delta

SPIS TREŚCI

Na okładce:
Akcelerator liniowy NAL
Widok ogólny NAL
Wnętrze tunelu akceleratora

W następnym numerze

Mała «Delta»

„Delta"
matematyczno-fizyczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego i Polskiego Towarzystwa Fizycznego wydawany przy poparciu Polskiej Akademii Nauk oraz Ministerstwa Oświaty i Wychowania

opracowanie okładki
art. graf. K. Dobrowolski

Adres Redakcji
ul. Śniadeckich 8,
00-656 Warszawa, PTM

Zakład Narodowy im. Ossolińskich — Wydawnictwo. Wrocław, Oddział w Warszawie
Nakład 30000 egz. Objętość 2 ark. wyd.; 2,50 ark. druk.; papier offsetowy III kl., 80g, 61×86
Wydrukowano w Drukarni im. Rewolucji Październikowej, Warszawa, ul. Mińska 65.
Nr zam. 257/74 W-121

Cena 1 egzemplarza zł 5,— nr indeksu 35723

Trzy rozwiązania zadania o 101 liczbach

Prof. dr Aleksander PEŁCZYŃSKI, Przewodniczący Komitetu Głównego Olimpiady Matematycznej

W bieżącym roku szkolnym odbywa się w naszym kraju XXV Olimpiada Matematyczna. Miał więc być artykuł „na zamówienie". Powstało coś, co od biedy mogłoby się nadawać na 26 rocznicę, Trudnym i ważnym obowiązkiem Komitetu Głównego Olimpiady Matematycznej jest wybór zadań na zawody. Proponowane zadanie nie może być znane, np. wzięte z jakiegoś dostępnego zbioru zadań; nie może być ani za łatwe, ani za trudne; powinno posiadać kilka różnych rozwiązań, które dadzą się zredagować jak najkrócej. Wreszcie do zrozumienia i do rozwiązania zadania powinna wystarczać znajomość matematyki w zakresie programu szkoły średniej; a najlepiej, gdy zadanie nie wymaga żadnej wiedzy szkolnej, tak że jest ono jednakowo dostępne i dla ucznia szkoły podstawowej, i dla członka rzeczywistego Polskiej Akademii Nauk.
Podobnie, jak nie spotyka się w życiu idealnych ludzi i przedmiotów, tak też nie ma prawdopodobnie idealnych zadań. Opowiem historię związaną z pewnym zadaniem bliskim idealnego, gdyby nie to, że okazało się ono trochę za trudne.
W 1950 roku, jako student I roku matematyki, przeczytałem w czasopiśmie «Matiematika w Szkole» sprawozdanie z XIII Moskiewskiej Olimpiady Matematycznej. Jedno z zadań finałowych brzmiało: „Liczby od 1 do 101 wypisano w dowolnym porządku. Udowodnić, że można z tych 101 liczb wykreślić 90 tak, aby pozostałych 11 tworzyło ciąg monotoniczny, tzn. albo ciąg malejący, albo rosnący".
Rozwiązania nie podano. Ze sprawozdania wynikało, że zadanie to rozwiązał tylko jeden uczestnik zawodów.
Dla kilku moich kolegów z pierwszego roku matematyki i dla mnie oznaczało to wyzwanie. My też potrafimy rozwiązać to zadanie. Niestety, chęci nie wystarczą. Mimo usilnych rozmyślań, a następnie zbiorowych dyskusji i dzielenia się doświadczeniem upragniony pomysł nie przychodził i zadanie pozostało nie rozwiązane nie tylko w ciągu kilku godzin (tj. czasu przeznaczonego na rozwiązanie w czasie zawodów), ale też wielu dni i tygodni. Stwierdziliśmy jedynie, że liczby 101 nie można zastąpić żadną liczbą mniejszą, gdyż np. ciąg 100 liczb

$$91, 92, \dots 99, 100, 81, 82, \dots, 89, 90, \dots, 1, 2, \dots, 9, 10$$

nie zawiera podciągu monotonicznego składającego się z więcej niż 10 wyrazów (dlaczego? — porównaj dalej rozwiązanie I (3)). Ktoś zauważył jednak, że zadanie można prawdopodobnie uogólnić na dowolne liczby naturalne postaci n^2+1. Sprawdziliśmy, że tak jest dla liczby $5 = 2^2+1$ i liczby $10 = 3^2+1$. Dla ciągów siedemnastowyrazowych $17 = 4^2+1$ zgubiliśmy się w rachunkach. Zaczęliśmy opowiadać o zadaniu „o stu jeden liczbach" rozmaitym ludziom. Między innymi napisałem list do Poznania do kolegi X, laureata I Olimpiady Matematycznej, a jeden z moich kolegów zaznajomił z treścią zadania nieodżałowanego profesora Stefana Kulczyckiego (1893–1960). Oba te kontakty dały pożądany efekt. Z Poznania przyszedł list zaczynający się od słów:

Drogi Olku!
Nie dziwię się, że zadanie o stu jeden liczbach rozwiązał w Moskwie tylko jeden zawodnik, a wy w Warszawie nie potrafiliście go zrobić, skoro ja zużyłem na rozwiązanie pełne sześć godzin.

Ten dowód skromności autora był jednak poparty pięknym, choć skomplikowanym, rozwiązaniem zadania, niewiele różniącym się od rozwiązania przysłanego nam równocześnie przez profesora Kulczyckiego.

Rozwiązanie I (kolegi X)

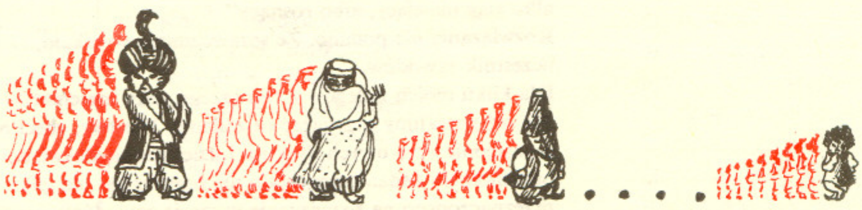
Udowodnimy indukcyjnie, że dla każdej liczby naturalnej n, z dowolnego ciągu n^2+1 różnych liczb naturalnych, można wykreślić n^2-n liczb tak, że pozostałe $n+1$ liczb tworzy ciąg monotoniczny. Dla $n = 1$ jest to oczywiste. Załóżmy prawdziwość hipotezy indukcyjnej dla pewnego $k \geqslant 1$ i niech $a_1, a_2, \dots, a_{(k+1)^2+1}$ będzie dowolnym ciągiem różnych między sobą liczb naturalnych. Należy pokazać, że ciąg ten zawiera $(k+2)$-wyrazowy podciąg monotoniczny. Na mocy założenia indukcyjnego wśród liczb $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$ istnieją liczby $a_{n_1^1}, a_{n_2^1}, \dots, a_{n_{k+1}^1}$, gdzie $n_1^1 < n_2^1 < \dots < n_{k+1}^1$, tworzące ciąg monotoniczny. Niech a_{s_1} będzie największą z liczb $a_{n_1^1}, a_{n_2^1}, \dots, a_{n_{k+1}^1}$. Rozpatrzmy ciąg $a_1, a_2, \dots, a_{k^2+1}$ z wykreślonym wyrazem a_{s_1}, tzn. ciąg $b_1, b_2, \dots, b_{k^2+1}$, gdzie $b_i = a_i$ dla $i < s_1$ oraz $b_i = a_{i+1}$ dla $i \geqslant s_1$. Stosując powtórnie założenie indukcyjne znajdujemy ciąg monotoniczny $a_{n_1^2}, a_{n_2^2}, \dots, a_{n_{k+1}^2}$ i oznaczamy przez a_{s_2} jego największy wyraz. Ponownie stosujemy założenie indukcyjne do ciągu $a_1, a_2, \dots, a_{k^2+3}$

z wykreślonymi wyrazami a_{s1} oraz a_{s2} i wyznaczamy a_{s_3} itd. Ponieważ $(k+1)^2+1 = k^2+(2k+2)$, to możemy tak postępować $2k+2$ razy. Otrzymujemy w ten sposób $2k+2$ różnych liczb $a_{s1}, a_{s2}, \ldots, a_{s2k+2}$. W zależności od tego, czy są one końcowymi wyrazami ciągów rosnących o długości $k+1$, czy też pierwszymi wyrazami ciągów malejących o długości $k+1$, zaliczamy je do pierwszej bądź do drugiej grupy. Niech do pierwszej grupy należą liczby $A_1, A_2, \ldots, Aq$, zaś do drugiej $B_1, B_2, \ldots, B_{2k-2+q}$, przy czym numerujemy je w ramach każdej grupy w takiej samej kolejności, w jakiej występują w ciągu $a_1, a_2, \ldots, a(k+1)^2+1$. Rozpatrzymy teraz kilka przypadków.

(1) ciąg $A_1, A_2, \ldots, Aq$ nie jest malejący, tzn. istnieje taki wskaźnik t, że$At < At+1$. Niech $At = a_{n^l_{k+1}}$ zaś $A_{t+1} = a_{n^r_{k+1}}$. Wówczas ciąg $a_{n^l_1}, \ldots, a_{n^l_{k+1}}, a_{n^r_{k+1}}$ jest podciągiem rosnącym ciągu $a_1, a_2, \ldots, a_{(k+1)^2+1}$ złożonym z $(k+2)$ wyrazów.

(2) ciąg $B_1, B_2, \ldots, B_{2k-2+q}$, nie jest rosnący. Analogiczne rozumowanie jak w (1) prowadzi do konstrukcji $(k+2)$-wyrazowego podciągu malejącego ciągu $a_1, a_2, \ldots, a_{(k+1)^2+1}$.

(3) Nie zachodzi ani (1), ani (2) oraz $q \neq k+1$. Wówczas szukanym monotonicznym $(k+2)$-wyrazowym podciągiem jest albo ciąg $A_1, A_2, \ldots, A_{k+2}$ — gdy $q \geqslant k+2$, albo ciąg $B_1, B_2, \ldots, B_{k+2}$ — gdy $q \leqslant k$.



(4) Nie zachodzi ani (1), ani (2) oraz $q = k+1$. Rozpatrzymy podprzypadki.

(4a) Istnieje taki wskaźnik t, że $B_t = a_{n^p_1}$ występuje w ciągu $a_1, a_2, \ldots, a_{(k+1)^2+1}$ po wyrazie $A_1 = a_{n^h_{k+1}}$, tzn. $n^h_{k+1} < n^p_1$.

Wówczas, jeśli $A_1 > B_t$, to szukanym $(k+2)$-wyrazowym ciągiem jest malejący ciąg $a_{n^h_{k+1}}, a_{n^p_1}, a_{n^p_2}, \ldots, a_{n^p_{k+1}}$, jeśli zaś $A_1 < B_t$, to szukanym ciągiem jest ciąg rosnący $a_{n^h_1}, a_{n^h_2}, \ldots, a_{n^h_{k+1}}, a_{n^p_1}$.

(4b) nie zachodzi (4a). Wówczas wyrazy obu grup razem występują w ciągu $a_1, a_2, \ldots, a_{(k+1)^2+1}$ w następującej kolejności: $B_1, B_2, \ldots, B_{k+1}, A_1, A_2, \ldots, A_{k+1}$ i szukanym monotonicznym $(k+2)$-wyrazowym ciągiem jest albo ciąg rosnący $B_1, B_2, \ldots, B_{k+1}, A_1$ — gdy $B_{k+1} < A_1$, albo ciąg malejący $B_{k+1}, A_1, A_2, \ldots, A_{k+1}$ — gdy $B_{k+1} > A_1$.

Pokazaliśmy więc, że z założenia indukcyjnego wynika, iż w każdym przypadku z ciągu $a_1, a_2, \ldots, a_{(k+1)^2+1}$ można wybrać podciąg monotoniczny złożony z $(k+2)$wyrazów. C.B.D.O.

Rozwiązanie profesora Kulczyckiego różniło się od wyżej przytoczonego tym, że najpierw wykreślało się największy wyraz ciągu $a_1, \ldots, a_{(k+1)^2+1}$, a następnie — jak w dowodzie kolegi X — stosowało się $(2k+1)$ razy założenie indukcyjne dla wybrania $2k+1$ największych wyrazów pewnych ciągów monotonicznych $(k+1)$-wyrazowych i dalej przeprowadzało się analogiczną dyskusję (jak?).

Na tym kończy się pierwsza część opowiadania. Tych, którzy „wysiedli" przy czytaniu I rozwiązania, pragnę pocieszyć: nie jest ono konieczne dla zrozumienia reszty.

Dyskutując nad I rozwiązaniem doszliśmy do wniosku, że jest ono za trudne, aby organizatorzy Moskiewskiej Olimpiady, znając jedynie to rozwiązanie, zdecydowali się wybrać zadanie o stu jeden liczbach na zawody. Musiało więc istnieć inne, prostsze rozwiązanie. Istotnie tak było.

W maju 1951 roku późnym wieczorem, po wykładzie z propedeutyki filozofii, kolega Stefan Rolewicz oznajmił nam, że właśnie na tym wykładzie znalazł nowe rozwiązanie.

Rozwiązanie Stefana Rolewicza, obecnego kierownika Zakładu Analizy Matematycznej Instytutu Matematyki Polskiej Akademii Nauk, nie różniło się istotnie od rozwiązania autorów zadania. Mogliśmy się o tym przekonać, gdy wkrótce potem dotarła do Warszawy książka D. O. Szkolskiego, G. M. Adelsona Welskiego, N. N. Czencowa, A. M. Jagłoma, I. M. Jagłoma *Izbrannyje zadaczi i tieoriemy elementarnoj matiematiki. Czast' 1. Arifmietika i algebra*, Moskwa 1950 (patrz str. 117–118).

Rozwiązanie II (autorów i S. Rolewicza)

Niech $a^{(1)}_1$ — pierwsza (pierwsza z lewej) z wypisanych liczb, $a^{(1)}_2$ — pierwsza z pozostałych liczb, większa niż $a^{(1)}_1$, $a^{(1)}_3$ —pierwsza z liczb występujących po $a^{(1)}_2$, większa niż $a^{(1)}_2$, itd. W ten sposób wybieramy ciąg rosnących liczb $a^{(1)}_1, a^{(1)}_2, \ldots, a^{(1)}_{i_1}$.

Jeżeli $i_1 > 10$, to postępowanie nasze jest zakończone. Jeżeli $i_1 \leqslant 10$, to wykreślamy wszystkie już wybrane liczby, zaś z pozostałych $(101-i_1)$ liczb wybieramy dokładnie w taki sam sposób nowy ciąg rosnący $a^{(2)}_1, a^{(2)}_2, \ldots, a^{(2)}_{i_2}$

Kontynuując to postępowanie wybierzemy z naszego ciągu 101 liczb pewną ilość rozłącznych ciągów rosnących. Jeżeli choć jeden z tych ciągów ma więcej niż 10 wyrazów, to znowu postępowanie nasze jest zakończone. Zatem należy jeszcze rozpatrzyć przypadek, gdy każdy z wybranych ciągów ma nie więcej niż 10 wyrazów. Ponieważ wyjściowy ciąg zawiera 101 wyrazów, to w tym przypadku liczba k wybranych ciągów rosnących jest nie mniejsza niż 11. W tym przypadku określimy ciąg malejący, który składa się z co najmniej 11 wyrazów.

Ostatnim wyrazem tego ciągu będzie liczba $a^{(k)}_{i_k}$, to jest ostatni wyraz z ostatniego z wybranych ciągów rosnących. Następnie wybierzemy liczbę z przedostatniego z wybranych ciągów, położoną na lewo od $a^{(k)}_{i_k}$ i najbliższą do $a^{(k)}_{i_k}$. Ta liczba jest większa niż $a^{(k)}_{i_k}$, gdyż w przeciwnym razie w trakcie konstrukcji przedostatniego z ciągów rosnących wybralibyśmy po tej liczbie liczbę $a^{(k)}_{i_k}$, podczas gdy w istocie liczba $a^{(k)}_{i_k}$ znalazła się w następnym z ciągów rosnących.

Dokładnie w taki sam sposób znajdujemy wyraz z trzeciego od końca z ciągów rosnących, leżący na lewo od wybranego wyrazu z przedostatniego z ciągów rosnących i leżący najbliżej tego wyrazu itd. W ten sposób konstruujemy ciąg liczb, które rosną, jeśli je rozpatrywać w porządku od prawej do lewej, tzn. ciąg malejący. Liczba wyrazów tego ciągu równa się liczbie k wybranych wcześniej ciągów rosnących, a więc jest nie mniejsza niż 11. C.B.D.O.

Kto nie zrozumiał II rozwiązania, ma jeszcze jedną szansę. Mniej więcej dwadzieścia lat później kolega Andrzej Mąkowski zakomunikował mi „prościutkie" rozwiązanie zadania o stu jeden liczbach, pochodzące od znakomitego matematyka węgierskiego, profesora P. Erdösa. Oto ono:

Rozwiązanie III (Erdösa)

Wyrazowi a_k ciągu $a_1, a_2, \ldots, a_{101}$ różnych liczb naturalnych przyporządkujemy dwie liczby naturalne: $\mathrm{r}(k)$ oraz $\mathrm{m}(k)$, gdzie $\mathrm{r}(k)$ jest długością (= ilością wyrazów) najdłuższego rosnącego ciągu $a_{n_1}, a_{n_2}, \ldots, a_{n_{\mathrm{r}(k)}}$, którego a_k jest końcem (to znaczy $k = n_{r(k)}$), zaś $\mathrm{m}(k)$ jest długością najdłuższego ciągu malejącego, którego a_k jest początkiem. Należy pokazać, że dla pewnego k $(1 \leqslant k \leqslant 101)$ co najmniej jedna z liczb $\mathrm{r}(k)$ lub $\mathrm{m}(k)$ jest $\geqslant 11$. Załóżmy, że tak nie jest, to znaczy że dla każdego $k = 1, 2, \ldots, 101$ mamy $1 \leqslant \mathrm{r}(k) \leqslant 10$ oraz $1 \leqslant \mathrm{m}(k) \leqslant 10$. Ponieważ różnych par liczb naturalnych $\leqslant 10$ jest 100, więc istnieją wskaźniki s oraz t takie, że $1 \leqslant s < t \leqslant 101$ oraz $\mathrm{r}(s) = \mathrm{r}(t)$ i $\mathrm{m}(s) = \mathrm{m}(t)$. Ale jeśli $a_s < a_t$, to łatwo widać, że $\mathrm{r}(s) < \mathrm{r}(t)$, jeśli zaś $a_s > a_t$, to $\mathrm{m}(t) > \mathrm{m}(s)$. (Dlaczego?). Otrzymana sprzeczność kończy dowód.

Analizując rozwiązanie III dochodzimy do następującego uogólnienia twierdzenia o stu jeden liczbach.

TWIERDZENIE. *Dany jest ciąg $a_1, a_2, \ldots, a_n$ różnych liczb naturalnych. Wówczas $m \cdot r \geqslant n$, gdzie m jest długością najdłuższego malejącego podciągu ciągu $a_1, a_2 \ldots, a_n$, zaś r — długością najdłuższego rosnącego podciągu tego ciągu.*

Nie wiem, czy fakt ten można udowodnić stosując metody rozwiązań I lub II.

Następujące twierdzenie, pochodzące od jednego z najwybitniejszych polskich matematyków, Wacława Sierpińskiego (1882–1969) można uznać za analog dla ciągów nieskończonych faktu, że każdy (n^2+1)-wyrazowy ciąg zawiera $(n+1)$-wyrazowy ciąg monotoniczny.

TWIERDZENIE. *Z każdego nieskończonego ciągu liczbowego można wybrać nieskończony podciąg monotoniczny.*

Proponuję Czytelnikowi zastanowić się nad dowodem tego twierdzenia.

Kończąc ten artykuł chciałbym jeszcze zwrócić uwagę na fakt, że nie jest rzeczą łatwą ocenić *a priori* stopień trudności jakiegoś zadania. Wyjaśnię to na przykładzie zadania o stu jeden liczbach. Sądzę, że gdyby to zadanie zaproponowano na posiedzeniu naszego Komitetu Głównego Olimpiady Matematycznej znając jedynie I rozwiązanie, to na pewno by je odrzucono; gdybyśmy znali II rozwiązanie, to być może zakwalifikowalibyśmy je na zawody, ale jako zadanie trudne. Natomiast znając III rozwiązanie, moglibyśmy zakwalifikować to zadanie jako średnio trudne.

F5 dc. rozwiązania ze str. 10

$\varphi = 1°$

Odpowiednie równania wyglądają teraz następująco:

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt} - \mathscr{L}\frac{dI}{dt} = I \cdot R,$$

gdzie $\mathscr{L}$ jest to współczynnik samoindukcji pierścienia (dotychczas przyjmowaliśmy $\mathscr{L} = 0$).

$$I = \frac{\pi a^2 B_0 \omega}{\sqrt{\mathscr{L}^2\omega^2 + R^2}} \sin\left(\omega t - \operatorname{arctg}\frac{\mathscr{L}\omega}{R}\right);$$

gdy $\mathscr{L}\omega \gg R$, to:

$$I = -\frac{\pi a^2 B_0}{\mathscr{L}} \cos \omega t.$$

W tym granicznym przypadku pole magnetyczne wytwarzane przez prąd o natężeniu I ma średnią wartość w kierunku prostopadłym do $\mathbf{B}_0$ równą 0. Igła nie zmieni położenia równowagi. W każdym innym przypadku ($\mathscr{L}\omega$ porównywalne z R) wychylenie igły będzie mniejsze niż wyrażone wzorem (*).

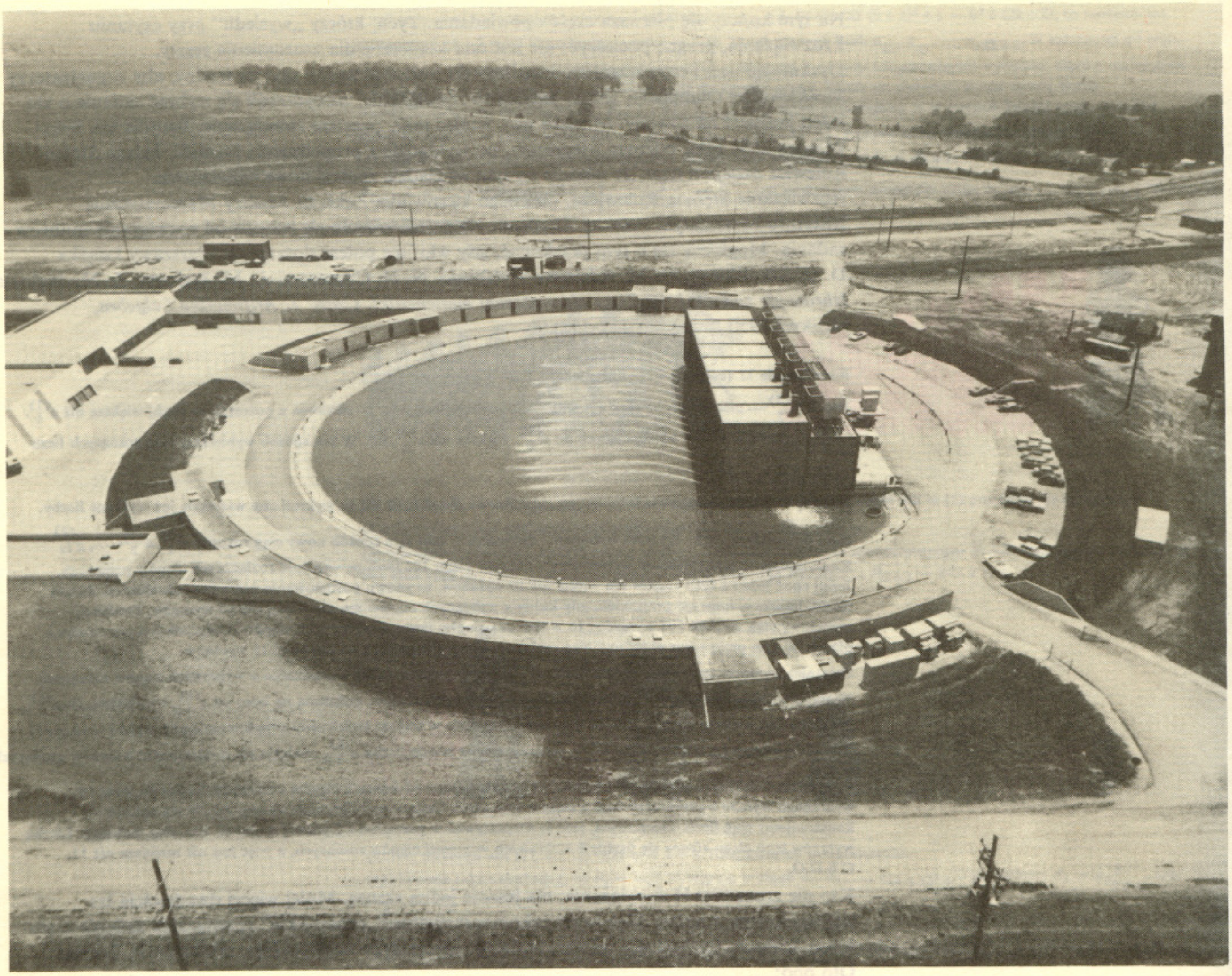
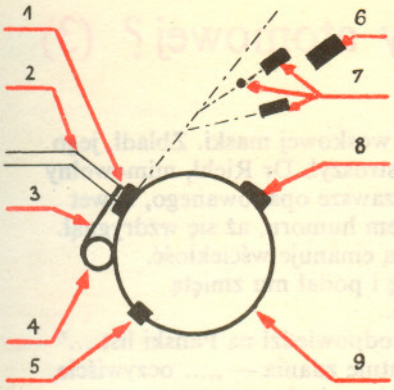


foto NAL

«Delta» z wizytą w Batawii

Postrzeganie polega na badaniu oddziaływania (rozpraszania, pochłaniania, ugięcia) kwantów pola elektromagnetycznego z postrzeganym obiektem. W zakresie długości fal odpowiadających obszarowi widzialnemu, detektorem może być oko, w innych zakresach uciekamy się do pomocy specjalnych urządzeń. Im krótsza długość fali padającej, tym drobniejsze szczegóły badanego przedmiotu możemy zaobserwować (wykorzystano to przy budowie mikroskopu elektronowego, «Delta» nr 4, 1974).
Chcąc zbadać najmniejsze z dotychczas poznanych składników materii (nukleony, mezony, elektrony itd.) musimy postąpić analogicznie do postępowania z obiektami większymi. Badane cząstki zderzamy i obserwujemy ich zachowanie się po zderzeniu. Im większa jest energia padających cząstek, tym krótszą posiadają one długość fali, tym większe są możliwości zaobserwowania szczegółów ich budowy. Stąd zapotrzebowanie na wiązki cząstek o możliwie dużej energii. Częściowo zapotrzebowanie może być pokryte przez promieniowanie kosmiczne, dostarczające cząstek o bardzo wysokich energiach. Jest to jednak bardzo skąpy i kapryśny dostawca. Cząstki o dużych energiach zdarzają się rzadko i trzeba bardzo złożonej techniki eksperymentalnej, aby uzyskać stosunkowo proste dane doświadczalne. Urządzenia przyśpieszające cząstki wad takich nie posiadają, są nam w pełni, lub powinny być w pełni, posłuszne. Na całym świecie od wielu lat trwa rywalizacja z przyrodą. Fizycy budują coraz większe urządzenia przyśpieszające cząstki — akceleratory. W numerze drugim «Delty» odwiedziliśmy Cern w Szwajcarii. Wspomnieliśmy wówczas o Dubnej (ZSRR), Sierpuchowie (ZSRR) i Batawii (USA). W przyszłości złożymy wizyty we wspomnianych laboratoriach i zaprezentujemy Czytelnikom te „mamuty" wśród współczesnych urządzeń fizycznych. Wracając do nich jeszcze niejednokrotnie, omówimy szczegółowo osiągane tam wyniki.



1. Centralne laboratorium
2. Dojazd
3. Akcelerator liniowy
4. Akcelerator pierścieniowy
5. Obszar przyspieszania
6. Obszar eksperymentów
7. Stacje tarcz
8. Obszar tarczy wewnętrznej
9. Pierścień akceleratora głównego

Dziś przedstawiamy kilka zdjęć z wizyty w Narodowym Laboratorium Akceleratora w Batawii, w pobliżu Chicago (USA). Budowę akceleratora rozpoczęto 1 grudnia 1968 roku. W czerwcu 1972 roku osiągnięto zaplanowaną energię protonów 200 *GeV*, podwajając ją w ciągu następnych dziewięciu miesięcy. Zamieszczony zestaw zdjęć ilustruje rozmiary urządzenia i jego główne części. Szkic obok zorientuje Czytelnika w rozmieszczeniu zasadniczych węzłów urządzenia. Protony po wstępnym przyśpieszeniu w akceleratorze elektrostatycznym do energii 750 *keV* zostają wprowadzone do akceleratora liniowego o długości około 150 *m* (zdjęcie na pierwszej stronie okładki). Uzyskują w nim energię 200 *MeV* i przechodzą do synchrocyklotronu o średnicy 150 *m*, gdzie nabierają energii 10 *GeV*. Zdjęcia pokazują zewnętrzny wygląd i tunel synchrotronu. Akcelerator ten formuje protony w grupy, które zostają następnie wstrzyknięte do głównego pierścienia akceleratora. Wewnątrz pierścienia znajduje się jeziorko z fontanną; jego woda służy do chłodzenia urządzeń. Na czwartej stronie okładki pokazany jest widok z lotu ptaka całego obszaru laboratorium oraz wnętrze tunelu, w którym znajdują się elektromagnesy i rura próżniowa, w której biegną protony. Średnica pierścienia wynosi prawie dwa kilometry. W jednym miejscu pierścienia znajduje się odcinek, na którym przy każdym okrążeniu cząstki są przyspieszane. Protony muszą wykonać wiele okrążeń, zanim osiągną żądaną energię; w przybliżeniu proton przebiega drogę 800 tys. *km*, zanim osiągnie energię 200 *GeV*. Po osiągnięciu właściwej dla celów doświadczenia energii zostają protony wyprowadzone do jednego z wielu obszarów eksperymentalnych. O doświadczeniach, jakie wykonano w zakresie bardzo dużych energii, napiszemy oddzielnie. A na zakończenie pokażemy zdjęcie z komory wodorowej, w której zarejestrowano zderzenie protonu o energii 300 *GeV* z protonem w spoczynku. W zderzeniu wytworzyło się 26 naładowanych cząstek.

T. H.

foto NAL

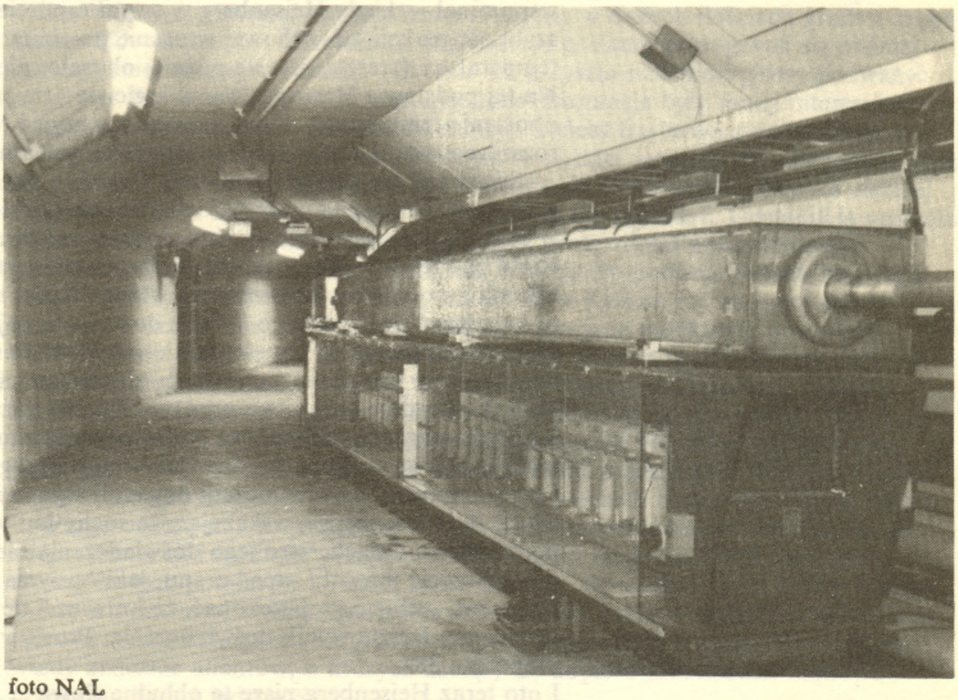
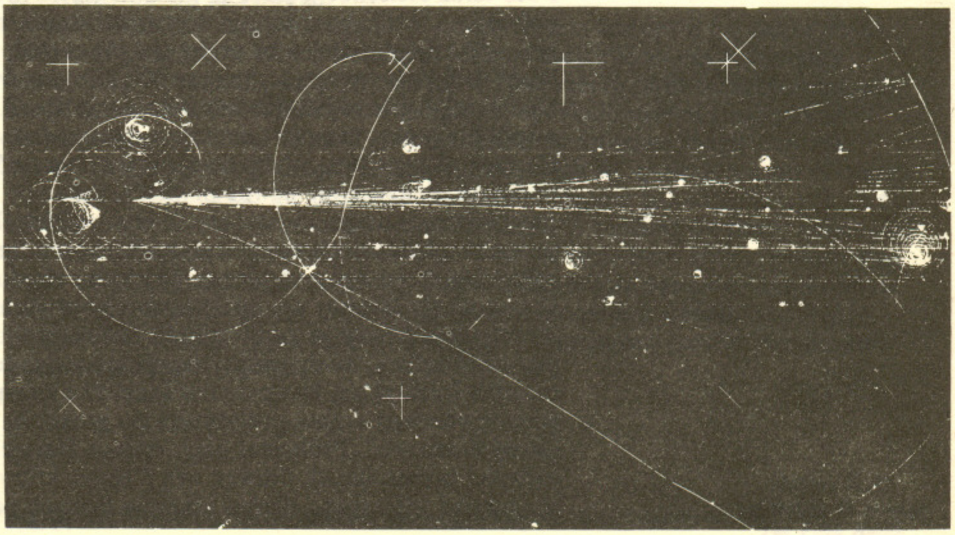


foto NAL



Dlaczego Niemcy nie zdążyli wynaleźć bomby atomowej? (3)

Twarz profesora Paula Hartecka przybrała postać woskowej maski. Zbladł, jego wąsik, upodobniający go do Führera, jakby się nastroszył. Dr Riehl, mimowolny świadek tej niecodziennej metamorfozy człowieka zawsze opanowanego, nawet chłodnego, choć obdarzonego kapitalnym poczuciem humoru, aż się wzdrygnął. Gdyby nie był fizykiem, przysiągłby, że z profesora emanuje wściekłość.
— I co pan na to? — profesor opanował się trochę i podał mu zmiętą poprzednio ze złości, ale już rozprostowaną kartkę.
Riehl czytał: „Wielce szanowny Panie Kolego! W odpowiedzi na Pański list ...” — zaczyna uprzejmie, pomyślał i rzucił okiem na ostatnie zdania — „... oczywiście, jeśli ... konieczny jest pośpiech w pańskich doświadczeniach, ma pan ... pierwszeństwo. Chciałbym jednak zaproponować, by zadowolił się pan na razie tylko stu kilogramami ...”.
Riehl nie miał ochoty czytać dalej. I niby sam do siebie mruknął: nasi żołnierze walczą na frontach o tysiącletnią Rzeszę, a my tu żremy się między sobą o... — nie dokończył, widząc przygnębioną twarz Hartecka.
Pamiętał, jak profesor z błyskiem w oczach powiedział do swych współpracowników: Panowie, to będzie piękne doświadczenie.
— To będzie historyczne doświadczenie — dodał wtedy któryś z nich, ale umilkł pod wpływem jak zwykle sceptycznego spojrzenia Hartecka.
Było to pod koniec marca, a może na początku kwietnia 1940 roku— wspominał — kiedy Heisenberg w swym raporcie przedstawił m.in. wniosek, że szybkość reakcji łańcuchowej w uranie powinna się zmniejszać ze wzrostem temperatury (zresztą, jak się później okazało, nie był to wniosek uzasadniony). Na tej podstawie Harteck wysnuł logiczne przypuszczenie, że w takim razie obniżenie temperatury uranu powinno sprzyjać rozwojowi reakcji łańcuchowej rozszczepienia. I wtedy właśnie wpadł na genialnie prosty pomysł.
— Suchy lód (zestalony dwutlenek węgla) — Riehl do dziś słyszał słowa profesora. — Można go łatwo i skutecznie oczyścić, gwarantuje temperaturę −78°C, a ponadto powinien być dobrym moderatorem.
Riehl pamiętał, w jak doskonałym humorze Harteck wrócił od Herolda, dyrektora fabryki amoniaku w Marseburgu, który obiecał mu, i to bezpłatnie, potrzebną do doświadczeń ilość suchego lodu, z dostawą w najbliższym czasie.
Harteck rozpoczął wtedy starania o przydział tlenku uranu. Diebner, szef niemieckiego programu jądrowego, obiecał co najmniej sto kilogramów preparatu 38 (tak oficjalnie nazywano uran). Kilka dni później wystąpił do Diebnera z podobną prośbą Heisenberg, który również zamierzał zbudować i uruchomić reaktor jądrowy. Diebner powiedział mu o przygotowaniach Hartecka i zaproponował, by obaj uczeni dogadali się sami między sobą. Harteck napisał wtedy do Heisenberga, wskazując, że suchy lód wyparuje po tygodniu, najdalej po dziesięciu dniach, więc jego doświadczenia nie potrwają długo i rychło będzie mógł zwrócić mu cały zapas uranu, jaki otrzyma. Jednocześnie napisał do Diebnera, usiłując go przekonać, że im więcej tlenku uranu otrzyma, tym pewniejszy będzie wynik doświadczenia. Prosił więc o jak największą ilość preparatu 38.
I oto teraz Heisenberg pisze te obłudne słowa „... jeśli konieczny jest pośpiech ...”. Diebner też nie dotrzymał słowa, nie zdołał „wydusić” więcej niż... 50 kilogramów. A tu suchy lód już czekał, parując sobie w tym czasie. Riehl osobiście wypożyczył wtedy 100 kilogramów z firmy Auer (za zgodą Diebnera) — ale to już niestety było wszystko. Robiąc dobrą minę do złej gry, zespół Hartecka, zamiast „rozstrzygającego doświadczenia”, jakie przewidywał Harteck w wypadku, gdyby dostał 600 kilogramów preparatu 38, mógł przeprowadzić jedynie pewne pomiary. Zaraz po zakończeniu eksperymentu zaprojektował drugi, identyczny, lecz z większą ilością uranu, ale nigdy go nie przeprowadził, zniechęcony krytyką fizyków z innych ośrodków. Każdy bowiem z fizyków chciał być tym pierwszym, który zbuduje i uruchomi reaktor jądrowy. Uranu wtedy Niemcy nie miały jeszcze zbyt wiele, ale wkrótce ich przemysł zaczął produkować go coraz więcej. Nie starczało jednak dla wszystkich. W okresie pierwszej euforii, kiedy wszystkim się zdawało, że sukces jest bardzo bliski, każdy ośrodek śpieszył się, by uprzedzić inne. Nie znając nawet w przybliżeniu masy krytycznej uranu, próbowano po prostu na zasadzie improwizacji budować „stosy atomowe”. Próbował więc, oprócz Hartecka (którego doświadczenie było najlepiej przemyślane), Gustav von Droste, który zestawił znaczną ilość stosunkowo brudnego i wilgotnego tlenku uranu w torbach papierowych, zdobytego przez

Niemców w Belgii, łudząc się, że woda i papier spełnią pozytywnie rolę moderatora; próbował więc Döpel, Bothe, niezależne plany snuł Heisenberg. Na początku 1940 roku na arenę wkroczył nowy konkurent, baron Manfred von Ardenne, który namówił Ministerstwo Poczty Rzeszy, by swe dość duże fundusze na badania naukowe przeznaczyło na budowę „machiny do rozbijania atomów". Oprócz wzajemnych animozji, pewna decyzja niemieckich uczonych odsunęła możliwość sukcesu. Była to fatalna dla nich decyzja. Chodziło o wybór moderatora. Po konferencji 26 września 1939 r. w wielu ośrodkach zmierzono własności różnych substancji, między innymi grafitu i ciężkiej wody. Grafit badał sam profesor Walter Bothe, wybitny specjalista w fizyce jądrowej.

W ekstrapolacjach swoich pomiarów popełnił błędy, które w konsekwencji całkowicie wyeliminowały potem łatwo dostępny w dużych ilościach grafit z kręgu zainteresowań fizyków niemieckich (nawiasem: grafitem posługiwali się później Amerykanie, osiągając sukces). Nikomu nie przyszło nawet do głowy podważyć autorytet Bothego i sprawdzić pomiary. Inne substancje były mniej interesujące ze względu na niepokonane (zresztą do samego końca) trudności z rozdzielaniem izotopów. W tej sytuacji cała nadzieja była w ciężkiej wodzie. Niemcy jednak cieczy tej nie mieli. Próbowali ją kupić w jedynej na świecie norweskiej fabryce ciężkiej wody w Vemork koło Rjukan, ale Norwedzy jej nie sprzedali. Odstąpili ją natomiast Francuzom, i to bezpłatnie. Francuską cieżką wodę zdołał wyekspediować profesor Joliot do Anglii przed upadkiem Francji. Po podboju jednak Norwegii mogli Niemcy rozmawiać z dyrekcją zakładów w Rjukan już na innej stopie. Istotnie, w czasie okupacji Norwegii zakłady znacznie zwiększyły produkcję ciężkiej wody (choć nigdy do takiej ilości, jakiej potrzebowali Niemcy). Było to głównie zasługą Hartecka i Suessa, którzy opracowali udoskonaloną metodę produkcji ciężkiej wody, dziesięciokrotnie wydajniejszą od stosowanej dotychczas. Alianci, zwąchawszy później przyczyny zainteresowań Niemców ciężką wodą, dezorganizowali nalotami i akcjami sabotażowymi produkcję w Vemork. Ciężka woda stanowiła do końca piętę achillesową niemieckich badań jądrowych. Mimo upartego obstawania przy ciężkiej wodzie jako moderatorze i mimo znacznego rozproszenia sił i środków przeprowadzili Niemcy do końca 1940 roku wiele szczegółowych pomiarów i badań, które zdawały się wróżyć coraz bliższy sukces. Także ich przemysł znakomicie realizował zadania, jakie w związku z badaniami jądrowymi stawiało przed nimi Ministerstwo Gospodarki Rzeszy. Wyprzedzali wtedy znacznie aliantów, u których zaczęły się dopiero kształtować rządowe programy badań jądrowych.

Wciąż jednak nie mogli się uporać z rozdzieleniem izotopów i z ciężką wodą jako moderatorem w takich ilościach, jakie wystarczyłyby dla wszystkich konkurujących ze sobą grup. Wciąż też, co jest rzeczą najbardziej istotną, nie mogli poradzić sobie z brakiem współpracy, spowodowanym rozgrywkami ambicjonalnymi. W tej sytuacji jedynie władze państwowe mogły metodą drastycznych posunięć zmusić fizyków niemieckich do zjednoczonego działania. Ale władze niemieckie nie przywiązywały do postępów badań jądrowych aż tak wielkiego znaczenia, by poza stworzeniem fizykom możliwości pracy odczuwać potrzebę przejęcia organizacji tych prac w swoje ręce. Sam Hitler, pokpiwając sobie na przykład z ministra poczty Rzeszy, gdy ten za namową von Ardenne referował mu fantastyczne możliwości bomby atomowej, mówił, że oto jego generałowie biedzą się jak wygrać wojnę, gdy tymczasem gotowe rozwiązanie przynosi minister... poczty.

Oprac. Z. P.
wg książki D. Irwinga
The Virus House

c. d. n.

Liczba pierwsza a nierozkładalna

Dr Maciej BRYŃSKI

Co nowego można dodać o rozkładzie na czynniki? Przecież wszyscy tak dobrze wiedzą, o co chodzi, przecież już dzieci z powszechniaka wiedzą, że $4 = 2 \cdot 2$, $6 = 2 \cdot 3$, a pięć się nie rozkłada. A może jednak warto chwilę się nad tym zastanowić, przypomnieć, co i na co rozkładamy.

Wszystkie działania i związki, które tu przypomnimy, dotyczą liczb całkowitych. Stwierdziliśmy przed chwilą, że pięć się nie rozkłada, a przecież $5 = 1 \cdot 5 = (-1) \cdot (-5)$. Musimy więc te rozkłady uznać za nieistotne. Łatwo wyjaśnimy, dlaczego. Każdą liczbę całkowitą n można zapisać w postaci $n = 1 \cdot n$, przy czym jedynka występująca w iloczynie nic nie znaczy, można ją pominąć. Trochę inaczej jest z liczbą -1, ale ponieważ $(-1) \cdot (-1) = 1$, więc $n = (-1) \cdot (-n) = (-1) \cdot (-1) \cdot n$, a zatem znów -1 niewiele znaczy w tym iloczynie, bo czynnik n pozostaje nie zmieniony. A więc tak naprawdę nie chodzi nam o dosłowną, absolutną nierozkładalność liczby 5; przez nierozkładalność liczby 5 rozumiemy to, że w każdym przedstawieniu 5 w postaci iloczynu liczb całkowitych musi wystąpić czynnik 5 lub -5. Liczby wyróżnione przez podobną własność nazywamy liczbami nierozkładalnymi lub pierwszymi. Dokładniej: liczbę całkowitą n różną od $0, 1, -1$ nazywamy liczbą pierwszą,

(1) jeśli jedynymi jej dzielnikami są liczby $1, -1, n, -n$.

Warunek ten można również sformułować następująco:

(2) jeśli liczba n dzieli iloczyn liczb całkowitych $k \cdot l$, to n dzieli k lub n dzieli l.

(Czytelnik z pewnością udowodni równoważność tych warunków.) Dobrze znane twierdzenie z arytmetyki liczb całkowitych głosi, że każdą liczbę całkowitą można przedstawić w postaci iloczynu liczb pierwszych, przy czym rozkład taki jest jednoznaczny z dokładnością do znaków poszczególnych czynników oraz ich porządku. Inaczej mówiąc: każde dwa rozkłady tej samej liczby całkowitej na iloczyn liczb pierwszych mogą co najwyżej różnić się porządkiem czynników oraz znakami poszczególnych czynników. Jest rzeczą jasną, że takie różnice są nieistotne, a z drugiej strony niemożliwe do uniknięcia, mnożenie liczb całkowitych jest bowiem przemienne, więc porządek czynników w każdym iloczynie jest dowolny, a $k \cdot l = (-k) \cdot (-l)$ dla dowolnych czynników k, l całkowitych. Ostatni argument pozwala zwrócić uwagę na szczególną rolę liczb 1 i -1 w zbiorze liczb całkowitych. Zauważmy, że są to jedyne liczby n spełniające w zbiorze liczb całkowitych warunek

(3) dla n istnieje m, takie że $n \cdot m = 1$.

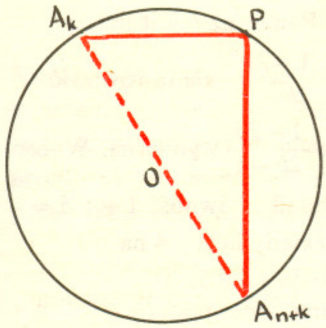
Elementy spełniające w pewnym zbiorze liczbowym warunek (3) nazywamy elementami odwracalnymi. Spróbujmy zbadać omawiane wyżej pojęcia w innych zbiorach liczbowych. Ograniczymy się tylko do takich zbiorów, w których dla każdych dwóch elementów istnieje ich suma, różnica i iloczyn. Jednym z takich zbiorów jest zbiór liczb wymiernych. Każda różna od zera liczba wymierna $\frac{p}{q}$ jest elementem odwracalnym: $\frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} = 1$, a każdą liczbę wymierną można podzielić przez każdą różną od zera liczbę wymierną. Z tego powodu warunki (1) oraz (2) trywializują się i dalsze próby rozwijania teorii jednoznaczności rozkładu nie doprowadzą do ciekawych wyników.

Rozpatrzmy teraz zbiór liczb postaci $a + b\sqrt{2}$, gdzie a, b są liczbami całkowitymi. W tym zbiorze oprócz liczb 1 i -1 istnieją jeszcze inne elementy odwracalne, mianowicie $(1+\sqrt{2}) \cdot (-1+\sqrt{2}) = 1$. Ponieważ dla każdego naturalnego wykładnika n $(1+\sqrt{2})^n \cdot (-1+\sqrt{2})^n = 1$, więc liczby $1, -1, \pm(1+\sqrt{2})^n, \pm(-1+\sqrt{2})^n$ są elementami odwracalnymi. Można udowodnić, że w rozpatrywanym przez nas zbiorze liczb nie ma innych elementów odwracalnych. Wobec tego problem jednoznaczności rozkładu nie może tu być tak prosty, jak dla liczb całkowitych.

Rozwiązanie zadania **M 14.**
Mamy

$$A_1P^2+A_2P^2+\ldots+A_{2n}P^2 =$$
$$=(A_1P^2+A_{n+1}P^2)+\ldots+(A_nP^2+A_{2n}P^2) =$$
$$= n\cdot d^2,$$

gdzie d jest średnicą okręgu opisanego na wielokącie. (Wykorzystaliśmy tu fakt, że kąt A_kPA_{n+k} jest prosty jako wpisany oparty na średnicy, i zastosowaliśmy twierdzenie Pitagorasa).



Czytelnik zechce się zastanowić, czego wystarczy żądać od wielokąta zamiast jego foremności, by podany dowód był nadal poprawny.
Czy twierdzenie podane w zadaniu pozostanie prawdziwe, gdy będziemy rozpatrywać wielokąty foremne o nieparzystej liczbie boków? Jak będzie dla trójkąta foremnego?

Należy najpierw ustalić pojęcie elementu nierozkładalnego. Oczywiście każdy element odwracalny jest dzielnikiem dowolnego elementu: jeśli $\varepsilon\cdot\eta = 1$, to $x = \varepsilon\cdot(\eta x)$.
Podobnie, jeśli y jest dzielnikiem x, ε jest elementem odwracalnym, to $\varepsilon\cdot y$ też jest dzielnikiem x: przypuśćmy, że $x = y\cdot d$, $\varepsilon\cdot\eta = 1$, wtedy $x = (\varepsilon\cdot y)\cdot(\eta\cdot d)$.
Wobec tego odpowiednikiem warunku (1) będzie:
(N) Element nieodwracalny x jest elementem nierozkładalnym, jeśli jedynymi jego dzielnikami są elementy odwracalne oraz wszystkie iloczyny $\varepsilon\cdot x$, gdzie ε jest dowolnym elementem odwracalnym.
Przypomnijmy również warunek (2), za pomocą którego charakteryzowaliśmy liczby pierwsze:
(P) Element nieodwracalny x jest elementem pierwszym, jeśli z faktu, że x dzieli iloczyn $y\cdot z$ dwóch elementów z rozpatrywanego zbioru liczb, wynika, że x dzieli któryś z czynników tego iloczynu.
Okazuje się, że nie w każdym zbiorze liczb warunki te są równoważne. Każdy element pierwszy jest elementem nierozkładalnym, ale (jak wskażemy dalej na przykładzie) element może być nierozkładalny, ale nie musi być pierwszy.
Problem jednoznaczności rozkładu możemy sformułować następująco:
Niech P będzie takim zbiorem liczb, że dla każdych elementów $a, b\in P$ suma $a+b$, różnica $a-b$ i iloczyn $a\cdot b$ należą do P. Powiemy, że w P ma miejsce jednoznaczność rozkładu, jeśli:
(I) Każdy element nieodwracalny jest iloczynem elementów nierozkładalnych.
(II) Jeśli w pewnym rozkładzie elementu $a\in P$ na iloczyn elementów nierozkładalnych występuje czynnik p, to w każdym innym rozkładzie a występuje czynnik $\varepsilon\cdot p$, gdzie ε jest elementem odwracalnym.
Okazuje się, że w zbiorze liczb $a+b\sqrt{2}$ (a, b — całkowite) obowiązuje jednoznaczność rozkładu w sensie powyższego określenia. Dowodu tego faktu nie będziemy tu przytaczać.
Zupełnie inna sytuacja jest w zbiorze liczb $a+b\sqrt{5}$ (a, b — całkowite). W zbiorze tym mamy oczywiście

$$4 = 2\cdot 2 = (1+\sqrt{5})\cdot(-1+\sqrt{5}).$$

Stwierdzimy, że elementy 2, $1+\sqrt{5}$, $-1+\sqrt{5}$ są nierozkładalne w naszym zbiorze oraz 2 nie jest iloczynem elementu $1+\sqrt{5}$ ani $-1+\sqrt{5}$ przez element odwracalny. Otrzymamy w ten sposób dwa istotnie różne (w świetle wymagań definicji rozkładu jednoznacznego) rozkłady liczby 4.
W tym celu przyporządkujmy każdej liczbie $a+b\sqrt{5}$ liczbę $\mathrm{N}(a+b\sqrt{5}) = (a+b\sqrt{5})\cdot(a-b\sqrt{5}) = a^2-5b^2$, zwaną normą liczby $a+b\sqrt{5}$. Wprost z określenia normy wynika, że
a) $\mathrm{N}(a+b\sqrt{5})$ jest liczbą całkowitą,
b) $\mathrm{N}[(a+b\sqrt{5})\cdot(c+d\sqrt{5})] = \mathrm{N}(a+b\sqrt{5})\cdot\mathrm{N}(c+d\sqrt{5})$.
Zauważmy, że norma elementu odwracalnego równa się 1 lub -1, bo jeśli $(a+b\sqrt{5})\cdot(c+d\sqrt{5}) = 1$, to $1 = \mathrm{N}(1) = \mathrm{N}(a+b\sqrt{5})\cdot\mathrm{N}(c+d\sqrt{5})$, a iloczyn dwóch liczb całkowitych $\mathrm{N}(a+b\sqrt{5})$ i $\mathrm{N}(c+d\sqrt{5})$ może być równy 1 tylko wtedy, gdy każda z nich równa jest 1 lub -1.
Z drugiej strony, jeśli $\mathrm{N}(a+b\sqrt{5}) = \pm 1$, to $a+b\sqrt{5}$ jest elementem odwracalnym, bo $(a+b\sqrt{5})\cdot(a-b\sqrt{5}) = \pm 1$.
Pokażemy, że 2 jest elementem nierozkładalnym .
Gdyby $2 = (a+b\sqrt{5})\cdot(c+d\sqrt{5})$, przy czym żaden z czynników tego iloczynu nie był elementem odwracalnym, to $4 = \mathrm{N}(2) = \mathrm{N}(a+b\sqrt{5})\cdot\mathrm{N}(c+d\sqrt{5})$, przy czym żadna z liczb całkowitych $\mathrm{N}(a+b\sqrt{5})$, $\mathrm{N}(c+d\sqrt{5})$ nie równa się 1 ani -1. Zatem $\mathrm{N}(a+b\sqrt{5}) = 2$ lub -2. Mamy więc

$$a^2-5b^2 = 2 \quad\text{lub}\quad a^2-5b^2 = -2,$$

czyli

$$a^2 = 2+5b^2 \quad\text{lub}\quad a^2 = -2+5b^2.$$

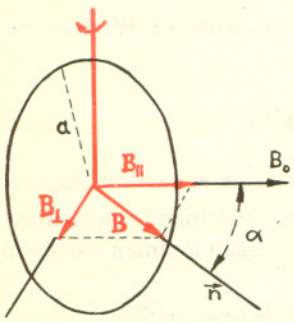
W zależności od parzystości liczby b, ostatnią cyfrą w rozwinięciu dziesiętnym liczby $2+5b^2$ jest 7 lub 2, zaś liczby $-2+5b^2$ jest 8 lub 3. Liczba $2+5b^2$ lub $-2+5b^2$ musiałaby być kwadratem liczby całkowitej a, tymczasem 2, 3, 7 ani 8 nie są ostatnimi cyframi kwadratu żadnej liczby całkowitej. Do tej sprzeczności doszliśmy przypuszczając, że 2 jest elementem rozkładalnym w naszym zbiorze liczb. Rozumowanie uzasadniające nierozkładalność liczb $1+\sqrt{5}$, $-1+\sqrt{5}$ byłoby identyczne, gdyż norma każdej z nich wynosi -4.

Istotnie więc $2 \cdot 2 = (1+\sqrt{5}) \cdot (-1+\sqrt{5})$ są dwoma rozkładami liczby 4 na iloczyn czynników nierozkładalnych.

Przypuśćmy, że $1+\sqrt{5} = 2 \cdot (a+b\sqrt{5})$, gdzie $a+b\sqrt{5}$ jest elementem odwracalnym. Mielibyśmy $1+\sqrt{5} = 2a+2b\sqrt{5}$; $1-2a = (2b-1)\sqrt{5}$. Ponieważ b jest liczbą całkowitą, więc $2b-1 \neq 0$. Otrzymalibyśmy więc $\sqrt{5} = \frac{1-2a}{2b-1}$, ale ta równość nie może mieć miejsca, bo $\sqrt{5}$ jest liczbą niewymierną, a $\frac{1-2a}{2b-1}$ wymierną. Wobec tego nie istnieje element odwracalny $a+b\sqrt{5}$, który spełniałby równość $1+\sqrt{5} = 2(a+b\sqrt{5})$, a to dowodzi, że rozważane przez nas rozkłady liczby 4 na czynniki nierozkładalne są istotnie różne; w zbiorze liczb $\{a+b\sqrt{5}: a, b$ — całkowite$\}$ nie ma więc jednoznaczności rozkładu. Możemy teraz podać zapowiedziany przykład elementu nierozkładalnego, który nie jest pierwszy: jak wynika z przeprowadzonego rozumowania, liczba 2 jest w rozpatrywanym zbiorze elementem nierozkładalnym oraz dzieli iloczyn liczb $(1+\sqrt{5}) \cdot (-1+\sqrt{5})$, natomiast nie dzieli żadnego czynnika tego iloczynu.

Rozwiązanie zadania F5

Na początku, dla uproszczenia, zaniedbajmy zjawisko samoindukcji. W wirującym pierścieniu wystąpi siła elektromotoryczna indukcji $\mathscr{E}$:



$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

gdzie Φ oznacza strumień ziemskiego pola magnetycznego przenikającego w danej chwili pierścień, a t oznacza czas. Zgodnie z rysunkiem:

$$\Phi = B_0 \cdot \pi a^2 \cdot \cos\alpha = \pi \cdot a^2 B_0 \cos(\omega t + \alpha_0),$$

gdzie B_0 jest wartością poziomej składowej indukcji ziemskiego pola magnetycznego, zaś a promieniem okręgu. Kąt α_0 jest to wartość kąta α w chwili początkowej — i przyjmiemy dalej jego wartość za równą 0.

W pierścieniu będzie płynął prąd o natężeniu I:

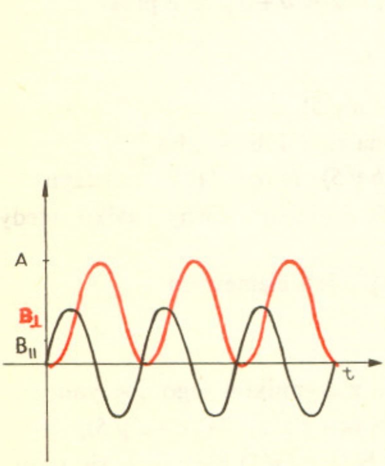
$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{SaB_0\omega}{2\varrho}\sin\omega t,$$

gdzie R oznacza opór omowy aluminium, a ϱ jego opór właściwy. Prąd ten wywoła dodatkowe pole magnetyczne, w każdej chwili prostopadłe do płaszczyzny pierścienia, o wartości w środku pierścienia:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\varrho}.$$

Wektor **B** można rozłożyć na dwie składowe:

$\mathbf{B}_{\parallel}$ — wzdłuż kierunku $\mathbf{B}_0$ i $\mathbf{B}_{\perp}$ — w kierunku prostopadłym do $\mathbf{B}_0$. Ich wartości wynoszą odpowiednio:



$$\mathbf{B}_{\parallel} = \frac{\mu_0 SB_0\omega}{8\varrho}\sin 2\omega t = \frac{A}{2}\sin 2\omega t,$$

$$\mathbf{B}_{\perp} = \frac{\mu_0 SB_0\omega}{4\varrho}\sin^2\omega t = A\sin^2\omega t, \quad \text{gdzie} \quad A = \frac{\mu_0 SB_0\omega}{4\varrho}.$$

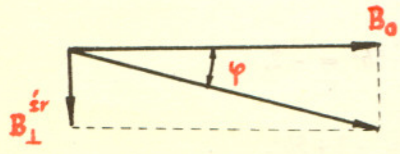
Na wykresie obok pokazana została zależność $\mathbf{B}_{\parallel}$ i $\mathbf{B}_{\perp}$ od czasu. $\mathbf{B}_{\parallel}$ okresowo zmienia znak, natomiast $\mathbf{B}_{\perp}$ jest zawsze nieujemne. Igła kompasu, jeżeli ω jest duże, reaguje tylko na wypadkowe pole magnetyczne uśrednione w pewnym dużym przedziale czasu. Średnie wartości $\mathbf{B}_{\parallel}$ i $\mathbf{B}_{\perp}$ wynoszą:

$$\mathbf{B}_{\parallel}^{śr} = 0; \mathbf{B}_{\perp}^{śr} = \frac{A}{2}$$

(patrz zagadnienie napięcia i natężenia skutecznego, *Fizyka dla III kl.*, str. 72).

Wypadkowe pole magnetyczne tworzy z poziomą składową ziemskiego pola magnetycznego kąt φ:

$$(*) \quad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{\mu_0 S\omega}{8\varrho}.$$



Uwaga: Wynik nie zależy od promienia a pierścienia. Dla oceny wartości φ przyjmijmy wartości:

$$S = 10\ mm^2; \quad \mu_0 = 4\pi 10^{-7}\frac{N}{A^2} \quad \varrho = 2 \cdot 8 \cdot 10^{-8}\Omega m; \quad \omega = 2\pi \cdot 50 s^{-1}.$$

Otrzymany wynik można porównać z odpowiedzią na str. 3.

A jak zachowałaby się igła, gdybyśmy zwiększali wartość ω i nie można by było zaniedbać zjawiska samoindukcji?

Dyskusja tej sytuacji znajduje się na str. 3.

II MIĘDZYNARODOWA KONFERENCJA POD WYSOKIM PATRONATEM MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ REPUBLIKI FRANCUSKIEJ

MARSYLIA, 1—5 IX 1975

Konferencja stawia sobie za zadanie doprowadzić do skutecznego dialogu między wszystkimi zaangażowanymi w nauczaniu a informatykami.

Już I Konferencja zwróciła uwagę na istotne korzyści, jakie mogą płynąć z zastosowania nie tylko komputerów, lecz przede wszystkim metod informatycznych w nauczaniu niemal wszystkich dyscyplin. II Konferencja podsumuje postęp dokonany do chwili obecnej w tym kierunku oraz podejmie próbę określenia nowych perspektyw rozwoju.

WSTĘPNY PROJEKT PROGRAMU

Wkład informatyki do pedagogiki

Wpływ informatyki na treść i metody nauczania w kształceniu podstawowym, średnim i wyższym

Ocena roli komputerów w nauczaniu (sprzęt, oprogramowanie, specyficzne języki)

Nauczanie informatyki nauczycieli innych dyscyplin

Kształcenie w różnych gałęziach informatyki

Zastosowanie informatyki w programach kształcenia ustawicznego

Wkład informatyki w nauczanie w krajach rozwijających się

Konferencja przewiduje, obok referatów zaakceptowanych przez Komitet Programowy, dyskusje okrągłego stołu, jak również pewną liczbę referatów przygotowanych przez zaproszonych specjalistów.

Redakcja «Delty» została upoważniona do zaproszenia, za pośrednictwem niniejszego komunikatu, wszystkich zainteresowanych do zgłaszania do Krajowego Komitetu Programowego swoich propozycji tematów bądź prac mogących, zdaniem autorów, reprezentować Polskę na II Międzynarodowej Konferencji. We wrześniu 1974 roku odbędzie się Konferencja Krajowa, która wyłoni i omówi prace mające reprezentować nasz kraj na przyszłorocznej Konferencji w Marsylii.

Organizatorami II Międzynarodowej Konferencji *Computer Education* są IFIP, IBI-ICC, ICMI — przy poparciu Delegation à l'Informatique.

Pierwsza Międzynarodowa Konferencja *Computer Education* Informatyka w nauczaniu została zorganizowana przez IFIP w sierpniu 1970 roku w Amsterdamie. Brało w niej udział 850 uczestników z 42 państw.

IFIP

INTERNATIONAL FEDERATION OF INFORMATION PROCESSING SOCIETES
MIĘDZYNARODOWA FEDERACJA TOWARZYSTW PRZETWARZANIA INFORMACJI

IBI—ICC

INTERGOVERNMENTAL BUREAU OF INFORMATICS
INTERNATIONAL COMPUTING CENTER
MIĘDZYNARODOWE BIURO INFORMATYKI
MIĘDZYNARODOWE CENTRUM OBLICZENIOWE

ICMI

INTERNATIONAL COMMISSION FOR MATHEMATICAL INSTRUCTION
MIĘDZYNARODOWA KOMISJA NAUCZANIA MATEMATYKI

Szczegółowych informacji udziela

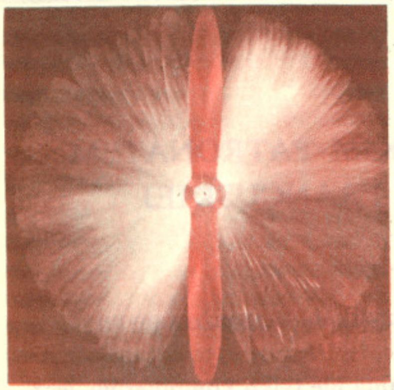
INSTYTUT MASZYN MATEMATYCZNYCH UNIWERSYTETU WARSZAWSKIEGO

00—091 WARSZAWA
Pałac Kultury i Nauki, pokój 850
(z dopiskiem „Informatyka w nauczaniu")

adres dla teleksu

813 556 copan pl (Centrum Obliczeniowe PAN)
dla Instytutu Maszyn Matematycznych

Dzban na energię

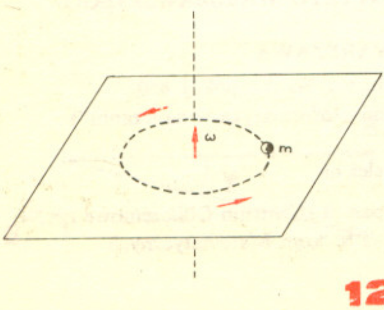


Składamy, magazynujemy, oszczędzamy. Robimy tak od początku istnienia rodzaju ludzkiego. Cel jest jeden: zużyć przechowywane dobro wtedy, gdy będzie nam potrzebne. Energia jest również dobrem, które magazynujemy, ale napotykamy przy tym na duże trudności. Nasze spichrze energetyczne są bardzo niedoskonałe. Rzadko kiedy umiemy je opróżnić nie marnując dużej części energii. Nie umiemy budować tanich i pojemnych zbiorników energii.

Problem magazynowania i przechowywania energii staje się z biegiem czasu coraz ważniejszy. W przyrodzie znajdują się duże, ale nie nieograniczone zasoby energii w postaci złóż ropy, gazu, węgla, paliwa jądrowego itp. Umiemy wykorzystać te zasoby przekształcając zawartą w nich energię na energię elektryczną — formę energii najwygodniejszą w użyciu. Urządzenia przekształcające, jeżeli są w miarę wydajne i nie powodują zanieczyszczenia środowiska, mają znaczne rozmiary (elektrownie); jeżeli są odpowiednio małe, to pracują z niewielką wydajnością (silniki spalinowe pojazdów). Silnik spalinowy samochodu przekształca tylko 10–15% energii zawartej w benzynie na użyteczną energię ruchu. Elektrownia spalająca ropę naftową ma wydajność ponad 40%.

Jeżdżąc samochodem lub autobusem marnujemy rozrzutnie światowe zasoby energetyczne. Rozwiązania zagadnienia należy szukać w lekkich, tanich i pojemnych zbiornikach energii. Ba! Taki zbiornik rozwiąże za jednym zamachem i inne problemy energetyki. Znamy dobrze pojęcie „szczytu energetycznego". Wieczorem w milionach mieszkań zapalają się światła, włączamy telewizory i różnorodne urządzenia pobierające energię elektryczną.
Aby sprostać zwiększonemu zapotrzebowaniu, elektrownie muszą dysponować rezerwą mocy, włączać nowe generatory. Praca nie jest ciągła. O ile lepiej byłoby wytwarzać energię elektryczną spokojnie, bez zrywów, nadmiar jej przechowywać, aby wykorzystać w chwili szczytowego zapotrzebowania.
Składać, magazynować, oszczędzać energię... Robimy to od dawna, nawet nie uświadamiając sobie tego. Może jeden ze stosowanych dotychczas sposobów da się udoskonalić i wykorzystać na większą skalę? Może idea rozwiązania postawionego problemu znana jest od dawna? Zastanówmy się.

Dotychczasowe metody przechowywania energii łatwo wymienić. Nie wydaje się jednak na pierwszy rzut oka, że można je wykorzystać na szerszą skalę. Drobne ilości energii możemy zmagazynować w postaci energii kinetycznej ruchu postępowego (rzut pocisku), ruchu obrotowego (koło zamachowe), w postaci energii potencjalnej (przepompownie wody dla potrzeb elektrowni), w postaci energii sprężystej materiału (łuk, sprężyna) w postaci energii chemicznej (akumulatory, baterie). Znaczenie praktyczne posiada przepompownia wody, która w godzinie szczytu napędza turbiny wodne elektrowni. Wiele nadziei wiąże się z budową odpowiednio pojemnych akumulatorów. Mało kto jednak myśli o magazynowaniu istotnych ilości energii w postaci energii ruchu na przykład koła zamachowego, jakkolwiek już kilkanaście lat temu inżynierowie szwajcarscy zbudowali autobus napędzany kołem zamachowym, które trzeba było jednak rozpędzać prawie na każdym przystanku. Pojazd taki ma bardzo ograniczone zastosowanie. Szukając najlepszej metody gromadzenia energii należy ustalić kryteria dobroci zbiornika. Kryteria — ponieważ musimy uwzględnić przynajmniej trzy czynniki: koszt na jednostkę energii, ciężar urządzenia na jednostkę energii oraz straty energii w procesie przechowywania. Badania prowadzone są w wielu kierunkach. Postęp w dziedzinie technologii nowych materiałów skłania do przypuszczenia, że magazynowanie energii w specjalnie skonstruowanym kole zamachowym — wirniku — może być, przynajmniej w chwili obecnej, najlepszym rozwiązaniem. Sposób to znany od dawna. Dlaczego doń powracamy? Czy rzeczywiście nowe tworzywa mogą zrewolucjonizować technikę przechowywania energii?



Postawmy zagadnienie wyraźniej. Jakim warunkom powinno odpowiadać tworzywo, z którego sporządzamy wirnik, aby zmagazynować jak największą ilość energii na jednostkę masy wirnika (największa gęstość energii)?
Przeprowadźmy rozumowanie dla dowolnie wybranego elementu wirnika o masie m, wirującego z prędkością kątową ω po okręgu o promieniu r. Umówmy się, że maksymalną siłę, jaką może znieść wirujący element wirnika, zanim oderwie się, oznaczymy przez F_g. Siła ta jest oczywiście zależna od wytrzymałości materiału. Im materiał wytrzymalszy, tym większa siła F_g. Obliczmy, jaką maksymalną energię

$$E = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} mr^2\omega^2$$

może posiadać wirujący element o masie m. Energia $= \frac{1}{2} \times$ (moment bezwładności elementu względem osi obrotu) $\times$ (prędkość kątowa obrotu)^2.
Siła odśrodkowa bezwładności działająca wzdłuż promienia i odrywająca element zależy od jego masy, promienia okręgu, po którym się porusza, i kwadratu prędkości kątowej obrotu.

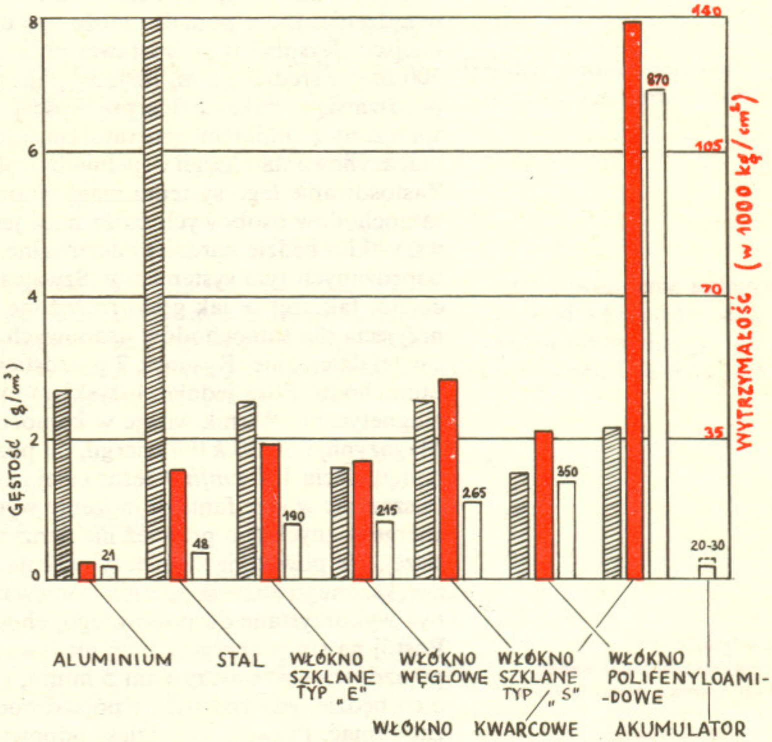
$$F = mr\omega^2$$

Siła = masa $\times$ promień $\times$ (prędkość kątowa)^2.
Prędkość wirowania nie może przekroczyć prędkości granicznej odpowiadającej sile odśrodkowej bezwładności równej maksymalnej sile, jaką może wytrzymać element, zanim się oderwie.

$$\omega_g^2 = \frac{F_g}{m r}$$

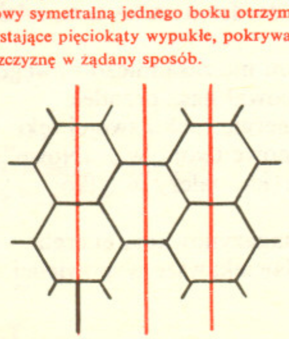
$$E_{max} = \frac{1}{2} F_g r$$

Maksymalna energia, jaką może posiadać wirujący element, zależy od wytrzymałości materiału, a nie zależy od jego masy. Wypływa stąd bardzo ważny wniosek: aby uzyskać dużą gęstość zmagazynowanej energii, należy użyć materiału o jak najmniejszej gęstości (lekkiego) i jak największej wytrzymałości. Stal jest niewątpliwie wytrzymała, ale nie można o niej powiedzieć, że jest lekka. Postęp w dziedzinie nowych technologii pozwolił wytworzyć materiały o strukturze włóknistej przewyższające kilkakrotnie wytrzymałością stal, a znacznie od niej lżejsze. Popatrzmy na rysunek. Wysokość zakreskowanego pola odpowiada gęstości materiału. Pole kolorowe odpowiada wytrzymałości tworzywa, a pole puste — maksymalnej gęstości energii, jaką można zmagazynować, wyrażonej w watogodzinach na kilogram. Wybór materiału do konstrukcji wirnika jest więc oczywisty. Włókno kwarcowe ma ogromną przewagę nad stalą i aluminium.

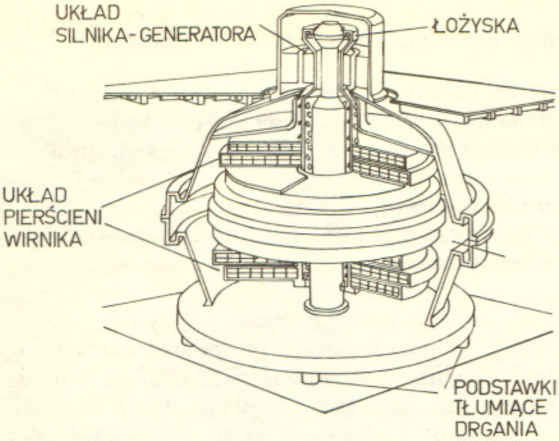


Porównanie maksymalnej gęstości energii w wirniku i w akumulatorze kwasowo-ołowiowym wypada na korzyść wirnika, przy czym różnica jest ogromna. Problem wydaje się rozwiązany, przynajmniej teoretycznie. Przy realizacji praktycznej napotykamy jednak na wiele trudności. Materiał włóknisty jest wytrzymalszy wzdłuż włókien. Należy więc odpowiednio uformować kształt wirnika, aby wykorzystać własność tworzywa, zapewnić stabilność obrotów, zmniejszyć straty energii w łożyskach i rozwiązać wiele podobnych problemów. Pozostawmy problemy techniczne technikom, mając nadzieję, że z czasem pokonają oni wszystkie trudności. Postarajmy się uzmysłowić sobie konsekwencje praktyczne tego osiągnięcia.
Zmorą systemów energetycznych są godziny szczytu. Jedynym, stosowanym dotychczas praktycznie sposobem gromadzenia energii jest przepompowywanie wody do ogromnych zbiorników położonych na odpowiednim poziomie. W godzinach szczytu woda napędza turbiny. Koszt takiej inwestycji jest wysoki, zajmuje ona sporo miejsca (1 hektar na 10 tys. kWh) i wymaga odpowiedniego ukształtowania terenu. Według projektów firm amerykańskich koszt

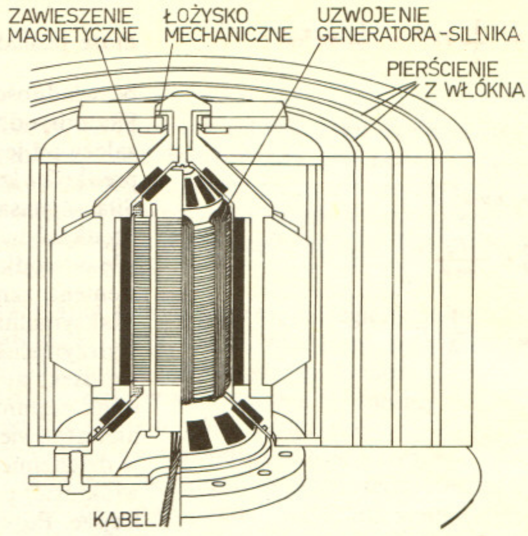
Rozwiązanie zadania M 13.
Można oczywiście pokryć płaszczyznę przystającymi sześciokątami foremnymi. Rozcinając każdy z takich sześciokątów na połowy symetralną jednego boku otrzymujemy przystające pięciokąty wypukłe, pokrywające płaszczyznę w żądany sposób.



Czytelnik zechce się zastanowić, czy istnieją inne pięciokąty wypukłe o żądanej własności, w szczególności, czy istnieją takie pięciokąty (1) nie mające osi symetrii lub (2) nie mające dwóch boków równoległych.



Rys. 1



Rys. 2

zmagazynowania jednej kilowatogodziny w urządzeniu wirującym jest ponad cztery razy niższy niż w systemie wodnym, a zajęta powierzchnia maleje trzystokrotnie. Nieporównanie niższy jest również czas potrzebny do zainstalowania urządzenia, które ponadto może być umieszczone praktycznie w dowolnym miejscu. Rysunek 1 przedstawia projekt jednostki energetycznej o masie około 200 *ton*, o średnicy 5 *m*, mającej pojemność 20 tys. *kWh*. Wirnik urządzenia porusza się z maksymalną prędkością 3500 obrotów na minutę. Wirnik byłby sprzężony z silnikiem–generatorem, który napędzałby wirnik w okresie magazynowania energii i spełniałby rolę generatora w okresie poboru energii.
Zastosowanie tego systemu magazynowania energii do zwykłych małych samochodów osobowych może mieć jeszcze większe znaczenie społeczne, a przede wszystkim będzie bardziej odczuwalne. Wspomnieliśmy o autobusach miejskich napędzanych tym systemem w Szwajcarii. Energię należało uzupełniać bardzo często, tak często, jak gęsto rozłożone były przystanki. Rozwiązanie nie do przyjęcia dla samochodów osobowych. Istniejące projekty pozwalają na optymizm i w tej dziedzinie. Rysunek 2 przedstawia projekt jednostki energetycznej do napędu samochodu. Poza jednym łożyskiem mechanicznym wszystkie pozostałe są magnetyczne. Wirnik wiruje w komorze próżniowej i nie wymaga żadnej obsługi. Magazynuje on 30 *kWh* energii, co pozwala na przejechanie około 300 *km* z prędkością 100 *km/h*. Ciężar całej jednostki energetycznej wyniesie około 300 *kG*. Puszczając wodze fantazji możemy wyobrazić sobie kraj pokryty siecią stacji energetycznych (bo przecież nie benzynowych). Samochody poruszają się znacznie ciszej, nie powodując zanieczyszczenia powietrza. Wycieczka w góry nie wymaga zwiększonego zużycia energii, ponieważ każde hamowanie czy zjazd z góry mogą być wykorzystane do ponownego, chociaż częściowego, rozpędzenia wirnika. Postój na stacji energetycznej nie trwa długo. Jeżeli nie ma kolejki czekających pojazdów — wystarczy nam 5 minut, i znowu możemy ruszyć w drogę. No dobrze, a co będzie, gdy zostawimy pojazd pod domem? Wirnik w końcu musi się sam zatrzymać. Prawda. Ale dzięki odpowiednim łożyskom i zmniejszeniu oporów ruchu do minimum może on wirować od 6 do 12 miesięcy. Wyjeżdżamy więc spokojnie na dwa tygodnie lub więcej, a pojazd gotowy do drogi czeka tam, gdzie go pozostawiliśmy.
Wydaje się to nieprawdopodobne, a jednak nie ma w tym nic zasadniczo nowego. Zasada jest ta sama, którą w zamierzchłych czasach stosował nasz przodek korzystając z koła garncarskiego, magazynując w nim energię ruchu swojej ręki czy nogi. Należało ją sobie przypomnieć i wykorzystać nowe tworzywa. „Nowe" rozwiązania są czasami bardzo stare i znajdują się pod ręką, należy je tylko dostrzec.
Napiszcie, czy widzicie zastosowanie takiego sposobu magazynowania energii i jakie mogą być konsekwencje w życiu praktycznym. Najciekawsze wypowiedzi opublikujemy.

T. H.

(Rysunki i dane techniczne zaczerpnięto z «Scientific American», vol. 229, nr 6/1973).

Rozwiązanie zadania **M 15**
Załóżmy, że pierwszy z chłopców wpłacił x złotych, drugi y, trzeci z. Mamy wówczas

$$x \leq \frac{1}{2}(y+z),$$
$$y \leq \frac{1}{2}(x+z),$$
$$z \leq \frac{1}{2}(x+y).$$

Gdyby którać z tych nierówności była ostra

$$(\text{np. } x < \frac{1}{2}(y+z)),$$

to dodając te nierówności stronami otrzymalibyśmy $x+y+z < x+y+z$, co jest niemożliwe. Jest więc

$$x = \frac{1}{2}(y+z),$$
$$y = \frac{1}{2}(x+z),$$
$$z = \frac{1}{2}(x+y),$$
$$x+y+z = 150.$$

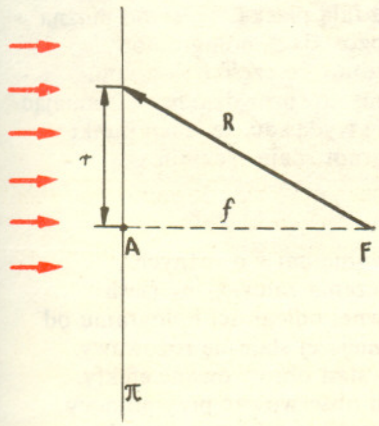
Rozwiązując ten układ równań otrzymujemy $x = y = z = 50$.

HOLOGRAFIA BEZ LASERA

Niemożliwe? Osądzicie sami, gdy spróbujecie. Nie mogę Wam obiecać, że otrzymacie wierne obrazy trójwymiarowych przedmiotów, które widać tak, jakby te przedmioty tam były rzeczywiście — to jest cecha obrazów holograficznych otrzymanych przy zastosowaniu pełnej techniki tej interesującej metody, z laserami, specjalnymi kliszami itd. Jest jednak całkiem możliwe otrzymanie bez tej wyspecjalizowanej aparatury obrazów holograficznych najprostszych obiektów, jak punkt czy krzyżyk.

Wielu ciekawych rzeczy o holografii możecie dowiedzieć się z artykułu prof. Karczewskiego w 2 numerze «Delty». Radzę Wam przeczytać ten artykuł przed przystąpieniem do naszych doświadczeń.

NIECO O INTERFERENCJI



Rozważmy falę płaską, prostopadłą do jej kierunku rozchodzenia się płaszczyznę π i punkt F za tą płaszczyzną. Odległością punktu F od płaszczyzny jest długość f odcinka $\overline{FA}$. Zastanówmy się, z jakich punktów płaszczyzny π dojdzie do punktu F fala o tej samej fazie, co ze środkowego punktu A. Oczywiście z takich, których odległość od punktu F wyniesie:

$$R = f+k\cdot\lambda, \tag{1}$$

gdzie k jest liczbą całkowitą, a λ długością fali. Miejscem geometrycznym takich punktów będą okręgi o środku w punkcie A i promieniach r spełniających równość:

$$r^2+f^2 = R^2 = (f+k\cdot\lambda)^2,$$

a zatem:

$$r = \sqrt{2kf\lambda+k^2\lambda^2}. \tag{2}$$

Podstawiając za k kolejno wartości 1, 2, ..., otrzymujemy promienie kolejnych okręgów na płaszczyźnie π, z których do punktu F dochodzi fala o tej samej fazie, co z punktu A. Oczywiście między każdymi dwoma takimi okręgami leży okrąg, z którego do punktu F dojdzie fala w fazie przeciwnej. Dla tego okręgu odległość R od punktu F wyniesie:

$$R = f+\left(k+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda, \tag{3}$$

a zatem jego promień

$$r = \sqrt{2f\left(k+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda+\left(k+\frac{1}{2}\right)^2\cdot\lambda^2}. \tag{4}$$

Obecnie możemy już odpowiedzieć na pytanie, które z pozoru nie ma żadnego związku z holografią, a mianowicie:

CO TO JEST SOCZEWKA FRESNELA?

A. S. Fresnel (1788–1827) — znany fizyk francuski

Soczewka Fresnela powstanie, jeżeli na płaszczyźnie π zasłonimy te okręgi, których odległość od punktu F jest nieparzystą wielokrotnością połowy długości fali (3), pozostawiając wolne te, których odległość od tego punktu jest całkowitą wielokrotnością długości fali (1). Wtedy faza światła dochodzącego z nie zasłoniętych części do punktu F będzie zgodna i w tym punkcie zaobserwujemy wzmocnienie na skutek interferencji. Wobec tego taki układ jest rodzajem soczewki, bo skupia wiązkę równoległą (ściślej mówiąc jej część) w punkcie-ognisku. Rysunek soczewki Fresnela (w powiększeniu) znajduje się na wewnętrznej stronie tylnej okładki (A). Na pewno już zauważyliście, że soczewka Fresnela jest hologramem punktu, to znaczy układem prążków, który po skierowaniu na nie wiązki światła da obraz punktu. Zauważcie jeszcze, że ponieważ nasze rozumowanie nie zależy od kierunku biegu promieni, taki układ okręgów moglibyśmy otrzymać przez interferencję fali płaskiej z falą kulistą wysyłaną przez punkt F. Ale przecież właśnie tak otrzymuje się zwykłe hologramy — przez interferencję światła biegnącego od przedmiotu z wiązką odniesienia — falą płaską. Nasze hologramy są wyliczone i narysowane, ale zobaczycie, że też będą działać.

ROBIMY HOLOGRAMY

W tym celu musicie sfotografować z odpowiedniej odległości rysunki ze str. 17. Negatywy będą już działającymi hologramami. Trzeba to zrobić tak, żeby rozmiary zdjęć (na negatywie) były rzędu 5 do 10 mm. Zdjęcia powinny być bardzo ostre, a filmy wywołane w drobnoziarnistym wywoływaczu. Oprócz soczewki Fresnela mamy dwie takie soczewki rozsunięte i nałożone na siebie (B), czyli hologram dwóch punktów, oraz układ prostych linii (C) stanowiący hologram krzyża.

CZY TO SĄ RZECZYWIŚCIE HOLOGRAMY?

Sprawdźmy. Zacznijmy od soczewki. Spróbujemy wytworzyć nią obraz odległej o kilka metrów żarówki na kartce białego papieru. Negatyw ma pośrodku ciemną plamkę. Jeśli zbliżymy go silnie do kartki, widzimy po prostu cień, na którym ta ciemna plamka jest widoczna. Oddalając powoli negatyw od kartki zauważymy w pewnym momencie, że w środku, w miejscu ciemnej plamki pojawi się jasna. Przyglądając się jej z bliska zauważymy, że nie jest to punkt, ale obraz włókna żarówki. Fala świetlna biegnąca od żarówki nie była falą płaską. To samo można zrobić w świetle słonecznym. Podobnie, używając pozostałych hologramów, zauważycie obraz dwóch punktów czy krzyża. Wiadomo, że część hologramu wytwarza obraz taki sam, jak cały hologram. Możemy to sprawdzić np. zasłaniając połowę hologramu dwóch punktów (B). Mogłoby się wydawać, że jeden punkt zniknie; okazuje się, że oba punkty pozostają, hologram zdaje egzamin.

A CO Z DŁUGOŚCIĄ FALI?

Przecież światło białe Słońca czy żarówki jest mieszaniną barw o różnych długościach fali. Wykonując uważnie nasze doświadczenia zauważymy (jeśli źródło światła będzie dostatecznie silne), że przy pewnej odległości hologramu od kartki obraz jest zielonkawoniebieski; przy nieco mniejszej staje się różowawy. Oczywiście inna długość fali daje inną ogniskową — stąd obserwowane efekty. Znacznie wyraźniejsze efekty barwne będziecie mogli obserwować przy pomocy siatki dyfrakcyjnej, którą zrobicie z rysunku D na str. 17 w taki sam sposób, jak hologramy. Trzeba tylko przyłożyć ją blisko do oka i patrzeć przez nią na świecę lub żarówkę. Szczególnie polecam wieczorny spacer po mieście połączony z oglądaniem lamp ulicznych i neonów przez siatkę dyfrakcyjną. Życzę przyjemności i jak zwykle oczekuję listów z opisem Waszych osiągnięć.

Zadania

Redaguje mgr Andrzej MĄKOWSKI

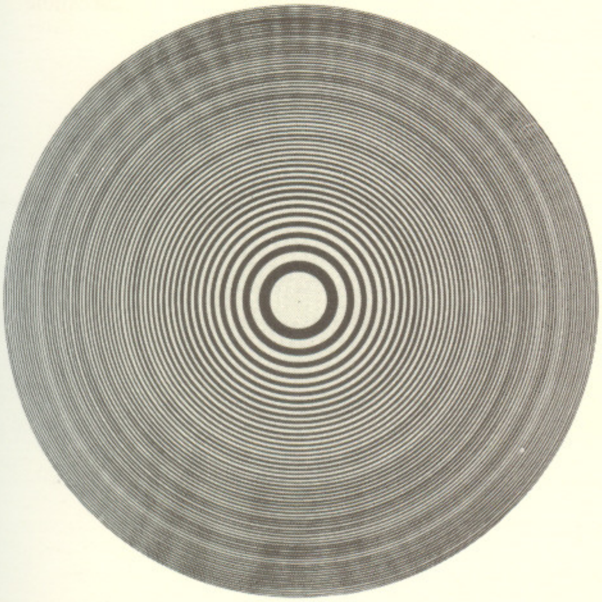
M13 Czy można pokryć płaszczyznę przystającymi pięciokątami wypukłymi w ten sposób, żeby żadne dwa pięciokąty nie miały wspólnych punktów wewnętrznych?
Rozwiązanie na str. 13

M14 Wielokąt foremny o 2n bokach ma wierzchołki w punktach $A_1, A_2, \ldots, A_{2n}$; P jest dowolnym punktem okręgu opisanego na tym wielokącie. Wykazać, że suma $A_1P^2 + A_2P^2 + \ldots + A_{2n}P^2$ nie zależy od położenia punktu P na okręgu.
Rozwiązanie na str. 9

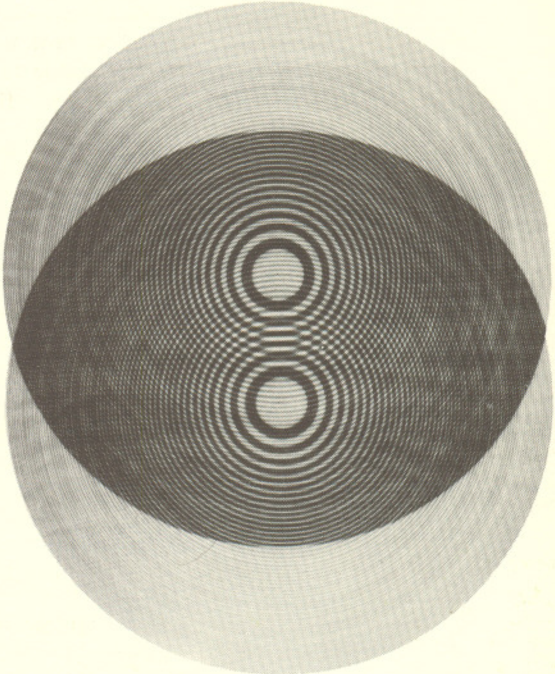
M15 Trzej koledzy postanowili kupić piłkę kosztującą 150 zł. Każdy z nich wpłacił nie więcej niż połowę sumy wniesionej przez dwóch pozostałych. Czy można stąd wywnioskować, ile każdy z nich wniósł pieniędzy?
Rozwiązanie na str. 14

Redaguje dr Andrzej ZIEMIŃSKI

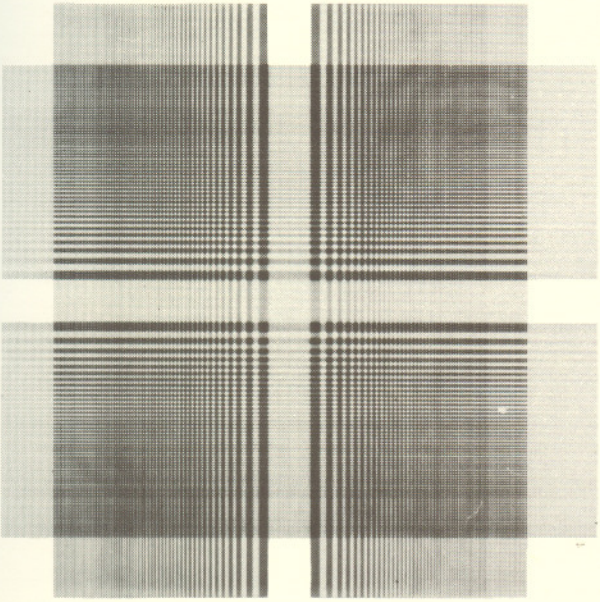
F5 Aluminiowy pierścień o przekroju poprzecznym S został umocowany w ten sposób, że może obracać się swobodnie wokół swojej pionowej średnicy. W środku pierścienia umieszczono małą igłę kompasu. Kiedy przewodnik jest nieruchomy, igła wskazuje kierunek ziemskiego pola magnetycznego. Jakie jest położenie równowagi igły, kiedy przewodnik obraca się z dużą prędkością kątową ω?
Rozwiązanie na str. 10



A



B



C

D