Klub 44 F

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 776 ($WT = 3{,}56$), 777 ($WT = 2{,}59$) z numeru 4/2024

Jacek Konieczny	Poznań	40,87
Paweł Perkowski	Ożarów Maz.	5–39,93
Konrad Kapcia	Poznań	2–39,58
Tomasz Wietecha	Tarnów	17–26,54
Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	3–25,24
Jan Zambrzycki	Białystok	4–23,88

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2025

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 879 ($WT = 1{,}59$) i 880 ($WT = 1{,}63$) z numeru 4/2024

Łukasz Merta	Kraków	47,14
Szymon Kitowski	Warszawa	41,11
Adam Woryna	Ruda Śl.	40,91
Michał Adamaszek	Kopenhaga	39,12
Witold Bednarek	Łódź	37,29
Krzysztof Zygan	Lubin	36,06
Andrzej Daniluk	Warszawa	32,96
Mikołaj Pater		32,57
Jędrzej Biedrzycki		32,29
Tomasz Wietecha	Tarnów	31,41
Andrzej Kurach	Ryjewo	30,66

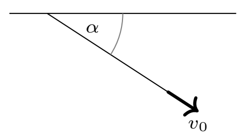
Pan Łukasz Merta dołączył do grona Weteranów, zaliczając trzecie okrążenie.

Klub 44 M

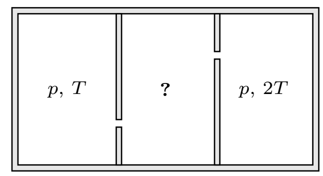
Zadania z fizyki nr 786, 787

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

786. Koralik o masie M może ślizgać się bez tarcia po prostym poziomym pręcie. Do koralika przywiązana jest lekka nierozciągliwa nitka o długości l. Nitkę ciągniemy za swobodny koniec tak, że jego prędkość przez cały czas skierowana jest wzdłuż nitki i ma wartość v_0 (rys. 1). Jaką siłą ciągniemy w chwili, gdy nitka tworzy z prętem kąt α? Podczas ruchu nitka znajduje się w płaszczyźnie poziomej.



Rys. 1



Rys. 2

787. Nieprzewodzące ciepła naczynie połączone jest za pomocą dwóch małych jednakowych otworków z dwoma pojemnikami zawierającymi hel w stanie gazowym (rys. 2). W obu pojemnikach podtrzymywane jest jednakowe ciśnienie p, w jednym z nich podtrzymywana jest temperatura T, w drugim $2T$. Znaleźć ciśnienie i temperaturę w środkowym naczyniu w stanie równowagi.

Zadania z matematyki nr 889, 890

Redaguje Marcin E. KUCZMA

889. Ciąg $(a_1, \ldots, a_N)$, długości N, ma wyrazy $a_k \in \{2, 3, 5\}$, z sumą $a_1 + \ldots + a_N = A$. Niech $b_k = a_k a_{k+1} a_{k+2} a_{k+3}$ (gdzie, cyklicznie, $a_{N+i} = a_i$). Zakładamy, że każda z liczb $b_1, \ldots, b_N$ dzieli się przez 30. Przyjmując jako znane wartości N, A (dla których istnieje co najmniej jeden ciąg (a_k) o podanych własnościach) wyznaczyć wszystkie możliwe wartości sumy $B = b_1 + \ldots + b_N$.

890. W czworokącie wypukłym $ABCD$ przekątne przecinają się w punkcie P; boki BC i DA nie są równoległe, a ich symetralne przecinają się w punkcie Q (różnym od P), leżącym wewnątrz czworokąta. Trójkąty BQC i DQA są podobne. Udowodnić, że prosta PQ zawiera dwusieczne kątów APB i CPD.

Zadanie 890 zaproponował pan Wojciech Maciak z Warszawy.

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przesyłać również pocztą elektroniczną pod adresem `delta@mimuw.edu.pl` (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, przy czym S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`.

Wskazówki do wyzwań z końca artykułu *Byle nie dodawać* (s. 12)

Jest pewne, że zaproponowane tu drogi do rozwiązań nie wyczerpują wszystkich możliwych pomysłów.

W zadaniach **1** – **3** można przepisać każdy z iloczynów $k \cdot a$ jako sumę $a + a + a + \cdots + a$, a następnie zmienić kolejność składników.

Można jednak zamiast tego odnieść się do interpretacji kombinatorycznej. Ustawmy w rzędzie $n + 2$ obecnych na przyjęciu, przy czym na początku stanie gospodarz, a za nim $n + 1$ gości. Pomyślmy teraz o gościu numer k: spośród stojących przed nim można wybrać dwójkę na $T(k)$ sposobów; spośród stojących za nim można wybrać jednego na $n + 1 - k$ sposobów.

W zadaniu **4** z definicji wynika, że $T(2k) - T(2k - 1) = 2k$.

Zadanie **5** można rozwiązać, korzystając z **4**, mianowicie dla $A(n) = T(1) + T(3) + T(5) + \cdots + T(2n - 1)$ oraz $B(n) = T(2) + T(4) + T(6) + \cdots + T(2n)$ znamy zarówno $B + A$, jak i $B - A$. Alternatywnie, z równości $T(2n) = A(n) + B(n)$ wynika, że $A(n) = T(2n) - B(n)$, wystarczy więc obliczyć $B(n)$. Można to uczynić dzięki tożsamości $T(2k) = 4T(k) - k$, której udowodnienie pozostawiamy Czytelnikowi.

Nawiasem mówiąc, rozwiązując zadanie **5** dwoma sposobami, przez porównanie wyników otrzymujemy jeszcze jedną niebanalną tożsamość.