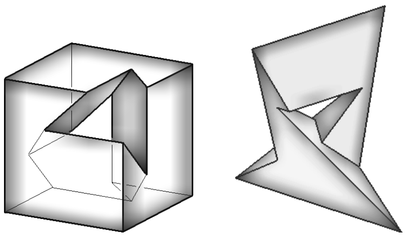


Wielościany Szilassiego

Przedstawiony rysunek prawdopodobnie nie jest przekonującym dowodem istnienia wielościanu Szilassiego. Autor zachęca do wykonania modelu – gotowe siatki są dostępne w Internecie. Warto też zajrzeć do wspomnianej pracy, w której przedstawione są szczegółowe obliczenia.

Teraz, po zawężeniu obszaru poszukiwań do wielościanów „z jedną dziurą” i o sześciokątnych ścianach, możemy poprosić o pomoc wyszukiwarkę internetową. Istotnie, z jej pomocą udało się znaleźć nie jeden, ale dwa urocze wielościany! Oba zostały odkryte przez Lajosa Szilassiego i opisane w pracy z 1986 r.

Pierwszy wielościan ma znacznie prostszą strukturę – to zwykły sześcian z chytrze wydrążoną dziurą. Jednak to ten drugi został zapamiętany jako *wielościan Szilassiego*. Ma on szereg innych interesujących własności. Na przykład każda jego ściana sąsiaduje z każdą z pozostałych, co jest najgorszą możliwą sytuacją dla pięknego numerowania ścian. Wśród wielościanów jest to zjawisko niesamowicie rzadkie.

Szereg dalszych i pobocznych rozważań zawarty jest w zamieszczonych poniżej zadaniach i ich rozwiązaniach na stronie deltami.edu.pl.

Zadania

1. Rozwiąż zadanie o pięknym numerowaniu ścian sześcianu sposobem innym niż dwa przedstawione na początku artykułu. Dla jakich innych wielościanów można go zastosować?

2. Jak zmodyfikować treść zadania o pięknym numerowaniu ścian sześcianu (inaczej niż zmieniając wielościan), tak aby nadal można je było rozwiązać sposobem lokalnym, ale nie globalnym?

3. Wykaż, że nie jest możliwe piękne ponumerowanie ścian: **a.** żadnego graniastosłupa; **b.** żadnego ostrosłupa.

4. Wykaż, że każdy wielościan wypukły ma ścianę, która jest wielokątem o co najwyżej pięciu bokach.

5. Znajdź wielościan, który ma dokładnie 16 ścian, 32 krawędzie i 16 wierzchołków.

6. Wykaż, że nie istnieje uroczy wielościan genusu 2 ani 3.

7. Wykaż, że nie istnieje uroczy wielościan genusu $2^k + 1$, gdzie k jest dowolną liczbą naturalną.

8. Ile ścian może mieć uroczy wielościan genusu 4?

9. Wykaż, że każdy wielościan uroczy ma co najmniej 7 ścian.

Zadania

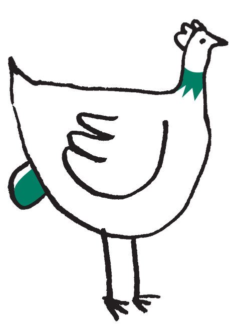
Przygotował Dominik BUREK

M 1777. Dana jest nieparzysta funkcja rosnąca f. Udowodnić, że dla dowolnych liczb a, b, c o sumie zerowej zachodzi nierówność
$$f(a)f(b) + f(b)f(c) + f(c)f(a) \leqslant 0.$$
Rozwiązanie na str. 10

M 1778. Dane są liczby całkowite $0 < a < b < c < d$. Udowodnić, że
$$\mathrm{NWD}(a! + 1, b! + 1, c! + 1, d! + 1) < d^{\frac{d-a}{3}}.$$
Rozwiązanie na str. 9

M 1779. Dany jest wielokąt, którego każde dwa sąsiednie boki są prostopadłe. Dwa z jego wierzchołków nazywamy *wrogimi*, jeśli dwusieczne kątów wielokąta wychodzące z tych wierzchołków są prostopadłe. Wykazać, że dla dowolnego wierzchołka liczba wrogich mu wierzchołków jest parzysta.
Rozwiązanie na str. 20

Przygotował Andrzej MAJHOFER



F 1093. Komin ma wysokość $H = 50$ m. Temperatura gazu w kominie $T_K = 350$ K, a temperatura powietrza na zwenątrz $T_0 = 270$ K. Oszacuj prędkość, z jaką ciepły gaz wydostaje się z komina. Przyspieszenie ziemskie $g \approx 10\ \mathrm{m/s^2}$. Dla uproszczenia przyjmujemy, że na zewnątrz i wewnątrz komina mamy powietrze (ten sam gaz).
Wskazówka: Spowodowane grawitacją zmiany gęstości powietrza do wysokości 50 m można pominąć.
Rozwiązanie na str. 12

F 1094. Zabytkowy zegar szafkowy ma wahadło wykonane z mosiądzu. Chód zegara został dokładnie wyregulowany w temperaturze $t_1 = 25$°C. Zimą w pomieszczeniu, w którym stoi zegar, panuje temperatura $t_2 = 18$°C. Czy zimą zegar spieszy się, czy późni? Po jakim czasie odstępstwo wskazań od dokładnego czasu przekroczy 1 minutę? Współczynnik rozszerzalności termicznej mosiądzu $\beta = 19 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K^{-1}}$.
Rozwiązanie na str. 19