również będzie w $|1\rangle$. Ta korelacja występuje niezależnie od odległości między kubitami, co umożliwia poziom koordynacji nieosiągalny dla klasycznych bitów. Oznacza to, że prawdopodobieństwo zaobserwowania stanów $|01\rangle$ lub $|10\rangle$ jest równe 0.

W 2012 roku naukowcom udało się osiągnąć teleportację kwantową na odległość 143 km, z La Palmy do Teneryfy, *arXiv:1205.3909 [quant-ph]*.

Zastosowania splątania kwantowego są szeroko rozpowszechnione w algorytmach kwantowych. Na przykład splątanie kwantowe umożliwia zastosowanie supergęstego kodowania, czyli algorytmu kwantowego, który pozwala na przesyłanie większej liczby klasycznych bitów informacji przy użyciu mniejszej liczby kubitów. Innym zastosowaniem splątania kwantowego jest teleportacja kwantowa. Ten teoretyczny proces pozwala na transfer informacji za pośrednictwem splątanych cząstek. W tym procesie dwie strony – znajdujące się w dowolnej odległości od siebie – wykorzystują wspólny splątany stan do przekazania informacji o danym stanie kwantowym z jednej lokalizacji do drugiej. Proces ten nazywany jest teleportacją stanu kwantowego.

Obecna technologia kwantowa

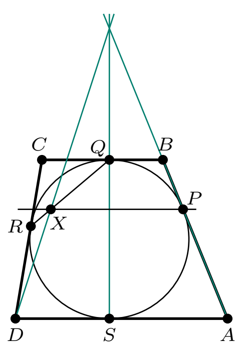
Największy komputer kwantowy na świecie to system 1180 kubitów opracowany przez Atom Computing. Każdy kubit jest neutralnym atomem, uwięzionym i kontrolowanym przez układ laserów.

Technologia kwantowa jest wciąż w fazie początkowej, ale dokonano już znaczących postępów. Duże firmy technologiczne, takie jak Google, IBM i Intel, budują komputery z coraz większą liczbą kubitów, jednak wciąż zmagają się z redukcją błędów. Obecnie dysponujemy urządzeniami NISQ (Noisy Intermediate-Scale Quantum), które mają wystarczającą liczbę kubitów do pewnych obliczeń kwantowych, ale są podatne na błędy i dekoherencję. Naukowcy pracują nad technikami korekcji błędów i kodami korekcji kwantowej, by zmniejszyć dekoherencję. Długoterminowym celem jest budowa odpornych na błędy komputerów kwantowych, które znajdą zastosowanie w różnych branżach.

Zadania

Przygotował Dominik BUREK

M 1813. Niech $ABCD$ będzie trapezem $(DA \parallel CB)$ opisanym na okręgu, który jest styczny do boków AB, BC, CD i AD odpowiednio w punktach P, Q, R, S. Prosta przechodząca przez P i równoległa do podstaw trapezu przecina prostą QR w punkcie X. Udowodnić, że proste AB, QS i DX przecinają się w jednym punkcie.



M 1814. Dane są liczby a, $b > 1$, dla których
$$a + \frac{1}{a^2} \geqslant 5b - \frac{3}{b^2}.$$
Udowodnić, że $a > 5b - \dfrac{4}{b^2}$.

M 1815. Dane są liczby całkowite $n > 20$ i $k > 1$ takie, że $k^2 \mid n$. Udowodnić, że istnieją dodatnie liczby całkowite a, b, c, dla których
$$n = ab + bc + ca.$$

Przygotował Andrzej MAJHOFER

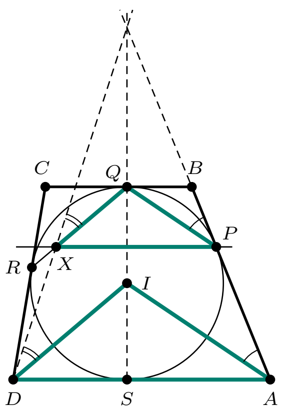
F 1117. W szczelnie zamkniętm cylindrze, pod tłokiem znajduje się $m = 10$ g ciekłej wody. Bardzo szybkie przesunięcie tłoka powoduje spadek ciśnienia w cylindrze do wartości bliskiej zeru. Temperatura otoczenia i cylindra z wodą wynosi 0°C. Ile lodu wytworzy się w wyniku tego procesu? Można przyjąć, że początkowo pod tłokiem była wyłącznie ciekła woda. Ciepło topnienia wody $L_f \approx 334$ J/g, a ciepło parowania $L_v \approx 2260$ J/g.

F 1118. W szczelnym pojemniku znajduje się mieszanina helu i neonu. Mieszanina jest w równowadze termodynamicznej, przy czym liczby moli neonu i helu są takie same. W sciance pojemnika zrobiono bardzo mały otwór. Jaki będzie skład wiązki gazu uchodzącego z pojemnika tuż po wykonaniu otworu? W jednostkach masy atomowej masy atomowe wynoszą: helu $\mu_{\mathrm{He}} = 4$, a neonu $\mu_{\mathrm{Ne}} = 20$.

Rozwiązania na str. 24

Rozwiązania zadań ze strony 9

Rozwiązanie zadania M 1813.



Niech I będzie środkiem okręgu wpisanego w rozważany trapez. Wówczas

$$\sphericalangle IAP = \frac{1}{2}\sphericalangle DAB = \frac{1}{2}(180^\circ - \sphericalangle ABC) = \sphericalangle QPB,$$

stąd $PQ \parallel AI$. Podobnie $DI \parallel QR$, więc trójkąty ADI oraz PXQ mają odpowiednie boki równoległe, a więc są jednokładne. Środek tej jednokładności jest punktem przecięcia prostych AB, QS i DX.

Rozwiązanie zadania M 1814.
Załóżmy przeciwnie, tj.

$$a \leqslant 5b - \frac{4}{b^2}.$$

Wtedy

$$5b - \frac{4}{b^2} + \frac{1}{a^2} \geqslant a + \frac{1}{a^2} \geqslant 5b - \frac{3}{b^2},$$

wobec tego $\frac{1}{a^2} \geqslant \frac{1}{b^2}$, skąd $a \leqslant b$. Jednakże wtedy

$$a + \frac{1}{a^2} \geqslant 5b - \frac{3}{b^2} \geqslant 5a - \frac{3}{a^2},$$

co oznacza, że $\frac{4}{a^2} \geqslant 4a$, a więc $a \leqslant 1$ – sprzeczność.

Rozwiązanie zadania M 1815.
Chcemy pokazać, że istnieją dodatnie liczby całkowite a, b, c takie, że

$$n + a^2 = (a+b)(a+c),$$

więc wystarczy, aby liczba $n + a^2$ była iloczynem dwóch liczb całkowitych większych od a. Na mocy założeń zadania możemy znaleźć taką liczbę pierwszą p oraz liczbę całkowitą $m > 0$, że $n = p^2 m$. Rozważmy cztery przypadki:

1) $m + 1 > p$. Możemy wtedy wziąć $a = p$, gdyż $n + a^2 = p^2 \cdot (m+1)$ i zarówno p^2, jak i $m+1$ są większe od a.
2) $m + 1 < p$ i $m+1$ jest liczbą złożoną. Niech $m + 1 = st$ dla pewnych liczb całkowitych $s, t > 1$. Znów możemy przyjąć $a = p$, gdyż $n + a^2 = ps \cdot pt$ i obie liczby ps i pt są większe od a.
3) $m + 1 < p$ i $m+1$ jest liczbą pierwszą. Niech $m + 1 = q$ i podzielmy p przez q z resztą: $p = \ell q + r$, gdzie $r > 0$. Weźmy $a = r$, wtedy $n + a^2 = q \cdot (\ell^2 mq + 2\ell mr + r^2)$ i oba czynniki są większe od r.
4) $m + 1 = p$. Wtedy oczywiście $n = p^3 - p^2 > 20$, więc możemy założyć, że $p \geqslant 4$. Zachodzi

$$n + 6^2 = (p+3) \cdot (p^2 - 4p + 12),$$

przy czym oba czynniki po prawej stronie są większe od 6.

W każdym z przypadków dostaliśmy żądany rozkład, więc teza zadania została udowodniona.

Rozwiązanie zadania F 1117.
Po gwałtownym obniżeniu ciśnienia woda zacznie parować w całej objętości. Powstająca para pobiera ciepło od ciekłej wody, powodując jej krzepnięcie (woda ma temperaturę 0°C. Proces parowania jest bardzo szybki, a więc proporcje mas lodu i pary zaraz po obniżeniu ciśnienia określone są jedynie przez wartości ciepła parowania i ciepła topnienia. Niech m_l oznacza masę wytworzonego lodu. Mamy:

$$L_f \cdot m_l = L_v \cdot (m - m_l).$$

Otrzymujemy masę lodu:

$$m_l = \frac{L_v m}{L_v + L_f}.$$

Liczbowo $m_l \approx 8{,}71$ g. W stanie równowagi, który zostanie osiągnięty w wyniku dalszych, powolnych procesów sublimacji/resublimacji masa lodu będzie zależała także od objętości pod tłokiem dostępnej dla pary wodnej.

Rozwiązanie zadania F 1118.
W równowadze termodynamicznej średnie energie kinetyczne atomów helu i neonu są równe i proporcjonalne do temperatury w skali Kelwina. Oznacza to, że ich średnie prędkości są odwrotnie proporcjonalne do pierwiastków ich mas:

$$\frac{v_{\mathrm{He}}}{v_{Ne}} = \sqrt{\frac{m_{\mathrm{Ne}}}{m_{\mathrm{He}}}} = \sqrt{5}.$$

Gdyby w pojemniku znajdował się jeden rodzaj gazu, to czas opróżniania pojemnika z helu byłby $\sqrt{5}$ razy krótszy niż czas opróżniania z neonu. Ponieważ oba gazy można traktować jak gazy doskonałe, których atomy nie oddziałują ze sobą, więc przy takiej samej liczbie moli w pojemniku, w jednostce czasu liczba atomów helu opuszczających pojemnik będzie $\sqrt{5}$ razy większa niż liczba atomów neonu:

$$\frac{n_{\mathrm{He}}}{n_{\mathrm{Ne}}} = \sqrt{5}.$$

Wraz z ubywaniem gazu skład wiązki będzie ulegał zmianie, bo helu ubywa szybciej niż neonu.