delta

SPIS TREŚCI

Nasza okładka:
Dubna (patrz art. na str. 8)

W następnym numerze:
Kłopoty sprzedawców złotej folii
Fizyka a piękno

„Delta"
matematyczno-fizyczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Polskiego Towarzystwa Fizycznego wydawany przy poparciu Polskiej Akademii Nauk oraz Ministerstwa Oświaty i Wychowania

opracowanie okładki
art. graf. K. Dobrowolski

Adres Redakcji
ul. Śniadeckich 8,
00-656 Warszawa, PTM

Zakład Narodowy im. Ossolińskich — Wydawnictwo.
Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 30000 egz. Objętość 2 ark. wyd.; 2,50 ark. druk.;
papier offsetowy III kl., 80g, 61×86
Wydrukowano w Drukarni im. Rewolucji Październikowej,
Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 756/74 W-122

Matematyka na Czarnym Lądzie

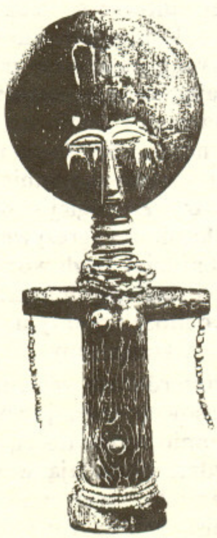
Dr Rafał MOLSKI

W związku z moim pobytem w Nigerii zetknąłem się z pytaniem, jaka też jest ta „afrykańska" matematyka.

Wielu uważa matematykę za jedną z najbardziej wyrafinowanych intelektualnie dyscyplin. Jak więc radzi sobie z nią (przyswaja ją, rozwija) społeczeństwo, które od niedawna znajduje się w kręgu kultury światowej, zdominowanej ciągle jeszcze przez wzory europejskie? Pytanie to, interesujące samo w sobie, w sposób widoczny dotyka również subtelnych i skomplikowanych kwestii źródeł intelektualnych potencji człowieka. Nie muszę chyba jednak zastrzegać się, że nie zamierzam traktować o problemach genetyki, bo i tam ten czy ów poszukuje odpowiedzi. Niemniej spróbuję na pytanie odpowiedzieć.

Zacznijmy od paru informacji na temat Nigerii. Jest to jedno z największych i najludniejszych państw Afryki tropikalnej, powstałe w 1960 r. na terenach paru dawnych dominiów angielskich leżących nad Zatoką Gwinejską. Na obszarze trzykrotnie większym od Polski żyje około 60 milionów ludzi. Na liczbę tę składa się kilkadziesiąt plemion różniących się znacznie pod względem antropologicznym, etnicznym, językowym, wyznaniowym i kulturowym. To, co ich łączy, to wspólna państwowość — świeża, bo licząca niespełna lat piętnaście — i wspólna spuścizna kolonialna składająca się przede wszystkim z języka angielskiego i pewnych wzorów administracji. Większa część owych 60 milionów mieszka w 200-kilometrowym zielonym pasie przybrzeżnym: daje to gęstość zaludnienia rzędu krajów europejskich. Poważna część skupia się, i to od wielu dziesiątków lat, w miastach, gdzie od mniej lub bardziej długiego czasu styka się w każdym razie z niektórymi przejawami cywilizacji innych kontynentów. Każdy z kolonizatorów miał swoje zalety i wady, na korzyść Anglików trzeba powiedzieć, że pozostawili w Nigerii stosunkowo dobrze zorganizowane szkolnictwo podstawowe. Szkółki, głównie misyjne, uczyły czytania i pisania w języku angielskim — przede wszystkim Pisma Świętego, następnie rachunków oraz historii i geografii... Anglii. W końcu, pisana historia Nigerii zaczyna się niewiele lat przed rokiem 1960, a jej geografia wymaga dopiero opracowania.

Pierwszą wyższą uczelnią w Nigerii był założony w 1948 roku University College w Ibadanie (Ibadan jest największym miastem Nigerii, ale nie jego stolicą), który następnie, po uzyskaniu przez Nigerię niepodległości, przekształcił się w Uniwersytet Ibadański. Obecnie Nigeria posiada cztery wyższe uczelnie, jednakże Uniwersytet w Ibadanie jest nadal czołowym ośrodkiem naukowym i kulturalnym — chyba w całej Afryce Zachodniej. Zbudowany został z właściwą Afrykanom rozrzutnością i rozmachem (chociaż już w czasie mojej tam obecności, to znaczy w okresie 1967–1970, stwierdzono, że robi się zbyt ciasno). Na olbrzymim terenie wiecznie zielonego ogrodu, położonego w odległości 10 km od miasta, powtykano z rzadka gmachy poszczególnych fakultetów, budynki administracji, mieszkania dla pracowników i domy studenckie. Ponieważ uniwersytet rozbudowuje się i utrzymuje korzystając z pomocy rozmaitych fundacji, a te adresowały swoje fundusze na rzecz wydziałów, którymi z różnych względów się specjalnie interesowały, nie należy się dziwić, że pierwsze zostały zbudowane takie wydziały, jak medycyna, weterynaria, agronomia, geologia itp., natomiast matematyka czeka nadal na swego protektora w wielce skromnym baraczku. Jest zresztą rzeczą charakterystyczną, że osobny departament *Computer Science* — z całkiem przyzwoitą (gdy była nowa) maszyną IBM — dawno już rezyduje w efektownym budynku.



Sądzę, że nie ma tu ani potrzeby, ani miejsca na to, aby wchodzić w strukturę organizacyjną Uniwersytetu czy w system i program nauczania matematyki. Są to wzory angielskie z ich kombinowanymi programami studiów, z podziałem matematyki na czystą i stosowaną i innymi zawiłościami, których opis byłby mozolny, a dla naszych celów całkowicie zbędny. Od początku swego istnienia aż do chwili obecnej Uniwersytet Ibadański znajdował się pod opieką Uniwersytetu Londyńskiego, który służył mu pomocą kadrową, dostarczał wzorów administracyjnych i czuwał nad poziomem naukowym. Dążąc do rozbudowy swych uczelni poszli Nigeryjczycy dwiema narzucającymi się drogami: po pierwsze sprowadzili „białych" wykładowców z krajów o większych tradycjach akademickich, po drugie wysyłali swoją młodzież na studia do silnych ośrodków w Europie i Stanach Zjednoczonych oraz fundowali stypendia na pobyt za granicą zdolniejszym absolwentom.

Trzeba powiedzieć, że wszystkie te zabiegi dały szybko rezultaty. Już w parę lat po

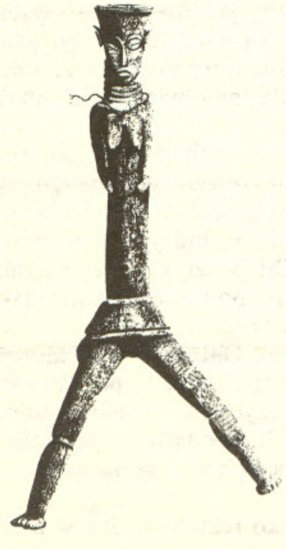
swoim powstaniu, Uniwersytet Ibadański cieszył się, i to nie tylko w Afryce, dobrą sławą uczelni dojrzałej, prężnej, o wysokim poziomie naukowym. Ale co innego prężność organizacyjna, co innego poziom i rzetelność wykładanej wiedzy, co innego zaś powstanie twórczego środowiska naukowego. Nawet przy urodzaju talentów i dysponowaniu gronem znakomitych nauczycieli-specjalistów trudno oczekiwać, że w jakiejkolwiek dziedzinie uda się szybko, w przeciągu paru lat, stworzyć na pustym miejscu systematycznie pracujący ośrodek o przemyślanym i konsekwentnie realizowanym programie badawczym. Dodajmy do tego okoliczności specjalnie utrudniające Nigeryjczykom spełnienie tych warunków, zwłaszcza z zakresu matematyki, a mianowicie: 1) ani Uniwersytet Ibadański, ani Nigeria jako kraj nie jest miejscem, które zdołałoby przyciągnąć specjalistów najwyższej klasy; 2) uciążliwy klimat powoduje, że ludzie przyjeżdżają tu na stosunkowo krótki czas i ani psychicznie, ani czasowo nie są przygotowani na stworzenie trwalszego zespołu badawczego; 3) podobnie jak we wszystkich krajach, które znajdują się na progu swego rozwoju społecznego i gospodarczego, matematyka nie jest dziedziną, która w pierwszym rzędzie przyciąga utalentowaną młodzież.

Mimo tych przeszkód, przez wydział matematyczny przewinęło się parę poważniejszych nazwisk, a i sama matematyka nigeryjska dochowała się już kilku znaczących w świecie pozycji. W momencie gdy opuszczałem Nigerię, dorastało pierwsze pokolenie doktorów, wychowanków Uniwersytetu Ibadańskiego.

Pora wrócić do naszego pytania: Jak prezentowali się nigeryjscy studenci (mówię oczywiście o przeciętnych studentach)? Sądzę, że nie gorzej od studentów w innych krajach, a pod pewnymi względami nawet lepiej. Na ogół odznaczali oni się świetną pamięcią i pewną świeżością umysłów, która pozwalała im dość swobodnie przyswajać sobie najbardziej abstrakcyjne konstrukcje matematyczne. Nie mieli też kłopotów z opanowaniem biegłości rachunkowej. Otóż, jakkolwiek to się może wydać dziwne, zdolność przyswajania sobie „czystych" struktur matematycznych i umiejętności zręcznego manipulowania nawet dość skomplikowanym aparatem pojęciowym, jednym słowem opanowanie technicznej strony matematyki, wydaje mi się talentem, który występuje dość wcześnie, właśnie wtedy, kiedy umysł jest świeży, nie obarczony balastem nagromadzonych doświadczeń, wolny od oddziaływań środowiska. Jest to uzdolnienie raczej autonomiczne, mniej zależne od wstępnych zabiegów wychowawczych, bardziej wpisane w genotyp człowieka. Druga strona aktywności matematycznej, bardziej ideowa, wnikająca w związki między modelami matematycznymi a rzeczywistością współtworzącą te modele, działająca na styku z rzeczywistością, wymaga znacznie większego przygotowania, szerszych horyzontów myślowych i jest bardziej zależna od ogólnej kultury.

Jestem zdania, że również nasze doświadczenia ze zmienionymi programami matematyki w szkołach średnich potwierdzają te opinie. Otóż jeżeli chodzi o te pierwsze dyspozycje, to sądzę, że Afrykanie nie różnią się od przedstawicieli innych ras i kultur. Uczą się matematyki z nie większymi kłopotami niż inni, podobnie jak nie mają specjalnych trudności z opanowaniem języka angielskiego czy innych mniej lub bardziej złożonych umiejętności wykształconych przez współczesną cywilizację.

Przypuszczam natomiast, że mogą mieć więcej trudności i później być może dołączą do światowej czołówki (mówię oczywiście nie o jednostkach, ale o całych społeczeństwach), gdy chodzi o udział w kształtowaniu się koncepcyjnej postaci matematyki. Nie dlatego, że ich możliwości intelektualne są mniejsze, ale dlatego, że muszą najpierw odrobić znaczne zaległości w ogólnej kulturze społecznej, która wydaje się niezbędnym czynnikiem dla pojawienia się ośrodków myśli naukowej o tym charakterze. Warunki społecznej egzystencji wpływają na sposób uprawiania nauki również w inny, bardziej pośredni sposób, odciskając swe piętno na psychice ludzkiej. Odniosłem na przykład wrażenie, że lata kolonizacji i poniżenia odebrały mieszkańcom w pewnym stopniu śmiałość myślenia i pewność siebie. Bardziej są nastawieni na naśladowanie, na bierne przyswojenie sobie sprawności, mniej na samodzielność i krytycyzm w stosunku do nabywanej wiedzy. Z drugiej strony pewne właściwości ich przyrody i klimatu nie sprzyjały wykształceniu tej agresywności i ofensywności, która jest właściwa ludziom północy. Są bardziej ulegli wobec natury, nie mają ani aspiracji, ani potrzeby jej zmieniania, kult zaś ciągłego ulepszania rzeczy i ciągłego postępu jest obcy ich kulturze i tradycji. Ale być może i pod tym względem można odrobić „straty" szybciej, niż to sobie wyobrażamy.



Pamiętam, jak tłumaczono przewagę czarnoskórych sprinterów ich warunkami fizycznymi, natomiast twierdzono, że biali długodystansowcy mają przewagę nad innymi, ponieważ długi dystans wymaga w większym stopniu wytrwałości, hartu ducha i silnej woli, a to są właściwości, które biali ludzie posiadają w większym stopniu. Niezależnie od tego, jak przekonywająco to brzmiało, rzeczywistość zadała kłam tym opiniom. Dzisiaj na niemal wszystkich dystansach Murzyni odnoszą sukcesy, co z kolei nie świadczy chyba o jakichś wrodzonych dyspozycjach tej rasy, a o pojawieniu się nowego układu warunków społecznych, który dokonał pewnych korektur psychicznych, i wziąwszy pod uwagę, że warunki bytowania społecznego w związku z rozwojem przekazu informacji, migracją kultur, burzliwym rozwojem oświaty, ulegają przemianom szybszym, niż można się było tego spodziewać, być może na terenie matematyki czekają nas niespodzianki.

Fizyka i lek

Mgr fiz., mgr farm. Roman KALISZAN

Do niedawna działanie leku wiązano wyłącznie z budową chemiczną środka czynnego. Obserwowane różnice efektu terapeutycznego, uzyskiwanego po podaniu tego samego leku pochodzącego od różnych producentów, tłumaczono po prostu czynnikami typu psychologicznego. Podejście chemiczne zdominowało farmację do tego stopnia, że znany od dawna fakt, iż różne odmiany krystaliczne (alotropowe) takich pierwiastków, jak arsen czy fosfor, różnią się między sobą wręcz krańcowo pod względem toksyczności, pozostawał ciekawostką naukową. Dopiero w ostatnim dziesięcioleciu wykazano znaczenie własności fizycznych leku. Powstała nawet specjalna gałąź farmacji — farmacja fizyczna, badająca takie zagadnienia, jak stan skupienia i krystaliczne przemiany fazowe środka leczniczego, kinetykę i termodynamikę transportu przez błony komórkowe, zjawiska powierzchniowe itd. Uchwycenie zależności między stanem rozdrobnienia substancji czynnej a poziomem leku we krwi w funkcji czasu było poważnym sukcesem tej dyscypliny. Odpowiedni rozkład wielkości cząstek krystalicznych w danej formie leku pozwala zarówno uzyskać w krótkim czasie wymagany poziom leku we krwi, jak i utrzymać ten poziom przez dłuższy okres; tak jest w wypadku środka przeciwcukrzycowego, insuliny-lente, który składa się w 70% z substancji grubokrystalicznej i 30% substancji bezpostaciowej. Do rozdrabniania leków stosuje się technikę ultradźwiękową, krystaliczne przemiany fazowe i metody chemiczne.

Niektóre substancje lecznicze mogą istnieć w stanach o częściowym uporządkowaniu, czyli pośrednich między stanem ciekłym a krystalicznym. Te, tak zwane kryształy ciekłe, mają na ogół lepszą rozpuszczalność, a przez to organizm łatwiej je wchłania. Kiedy w latach sześćdziesiątych badano w Australii przyczyny skarg na złą jakość leczniczą zawiesin antybiotyku chloramfenikolu, okazało się, że reklamowane preparaty zawierały głównie nieczynną fizjologicznie odmianę krystaliczną związku. Polimorfizm (występowanie tego samego związku chemicznego w różnych strukturach krystalicznych) determinuje jakość wielu leków.

Kryształy ciekłe — stan substancji o własnościach strukturalnych pośrednich między własnościami kryształu i cieczy. Przy obniżaniu temperatury substancja staje się kryształem rzeczywistym, przy podgrzaniu przechodzi w ciecz bezpostaciową.

Aktualnie wiodące firmy farmaceutyczne dysponują laboratoriami, w których przeprowadza się pomiary własności fizycznych nowych i już stosowanych leków, dzięki czemu można opracować formę o odpowiedniej mocy terapeutycznej, cechach fizycznych umożliwiających podawanie leku w wymagany sposób, zapewniających właściwą trwałość mechaniczną, a nawet chemiczną. W zagadnieniach związanych z teorią działania leku pojawiają się problemy z zakresu fizyki cieczy czy też fizyki ciała stałego. Rozważa się możliwości fizycznego aktywizowania substancji czynnych takimi metodami, jak na przykład przeprowadzanie leków w formę elektretów.

Elektret — elektryczny odpowiednik magnesu trwałego, dielektryk zachowujący przez dłuższy czas (do kilku lat) ładunek powierzchniowy.

Fizyka wniosła do nauki o leku w ostatnim okresie szereg cennych informacji i wydaje się, że rola jej, podobnie jak w całej medycynie, będzie ciągle wzrastała.

Rozwiązanie zadania M 24.

Przypuśćmy, że przy pewnym naturalnym k liczba naturalna d jest dzielnikiem każdej z liczb $8k+3$ i $13k+5$, co zapisujemy

$$d|8k+3, \quad d|13k+5$$

Ponieważ różnica dwóch liczb podzielnych przez d jest znowu podzielna przez d, więc wnioskujemy, że $d|5k+2$ i dalej $d|3k+1$, $d|2k+1$, $d|k$.

Ponieważ $d|2k+1$ i $d|k$, więc $d|2k+1-2k = 1$.

Jedynym dzielnikiem liczby 1 jest liczba 1, więc $d = 1$ i ułamek $\frac{8k+3}{13k+5}$ jest nieskracalny przy dowolnym k naturalnym.

To, że $d = 1$ wynika również z tożsamości

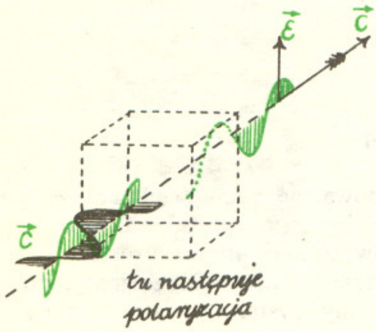
$$8(13k+5)-13(8k+3) = 1,$$

gdyż lewa strona jest podzielna przez d, a więc $d|1$.

Laboratorium w domu

Dr Jan A. GAJ

CO MA ŚWIATŁO POPRZECZNEGO – CZYLI O ZACHŁANNEJ KAŁUŻY I CUKRZE MALKONTENCIE



Rys. 1

Czasem wprowadza się pojęcie „płaszczyzna polaryzacji" — jest to płaszczyzna prostopadła do kierunku drgań świetlnych i zawierająca kierunek rozchodzenia się światła. Pojęcie to ma znaczenie raczej historyczne i wychodzi z użycia, dlatego nie będzie tu stosowane.

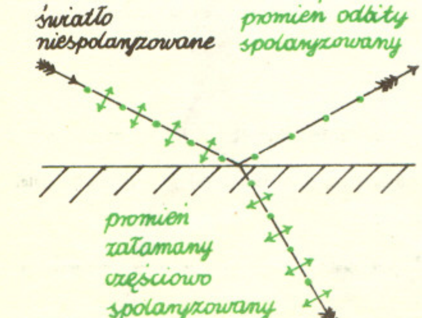
Tym z Was, którzy jeszcze nie domyślili się, o co chodzi, obiecuję solennie cały ten galimatias punkt po punkcie wyjaśnić. Zacznijmy od odpowiedzi na tytułowe pytanie. Oczywiście, światło, podobnie jak inne fale elektromagnetyczne, jest falą poprzeczną, to znaczy jego pola elektryczne i magnetyczne są poprzeczne w stosunku do kierunku rozchodzenia się światła. Ta własność umożliwia polaryzację fali świetlnej (dokładniej: polaryzację liniową), to znaczy wybranie spośród fal o różnych kierunkach drgań na przykład wektora natężenia pola elektrycznego tylko takich, dla których drgania odbywają się w jednej określonej płaszczyźnie (rys. 1). Tę płaszczyznę nazwiemy płaszczyzną drgań światła. Wyjawię od razu, że zjawiska związane z polaryzacją światła będą przedmiotem naszych eksperymentów. Przede wszystkim więc musimy zadać sobie pytanie

JAK SPOLARYZOWAĆ ŚWIATŁO?

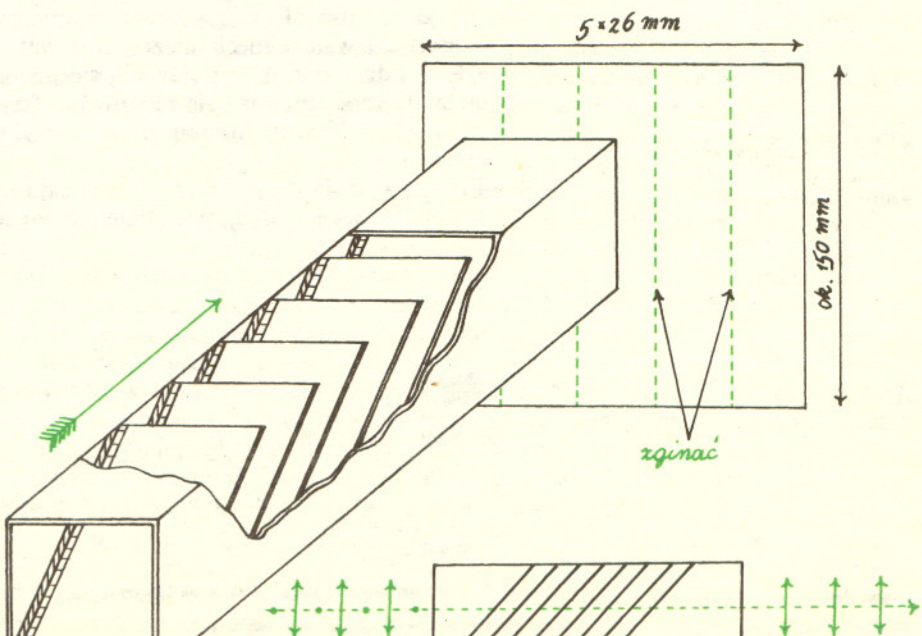
Przez odbicie — powie wielu z Was. Wiadomo, że gdy światło pada na granicę dwóch ośrodków pod kątem Brewstera, tj. takim, że promień załamany jest prostopadły do odbitego (rys. 2), ten ostatni jest całkowicie spolaryzowany. Wektor natężenia pola elektrycznego w promieniu odbitym jest przy tym równoległy do granicy ośrodków. Promień załamany jest spolaryzowany częściowo — tym silniej, im większy jest kąt padania. Do celów praktycznych będzie nam wygodniej posłużyć się promieniem załamanym przechodzącym przez płytkę szklaną. Dla wzmocnienia efektu należy wziąć wiele płytek, oczywiście ustawiając je pod odpowiednim kątem. Już wiecie jak? W takim razie

ROBIMY POLARYZATORY

Jeśli już robić, to od razu dwa. Zaopatrujemy się więc w karton, nożyczki, klej lub zszywacz biurowy, linijkę i ołówek, a przede wszystkim — w kilka małych szybek (czystych!). Dobre są szkiełka przedmiotowe od mikroskopu, o wymiarach 25 × 75 mm, lub inne podobne. Zaczynamy od rurki tekturowej w kształcie graniastosłupa czworokątnego; w rurce tej umieszczamy nasze szybki. Jeżeli używamy szkiełek mikroskopowych, wycinamy karton według rys. 3, a następnie zwijamy rurkę i łączymy klejem lub zszywaczem. Aby szkiełka układały się pod odpowiednim kątem, robimy wkładki jak na rysunku. Wklejając je zabezpieczamy też szybki przed wypadnięciem. Polaryzator gotów. W świetle przezeń przepuszczonym wektor natężenia pola elektrycznego drga w kierunku prostopadłym do krótszych krawędzi płytek. Aby sprawdzić działanie polaryzatorów, patrzymy przez nie



Rys. 2



(ustawione jeden za drugim) na rozciągłe źródło światła — na przykład na lampę z abażurem lub na niebo. Przy równoległym ustawieniu polaryzatorów (to znaczy takim, że ich płaszczyzny polaryzacji są równoległe) światło przez nie przechodzi, po skrzyżowaniu natomiast polaryzatorów (to znaczy ustawieniu ich tak, że ich płaszczyzny polaryzacji są prostopadłe) praktycznie nic przez nie nie widać.

I CO Z TEGO?

— powie nam ktoś złośliwy. Polaryzatory fabryczne są znacznie lepsze, mają większą jasność i wyższy stopień polaryzacji. Nie będziemy się przejmować złośliwościami i pokażemy, że również za pomocą naszych polaryzatorów można zobaczyć ciekawe rzeczy. Umówmy się tak: Przedstawię Wam teraz kilka przykładowych doświadczeń, Wy spróbujecie je wykonać, a za miesiąc wspólnie zastanowimy się nad nowymi.
Zaczniemy od obserwacji światła odbitego od szyb, na przykład w oknach, czy od powierzchni wody w kałuży. Kiedy światło pada pod kątem zbliżonym do kąta Brewstera, zachłanna kałuża zabiera całe światło o wektorze elektrycznym drgającym w płaszczyźnie padania, pozostawiając w świetle odbitym jedynie drgania równoległe do granicy woda–powietrze. Obracając polaryzator, przez który patrzymy na kałużę, możemy uzyskać wygaszenie odbitego światła. Ten sam efekt można zaobserwować w przypadku szyby szklanej. W praktyce, przy fotografowaniu na przykład wystaw sklepowych, stosuje się filtry polaryzacyjne (po co — chyba już sami potraficie odpowiedzieć?)
A teraz spróbujcie skierować Wasz polaryzator na niebo pod kątem prostym do promieni słonecznych. Okaże się, że światło biegnące z nieba jest częściowo spolaryzowane. Sprawdźcie, jak, i zastanówcie się — dlaczego...
Pozostał nam jeszcze cukier. Wstawiając między skrzyżowane polaryzatory roztwór cukru w płaskiej butelce zauważymy rozjaśnienie, które można skompensować obracając drugi polaryzator o pewien kąt. Cukier, wiecznie „niezadowolony" z polaryzacji przechodzącego światła, obraca zawsze jej płaszczyznę. Mówiąc poważniej, zjawisko to, zwane aktywnością optyczną, jest wywołane budową przestrzenną cząsteczek cukru. Zbadajcie, jak kąt skręcenia zależy od stężenia roztworu cukru. Czekam teraz na Wasze listy z opisem wykonanych doświadczeń i propozycjami nowych. Powodzenia!

Zadania

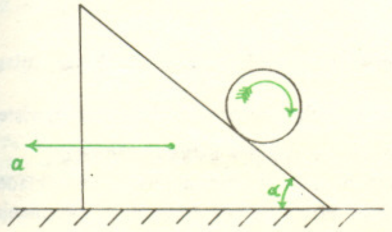
Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

M 22. Na płaszczyźnie narysowany jest kąt równy $\frac{1}{7}$ kąta półpełnego. Wykazać, że za pomocą cyrkla i liniału można zbudować kąt równy $\frac{1}{3}$ kąta danego, tzn. równy $\frac{1}{21}$ kąta półpełnego.
Rozwiązanie na str. 11

M 23. Wyznaczyć punkty M leżące w płaszczyźnie trójkąta ABC i mające tę własność, że odległość MB nie jest ani największą, ani najmniejszą spośród odległości MA, MB, MC.
Rozwiązanie na str. 17

M 24. Czy istnieją liczby naturalne k, dla których ułamek $\frac{8k+3}{13k+5}$ jest skracalny?
Rozwiązanie na str. 3

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI



F8. Wielokrotnie rozwiązywaliście zadania z równią pochyłą, z której zsuwały się lub staczały różne ciała. Zawsze jednak równia pozostawała nieruchoma. Rozważmy zagadnienie, w którym równia może bez tarcia ślizgać się po gładkim poziomym stole. Obliczcie, z jakim przyspieszeniem względem stołu porusza się równia o masie M i kącie nachylenia α, jeżeli stacza się z niej (bez poślizgu) kulka o masie m. Jaki jest kształt toru kulki obserwowany przez osobę stojącą przy stole?
Rozwiązanie na str. 7

Liczby algebraiczne całkowite

Dr Maciej BRYŃSKI

Dowolna liczba całkowita n jest pierwiastkiem wielomianu $x-n$. Z drugiej strony nie każdy pierwiastek wielomianu o współczynnikach całkowitych musi być liczbą całkowitą; na przykład pierwiastek wielomianu $2x-1$ nie jest liczbą całkowitą, a pierwiastki wielomianu x^2-2 nie są nawet liczbami wymiernymi. Czy można z postaci wielomianu wywnioskować, że jego wymierny pierwiastek musi być liczbą całkowitą? Okazuje się, że można. Wynika to z następującego twierdzenia:

Jeśli liczba wymierna zapisana w postaci ułamka nieskracalnego $\frac{p}{q}$ jest pierwiastkiem wielomianu o współczynnikach całkowitych

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0,$$

to p jest dzielnikiem współczynnika a_0, a q jest dzielnikiem współczynnika a_n.

Dla uzasadnienia tego twierdzenia zauważmy, że liczba $\frac{p}{q}$ spełnia warunek:

$$a_n \left(\frac{p}{q}\right)^n + a_{n-1} \left(\frac{p}{q}\right)^{n-1} + \ldots + a_1 \left(\frac{p}{q}\right) + a_0 = 0,$$

mnożąc więc obustronnie przez q^n otrzymamy

$$a_n p^n + a_n p^{n-1} q + \ldots + a_1 p q^{n-1} + a_0 q^n = 0.$$

Stąd

$$a_0 q^n = -a_n p^n - a_{n-1} p^{n-1} q - \ldots - a_1 p q^{n-1}.$$

Liczba po prawej stronie tej równości jest podzielna przez p, zatem p dzieli $a_0 q^n$. Ponieważ założyliśmy, że $\left(\frac{p}{q}\right)$ jest ułamkiem nieskracalnym, więc p i q nie mają wspólnych czynników różnych od 1. Wobec tego z faktu, że p dzieli $a_0 q^n$ wynika, że p dzieli a_0. Podobnie z równości

$$a_n p^n = -a_{n-1} p^{n-1} q - \ldots - a_1 p q^{n-1} - a_0 q^n$$

otrzymujemy wniosek, że q dzieli a_n.

Z twierdzenia tego wynika, że każdy pierwiastek wymierny wielomianu

$$x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

o współczynnikach całkowitych musi być liczbą całkowitą będącą dzielnikiem liczby a_0 (oczywiście wielomian taki może mieć również pierwiastki niewymierne).

Jak zauważyliśmy na początku, każda liczba całkowita jest pierwiastkiem wielomianu o współczynnikach całkowitych i współczynniku przy najwyższej potędze równym 1, a z poprzedniego zdania wynika, że spośród wszystkich liczb wymiernych własność ta przysługuje jedynie liczbom całkowitym. Pozwala to sądzić, że pierwiastki wielomianów o współczynnikach całkowitych i współczynniku przy najwyższej potędze równym 1 zasługują na szczególną uwagę. Liczby takie nazywamy *liczbami algebraicznymi całkowitymi*. Dokładniej: mówimy że a jest liczbą algebraiczną całkowitą, jeśli istnieje wielomian o współczynnikach całkowitych

$$x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0,$$

którego a jest pierwiastkiem.

Liczba $\sqrt{2}$ jest liczbą algebraiczną całkowitą, gdyż jest pierwiastkiem wielomianu x^2-2, natomiast $\frac{1}{2}$ nie jest liczbą algebraiczną całkowitą. Przy okazji warto wiedzieć, że istnieją liczby rzeczywiste, które nie tylko nie są liczbami algebraicznymi całkowitymi, ale nie są pierwiastkami żadnego wielomianu o współczynnikach całkowitych. Liczby takie nazywamy przestępnymi; przykładem liczby przestępnej jest liczba π (wyrażająca stosunek długości połowy okręgu do długości promienia).

Rozwiązanie zadania F 8.

Ponieważ jedynymi siłami zewnętrznymi działającymi na układ kulka-równia są siły ciężkości kulki i równi oraz siła reakcji stołu, środek ciężkości układu nie może przesunąć się w kierunku poziomym. Staczaniu się zatem kulki musi towarzyszyć przesuwanie się równi wzdłuż stołu.

Zadanie to można rozwiązywać na wiele sposobów, najprościej jednak w układzie odniesienia związanym z poruszającą się równią. W tym układzie tor ruchu kulki jest dobrze znany. Ale uwaga! Tak wybrany układ jest układem przyspieszonym, podobnie jak na przykład układ odniesienia związany z ruszającym lub hamującym autobusem. W układzie przyspieszonym, jak wiecie również z własnego doświadczenia, występują siły bezwładności.

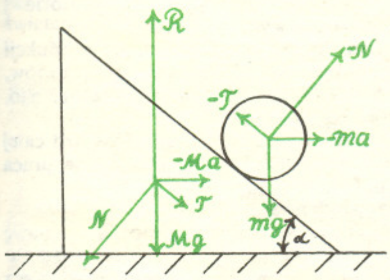
Równe są one $-m\mathbf{a}$, gdzie $\mathbf{a}$ jest przyspieszeniem układu, a m masą badanego ciała.

Wymieńmy wszystkie siły działające na kulkę i równię. Na równię działają siły (układ spoczynku równi):

$M\mathbf{g}$ — siła ciężkości,
R — reakcja stołu na nacisk równi, prostopadła do podstawy równi,
N — siła nacisku kulki, prostopadła do powierzchni równi,
T — siła tarcia między równią a kulką, równoległa do przeciwprostokątnej,
$-M\mathbf{a}$ — siła bezwładności, równoległa do podstawy równi.

Na kulkę działają siły:
$m\mathbf{g}$ — siła ciężkości,
$-\mathbf{T}$ — siła tarcia,
$-\mathbf{N}$ — reakcja równi na nacisk kulki,
$-m\mathbf{a}$ — siła bezwładności.

W wybranym układzie odniesienia równia spoczywa, dlatego wypadkowa siła działająca na równię wynosi 0.



Kulka porusza się względem równi z przyspieszeniem **b** skierowanym równolegle do przeciwprostokątnej. Natomiast wypadkowa sił działających na kulkę w kierunku prostopadłym do powierzchni równi równa się 0.

Otrzymujemy następujące równania:

1° równowaga sił działających na równię w kierunku:
a) poziomym
$N\sin\alpha = T\cos\alpha - Ma$,
b) pionowym (niepotrzebne w dalszej części zadania)
$R = N\cos\alpha + T\sin\alpha + Mg$;

2° ruch postępowy kulki wzdłuż równi:
$mg\sin\alpha - ma\cos\alpha - T = mb$;

3° ruch obrotowy kulki wokół osi przechodzącej przez jej środek masy (r — promień kulki, ε — przyspieszenie kątowe)

$$Tr = \frac{2}{5}mr^2\varepsilon;$$

4° związek między ruchem postępowym i obrotowym (toczenie bez poślizgu):
$b = \varepsilon r$;

5° równowaga sił działających na kulkę w kierunku prostopadłym do równi:
$N + ma\sin\alpha = -mg\cos\alpha$.

Z rozwiązania układu równań otrzymujemy:

$$a = -\frac{\frac{5}{14}mg\sin 2\alpha}{(M+m) - \frac{5}{7}m\cos^2\alpha}.$$

Tor kulki będzie dla obserwatora stojącego przy stole linią prostą nachyloną do stołu pod kątem

$$\beta = \alpha - \operatorname{arcctg}\left(\operatorname{ctg}\alpha - \frac{b}{a\sin\alpha}\right).$$

Powróćmy jednak do liczb h.lab geraicznych acłkowitycOkazuje się, że wiele własności zwykłych liczb całkowitych (matematycy zajmujący się tą problematyką mówią: liczb całkowitych wymiernych) przysługuje liczbom algebraicznym całkowitym.

Niestety nie ma metody bezpośredniego wskazania, które z liczb rzeczywistych są, a które nie są liczbami algebraicznymi całkowitymi. Znajdując odpowiedni wielomian możemy bez trudu stwierdzić, że liczbami algebraicznymi całkowitymi są: $1+\sqrt{2}$, $2-3\sqrt{3}$, $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Istotnie, liczby te są kolejno pierwiastkami wielomianów: x^2-2x-1, $x^2-4x-23$, x^2-x-1. O ile algebraiczna całkowitość pierwszych dwu z tych liczb jest rzeczą, którą Czytelnik z pewnością odgadłby na pierwszy rzut oka, o tyle fakt, że $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ jest liczbą algebraiczną całkowitą, może wydać się dość dziwny (liczba ta ma mianownik, którego nie można się pozbyć!) i przypadkowy (okazuje się, że np. $\frac{1+2\sqrt{5}}{2}$ nie jest liczbą algebraiczną całkowitą!). Wątpliwości te usuniemy przytaczając twierdzenie charakteryzujące liczby algebraiczne całkowite pewnej szczególnie prostej postaci:

Niech $d \neq 1$ będzie liczbą całkowitą niepodzielną przez kwadrat żadnej liczby całkowitej $c \neq 1$. Jeśli $d = 4k+2$ lub $d = 4k+3$, to wśród liczb postaci $a+b\sqrt{d}$ (a, b — dowolne liczby wymierne) liczbami algebraicznymi całkowitymi są dokładnie te, dla których a i b są liczbami całkowitymi. Jeśli natomiast $d = 4k+1$, to wśród liczb $a+b\sqrt{d}$ (a, b — liczby wymierne) liczbami algebraicznymi całkowitymi są dokładnie liczby $a+b\,\frac{1+\sqrt{d}}{2}$, gdzie a, b są całkowite.

Dowodu tego twierdzenia nie będziemy tu przytaczać, można go znaleźć np. w interesującej książce G. Birkhoffa i S. Mac Lane'a *Przegląd algebry współczesnej.* Zauważmy, że w każdym z przypadków, o których mówi to twierdzenie, w zbiorze liczb postaci $a+b\sqrt{d}$ (d ustalone) podzbiór liczb algebraicznych całkowitych ma własności rachunkowe podobne do zbioru liczb całkowitych (tych zwykłych, wymiernych), w szczególności suma, a także różnica oraz iloczyn liczb algebraicznych całkowitych z tego zbioru, jest liczbą algebraiczną całkowitą. Natomiast iloraz liczb algebraicznych całkowitych na ogół nie jest liczbą algebraiczną całkowitą, np

$$\frac{1+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{4+3\sqrt{2}}{2} = 2+\frac{3}{2}\sqrt{2},$$

a to nie jest liczba algebraiczna całkowita na podstawie cytowanego wyżej twierdzenia.

Oczywiście analogiczne własności mają działania arytmetyczne w zbiorze liczb całkowitych.

A oto przeniesienie jeszcze jednego prawa znanego dla liczb całkowitych: każda liczba wymierna jest ilorazem $\frac{m}{n}$, gdzie m jest liczbą całkowitą, n — liczbą naturalną. Wykażemy, że każda liczba będąca pierwiastkiem wielomianu o współczynnikach całkowitych jest ilorazem liczby algebraicznej całkowitej przez liczbę naturalną. Przypuśćmy, że a jest pierwiastkiem wielomianu

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0,$$

gdzie $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ są liczbami całkowitymi. Bez straty ogólności możemy przypuścić, że a_n jest liczbą naturalną, gdyż w przeciwnym razie $-a_n$ byłoby liczbą naturalną, przy czym a oczywiście jest również pierwiastkiem wielomianu

$$-a_nx^n - a_{n-1}x^{n-1} - \dots - a_1x - a_0.$$

Mamy:

$$a_na^n + a_{n-1}a^{n-1} + \dots + a_1a + a_0 = 0,$$

więc

$$a_n^na^n + a_n^{n-1}a_{n-1}a^{n-1} + \dots + a_n^{n-1}a_1a + a_n^{n-1}a_0 = 0,$$

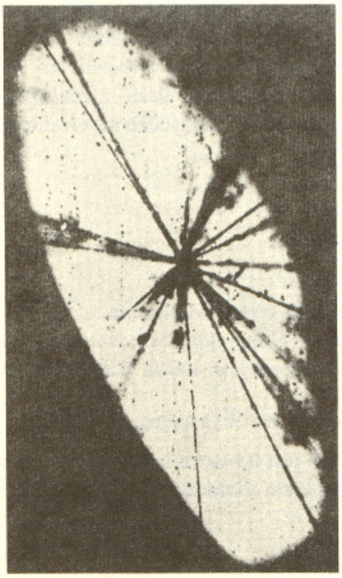
$$(a_na)^n + a_{n-1}(a_na)^{n-1} + a_{n-2}a_n(a_na)^{n-2} + \dots + a_1a_n^{n-2}(a_na) + a_n^{n-1}a_0 = 0,$$

a stąd wnosimy, że liczba a_na jest pierwiastkiem wielomianu

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}a_nx^{n-2} + \dots a_1a_n^{n-2}x + a_n^{n-1}a_0.$$

Ponieważ wielomian ten ma wszystkie współczynniki całkowite, a współczynnik przy najwyższej potędze równy jest jedności, więc a_na jest liczbą algebraiczną całkowitą, stąd oczywiście a jest ilorazem tej liczby algebraicznej całkowitej przez liczbę naturalną a_n.

«Delta» z wizytą w Zjednoczonym Instytucie Badań Jądrowych w Dubnie — cz. 2



Zjednoczony Instytut Badań Jądrowych w Dubnie wyposażony jest w unikalną aparaturę badawczą pozwalającą na prowadzenie eksperymentów w zakresie fizyki jądrowej. W poprzednim numerze «Delty» pokazaliśmy zdjęcia niektórych dużych urządzeń służących przede wszystkim do wytwarzania strumieni cząstek elementarnych, które wykorzystuje się do badania struktury materii. Wyposażenie w aparaturę jest niewątpliwie sprawą podstawową dla działalności badawczej Instytutu. Nie można jednak zapominać o sprawie nie mniej ważnej, a dla postronnego obserwatora trudnej do zauważenia — o stworzeniu atmosfery pracy naukowej. Fizyk, jak zresztą każdy naukowiec, pracuje w sposób ciągły. Pomysł, rozwiązanie problemu przychodzi niekiedy w najbardziej nieoczekiwanej chwili — w czasie wypoczynku, na spacerze, w basenie pływackim. Atmosfera pracy zależy od wielu nieuchwytnych szczegółów, które same wydają się mało ważne, ale składają się na całość stosunków międzyludzkich, w dużym stopniu decydujących o wykorzystaniu posiadanych unikalnych urządzeń. Musimy bowiem pamiętać, że żyją tu ludzie wychowani w różnych krajach, w różnym klimacie, posiadający odrębne przyzwyczajenia. Ludzie ci bardzo często po prostu tęsknią za swoim krajem, za swoim środowiskiem. Należy zapewnić im jak najlepsze warunki pobytu.

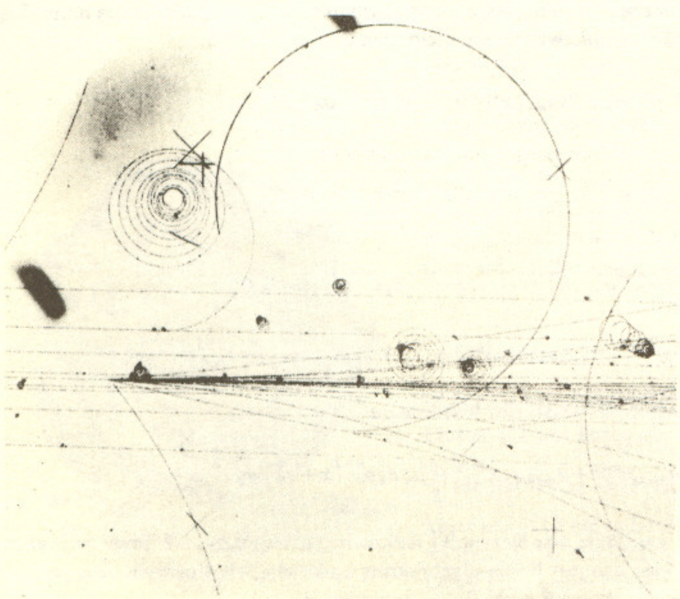
Przypatrzmy się, jak wygląda praca w Dubnie. Wielu, przede wszystkim młodych fizyków, przyjeżdża tutaj wraz z rodzinami na długie, ponad roczne staże i bierze udział w doświadczeniach przeprowadzanych przez międzynarodowy zespół. W zespołach takich uzyskano niejeden ciekawy wynik. Tutaj wykryto nową cząstkę: hiperon anty sigma minus, znaleziono nowe pierwiastki chemiczne (na zdjęciu prof. Florow wpisuje nowy pierwiastek do tablicy okresowej), zbadano wiele podstawowych własności procesów elementarnych. Niekiedy eksperyment ma charakter międzynarodowy nie tylko z powodu składu zespołu, ale również dlatego, że część materiału opracowuje się w laboratoriach krajów członkowskich. Współpracę taką prowadzi się najczęściej przy badaniu zderzeń cząstek elementarnych techniką detektorów śladowych.

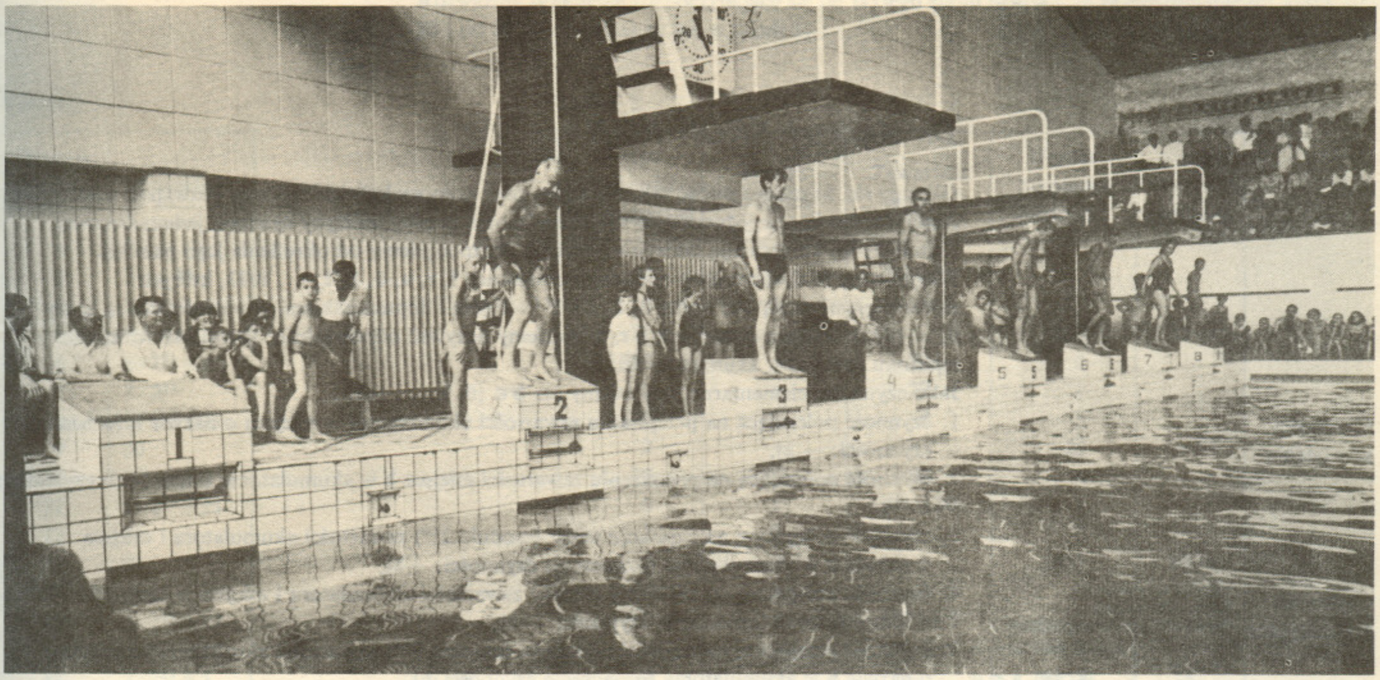
Detektorem śladowym nazywamy urządzenie, w którym można zarejestrować ślad cząstki naładowanej przechodzącej przez to urządzenie. Przykładem może być specjalnie spreparowana emulsja fotograficzna uczulona na przejście naładowanych cząstek, zwana emulsją jądrową. Na zdjęciu pokazane jest zderzenie deuteronu o energii 10 GeV z jądrem jednego z pierwiastków — — składników emulsji. Bardzo szeroko są stosowane komory pęcherzykowe, w których ciecz, np. wodór w stanie ciekłym, znajdując się w stanie przegrzanym, zaczyna wrzeć. Pierwsze pęcherzyki pary powstają w obszarze, przez który przebiegła cząstka i zjonizowała napotkane atomy. Na zdjęciu pokazano zderzenie dwóch protonów, z produkcją wielu cząstek.

Emulsje jądrowe albo zdjęcia z innych detektorów rozsyła się do współpracujących laboratoriów, które opracowują otrzymane dane i potem wspólnie analizują całość wyników. Polska uczestniczy w kilku takich zespołach międzynarodowych. Oto dla przykładu: badanie produkcji neutralnych mezonów „pi" w oddziaływaniach protonów wykonuje zespół kilkunastu laboratoriów, w tym trzech ze strony polskiej (Instytut Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Warszawskiego, Instytut Badań Jądrowych w Warszawie i Instytut Fizyki Jądrowej w Krakowie).

Innym typem współpracy jest budowa w kraju całości lub części dużego urządzenia i wyjazd całej ekipy na kilka miesięcy w celu przeprowadzenia doświadczenia. Jeszcze inny charakter ma praca fizyka teoretyka. Dla niego najważniejsze są kontakty z innymi fizykami, możność przedyskutowania swoich idei i dostęp do literatury i maszyny cyfrowej.

Wszystkie te typy współpracy, jak również przyjazdy na konferencje i konsultacje stanowią podstawę działalności ZIBJ w Dubnie. Tu można znaleźć komfortowe pomieszczenie w hotelu Dubna nad Wołgą, widocznym na zdjęciu na pierwszej stronie okładki. Przyjeżdżający na długie staże wraz z rodzinami otrzymują wyposażone mieszkania. Po pracy można odpocząć. W lecie można nad Wołgą plażować i uprawiać sporty wodne.





Zimą pływacy przenoszą się do hali krytego basenu. Na zdjęciu prof. G. I. Florow, członek Akademii Nauk i twórca akceleratorów ciężkich jonów (słupek startowy 2), staje do zawodów z prof. W. P. Sarancewem, twórcą metody kolektywnego przyspieszania cząstek. Dom Uczonych jest rodzajem klubu, w którym można zjeść, obejrzeć film, poczytać prasę (jest duża polska czytelnia i biblioteka), a czasem obejrzeć wystawy, jak na przykład wystawę rzeźbiarza N. Konienskiego.

Dubna, chociaż jest organizmem międzynarodowym, na co dzień jest jednym dobrze zgranym zespołem; ale w dni świąt narodowych poszczególnych krajów członkowskich zmienia się jej charakter. Fizycy i członkowie rodzin dokładają wszelkich starań, aby wieczór organizowany z okazji święta wypadł jak najlepiej. Program wieczoru zależy od zwyczajów narodowych oraz inicjatywy jego organizatorów. U Koreańczyków jada się potrawę przypominającą suszone robaki, a w zespole polskim tworzy się i wypieka różne specjalności. Znane są fakty, że co młodsi i zdolniejsi fizycy byli zapędzani do bicia piany i zagniatania ciasta z astronomicznej liczby jaj przed zbliżającym się świętem 22 Lipca. Bicie piany to też jeden z elementów tworzenia... dobrej atmosfery do pracy twórczej.

Г. Н.

Foto I. Tumanow

Algorytmy cz. III

Dr Andrzej SKOWRON

Okazuje się, że można podać taki algorytm, przy pomocy którego możemy rozwiązać wiele zadań. Algorytm ten będzie jednocześnie modelem bardzo prostej maszyny cyfrowej jednoadresowej. Zajmiemy się konstrukcją takiego algorytmu. Rozpoczniemy od określenia jego pamięci. Przyjmiemy, że dysponujemy miejscami o nazwach **l**, **r**, **a**, **0**, **1**, **2**, ..., **1023**, których zawartościami mogą być liczby 0, 1, ..., $2^{14}-1$ (dla **l** dopuszczalnymi zawartościami są liczby 0, ... 1023). Miejsca o nazwach **l**, **r**, **a** będziemy nazywać odpowiednio: licznikiem rozkazów, rejestrem rozkazów, akumulatorem.

Jako czynności elementarne przyjmiemy dla $\mathbf{b} \in \{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \dots, \mathbf{1023}\}$:

Czynności przesyłania

1. czynność polegającą na przepisaniu zawartości akumulatora w miejscu o nazwie **b** (oznaczenie czynności: → **b**),
2. czynność polegającą na przepisaniu zawartości miejsca **b** w akumulatorze (oznaczenie czynności: **b** →),

Czynności arytmetyczne

różnica w zbiorze liczb naturalnych określona jest następująco:

$$n \dot{-} m = \begin{cases} n-m, & \text{jesli } n \geqslant m \\ 0, & \text{jeśli } n < m \end{cases}$$

3. czynność polegającą na zapisaniu sumy (modulo 2^{14}) zawartości akumulatora i miejsca o nazwie **b** w akumulatorze (oznaczenie czynności: + **b**),
4. czynność polegającą na zapisaniu różnicy zawartości akumulatora i miejsca o nazwie **b** w akumulatorze (oznaczenie czynności: − **b**),
5. czynność polegającą na zapisaniu iloczynu (modulo 2^{14}) zawartości akumulatora i miejsca o nazwie **b** w akumulatorze (oznaczenie czynności ·**b**),

skok bezwarunkowy

6. czynność polegającą na zapisaniu w liczniku rozkazów liczby *b* (oznaczenie czynności: !*b*),

skok warunkowy

7. czynność polegającą na zapisaniu w liczniku rozkazów liczby *b*, jeśli zawartość akumulatora jest różna od zera; w przypadku, gdy zawartość akumulatora jest równa 0, nie zmienia się zawartości żadnego z miejsc (oznaczenie czynności: ?*b*),

Czynności sterujące

stop

8. czynność, po wykonaniu której nie zmienia się zawartość żadnego z miejsc (oznaczenie czynności STOP).

Zbiór określonych wyżej czynności elementarnych oznaczymy przez *R*. Do zbioru czynności elementarnych zaliczymy jeszcze następujące czynności:

9. czynność polegającą na zapisaniu w liczniku rozkazów jego zawartości zwiększonej o 1 (modulo 1024) (oznaczenie czynności: l ← $l+1$
10. czynność polegającą na zapisaniu w rejestrze rozkazów zawartości miejsca, którego nazwa jest zawartością licznika rozkazów (oznaczenie czynności: **r** ← c(c(*l*))).

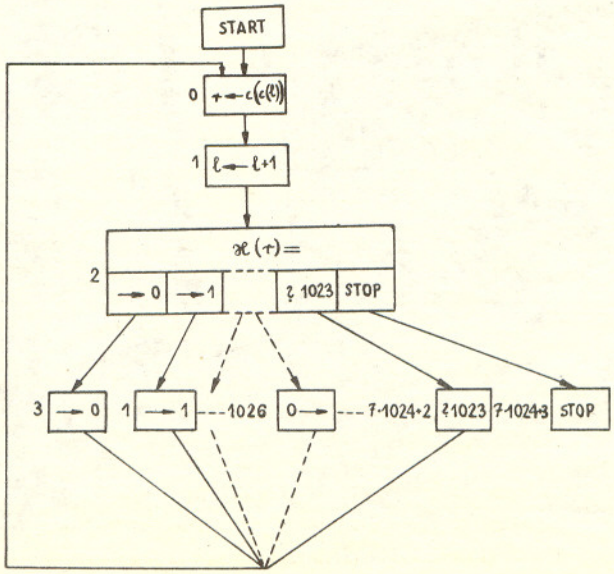
Będziemy zakładać, że do zbioru czynności elementarnych należy czynność polegająca na sprawdzeniu, jaka jest wartość funkcji ϰ w punkcie równym zawartości rejestru rozkazów **r**. Graficznie będziemy ją przedstawiać następująco:

ϰ(*r*) =				
→ 0	→ 1	....	? 1023	STOP

Określamy funkcję
$\varkappa : \{0, 1, \dots, 2^{14}-1\} \to R$
nazywaną funkcją dekodującą.
Niech
$I_j = \{n \in N : j \cdot 2^{11} \leqslant n < (j+1) \cdot 2^{11}\}$
dla $j = 0, \dots, 7$.
Przyjmiemy

$$\varkappa(n) = \begin{cases} \to \mathbf{n} & \text{jeśli } n \in I_0, \\ \mathbf{b} \to \text{ (gdzie } b = n-2^{11}), & \text{jeśli } n \in I_1 \\ -\mathbf{b} \text{ (,, } b = n-2 \cdot 2^{11}), & \text{,, } n \in I_2, \\ +\mathbf{b} \text{ (,, } b = n-3 \cdot 2^{11}), & \text{,, } n \in I_3, \\ \cdot\mathbf{b} \text{ (,, } b = n-4 \cdot 2^{11}), & \text{,, } n \in I_4, \\ !\mathbf{b} \text{ (,, } b = n-5 \cdot 2^{11}), & \text{,, } n \in I_5, \\ ?\mathbf{b} \text{ (,, } b = n-6 \cdot 2^{11}), & \text{,, } n \in I_6, \\ \text{STOP} & \text{,, } n \in I_7. \end{cases}$$

Będziemy zajmować się następującą siecią działań:



Rozważmy obliczenie rozpoczynające się od takiego stanu pamięci, że zawartości miejsc: **1**, od **3** do **23** i od **30** do **33** są takie, jak w tabeli 1.

Tabela 1

Nazwa miejsca	Zawartość
1	3
3	$2^{11}+31$
4	22
5	$2^{11}+30$
6	$6\cdot 2^{11}+8$
7	$7\cdot 2^{11}$
8	$2\cdot 2^{11}+21$
9	30
10	$2^{11}+23$
11	$3\cdot 2^{11}+21$
12	14
13	23
14	0
15	$2\cdot 2^{11}+22$
16	$6\cdot 2^{11}+18$
17	$5\cdot 2^{11}+5$
18	$3\cdot 2^{11}+22$
19	22
20	$5\cdot 2^{11}+5$
21	1
22	0
23	$2^{11}+30$
30	3
31	20
32	19
33	26

Tabela 2

Numer czynności wykonywanej	Nazwa miejsca	Zawartość miejsca	Numer czynności następnej	Jaka jest czynność następna
0	**r**	$2^{11}+31$	1	
1	**l**	4	2	
2	—	—	1058	**31 →**
1058	**a**	20	0	
0	**r**	22	1	
1	**l**	5	2	
2	—	—	25	**→ 22**
25	**22**	20	0	
0	**r**	$2^{11}+30$	1	
1	**l**	6	2	
2	—	—	1057	**30 →**
1057	**a**	3	0	
0	**r**	$6\cdot 2^{11}+8$	1	
1	**l**	7	2	
2	—	—	6155	**?8**
6155	**l**	8	0	
0	**r**	$2\cdot 2^{11}+21$	1	
1	**l**	9	2	
2	—	—	2072	**−21**
2072	**a**	2	0	
0	**r**	30	1	
1	**l**	10	2	
2	—	—	33	**30.**
33	**30**	2	0	

W tabeli 2 przedstawiono, jakim zmianom ulegają zawartości miejsc pamięci w trakcie obliczenia. Przyjęto umowę, że przy numerze wykonywanej czynności wypisywane są jedynie zawartości tych miejsc, które ulegają zmianie po wykonaniu tej czynności. Uwzględniono tylko kilka początkowych stanów obliczenia. Czytelnik z łatwością uzupełni tę tabelę. Proponujemy Czytelnikowi wykonanie takiego ćwiczenia jak wyżej, gdy zawartości miejsc **1**, **3**, ..., **23** są jak poprzednio, a zawartości miejsc **30**, ..., **35** są równe odpowiednio 5, 126, 21, 0, 33, 1228. Po wykonaniu tego ćwiczenia zauważy Czytelnik z pewnością, że zawartość miejsc **1**, **3**, ..., **23** zostały tak dobrane, iż po zakończeniu obliczenia rozpoczynającego się od stanu początkowego, charakteryzującego się tym, że zawartości miejsc **1**, **3**, ..., **23** są takie jak w tabeli 1, otrzymujemy stan końcowy obliczenia, przy czym zawartością miejsca **22** w stanie końcowym jest największa z liczb $n_1, \ldots, n_k$, gdzie k jest zawartością miejsca **30**, a $n_1, \ldots, n_k$ są odpowiednio zawartościami miejsc **31**, ..., $\mathbf{30}+k$ w stanie początkowym.

Czytelnik jest z pewnością niezbyt zadowolony z tego, że dla przeprowadzenia obliczenia musiał wykonać wiele czynności elementarnych. Pocieszeniem jest fakt, że maszyna cyfrowa wykonuje takich czynności kilkanaście tysięcy, kilkaset tysięcy lub nawet kilka milionów w ciągu sekundy! Pokazaliśmy, że przy pomocy skonstruowanego algorytmu (o sieci działań jak na rysunku) umiemy rozwiązać następujące zadanie: wyszukać największą liczbę naturalną z zadanego ciągu skończonego liczb naturalnych (oczywiście przy pewnych ograniczeniach — jakich?). Proponujemy Czytelnikom wykonanie następujących ćwiczeń:

Ćwiczenie 1. Pokazać, że przy użyciu algorytmu (o sieci działań jak na rysunku) można rozwiązać zadanie polegające na obliczeniu sumy wyrazów skończonych ciągów liczb naturalnych. Przy jakich założeniach zadanie można rozwiązać?

Ćwiczenie 2. Pokazać, że przy użyciu algorytmu (o sieci działań jak na rysunku) można rozwiązać zadanie polegające na uporządkowaniu (według wielkości) wyrazów skończonych ciągów liczb naturalnych. Przy jakich założeniach zadanie można rozwiązać?

Rozwiązanie zadania M 22.

Za pomocą cyrkla i liniału możemy zbudować kąt dwa razy większy od danego kąta α.

Możemy również zbudować kąt równy $\frac{1}{3}$ kąta półpełnego (tzn. kąt β o mierze 60° — konstrukcja trójkąta równobocznego). Zauważmy, że różnica $\beta - 2\alpha$ jest kątem szukanym, który wobec tego można skonstruować za pomocą cyrkla i liniału, mając kąt α.

Z dawnych lat

Co to jest elektryczność

W jednej z historii „z brodą" opowiada się, jak to pewien profesor egzaminując studenta z fizyki zapytał: — Co pan wie o elektryczności?
Na to student po dłuższym milczeniu, zaczerwieniony wyjąkał: —
— Panie profesorze, ja bardzo przepraszam, naprawdę wiedziałem, co to jest elektryczność, ale zupełnie zapomniałem.
Wtedy profesor wybiegł na korytarz i z rozpaczą w głosie zawołał do studentów oczekujących na egzamin:
— Proszę państwa, stała się rzecz straszna: oto jedyny człowiek, który wiedział, co to jest elektryczność, już tego nie pamięta!
A teraz odpowiedzi autentyczne. W roku 1890 ukazało się w Warszawie tłumaczenie polskie książki Brewera i Moigno pod tytułem *Wiedza. Wytłumaczenie zjawisk codziennych.* Jest to swoista encyklopedia ówczesnej wiedzy przyrodniczej, wyjaśniająca w formie pytań i odpowiedzi różne zjawiska z fizyki, chemii, astronomii, meteorologii, itd. Oto dwa wyjątki:
„Co to jest elektryczność? Jest to potężny czynnik wywołujący różne zjawiska mechaniczne, np. przyciąganie, odpychanie, przenoszenie itd; fizyczne, np. trzask, światło, ciepło itd.; chemiczne, np. związki, rozkłady itd.; fizyologiczne, jak np. wstrząśnienie, ściągnięcie itd.
Czy elektryczność ma jaki zapach? Elektryczność sama przez się nie wydaje żadnego zapachu, ale w pobliżu czynnej, dużej maszyny elektrycznej, zwłaszcza rano i wieczorem, czuć woń szczególną, właściwą naelektryzowanemu tlenowi powietrza, który chemicy nazywają ozonem."
W angielskim czasopiśmie naukowym «Nature» z 1893 r. czytamy natomiast, że kiedy raz profesor Galileo Ferraris został zapytany przez pewną młodą damę, co to takiego elektryczność, odpowiedział następująco:
„Maxwell wykazał, że drgania świetlne nie mogą być niczym innym, jak tylko okresowymi zmianami sił elektromagnetycznych; Hertz dał podstawę doświadczalną teorii Maxwella dowodząc, że drgania elektromagnetyczne rozchodzą się tak jak światło. Na tej podstawie zrodziła się idea, że eter i podłoże sił elektrycznych i magnetycznych to jedno i to samo. Kiedy to ustaliliśmy, mogę teraz, moja droga młoda damo, odpowiedzieć na pytanie, które mi zadałaś: co to jest elektryczność? Jest to nie tylko ten budzący trwogę czynnik, który od czasu do czasu wstrząsa atmosferą i rozdziera ją przerażając cię hukiem swych grzmotów, ale to także życiodajny czynnik, który światłem i ciepłem śle z nieba na Ziemię magię barw i tchnienie życia. Jest to to, co sprawia, że twoje serce bije w takt drgań otaczającego świata, co posiada moc przenoszenia do twej duszy czaru spojrzenia i wdzięku uśmiechu".

A. K. W.

Jest wielką tragedią nauki, że brzydkie fakty niszczą piękne hipotezy.

T. Huxley

Nauka powstaje z faktów, jak dom z cegieł. Nagromadzenie faktów w tym samym stopniu nie jest nauką, w jakim sterta cegieł nie jest domem.

J. H. Poincaré

Zdrowy rozsądek to ta warstwa przesądów, która w nas powstaje, zanim dojdziemy do szesnastu lat.

A. Einstein

Ciekawe — i nie tylko

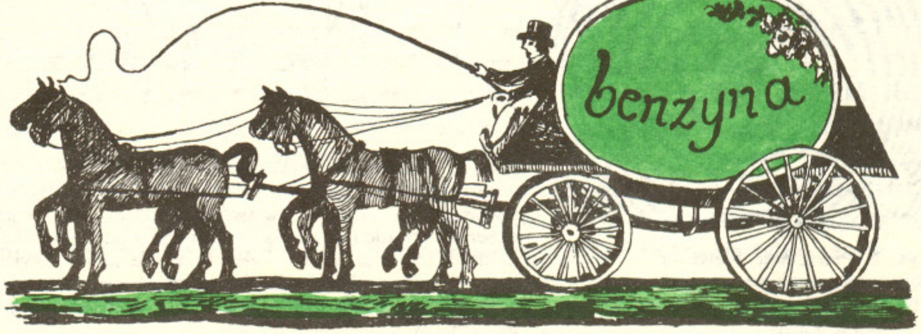
W związku z kryzysem energetycznym wzrosło na Zachodzie w ostatnich czasach zainteresowanie prasy popularnonaukowej tzw. nowymi źródłami energii. Są to źródła, których zasada działania jest znana od lat, ale na przeszkodzie ich upowszechnieniu wciąż jeszcze stoją poważne trudności techniczne.

Wśród artykułów na te tematy warto odnotować prezentację aktualnego stanu prac nad urzeczywistnieniem kontrolowanej syntezy termojądrowej zamieszczoną w 878 numerze «New Scientist». W chwili obecnej prace te idą, jak wiadomo, w dwóch kierunkach. Pierwszy to grzanie plazmy, w skład której wchodzą jądra lekkich pierwiastków, takich jak deuter, tryt i lit, do temperatury syntezy w stosunkowo dużych pułapkach magnetycznych. Drugi kierunek to grzanie kropelek plazmy przy pomocy silnych koncentrycznych impulsów laserowych. Specjaliści obiecują kontrolowaną reakcję termojądrową około roku 1980, a «New Scientist» już teraz oblicza, na jak długo wystarczy nam energii powstałej ze zsyntetyzowania zapasów deuteru i litu obecnych na Ziemi. Otóż ilości energii, które wchodzą tutaj w grę, Anglicy liczą w jednostkach Q, przy czym 1 Q = 10^{18} BTU, zaś 1 BTU ≈ kJ. Według oszacowań specjalistów, z syntezy zapasów litu można otrzymać około 1000 Q, zaś deuteru 10^{10} Q. Na jak długo to wystarczy? Obecnie roczne zużycie energii na Ziemi wynosi około 0,1 Q, zaś w roku 2000 wzrośnie do 0,5 Q. Tak więc przez najbliższych kilka miliardów lat możemy spać spokojnie.

Źródłem energii, o którym głośno już od lat, ale któremu do pełnego upowszechnienia wciąż jeszcze daleko, jest reaktor jądrowy. W chwili obecnej trwają prace nad ulepszonymi wersjami tego urządzenia («New Scientist», nr 879). Nieliczni bowiem wiedzą, że elektrownie jądrowe mają w chwili obecnej sprawność termodynamiczną niższą niż elektrownie konwencjonalne (odpowiednio 30 i 40%). Dzieje się tak dlatego, że w reaktorze temperatura czynnika roboczego wynosi około 350°C, natomiast w kotle konwencjonalnym dochodzi do 565°C. Trwają więc prace nad reaktorem chłodzonym gazem szlachetnym o temperaturze 750°C, a w przyszłości nawet 900–1000°C. Stawia to przed technologami olbrzymie trudności, ale cóż, prawa termodynamiki są nieubłagane i jedyna droga do podniesienia sprawności cyklu termodynamicznego prowadzi poprzez zwiększenie różnicy jego temperatury początkowej i końcowej.

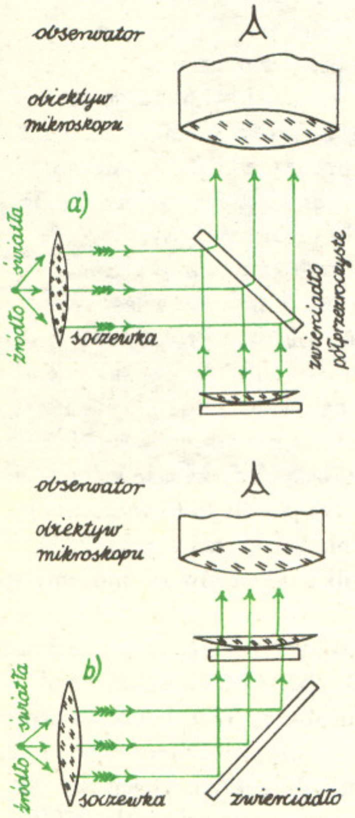
Tyle o przyszłości, co się zaś tyczy przeszłości, to choć z pewnym opóźnieniem, wypada polecić artykuł prof. K. Fajansa zamieszczony w 10/73 numerze «Prirody», pod tytułem *Wspomnienia związane z historią nauki o radioaktywności*. Wspomnienia pisane przez uczonych tej miary pojawiają się, rzecz zrozumiała, dosyć rzadko. Wspomnienia prof. Fajansa mają jeszcze tę dodatkową zaletę, że ilustrowane są fotografiami z jego prywatnego zbioru. Niektóre z nich mają wartość unikalną.

K. A.



Korpuskularna teoria interferencji światła

Dr Zbigniew PŁOCHOCKI



Rys. 1. Układ do obserwacji pierścieni Newtona: a — „z góry", tzn. w świetle odbitym; b — „z dołu", tzn. w świetle przechodzącym

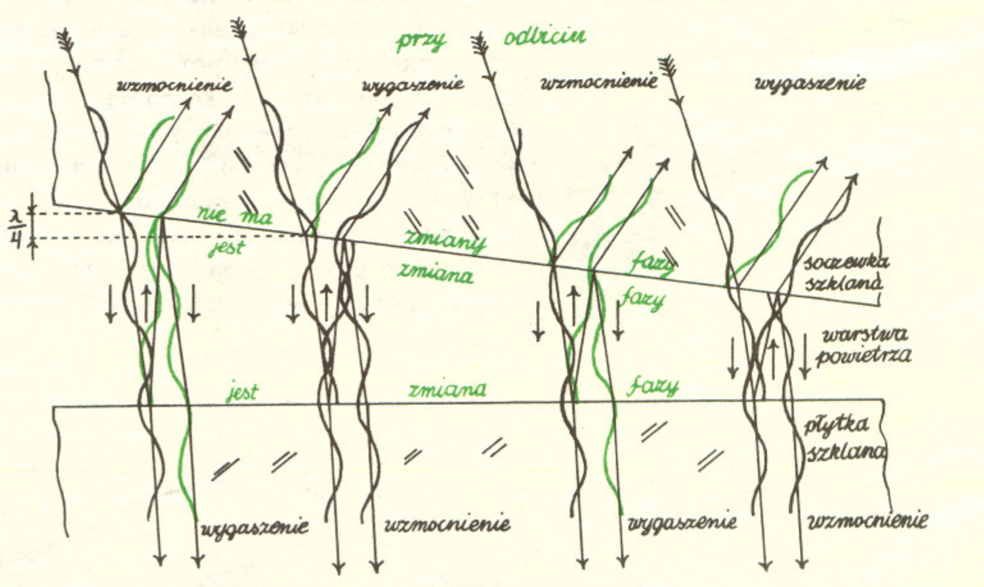
Panuje dziś pogląd, że zjawiska interferencji światła (to znaczy nakładania się wiązek świetlnych ze wzmocnieniem lub osłabieniem) można wyjaśnić jedynie za pomocą falowej teorii światła. Albo odwrotnie, zjawiska te świadczą o falowej naturze światła. Na gruncie teorii falowej wzmacnianie lub osłabianie się wiązek świetlnych tłumaczymy nakładaniem się fal świetlnych w fazach zgodnych lub przeciwnych. Korpuskularna teoria światła zjawisk tego rodzaju wyjaśnić nie może, niemożliwe jest bowiem — rozumujemy — by na przykład w punkcie, do którego strzela się z dwu karabinów maszynowych pociski „wygaszały się" wzajemnie; pada tam dwa razy więcej pocisków w porównaniu z sytuacją, gdy strzelałby do tego punktu tylko jeden karabin maszynowy. A więc strumienie cząstek „wzmacniają się".

Istotnie, teoria korpuskularna światła, w której światło traktuje się jako strumienie cząstek, nie pozwala skonstruować jednolitego schematu, w ramach którego można byłoby wyjaśnić wszystkie zjawiska interferencji światła. Teoria falowa natomiast taki schemat zbudować pozwala. Dlatego właśnie mamy prawo powiedzieć, że interferencja światła świadczy o jego falowej naturze.

Jak zapewne Czytelnikowi wiadomo, obie koncepcje: falowa i korpuskularna narodziły się w XVII wieku. Pierwsza powstała za sprawą R. Hooke'a i Ch. Huyghensa i przybrała postać w miarę zwartej teorii dopiero w pierwszym dwudziestoleciu XIX wieku, głównie dzięki Th. Youngowi i A. J. Fresnelowi. Pierwszą korpuskularną teorię światła zaproponował angielski fizyk Isaac Newton w 1675 r. Rozwinął ją w swym dziele *Optics*, wydanym w 1703 r. Teoria ta, uznawana przez cały wiek XVIII, musiała w XIX wieku ustąpić teorii falowej, by na początku XX w. odrodzić się w postaci kwantowej teorii światła A. Einsteina.

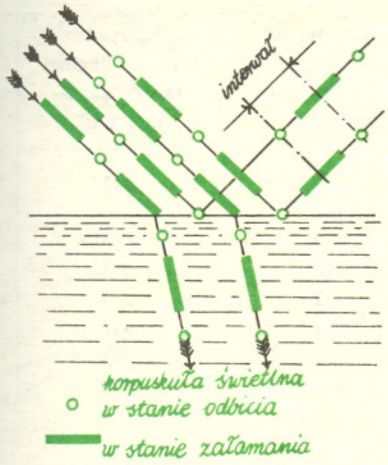
Właśnie w tym traktacie podał Newton wyjaśnienie jednego zjawiska, w którym mamy do czynienia z interferencją światła, mianowicie pierścieni Newtona (odkrytych wprawdzie przez R. Boyle'a w 1663 r., a nazwanych potem pierścieniami Newtona, gdyż właśnie Newton po raz pierwszy zbadał je dokładnie). Było to zresztą jedyne zjawisko tego typu zbadane dokładnie w tamtych czasach.

Najpierw słów kilka o samym zjawisku. Powstaje ono, gdy mamy do czynienia z odbiciem światła od górnej i dolnej powierzchni cieniutkiej warstewki powietrza o zmiennej grubości między płaską płytką szklaną a soczewką szklaną (rys. 1).



Rys. 3. Mechanizm powstawania pierścieni według falowej teorii światła. Fale wzmacniają się w tych kierunkach, w których biegną w fazach zgodnych (obserwator widzi jasny krążek); wygaszają się natomiast w tych kierunkach, w których biegną w fazach przeciwnych (do obserwatora nic nie dociera, czyli widzi on ciemny krążek). Dla pełnego zrozumienia zjawisk trzeba pamiętać, że w szkle fala świetlna odbija się od powierzchni oddzielającej szkło od powietrza — bez zmiany fazy; podczas odbicia od tej powierzchni, w przypadku gdy fala świetlna pada z powietrza, następuje skokowa zmiana jej fazy o π; załamanie fali świetlnej następuje w obu przypadkach bez zmiany fazy

Rys. 2. Pierścienie Newtona obserwowane w świetle odbitym przy użyciu światła: a — czerwonego, b — niebieskiego

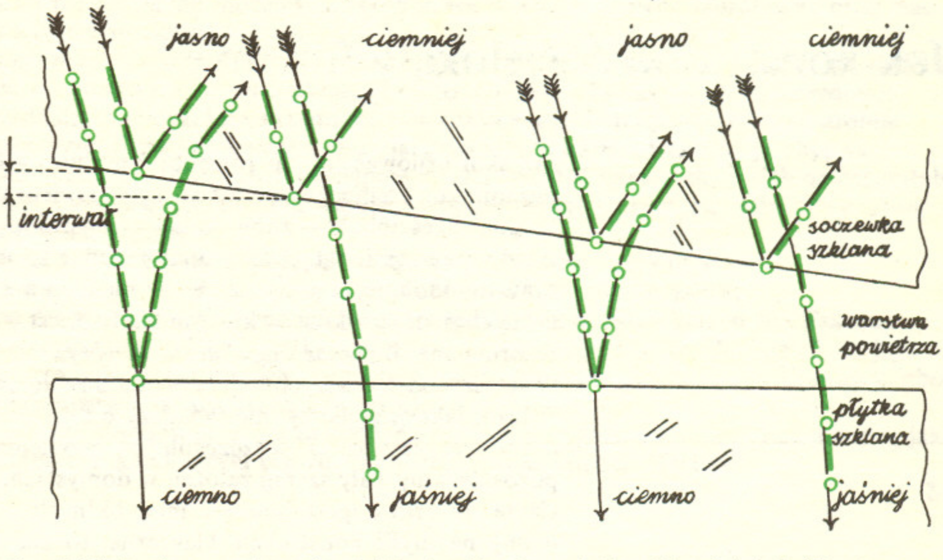


Rys. 4. Rozdwajanie się wiązki padającej na odbitą i załamaną — według Newtona

Obserwator widzi wtedy barwne koła (rys. 2). Falowa teoria światła tłumaczy to zjawisko interferencją wiązek światła odbitych od dolnej powierzchni soczewki i od górnej powierzchni płytki szklanej (rys. 3).

A jak zjawisko tłumaczył Newton? Powstawanie okresowej i symetrycznej struktury (barwnej), jaką są pierścienie, nasunęło mu myśl, że cząstki świetlne cechuje pewien periodyczny proces wewnętrzny, w wyniku którego przechodzą one od stanu łatwego odbicia do stanu łatwego załamania. Zachowują się więc niczym talerze koziołkujące dokoła osi prostopadłej do kierunku ich ruchu: kiedy na powierzchnię na przykład wody padną płasko, odbiją się od niej, kiedy zaś padną krawędzią, wnikną do drugiego ośrodka (rys. 4). Długość odcinka, jaki przebywa korpuskuła świetlna między stanem łatwego odbicia i stanem łatwego załamania, nazwał Newton interwałem (odpowiada to dokładnie jednej czwartej długości fali w obrazie falowym światła).

Co się dzieje z korpuskułami Newtona w układzie jak na rys. 1? Na dolną powierzchnię soczewki padają cząstki świetlne w różnych stanach. Te, które padną w stanie łatwego odbicia — odbiją się. Do warstewki powietrza wnikną tylko te, które w chwili padania były w stanie łatwego załamania (rys. 5). Biegnąc dalej, spotkają powierzchnię płytki szklanej. Zależnie od długości drogi, jaką przebyły w powietrzu, trafią na powierzchnię płytki albo w stanie łatwego odbicia (wtedy odbiją się, po czym znów przejdą łatwo przez dolną powierzchnię soczewki do oka obserwatora), albo w stanie łatwego załamania. W tym drugim przypadku pobiegną dalej do oka obserwatora patrzącego „z dołu". W świetle odbitym obserwator będzie widział na zmianę jasne i ciemniejsze krążki (pierścienie), natomiast w świetle przechodzącym (rys. 1b) — odwrotnie: ciemne i jasne.



Rys. 5. Mechanizm powstawania pierścieni według korpuskularnej teorii światła Newtona

Powstawanie pierścieni barwnych tłumaczył Newton tym, że światło różnej barwy cechuje się różną wartością interwału. I na podstawie pomiarów promieni krążków różnej barwy wyznaczył doświadczalnie wartości interwału dla światła różnej barwy. Były to, nawiasem mówiąc, pierwsze pomiary długości fali światła widzialnego różnej barwy.

Przykład ten jest wielce pouczający, wskazuje bowiem, że pojedyncze zjawisko można czasem wyjaśnić za pomocą dwóch przeciwstawnych teorii.

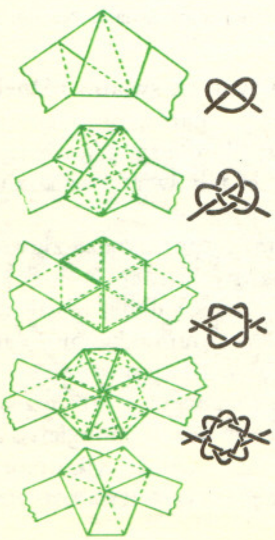
Wyjaśnienie jednego tylko konkretnego zjawiska za pomocą danej teorii nie może więc być uznane za kryterium poprawności tej teorii. Kryterium takie może stanowić dopiero fakt wyjaśnienia zespołu zjawisk. To zatem, że teoria jest zgodna z jednym faktem doświadczalnym, może o niczym jeszcze nie świadczyć. Konieczna jest zgodność teorii z faktami doświadczalnymi (koniecznie w liczbie mnogiej!). Dlatego konfrontację z faktami doświadczalnymi wytrzymać może trwale tylko teoria dostatecznie wszechstronna, a jej pozycja w fizyce będzie tym trwalsza, im więcej faktów doświadczalnych pozwala ona wyjaśnić.

Barwa	Cztery interwały (wyniki Newtona, wyrażone w nanometrach)	Rzeczywista wartość długości fali (w nanometrach)
fioletowa (granica widzialnej części widma)	406	393
między fioletową a indygo	439	426
„ indygo a błękitną	459	454
„ błękitną a zieloną	492	492
„ zieloną a żółtą	532	536
„ żółtą a pomarańczową	571	587
„ pomarańczową a czerwoną	596	647
czerwona (granica widzialnej części widma?)	645	760

Zestawienie wyników pomiarów długości fali światła widzialnego różnej barwy, dokonanych przez Newtona, z wynikami nowoczesnych pomiarów (wg Wawiłowa):
Prawdopodobne przyczyny rozbieżności są dwie: 1° Newton, wyznaczając wartości interwału, opierał się na przybliżonych relacjach matematycznych; 2° nie udało się dokładnie ustalić ścisłej odpowiedniości między nazwami barw, które stosowano w czasach Newtona, a nazwami stosowanymi obecnie (dlatego nie wiadomo dokładnie, jakie wartości długości fali przyporządkować nazwom barw stosowanym przez Newtona).

Jak konstruować wielokąty foremne

Jak skonstruować trójkąt równoboczny lub kwadrat — wie każdy. Z konstrukcją pięcioboku foremnego jest już gorzej; niewielu umie to zrobić bez zaglądania do książki. Sześciobok — znów łatwo: konstruuje się trójkąty równoboczne i z nich składa się sześciokąt. Jeśli jednak zażądać konstrukcji siedmioboku, otrzyma się prawdopodobnie odpowiedź, że to niemożliwe, popartą być może odesłaniem do licznych podręczników, w których ten fakt jest udowodniony, np. do książki J. Browkina *Wybrane zagadnienia algebry*, str. 168. Nie będziemy jednak słuchać tych wszystkich mądrych ludzi i postaramy się ów siedmiobok skonstruować.
Sukces, jaki osiągniemy, nie świadczy o tym, że matematyka jest sprzeczna, a tylko o tym, że mówiąc o poszczególnych problemach matematycznych pozostawiamy cały szereg założeń w domysłach.
Czytelnik prawdopodobnie nie miał żadnych wątpliwości, że mówiąc o konstrukcji mamy na myśli konstrukcje klasyczne, to znaczy wykonalne przy pomocy cyrkla i linijki. Gdyby tak było, to istotnie nie potrafilibyśmy podać konstrukcji siedmiokąta foremnego.



Skonstruujemy tę figurę przy pomocy przyrządu nieklasycznego, a mianowicie paska papieru. Przygotujmy wąski pasek papieru. Aby się wygodnie konstruowało, pasek powinien być przynajmniej dziesięć razy dłuższy niż szerszy. Na pasku należy zawiązać supełek. Po zaciągnięciu i spłaszczeniu wychodzi pięciokąt foremny. Aby otrzymać sześciobok foremny, trzeba wziąć dwa takie paski i związać węzłem płaskim. Żaden harcerz nie będzie miał najmniejszej trudności, inni mogą sobie dopomóc rysunkiem. Przystąpimy teraz do konstrukcji siedmioboku. Zawiązujemy na taśmie, tak jak przy otrzymywaniu pięcioboku, supełek, ale przed zaciągnięciem przewlekamy taśmę przez pętelkę jeszcze raz. Teraz po zaciągnięciu i spłaszczeniu (uwaga: taśma może się pogiąć i porwać) otrzymamy żądany siedmiobok.
Wreszcie dla ośmioboku, który robimy z dwu taśm, wygodnie jest zacząć od zaciągnięcia pętli i rozpłaszczenia jednej taśmy w sposób przedstawiony na rysunku, a dopiero następnie przewlec odpowiednio drugą taśmę.
Czy posługując się tą metodą można konstruować wielokąty foremne o większej liczbie boków?

S.

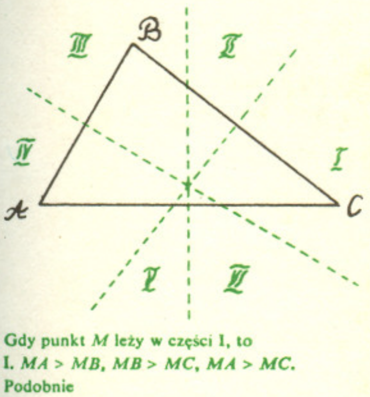
Kropka, kropka...

W 2 numerze «Delty» reprodukowaliśmy na tylnej stronie okładki obraz; tak czynimy i tym razem. Tam zajęła nas geometria obrazu, tu — barwa.
Dowolny kolor można uzyskać z trzech odpowiednio dobranych barw podstawowych (triady) — na przykład czerwonej, żółtej i niebieskiej. Praktyka często zdaje się przeczyć tej tezie, ale to „zasługa" nieodpowiedniej jakości farb. Niemniej spróbować warto. Wystarczą w tym celu zwykłe farby wodne. Czy uzyskamy nowe barwy mieszając farby czerwoną i niebieską, czerwoną i żółtą, żółtą i niebieską, zieloną i czerwoną, zieloną i żółtą ...? Spróbujecie sami się przekonać.
Obserwacja otoczenia prowadzi do wniosku, że nawet w czasach tworzyw sztucznych niesłychanie rzadko uda nam się spotkać barwy czyste i intensywne (nasycone). Do nielicznych wyjątków należą tu barwy tęczy. A czemu naturalne barwy są na ogół „przybrudzone" i niezbyt intensywne (nienasycone) — może pomogą Wam zrozumieć znowu farby wodne. Spróbujcie mieszać farby, np. czerwoną i czarną, oraz czerwoną i białą, oczywiście w różnych proporcjach. Jakie będą tego efekty? Jakie można wyciągnąć stąd wnioski?
Można zresztą na rzeczywistość patrzeć pogodniej i w obserwowanych mieszaninach barw i cieni widzieć wręcz muzyczną harmonię. Praktycznie dla malarza oznaczać to może postulat malowania nie przez pokrywanie kolejnymi farbami różnych partii obrazu, a przez umieszczenie koloru w bardzo drobnych porcjach wszędzie tam, gdzie się jego udziału dopatrzeć można. Na przykład malując obraz za pomocą maleńkich punktów barwnych. Czy to może dać zamierzone efekty barwne? Nie trzeba od razu malować obrazu, żeby się o tym przekonać. Wystarczy mieszać ze sobą w różnych proporcjach bardzo drobne proszki, np. czerwony (minia), niebieski (sproszkowany siarczan miedzi) i żółty (sami postarajcie się znaleźć odpowiedni materiał) oraz (dlaczego i po co?) biały (mąka) i czarny (drobno sproszkowany grafit). W tym przypadku poszczególne ziarenka zachowują swą barwę, a mimo to patrząc na ich mieszaninę możemy uzyskać nowe wrażenia barwne (spróbujcie otrzymać na przykład zieleń).
Dlaczego tak się dzieje? Nie wdając się w szczegóły, można lapidarnie powiedzieć, że oko reaguje w sposób globalny na to, co widzi. Patrząc na jakiś przedmiot widzimy jednocześnie przedmioty otaczające go. Patrząc na bardzo drobne i bardzo blisko siebie leżące dwa ziarenka różnej barwy, widzimy je obydwa jednocześnie i dzięki temu następuje synteza wrażeń barwnych, jakich dostarczyłoby każde ziarenko oglądane z osobna. Właśnie dzięki tej syntezie odbieramy nowe wrażenia barwne.
Istniał, choć bardzo krótko, kierunek w malarstwie biorący na serio powyższe wywody. Nazywał się „pointylizm" (*le point* — punkt po francusku). Jego twórcą i niemalże jedynym przedstawicielem był Francuz Georges Seurat (1859–1891), którego obraz reprodukujemy. Pozbawiliśmy jego niektóre fragmenty trzech, a niektóre dwóch kolorów (my w druku używamy, obok podstawowej triady, jeszcze i czerni).
Do zasygnalizowanych tu zagadnień związanych z widzeniem barwnym i barwą jako obiektem badań fizyki powrócimy niebawem na łamach «Delty».

M.

Rozwiązanie zadania M 23.

Wykreślmy symetralne odcinków $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ i $\overline{CA}$. Jak wiadomo, przetną się one w jednym punkcie (środku okręgu opisanego na trójkącie ABC) i podzielą płaszczyznę na 6 części. Ponumerujmy te części tak, jak na rysunku.



Gdy punkt M leży w części I, to
I. $MA > MB$, $MB > MC$, $MA > MC$.
Podobnie
II. $MA > MB$, $MB < MC$, $MA > MC$
III. $MA > MB$, $MB < MC$, $MA < MC$
IV. $MA < MB$, $MB < MC$, $MA < MC$
V. $MA < MB$, $MB > MC$, $MA < MC$
VI. $MA < MB$, $MB > MC$, $MA > MC$
Gdy punkt M leży na którejś z symetralnych, to jego odległości od dwóch wierzchołków trójkąta ABC są równe i wobec tego odległość MB jest bądź równa minimalnej bądź równa maksymalnej spośród odległości MA, MB, MC. Tak więc odległość MB nie jest ani większa, ani najmniejsza spośród odległości MA, MB i MC wtedy i tylko wtedy, gdy M leży w części I lub IV, tzn. gdy M leży w jednym z kątów wierzchołkowych wyznaczonych przez symetralne boków AB i BC, zawierającym bądź wierzchołek A, bądź C.

Czytelnicy proponują

J. Domżał z Łodzi podaje w liście do «Delty» między innymi następujące twierdzenie:
Weźmy pod uwagę dowolne trzy różne cyfry. Ułóżmy z nich w systemie dziesiętnym największą i najmniejszą liczbę i odejmijmy. Z otrzymaną różnicą postępujemy tak samo. Po pewnym kroku tego postępowania otrzymamy liczbę 495.

Przykład:

$$\begin{array}{r} 971 \\ -179 \\ \hline 792 \end{array} \quad \begin{array}{r} 972 \\ -279 \\ \hline 693 \end{array} \quad \begin{array}{r} 963 \\ -369 \\ \hline 594 \end{array} \quad \begin{array}{r} 954 \\ -459 \\ \hline 495 \end{array}$$

Analogicznie dla czterech różnych cyfr otrzymamy w pewnym momencie 6174, dla pięciu cyfr 63954.
W związku z tym dwie propozycje:
1. Znaleźć podobną liczbę dla sześciu, siedmiu, ..., dziesięciu cyfr.
Czy istnieje taka liczba dwucyfrowa?
2. Udowodnić to twierdzenie (po kolei dla każdej liczby cyfr, a może nawet równocześnie).