ilości fotonów, które przy pomiarze za pomocą dwu odległych od siebie teleskopów mogą wykazywać związek (korelację) zależny od tego, jak bardzo nie punktowe jest źródło światła. W ten sposób możliwe stały się pomiary obserwowanych z Ziemi średnic gwiazd liczących na ogół mniej od 0,005 sekundy kątowej z dokładnością do 0,0002 sekundy!

Do Ziemi docierają też inni posłańcy. Prawie nie oddziałujące z materią neutrina mogą do nas przybywać z bardzo odległych części Wszechświata. Inna sprawa to kłopot z ich wykrywaniem i „odbiorom”, bo równie niechętnie oddziałują one z detektorami na Ziemi. Z zewnętrznych obszarów wokółsłonecznych dociera do nas „wiatr” słoneczny — strumień protonów, elektronów, cząstek α , jąder cięższych pierwiastków. Podczas wybuchów na Słońcu natężenie wiatru może gwałtownie wzrastać, na Ziemi jednak dowiadujemy się o tym pośrednio: przez zachwianie równowagi wokółziemskiego pola magnetycznego, zakłócenia radiowe, zorze polarne itp. Natomiast spokojny wiatr słoneczny można badać jedynie ze sztucznych satelitów i z międzyplanetarnych stacji automatycznych.

Od dawna obserwuje się promieniowanie kosmiczne. Cząstki tego promieniowania rozpędzone są przez silnie niejednorodne międzygwiazdowe pola magnetyczne (lub pola elektryczne towarzyszące zmiennym polom magnetycznym) do takich prędkości, że energia niektórych z nich sięga 10^{13} MeV (mega-elektronowoltów), a czasem nawet więcej; ziemskie akceleratory umożliwiają otrzymywanie cząstek o energiach poniżej 10^6 MeV. Nic więc dziwnego, że samo promieniowanie kosmiczne, a szczególnie jego oddziaływanie z materią, jest przedmiotem aktywnego zainteresowania fizyków.

Do detektorów na Ziemi powinno też docierać hipotetyczne (jeszcze) promieniowanie grawitacyjne. Do dziś nie ma jeszcze jasnego obrazu wyników obserwacji dokonywanych w tej dziedzinie dopiero od kilku lat. Źródła fal grawitacyjnych, o których wiemy, że powinny wysyłać takie fale, są o wiele (mniej więcej 10^4 razy) za słabe dla istniejących, zresztą super-czułych, detektorów. Jednocześnie już obecnie mamy nie potwierdzone wyniki świadczące o docieraniu do nas fal grawitacyjnych znacznie silniejszych, takich, jakie można odbierać już teraz. Świadczyłyby to o zachodzeniu gdzieś we Wszechświecie, może w jądrach galaktyk, takich procesów, o których nie mamy w tej chwili jeszcze pojęcia.

Podstawą naszej wiedzy jest więc promieniowanie elektromagnetyczne. Do połowy XIX wieku sprowadzała się astronomia właściwie do bardzo precyzyjnych pomiarów współrzędnych kątowych na niebie i do opisu wyglądu obiektów astronomicznych (a więc — jak wyglądają) bez wnikania w strukturę i zachodzące w nich procesy (a więc — jak wyglądają?). Stosunkowo długie, wieloletnie okresy obserwacji i niebezpieczeństwo kumulowania się ewentualnych błędów w wyznaczanych orbitach wyłoniły konieczność doprowadzenia dokładności pomiarów do poziomu nieosiągalnego w innych naukach i spowodowały rozwój matematycznych technik numerycznych astronomii do poziomu równie nieosiągalnego (czy niepotrzebnego) w innych dziedzinach wiedzy. Rachunki prowadzono z niespotykaną dokładnością, prześcignięta dopiero niedawno przez maszyny cyfrowe, którym jak zwykle „wszystko jedno”, ile cyfr znaczących mają używane liczby. Były to jednocześnie czasy wielkiego triumfu mechaniki newtonowskiej; owocującej odkrywaniem nowych planet Układu Słonecznego, dotychczas jedynie przewidzianych na podstawie zakłóceń grawitacyjnych w obiektach znanych.

Ważnym przełomem było zastosowanie techniki spektroskopowej do badania światła obiektów astronomicznych. Tak więc za narodziny astrofizyki można uznać pierwsze dziesięciolecie XIX wieku, chociaż prawdziwy postęp rozpoczął się dopiero po zastosowaniu klisz fotograficznych,



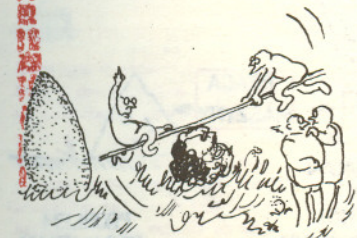
a więc w drugiej połowie tego wieku. Burzliwy rozwój astrofizyki, który doprowadził do tego, że obecnie niektórzy po prostu utożsamiają ją z astronomią, był z drugiej strony wynikiem postępu w technologii, a więc w budowie coraz większych teleskopów, w odkryciach nowych typów detektorów, w ostatnich zaś latach przede wszystkim w możliwościach umieszczenia teleskopów poza zakłócającym obserwację płaszczem atmosfery ziemskiej. Dopiero balony stratosferyczne, wysoko lecące samoloty, rakiety, wreszcie orbitalne obserwatoria astronomiczne na satelitach pozwalają nam teraz uzupełniać obraz, który od ponad stu lat rysowała astrofizyka posługująca się światłem widzialnym i, od około 30 lat, radioastronomia wykorzystująca przezroczystość atmosfery dla fal decymetrowych i metrowych. Obserwacje w dalekiej podczerwieni i mikrofalach to właściwie dopiero ostatnie dziesięciolecie, obserwacje zaś w promieniach rentgenowskich to lata dosłownie ostatnie, gdyż dopiero dziś kształtuje się obraz nieba „widzianego” w tej dziedzinie widma.

W całym tym okresie astrofizyka bogato czerpie z osiągnięć laboratoryjnych fizyki w dziedzinie budowy bardzo czułych urządzeń detekcyjnych. Przełomem w świetle widzialnym było zastosowanie przed laty fotopowielacza, który charakteryzuje się ogromnym zakresem liniowości reakcji na sygnał, co ma zasadnicze znaczenie w wyznaczaniu docierającej do nas energii od różnych obiektów, zwłaszcza gdy porównywane źródła promieniowania bardzo się różnią. Radioastronomia rozwinęła się stosując szeroko osiągnięcia elektroniki. Przełomem było zastosowanie masera. Do obserwacji w podczerwieni i mikrofalach szeroko stosuje się zdobycze kriogeniki — chłodzone ciekłym helem fotooporniki, odbiorniki półprzewodnikowe itp. W tej dziedzinie postęp trwa nadal, a największe nadzieje wiąże się z detektorami pół- i nadprzewodnikowymi. Mają one najwyższą czułość (co trzeci, czwarty kwant produkuje sygnał detektora), są doskonale liniowe i tak małe, że będzie można tworzyć z nich „tablice”, które umieszczone w ognisku teleskopu pozwolą odtworzyć obraz obiektów astronomicznych z najwyższą wiernością, zachowując wszelką istniejącą w padającym promieniowaniu informację. Oprócz „brania” od fizyków dobrych detektorów, wczesny rozwój astrofizyki charakteryzuje się równie jednostronnym przepływem wyników i informacji z fizyki do astrofizyki. Do obliczania teoretycznych modeli struktury wewnętrznej gwiazd, a później ewolucji tej struktury w czasie (a więc ewolucji gwiazd) konieczne były dane o nieprzezroczystości materii dla promieniowania (jaki „opór” napotyka ze strony materii energia generowana we wnętrzu gwiazd przy przechodzeniu na zewnątrz) czy o wydajnościach reakcji termojądrowych. Te dane dostarczali fizycy. Zresztą nie można ograniczać się tu do efektów atomowych, chociaż w tej dziedzinie korzystała astronomia chyba najwięcej. Zasady dynamiki systemów gwiazdowych i metody statystycznego ujęcia zjawisk w układach bardzo wielu ciał również korzystały z osiągnięć fizyki. I znowu nie można ograniczyć się tu do gwiazd i ich układów, bo na przykład zasadnicze znaczenie w opisie własności pyłu międzygwiazdowego o ziarnach wielkości około 10^{-5} cm miało zastosowanie teorii rozproszenia fal elektromagnetycznych na częściowo metalicznych, częściowo dielektrycznych ciałach o wielkości porównywalnej z długością fali. Można śmiało twierdzić, iż nie ma dziedziny astrofizyki ani obiektu jej zainteresowania bez bezpośredniego wykorzystania już istniejących osiągnięć fizyki.

Od niedawna obserwujemy nasilający się proces odwrotny, zapoczątkowany zresztą znacznie wcześniej odkryciem helu najpierw na Słońcu, a później w laboratoriach, odkryciem linii wzbronionych w widmach mgławic gazowych, a może nawet jeszcze wcześniej — odkryciem przez Newtona podobieństwa ruchu słynnego jabłka i Księżycy względem Ziemi. Coraz częściej fizycy uświadamiają sobie ogromne możliwości obiektów astronomicznych jako laboratoriów skrajnych warunków fizycznych. Próżni międzygwiazdowej nie potrafimy jeszcze odtworzyć w żadnym laboratorium; nie możemy również odtworzyć warunków we wnętrzu gwiazd, a reakcji termojądrowych nie potrafimy w ogóle prowadzić w ten sposób, w jaki zachodzą one w gwiazdach. Sam Wszechświat jest najlepszym i unikalnym laboratorium. Odkrycie pulsarów, które jest obserwacyjnym potwierdzeniem istnienia gwiazd neutronowych, zwróciło uwagę na znaczenie badań fizycznych w takich dziedzinach, jak np. równanie stanu bardzo gęstej materii jądrowej (same jądra atomowe lub same neutrony stykające się ze sobą). Znalazły zastosowanie wyniki z dziedziny nadprzewodnictwa i nadciekłości. Ogromne ilości energii produkowanej we wnętrzu kwazarów i w jądrach galaktyk oraz silne strumienie masy wypływającej z niektórych z nich wymagają zastanowienia się nad wielkoskalowymi procesami przekształcania się substancji w promieniowanie i, co ciekawsze, nad zjawiskami odwrotnymi. Procesy te stwarzają możliwość testowania hipotez z dziedziny procesów podstawowych, istnienia np. kwarków, czy też niezmienności czasowej i przestrzennej stałych fizycznych. W ostatnich latach obserwujemy też burzliwy rozwój tzw. astrofizyki relatywistycznej, albowiem właśnie w skali obiektów astronomicznych i przy dużych natężeniach pól grawitacyjnych można się spodziewać najciekawszych zastosowań ogólnej teorii względności. Duży zasięg współczesnych badań obserwacyjnych stwarza też szanse uzyskania informacji o Wszechświecie jako całości, o jego własnościach i ewolucji tych własności w czasie. Tak więc kosmologia i kosmogonia teraz dopiero pozbywają się spekulatywności, nieuniknionej w sytuacji, gdy dla obserwacji astronomicznych dostępny był niewielki wycinek Wszechświata.

Problemy o podstawowym znaczeniu dla fizyki, takich więc, które można rozstrzygnąć na podstawie obserwacji astronomicznych, jest teraz coraz więcej. I odwrotnie, astronomia oczekuje wielu jeszcze informacji możliwych do uzyskania w laboratoriach fizyków. Dla przykładu: do poznania struktury zewnętrznych warstw gwiazd (atmosfer gwiazdowych) konieczna jest dla astronoma znajomość atomowych przejść promienistych, czyli, krótko mówiąc, linii widmowych. Może nasz Czytelnik będzie zaskoczony, ale dla dużej części pierwiastków i w pewnych przedziałach widma znajomość ta jest bardzo niepełna, o czym właśnie astronomowie przekonali się zupełnie niedawno, gdy w trakcie interpretacji bardzo dokładnych widm w zakresie ultrafioletu, dostarczonych przez satelitę Copernicus (OAO-3), po prostu nie można było dokonać identyfikacji znacznej części linii widmowych, to znaczy powiedzieć, jaki pierwiastek (i w jakim stanie jonizacji) produkuje obserwowane linie. To, co dawno zrobiono dla części widzialnej widma, po prostu prawie nie istnieje dla dalekiego ultrafioletu! Tego typu mało eksycytujących, lecz ważnych problemów można wymienić więcej.

Fizyka i astronomia weszły obecnie w okres najściślejszego związku. Chyba jedyną cechą astronomii, naprawdę różniącą ją od fizyki, jest całkowity brak możliwości ingerencji w zjawiska. Natura „dokonuje” bowiem doświadczeń zbyt skomplikowanych i występujących równolegle ze zbyt wieloma procesami. Fizycy pomagają te procesy wyizolować, astronomowie mogą za to wskazać, gdzie te procesy są najciekawsze. Obie nauki mogą istnieć tylko razem.



«Delta» z wizytą w pracowni programowania Instytutu Matematyki UW

Mgr Marek CICHY

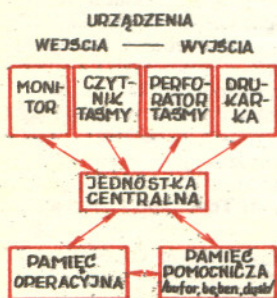
Maszyna GIER, znajdująca się w Zakładzie Obliczeń Numerycznych Uniwersytetu Warszawskiego, została skonstruowana i wyprodukowana w Danii na początku lat sześćdziesiątych. Jest to maszyna mała, tzw. II generacji, o pamięci operacyjnej równej 1 K, czyli 1024 słowom maszynowym. Obecnie są już produkowane maszyny matematyczne następnej, III generacji, a ich pamięć operacyjna sięga 256 K. Zdolne są one wykonywać do 1 miliona operacji na sekundę, podczas gdy GIER - tylko do 20 000 operacji na sekundę. GIER służy już dziesiąty rok do najróżniejszych obliczeń prowadzonych przez studentów i pracowników Uniwersytetu Warszawskiego oraz innych zakładów naukowo-badawczych. Program studiów matematycznych (i nie tylko) na Uniwersytecie przewiduje napisanie i policzenie przez każdego studenta pewnej liczby programów (zadań dla maszyny). Oczywiście, najpierw są to zadania proste i nieskomplikowane, na wyższych latach skala trudności rośnie. W ten sposób studenci przygotowują się do samodzielnej pracy przy maszynie; pracę tę w większości podejmują po zakończeniu studiów.

Elektroniczna Maszyna Cyfrowa GIER nie była i nie jest „szczytem techniki” w dziedzinie produkcji maszyn matematycznych, jest natomiast bardzo udanym przykładem małego komputera dla celów dydaktycznych i naukowych. GIER daje możliwość programowania w języku ALGOL oraz w języku wewnętrznym maszyny, tak zwanym SLIPIE. Często wyobrażamy sobie maszynę jako ogromną metalową szkrynię z mnóstwem migających światełek, tarcz i zegarów. Jeśli znajdziemy się w jakimkolwiek ośrodku obliczeniowym, będziemy rozczarowani — podobnie w ZON-ie. Cała istotna część maszyny mieści się w dwóch niepozornych szafach, reszta to są tzw. urządzenia wejścia-wyjścia, które służą człowiekowi do porozumiewania się z maszyną. Przyjrzyjmy się poniższej fotografii:

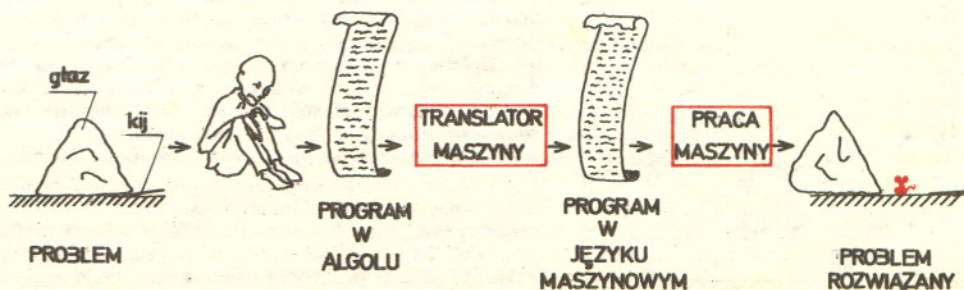


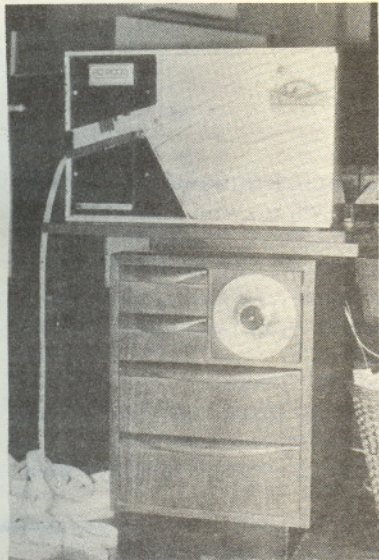
Stojące w głębi dwie szafy zawierają: jednostkę centralną, pamięć operacyjną, bufor i bębny (dwa ostatnie urządzenia są pamięcią pomocniczą). W środku stolik operatora wraz z urządzeniami wejścia-wyjścia: monitor, czytnik taśmy papierowej i perforator. Niewidoczna na zdjęciu drukarka wierszowa jest jeszcze jednym urządzeniem wejścia-wyjścia.

No dobrze... — powiecie — ale jak człowiek może porozumieć się z maszyną? Człowiekowi zależy na tym, aby maszyna przyjęła jego polecenia, wykonała je w takim porządku, jak zostały zleczone, a następnie przekazała informacje o tym, co wykonała (rezultat poleceń). Swoje żądania musi człowiek zaprogramować, to znaczy zapisać w postaci zrozumiałej dla maszyny, w naszym przypadku w języku ALGOL. Konstruktor wyposażył GIER-a w program maszynowy nazywany translatorem. Translator służy do tłumaczenia programu napisanego przez człowieka z ALGOL-u na język maszynowy, to znaczy zrozumiały dla maszyny. Jednym słowem translator spełnia rolę tłumacza przysięgłego, dokonującego wiernego przekładu tekstu z jednego języka na drugi. Przypuśćmy, że maszyna dokonała już takiego przekładu. Rozpocznie się wtedy następny cykl pracy, polegający na dokładnym wykonaniu poleceń programu. W czasie tego cyklu komputer przekazuje człowiekowi informacje, które go interesowały i których zażądał w swoim programie. Reasumując, uzyskujemy następujący schemat pracy człowieka i maszyny:



Prosty schemat ilustrujący powiązanie między poszczególnymi urządzeniami maszyny





Warto zauważyć, że każde, nawet najbardziej skomplikowane obliczenie daje się rozłożyć na skończoną liczbę operacji prostych, których wykonanie zajmie człowiekowi masę czasu, a maszyna zrealizuje te operacje bardzo szybko.

Najistotniejszą częścią maszyny jest jednostka centralna oraz pamięć operacyjna. Jednostka centralna może wykonywać ok. 20 000 operacji na sekundę. Oczywiście operacje te muszą być zapisane w języku maszynowym. Człowiek mógłby napisać swój program w tym języku, jednak byłoby to bardzo uciążliwe i pracochłonne. Wyposażenie maszyny w translator umożliwiło pisanie programu w języku „wyższego rzędu”. Takim językiem jest np. ALGOL. Przekład algolowego programu na język maszynowy wykonuje sama maszyna, a dokładniej — jej translator.

Język ALGOL jest jednym z wielu języków dających możliwość konwersacji z maszyną. Jego gramatyka i słownictwo są bardzo ściśle określone. Autorzy ALGOL-u podali zbiór słów (angielskich), z których można korzystać, a także określili, w jakim kontekście słowa te mogą występować. Człowiek piszący program (programista) musi oczywiście przestrzegać reguł języka. W przeciwnym wypadku tekst jego programu przestanie być zrozumiały dla maszyny. Gdyby jednak jakiś uparciuch spróbował napisać program niepoprawny w sensie algolowym, translator maszyny i tak go nie przetłumaczy. Co więcej — wskaże bezlitośnie wszystkie miejsca, gdzie zostały popełnione błędy. Jeśli program był poprawny, maszyna po przetłumaczeniu zgłasza gotowość jego wykonania.

Program podajemy maszynie w specjalny sposób. Używamy do tego papierowej taśmy ośmiokanałowej. Tekst programu jest dokładnie przepisywany, znak po znaku, na dalekopisie, który jest elektryczną maszyną do pisania, połączoną z urządzeniem perforującym taśmę papierową. Każdy znak wybity na maszynie ma swój jednoznaczny odpowiednik w postaci rzędka dziurek na taśmie.

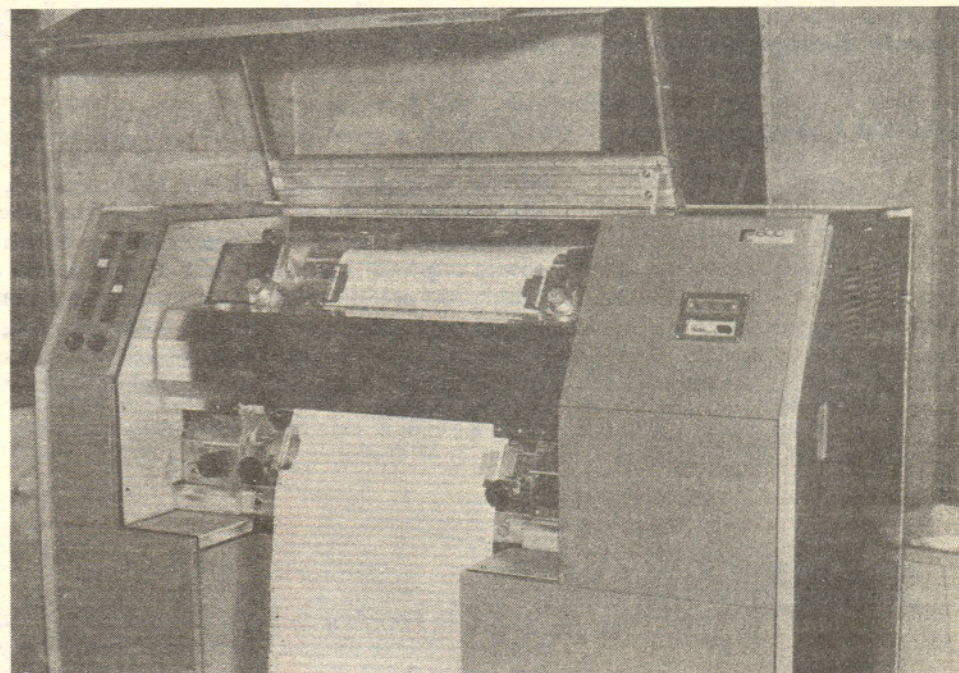


Jeśli dokładnie przepisujemy tekst poprawnego programu, uzyskamy taśmę papierową, na której zapisany będzie nasz program. Możemy teraz program przekazać maszynie.

Czytanie programu przez czytnik taśmy papierowej przedstawia powyższe zdjęcie.

Można także napisać program bezpośrednio na monitorze (elektryczna maszyna do pisania, połączona z komputerem), jest to jednak bardzo uciążliwe i powolne w porównaniu z działaniem czytnika taśmy, czytającego do 2000 znaków na sekundę.

Program został przeczytany, translator zaczyna go teraz tłumaczyć na język maszynowy. Po przetłumaczeniu uzyskujemy informację o poprawności programu. Programista rozkazuje wtedy maszynie rozpocząć realizację programu. W trakcie realizacji maszyna drukuje wyniki naszego programu na drukarce:



Czasem programista żąda wydruku na perforatorze taśmy papierowej lub monitorze; te urządzenia działają jednak, jak powiedzieliśmy, dużo wolniej niż drukarka.

Na zakończenie chciałbym zwrócić uwagę Czytelnika na sam proces rozwiązywania problemu. Najważniejsza rola w całym procesie przypada człowiekowi. Opracowuje on algorytm rozwiązania problemu i zapisuje w postaci takich rozkazów, aby maszyna mogła go wykonać. Realizację samych obliczeń przekazuje maszynie, działającej o wiele szybciej niż człowiek. Osoby zainteresowane metodami konstrukcji algorytmów odsyłam do artykułu dra Skowrona («DELTA», nr 1, 4 i 8), bardziej zaś zaawansowanym proponuję sięgnąć do książki prof. dra W. M. Turskiego *Podstawy użytkowania maszyn cyfrowych*, WNT, Warszawa 1974.

Fotografie Jan Chamski

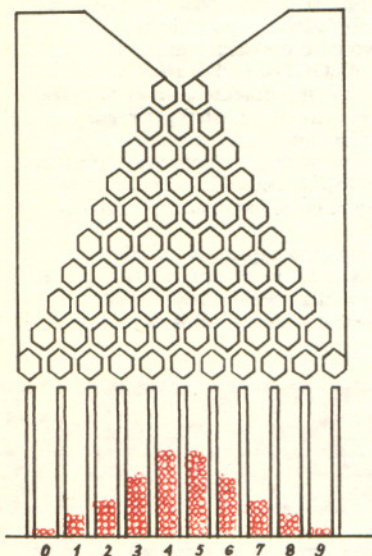


Rozwiązanie zadania F11

Błąd w przytoczonym rozumowaniu polega na zaniedbaniu zjawiska odbicia się fali od punktu rozgałężenia. Nie cała energia niesiona przez padające impulsy zostanie przekazana trzeciej strunie. Dlatego amplituda impulsu w tej strunie będzie mniejsza od 2A. Szczegółowe rozważania na str. 13

Co to jest prawo wielkich liczb?

dr Wiesław SZLENK



Dla szerokich rzesz nie znających rachunku prawdopodobieństwa prawo wielkich liczb jest czymś „magicznym”, czymś, co jest najwyższym prawem rządzącym światem, który nas otacza. Często dwaj dyskutanci głoszący sprzeczne tezy motywują swoje twierdzenia: „... bo to wynika z prawa wielkich liczb”. Można by przytoczyć wiele bezsensownych wypowiedzi na temat tego prawa, ale nie to jest celem niniejszego artykułu. Chcemy tutaj wyjaśnić — posługując się pewnym dość ogólnym modelem — treść prawa wielkich liczb.

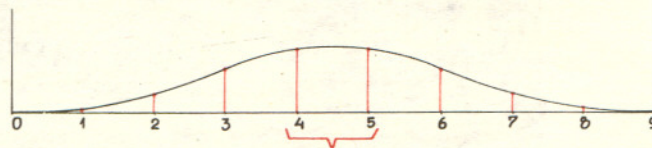
Nie zakładamy, że Czytelnik posiada już jakąś wiedzę z rachunku prawdopodobieństwa, lub co więcej, że zna program tego przedmiotu dla IV klasy liceum. Skoncentrujmy uwagę na doświadczeniu polegającym na rzucaniu ziarenek śrutu na przyrząd zwany deską Galtona (Galton — angielski przyrodnik 1822–1911).

W górne wejście pochylonej deski sypiemy śrut. Kulki wpadają w system kanalików K , biegnących pomiędzy sześciokątnymi wysepkami. Kulka, która znajduje się w położeniu x , może następnie wpaść albo w kanalik prawy a , albo w lewy a' . Można założyć, że obie możliwości są jednakowo prawdopodobne. Zanim kulka wpadnie do jednej z przegródek na dole, to sytuacja ta powtórzy się 9 razy, tj. kulka musi „wybrać” dziewięć razy kanalik a lub a' . Jeżeli kulka 9 razy wybierze kanalik a' , to wpadnie do szufladki o numerze 0, jeżeli dokładnie raz wybierze kanalik a (obojętnie, w którym momencie), a pozostałe 8 razy kanalik a' , to wpadnie do przegródki o numerze 1, itd; wreszcie, jeżeli za każdym razem wybierze kanalik a , to wpadnie do przegródki numer 9. Każdą drogę prowadzącą do przegródki o numerze k ($k = 0, 1, \dots, 9$) można utożsamiać z ciągiem

dziesięciocyfrowym o wyrazach a lub a' . Wszystkich takich ciągów jest $\binom{9}{k}$, a więc tyleż jest różnych dróg prowadzących do przegródki k . Liczba wszystkich możliwych dróg równa jest 2^9 (= liczbie wszystkich dziesięciocyfrowych ciągów o wyrazach a lub a'). Oznaczmy stosunek liczby wszystkich dróg prowadzących do szufladki k do liczby wszystkich dróg w ogóle przez $P_9(k)$:

$$P_9(k) = \frac{\binom{9}{k}}{2^9}.$$

Można przyjąć, że każda droga, licząc średnio, pojawia się tak samo często (bo dla czego pewne drogi miałyby być bardziej uprzywilejowane, jeżeli całe urządzenie jest zrobione dostatecznie precyzyjnie?). Zatem liczba $P_9(k)$ powinna być niemal równa częstości wpadania kulki do przegródki k , o ile rozpatrujemy dostatecznie wiele prób polegających na puszczaniu ziarenek śrutu. Liczbę $P_9(k)$ nazwiemy prawdopodobieństwem trafienia kulki do przegródki k . Przedstawmy graficznie wartości $P_9(k)$. Na osi OX prowadzimy z każdego punktu o odciętej $k = 0, 1, \dots, 9$ odcinek prostopadły do osi OX o długości $P_9(k)$ i łączymy linią ciągłą wierzchołki tych odcinków.



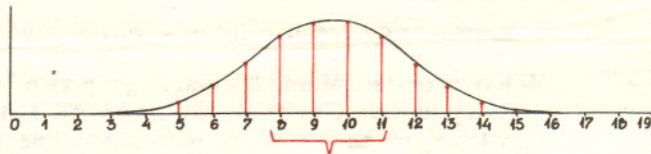
Widać, że prawdopodobieństwo a_9 trafienia kulki w przegródki o numerach 4 lub 5 (= sumie długości odcinków prowadzonych z punktów o odciętej 4 i 5) jest równe 0,492. Oznacza to, że średnio co druga kulka wpada w jedną z przegródek o numerach 4 lub 5, a przecież stanowią one tylko 20% wszystkich przegródek.

A jak wygląda sytuacja, jeśli rozważyć deskę Galtona z 20 przegródkami (to znaczy z 19 rzędami wysepek, co oznacza, że kulka 19 razy „wybiera” drogę)? Analogicznie jak poprzednio, prawdopodobieństwa $P_{19}(k)$ dotarcia kulki do przegródki o numerze k określone są wzorami:

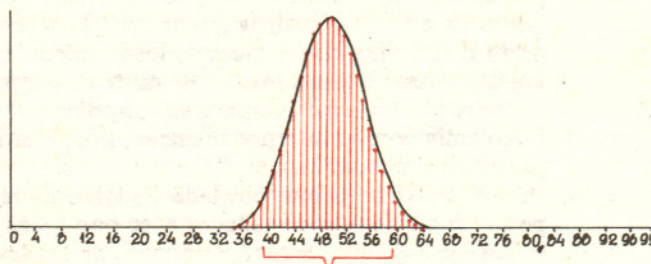
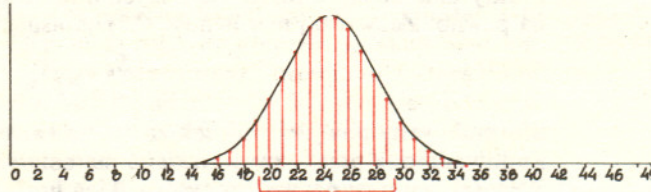
$$P_{19}(k) = \frac{\binom{19}{k}}{2^{19}}, \quad k = 0, 1, \dots, 19.$$



Graficzny obraz liczb $P_{19}(k)$ jest następujący:



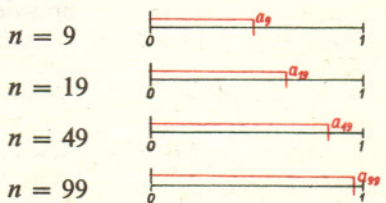
Przegródki o numerach 8, 9, 10, 11, stanowią dokładnie 20% wszystkich przegródek. Oznaczmy przez a_{19} prawdopodobieństwo, że ziarenko śrutu trafi do jednej z tych 4 przegródek. Będzie ono sumą prawdopodobieństw, że ziarenko trafi odpowiednio do przegródek 8, 9, 10 i 11. Łatwo obliczyć, że $a_{19} = 0,64$. W przybliżeniu oznacza to, że średnio na każde 3 ziarenka śrutu 2 trafiają do tych 20% przegródek, a tylko 1 do pozostałych 80%. W przypadkach desek Galtona z 50 i 100 przegródkami wykresy są następujące:



Na każdym z wykresów zaznaczono klamrą 20% przegródek, tych o największych prawdopodobieństwach. Oznaczmy odpowiednio przez a_{49} i a_{99} prawdopodobieństwa, że ziarenko śrutu trafi do jednej z tych przegródek. Można obliczyć, że

$$a_{49} = 0,834, \quad a_{99} = 0,966.$$

Przyjrzyjmy się liczbom a_n dla $n = 9, 19, 49, 99$: w odcinku o długości 1 będziemy odkładali odcinki o długościach a_n :



Nasuwa się przypuszczenie, że wraz ze wzrostem n prawdopodobieństwo a_n trafienia w jedną z 20% środkowych przegródek wzrasta do 1, a tym samym prawdopodobieństwo trafienia w jedną z pozostałych 80% maleje do 0. Tych 20% środkowych przegródek są to przegródki o numerach k , spełniających warunek

$$\left| k - \frac{n}{2} \right| \leq \frac{1}{5} n$$

Oznaczmy przez S_n liczbę zakrętów „w prawo” wykonanych przez pojedynczą spadającą kulkę. Zdarzenie, że kulka trafi w jedną z 20% środkowych przegródek, polega na tym, iż kulka ta potoczy się taką drogą, że

$$(*) \quad \left| S_n - \frac{n}{2} \right| \leq \frac{1}{5} n.$$

Nasze przypuszczenie można więc wyrazić następująco: w ciągu n jednakowo prawdopodobnych losowań „w prawo” lub „w lewo” (a lub a') prawdopodobieństwo wylosowania drogi o S_n spełniającym (*) dąży do 1. Prawdopodobieństwo zdarzenia definiowaliśmy jako granicę częstości pojawiania się tego zdarzenia przy liczbach prób dążących do nieskończoności. A zatem zdarzenia o prawdopodobieństwach bliskich 1 należy tłumaczyć sobie jako bardzo częste (prawie zawsze). Czyli, praktycznie biorąc, dla dużych n prawie na pewno liczba S_n musi spełniać warunek (*). Liczba $\frac{1}{5}$ (owe 20%) nie jest tu

Rozwiązanie zadania F11 (cd).
Pełne rozwiązanie zagadnienia wymaga wiadomości wykraczających poza zakres szkoły średniej. Potrzebna jest mianowicie znajomość wzoru na siłę oporu struny, z którego wynika, że siła ta jest proporcjonalna do prędkości poprzecznej elementu struny w danym punkcie. Konkretnie:

$$F = -Z \frac{dy}{dt}, \text{ gdzie } Z \text{ jest impedancją struny,}$$

y — wychyleniem punktu z położenia równowagi, a t oznacza czas.
Zainteresowanych głębszym zrozumieniem problemu odsyłamy do książki F. C. Crawforda, *Fale*, rozdziały 4.4 i 5.3. Poniżej naszkicujemy rozwiązanie:
Trzecia struna stawia opór fali padającej ze struny pierwszej (drugiej) i generuje w niej falę odbitą. Stąd siła, jaką element trzeciej struny, znajdujący się tuż przy punkcie rozgałęzienia, działa na element pierwszej (drugiej) struny, wynosi:

$$F = -Z \frac{dy_{pad}}{dt} + Z \frac{dy_{odb}}{dt}.$$

Z drugiej strony opór elementu struny jest proporcjonalny do wypadkowej prędkości poprzecznej. Pó nieważ do punktu rozgałęzienia dochodzą spójne fale padające z 2 strun i wychodzą 2 fale odbite, to:

$$(*) \quad F = -2 \cdot Z \left(\frac{dy_{pad}}{dt} + \frac{dy_{odb}}{dt} \right).$$

Stąd otrzymujemy związek dla fal padających i odbitych w punkcie rozgałęzienia:

$$-\frac{1}{3} \cdot \frac{dy_{pad}}{dt} = \frac{dy_{odb}}{dt}.$$

Współczynnik odbicia fali R wynosi $-\frac{1}{3}$.

Z powyższego związku wynika zależność między amplitudami fali padającej i odbitej

$$A_{odb} = \frac{1}{3} A_{pad} = \frac{1}{3} A.$$

Natomiast amplituda fali generowanej w trzeciej strunie wynosi (patrz wzór (*))

$$A_{przep} = 2(1+R)A_{pad} = \frac{4}{3} A.$$

Prawo zachowania energii jest oczywiście spełnione, bowiem:

$$2 \cdot \left(\frac{1}{9} A^2 \right) + \frac{16}{9} A^2 = 2A^2.$$



Rozwiązanie zadania M32.

Skonstruujemy taki wielomian P . Przyjmijmy

$$(1) \quad \begin{cases} x = t^n, & y = t^{n+1}, \\ z = t + t^{n+2}, \end{cases}$$

skąd

$$\begin{aligned} zy &= t^{n+2} + t^{2n+3} \\ zy^2 &= t^{2n+3} + t^{3n+4} \\ &\dots \\ zy^{n-2} &= t^{n^2-n-1} + t^{n^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ z(1-y+y^2-\dots+(-1)^{n-2}y^{n-2}) = \\ &= t + (-1)^{n-2}t^{n^2} = t + (-1)^{n-2}x^n. \end{aligned}$$

Możemy więc przyjąć $P(x, y, z) =$

$$z \cdot \sum_{i=0}^{n-2} (-y)^i + (-1)^{n-1} x^n.$$

Dokonując bowiem podstawień (1)

otrzymujemy

$$P(t^n, t^{n+1}, t + t^{n+2}) = t.$$

uprzywilejowana; te same rozważania z tymi samymi rezultatami można

przeprowadzić zastępując liczbę $\frac{1}{5}$ dowolną liczbą $\varepsilon > 0$.

W naszej desce Galtona losowania „w prawo” i „w lewo” były jednakowo prawdopodobne. Gdybyśmy skonstruowali deskę taką, że zdarzenia „w prawo” i „w lewo” nie są jednakowo prawdopodobne, na przykład prawdopodobieństwo, że kulka potoczy się w prawo, jest równe p , prawdopodobieństwo, że potoczy się w lewo, jest równe q , $p \neq q$, $p + q = 1$, to nie wnikając w szczegóły techniczne doszlibyśmy do następującego wniosku: prawdopodobieństwo zdarzenia, że w ciągu n losowań kanalików a i a' liczba S_n wylosowanych wyrazów a spełnia warunek

$$(**) \quad |S_n - n \cdot p| \leq n \cdot \varepsilon,$$

gdzie ε jest tutaj dowolną, ustaloną liczbą dodatnią.

Praktycznie oznacza to, że dla dużych n nierówność (**) jest spełniona prawie na pewno. Zazwyczaj nierówność (**) zapisujemy w postaci:

$$\left| \frac{S_n}{n} - p \right| \leq \varepsilon$$

Sformułowany powyżej wniosek został po raz pierwszy zaobserwowany i udowodniony przez szwajcarskiego matematyka Jakuba Bernoulli (1654–1705). Wniosek ten nosi nazwę „prawo wielkich liczb Bernoulliego”. Jest to historycznie pierwsze twierdzenie z cyklu twierdzeń nazywanych prawami wielkich liczb. Oczywiście losowania dróg „w prawo” i „w lewo” można zastąpić losowaniem orła i reszki przy rzucie monetą, losowaniem szóstki lub nie-szóstki przy rzucie kostką, wreszcie samo losowanie można zastąpić procesem porodu, a rezultaty „w prawo”, „w lewo” — płcią noworodka: „chłopiec”, „dziewczynka”. Są to tylko zmiany typu interpretacyjnego, sama matematyczna istota zagadnienia pozostaje nie zmieniona.

Prawo wielkich liczb wypowiada się tylko na temat granicy prawdopodobieństw pewnych zdarzeń, nie wyklucza więc ono możliwości zdarzeń takich, w których pojawiają się długie serie „w prawo” lub „w lewo”. Nie należy także wnioskować, że zdarzenia „w prawo” i „w lewo” muszą się na ogół przeplatać lub też że liczby ich w ciągu o parzystej liczbie wyrazów (oznaczmy ją przez $2n$) muszą być równe. Wręcz odwrotnie, gdy n dąży do nieskończoności, to prawdopodobieństwa te

maleją do 0 szybciej niż ciąg $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

Zainteresowanego Czytelnika odsyłamy tu do podręcznika z rachunku prawdopodobieństwa dla klasy IV liceum.

O zastosowaniu prawa wielkich liczb będziemy mówić w następnym artykule.

Dlaczego Niemcy nie zdążyli wynaleźć bomby atomowej

— Pozwoliłem sobie zaprosić panów, by ustalić definitywnie sprawę rozdzielenia zadań w dziedzinie fizyki jądrowej między Instytutem im. Cesarza Wilhelma oraz Grupą Badawczą Fizyki Jądrowej podległą Radzie Badań Naukowych Rzeszy — bez żadnych wstępnych grzeczności zaczął prezes Towarzystwa im. Cesarza Wilhelma i dyrektor generalny Vereinigte Stahlwerke, Vögler.

Obaj jego goście, profesor Mentzel, przewodniczący Rady Badań Naukowych Rzeszy, i profesor Esau, przewodniczący sekcji fizyki Rady i z urzędu pełnomocnik Göringa do spraw fizyki jądrowej, od razu zrozumieli, że nie zaproszono ich na dyskusję, lecz dla zakomunikowania im decyzji, która z pewnością zapadła na wyższym szczeblu. Nie mylili się, za Vöglerem stał sam Speer, który nie mając przekonania do kwalifikacji Esaua, przyrzekł prezesowi znaczne środki na badania jądrowe prowadzone w Instytucie. Grzecznie jak dzieci dopili więc kawę i bez dyskusji przyjęli wszystkie propozycje przemysłowca. Esau wiedział już, że po odebraniu mu silnej grupy Instytutu w Dahlem nie może liczyć na poważne sukcesy tych grup, które mu zostawiono.

Jednakże i grupa fizyków w Instytucie daleka była od kolektywnego działania. Z początkiem października, za sprawą Wirtza i Weizsäckera, sterowanie badaniami jądrowymi w Instytucie przejął od Diebnera sam Heisenberg. Diebner, świadom,



że autorytetowi laureata nagrody Nobla może przeciwstawić jedynie autorytet doktora w mundurze oficera Wehrmachtu, dał za wygraną i wycofał się do laboratorium wojskowego w Gottow. Nigdy już nie doszło do ściślejszej współpracy między grupą Heisenberga i grupą Diebnera; przeciwnie, obydwie grupy silnie rywalizowały ze sobą. Było to ze szkodą dla niemieckiego programu jądrowego. Diebner doszedł do ważnego wniosku, że uran rozłożony w reaktorze w postaci kostek powinien gwarantować większą wartość współczynnika mnożenia (powielania) neutronów. Heisenberg, który forsował układ w postaci płyt uranowych, niemal do samego końca odnosił się z niechęcią, a nawet z lekceważeniem do tej koncepcji. Diebner nie mógł liczyć na dostateczne ilości ani metalicznego uranu, ani ciężkiej wody, przeprowadził więc w lecie 1942 roku doświadczenia w reaktorze próbnym, w którym użył 25 ton tlenku uranu w postaci 6802 kostek rozłożonych w parafinie jako moderatora. Doświadczenia potwierdziły słuszność przewidywań Diebnera, zabrał się więc on do budowy następnego reaktora, już z uranem metalicznym i ciężką wodą. Nie było to proste, i to nie wskutek trudności technicznych.

Zimą 1943 roku Anglicy, dzięki akcji komandosów Królewskiej Armii Norweskiej, zniszczyli w znacznym stopniu aparaturę do produkcji ciężkiej wody w Rjukan oraz zapasy tej cieczy w fabryce. Uszkodzenia naprawili Niemcy wprawdzie w połowie kwietnia, ale produkcję wznowili dopiero pod koniec czerwca. Dotkliwie odczuli oni tę akcję. Należy uznać, iż po eksperymentach Heisenberga i Diebnera sama możliwość budowy reaktora energetycznego została doświadczalnie udowodniona. Obok dalszych pomiarów konieczne były nowe eksperymenty reaktorowe, przede wszystkim zaś poświęcone znalezieniu optymalnej geometrii reaktora. Niemcy nie docenili jednak tej możliwości, forsując wciąż projekty coraz to większych reaktorów. Nic tedy dziwnego, że program U począł dreptać w miejscu. I z tego stanu nie zdołał się właściwie już wyzwolić do samego końca wojny. Tymczasem w końcu marca 1943 roku Ministerstwo Wojny Rzeszy, zniecierpliwione brakiem sukcesów militarnych, choćby tylko w perspektywie, wycofało się całkowicie z programu U, przekazując grupę Diebnera gestii Esaua, który musiał sam postarać się o fundusze. Sporządził więc, na polecenie Rady Badań Naukowych Rzeszy, kosztorys na rok budżetowy 1943/1944 w wysokości dwóch milionów marek. Göring przyznał te środki.

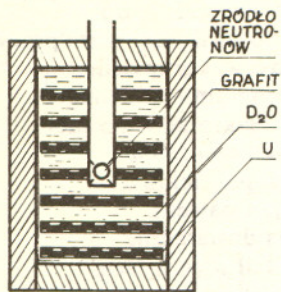
Uczeni zatem mogli dalej realizować swe projekty. Wielkim sukcesem było pod tym względem kolejne doświadczenie Diebnera. 232 kilogramy metalicznego uranu w postaci kostek zamroził w 210 kilogramach ciężkiego lodu w postaci kuli o średnicy zaledwie 75 centymetrów. Ku swemu zaskoczeniu uczeni zarejestrowali znacznie wyższy niż w dotychczasowych — dużo większych — układach współczynnik mnożenia neutronów. Późniejsze doświadczenia Posego i Rexera wykazały niezbicie, że „[...] układ kostek jest lepszy od układu prętów, a układ prętów lepszy od układu płyt [...]”. Wyższość układu kostek nad układem warstw została więc definitywnie dowiedziona.

Mimo to Heisenberg wciąż obstawał przy układzie warstw. Już po wojnie, w niewoli angielskiej, zapytany o przyczyny swego nieprzejednanego stanowiska, miał oświadczyć: układ warstw jest znacznie łatwiej liczyć niż układ kostek. Istotnie, Heisenberga interesowało nie tyle znalezienie najprostszego drogi do celu, którym był reaktor jądrowy w stanie krytycznym, ile doświadczalne potwierdzenie jego hipotez teoretycznych.

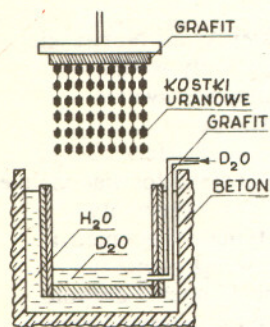
Dodatkowe kłopoty sprawiała niemieckim uczonym warunki wojenne. 16 listopada Amerykanie (zresztą bez porozumienia z aliantami) zbombardowali skutecznie fabrykę ciężkiej wody w Norwegii. Niemcy zaczęli zdawać sobie sprawę, że Rjukan jest „spalone”. Ich późniejsza akcja zdemontowania aparatury i przewiezienie jej, wraz z wyprodukowaną dotychczas ciężką wodą, do Niemiec została także w znacznej mierze udaremniona. Praktycznie do końca wojny Niemcy pozostali bez dalszych możliwości produkcji tej cieczy. Ostrości nabrał znów problem wzbogacenia uranu, ale z tym uczeni niemieccy też sobie nie mogli poradzić.

Na tym jednak nie koniec kłopotów. Gospodarce niemieckiej coraz częściej i mocniej zaczęły dawać się we znaki dywanowe naloty RAF-u. W trakcie jednego z nich została kompletnie zniszczona fabryka „Degussy” we Frankfurcie, która rozpoczęła właśnie produkcję kostek z metalicznego uranu do dalszych doświadczeń Diebnera.

W tych okolicznościach niezbędny był jakiś kozioł ofiarny. Największe predyspozycje po temu miał sam Esau. Został zmuszony do rezygnacji ze swych funkcji. Z początkiem 1944 roku przejął je profesor Walther Gerlach, uczony światowej sławy, który jednak dotychczas nie brał żadnego udziału w badaniach jądrowych. Profesor Mentzel sądził, że właśnie taki „człowiek z zewnątrz”



Idea budowy reaktora B-VII



Idea budowy reaktora B-VIII (w Haigerloch)

o dostatecznym autorytecie naukowym zdoła wreszcie zjednoczyć wysiłki naukowców.

Gerlach nie spełnił jednak pokładanych w nim przez rząd nadziei. Niewiele można powiedzieć o motywach polityki ostatniego pełnomocnika Göringa do spraw fizyki jądrowej, można się jednak domyślać, że Gerlachowi chodziło nie tyle o ratowanie programu U, ile o ratowanie fizyki niemieckiej, a program U traktował raczej jako środek do tego celu. Może właśnie dlatego nie połączył grup badawczych Heisenberga i Diebnera. Diebner pozostał niezależny, mógł prowadzić swe prace według własnych koncepcji. Między innymi podjął prymitywne próby zrealizowania reakcji... termojądrowej, ale przy tak szczupłych środkach nic z nich nie wyszło.

Tymczasem w Dahlem kontynuowano prace nad kolejnym eksperymentem reaktorowym w ramach serii B (układ płyt z metalicznego uranu, przedzielonych warstwami ciężkiej wody). Pod kierunkiem doktora Karla Wirtza kończono budowę stosu B-VII. Uran (1250 kg) wraz z moderatorem (1500 kg D_2O) był zamknięty w cylindrze aluminiowym o średnicy i wysokości ponad 2 metry. Po raz pierwszy jako „reflektora” neutronów użyli niemieccy uczeni grafit. Tym razem czekała ich niespodzianka: współczynnik mnożenia neutronów wynosił aż 3,37! (Była to niewątpliwie zasługa grafitu, ale uczeni, pomni definitywnych wniosków Bothego sprzed trzech lat, nie chcieli uznać tego wytłumaczenia). Przystąpiono więc rychło do budowy nowego, większego reaktora, który oznaczono kryptonimem B-VIII. 29 stycznia 1945 roku reaktor B-VIII był już gotowy, można było rozpocząć doświadczenia. Jednakże nieustanne naloty i powodzenie styczniowej ofensywy radzieckiej na froncie wschodnim zmusiły władze do ewakuacji ośrodków naukowych z Niemiec północnych i centralnych na południe. Gerlach starał się, mimo to, kontynuować okrojony już program badań. W Haigerloch rozpoczęto rekonstrukcję wywiezionego z Dahlem stosu B-VIII w przygotowanym do tego pośpiesznie bunkrze. Tym razem Heisenberg ustąpił w końcu i zgodził się na układ kostek. W marcu przeprowadzono wreszcie pierwsze doświadczenia. Uzyskano jeszcze większy niż poprzednio współczynnik mnożenia neutronów (ok. 6,7), ale reaktor nie był jeszcze w stanie krytycznym. Jak oszacowano, trzeba było zwiększyć jego rozmiary o około 50%. Konieczne więc były dalsze dostawy uranu i ciężkiej wody. I teraz postanowiono zaszachować Diebnera, który ze swą grupą i swymi zapasami uranu i ciężkiej wody znajdował się w Stadtilm. Przewiezienie ich do Heigerloch nie było już jednak możliwe, gdyż 6 kilometrów od Stadtilm znajdowały się oddziały amerykańskie. Tuż za nimi podążali agenci misji „Alsos” — naukowego oddziału wywiadu amerykańskiego. Niemal dzień po dniu „Alsos” i wywiad brytyjski zdobywały nowe dokumenty, materiały, przyrządy, a także... samych uczonych niemieckich. W tym samym mniej więcej czasie Rosjanie zdobyli materiały w Gottow i Dahlem oraz zatrzymali szereg innych uczonych niemieckich.

I tak zakończył się niemiecki program U, program realizowany do samego końca, jeszcze niemal pod bombami i ogniem artyleryjskim Aliantów. Prawdopodobnie stos B-VIII w Heigerloch, po uzupełnieniu go uranem i ciężką wodą z zapasów Diebnera, osiągnąłby stan krytyczny; zwłaszcza gdyby rdzeń reaktora zrobiono w formie kuli. Można więc powiedzieć, że uczeni niemieccy byli już o krok od reaktora w stanie krytycznym. Z pewnością stan taki zdołaliby osiągnąć wcześniej, gdyby w 1943 roku rozsądniej zabrali się do pracy, gdyby pracowali zjednoczeni, a nie — rozproszeni, i gdyby wreszcie dysponowali odpowiednimi środkami. Warto tu zauważyć, że w USA uruchomiono pierwszy stos krytyczny w grudniu 1942 roku, głównie dzięki uczonym, których faszyzm wypędził z Europy. Ale też amerykańskim programem jądrowym kierowało wojsko i mowy nie było o żadnych ambicjonalnych rozgrywkach, a ponadto rząd amerykański wyasygnował na badania jądrowe kilkaset razy większe środki, niż rząd hitlerowski. A i tak skonstruowanie bomby jądrowej zajęło im ponad dwa lata. Wątpliwe więc, czy Niemcy, nawet gdyby nie popełnili tylu błędów, zdołaliby wynaleźć bombę przed zakończeniem wojny. Wprawdzie w 1941 roku wyprzedzali Amerykanów, a w 1942 roku nie byli jeszcze zdystansowani, jednakże olbrzymi wysiłek naukowy i gospodarczy, jakiego wymagała bomba atomowa, niezależnie od wszystkich innych aspektów i okoliczności, chyba przerastał możliwości Rzeszy, dla której rok 1943 był już definitywnie początkiem klęski. Nie wiadomo jednak, jak przebiegałoby zakończenie wojny, gdyby faszyzm sam nie pozbawił się tylu fizyków i gdyby rząd Hitlera zdołał uruchomić taki program, jaki uruchomił rząd amerykański.



Rozwiązanie zadania M31.

Z (2) wynika, że $x = (x^*y)^*y$, a więc

$$(3) \quad (x^*y)^*x = (x^*y)^*[(x^*y)^*y] = y.$$

Ostatnia równość wynika z (1):
podstawiamy w niej x^*y zamiast x .
Z (3) wynika

$$[(x^*y)^*x]^*x = y^*x,$$

ale na podstawie (2) $[(x^*y)^*x]^*x = x^*y$.
Z ostatnich dwóch równości wynika, że
 $y^*x = x^*y$ dla dowolnych x, y .

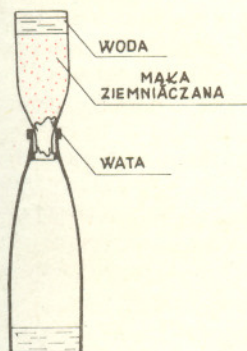
Koniec.

Oprac. Z.P.
wg książki D. Irvinga
The Virus House

JAK POMÓC KOPCIUSZKOWI ALBO CHROMATOGRAFIA PRAWDĘ CI POWIE

Nie wiem, jak Wy, ale ja słuchając bajki o Kopciuszku zastanawiałem się nad tym, dlaczego biedna dziewczyna, której kazała macocha oddzielić groch od maku, nie posłużyła się sitem. No cóż, pewnie w owych czasach sita jeszcze nie znano. Chciałbym tym razem postawić przed Wami zadanie dość podobne do zadania Kopciuszka, jednak przez swą skalę znacznie trudniejsze, a mianowicie

JAK ROZDZIELIĆ ZMIESZANE BARWNIKI

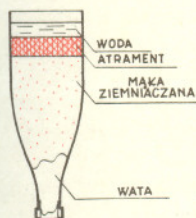


Rys. 1

Widzicie już, że sprawa nie jest prosta. Jeżeli mieszać np. atrament zielony z niebieskim, to niełatwo będzie je rozdzielić biorąc pod uwagę, że cząsteczki barwnika mogą być milion razy mniejsze od ziarenek maku. W odróżnieniu od złej macochy nie będę Was zmuszał do wykonania tego zadania (bo choćbym chciał, to nie mogę), ale chętnym udzielę rady. Należy oczywiście posłużyć się czymś w rodzaju sita. Niestety jednak sito o dostatecznie drobnych otworkach, gdyby się je nawet dało zrobić, przepuszczałoby ciecze niesłychanie powoli, a do tego zaraz by się zatkało dużymi cząsteczkami, które ma zatrzymać. Nasze „sito” będzie działało na zupełnie innej zasadzie. Trudno mi dłużej ukrywać, że będzie to

KOLUMNA CHROMATOGRAFICZNA

Jest to po prostu pionowa rura wypełniona częściowo „adsorbentem”, czyli materiałem porowatym o dużej powierzchni. Przez ten adsorbent przepuszcza się mieszaninę barwników, a następnie czysty rozpuszczalnik. Na skutek różnej zdolności różnych barwników do osadzania się na powierzchni adsorbentu będą one wsiąkały z różnymi prędkościami i z różnymi prędkościami będą wypłukiwane. W ten sposób w miarę posuwania się wzdłuż kolumny chromatograficznej poszczególne barwniki wchodzące w skład mieszaniny zaczną się rozdzielać i przy odpowiedniej wysokości kolumny rozdział może być całkowity. Opis powyższy, jakkolwiek wyjaśnia zasadę działania urządzenia, jest dość abstrakcyjny i czytając go trudno nie zapytać:

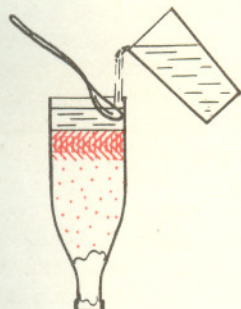


Rys. 2

A JAK TO ZROBIĆ W PRAKTYCE?

Dość łatwo. Trzeba zacząć od rury. Powinna być przezroczysta, żeby było widać, co się w środku dzieje. Najlepiej więc wziąć butelkę i odciąć jej dno. Żeby było łatwiej, możecie posłużyć się butelką plastikową po oleju jadalnym lub inną podobną. Niezły może też być klosz od lampy naftowej. Należy teraz zamocować ją pionowo szyjką w dół, co najłatwiej wykonać wstawiając jej szyjkę do butelki po mleku. Naszą substancją adsorbującą będzie mąka kartoflana, którą zmieszamy z niewielką ilością wody i wlejemy do butelki, włożywszy uprzednio trochę waty, żeby nam wszystko od razu nie wypłynęło. Po jakimś czasie mąka ziemniaczana opadnie i utworzy zwartą masę, przez którą bardzo powoli będzie się przesączała woda. Kolumna gotowa (rys. 1).

I TO BĘDZIE DZIAŁAĆ?



Rys. 3

Przekonajmy się. Mieszamy niewielką ilość dwóch lub więcej rodzajów atramentu i ostrożnie wprowadzamy (najlepiej zakraplaczem) do kolumny tak, aby mieszanina znalazła się między warstwą wody i mąki ziemniaczanej (rys. 2). Nie martwcie się, jeżeli płyn trochę wam się zamiesza — atrament jako cięższy opadnie powoli w dół. Po pewnym czasie cały atrament wsiąknie w mąkę. Pozostaje nam teraz cierpliwie czekać (parę godzin) dolewając od czasu do czasu wody, aby zawsze jej poziom był powyżej górnej granicy warstwy mąki (ważne!). Żeby nie zmącić mąki, nalewamy wodę cienkim strumieniem na podstawioną łyżeczkę (rys. 3). W tym czasie możemy obserwować, jak poszczególne barwniki rozwijają się w strefy (rys. 4), aż wreszcie najszybszy dotrze do szyjki butelki. Można wtedy zbierać jego roztwór kapiący z szyjki, a potem kolejno pozostałe. Zadanie wykonane — rozdzieliłiśmy mieszaninę.



Rys. 4