odwołania się do pojęć takich jak „niezmiennik pętli”, ale w tym krótkim artykule nie będziemy o nich mówić.

Przykładem wykorzystania wyszukiwania binarnego jest zadanie „Wieża”, które pochodzi z Obozu Naukowego PROSERWY 2010, a jego autorem jest Jacek Tomasiewicz.

Zadanie „Wieża”: W Bajtocji wybudowano wysoką wieżę. Wejście na wieżę składa się z m schodków, a każdy schodek ma pewną wysokość. Bajtocką wieżę chce odwiedzić n mieszkańców. To, czy dana osoba jest w stanie pokonać kolejne schodki, zależy od jej wzrostu. Aby mieszkaniec Bajtocji mógł wejść na pewien schodek, musi być wyższy od schodka. Jeśli pewien schodek jest nie do przejścia przez mieszkańca, to zatrzymuje się on w danym miejscu na wieży – wyżej nie będzie mógł wejść. Znając wysokości kolejnych schodków i osób zwiedzających wieżę, chcielibyśmy wiedzieć, w którym miejscu zatrzyma się każdy mieszkaniec Bajtocji.

Zachęcamy Czytelnika do próby samodzielnego rozwiązania powyższego zadania przed przeczytaniem naszego rozwiązania.

Rozwiązanie: Aby rozwiązać zadanie, dla każdego schodka s najpierw obliczymy wysokość najwyższego schodka leżącego na drodze od spodu wieży do samego s (np. dla kolejnych wysokości schodków $1, 5, 3, 6, 2, 1, 7$ stworzymy ciąg $1, 5, 5, 6, 6, 6, 7$). W tym celu przechodzimy tablicę od pierwszego do ostatniego elementu, co krok aktualizując największą znalezioną dotychczas liczbę poprzez porównanie jej z wysokością aktualnego schodka. Otrzymujemy w ten sposób w czasie $O(m)$ niemalejący ciąg. Zauważmy, że mieszkaniec o wzroście h wejdzie na schodek s tylko wtedy, gdy najwyższy schodek na drodze od spodu wieży do s jest niższy niż h. W związku z tym dla każdego mieszkańca możemy w czasie $O(\log m)$ znaleźć miejsce, w którym się on zatrzyma – będzie to pierwszy schodek nie niższy od jego wzrostu. Całe rozwiązanie działa więc w czasie $O(m + n \log m)$.

Zadania

Przygotował Dominik BUREK

M 1771. W liczbie naturalnej A przestawiono cyfry i otrzymano liczbę B. Wiadomo, że

$$A - B = \underbrace{11\ldots1}_{N}$$

dla pewnej liczby całkowitej dodatniej N. Znaleźć możliwie najmniejszą wartość N, dla której takie liczby A, B istnieją.
Rozwiązanie na str. 5

M 1772. Na płaszczyźnie dany jest zbiór punktów, z których żadne trzy nie leżą na tej samej prostej. Narysowano pewną liczbę odcinków o końcach w tych punktach. Wiadomo, że każda prosta, która nie przechodzi przez dane punkty, przecina parzystą liczbę narysowanych odcinków. Udowodnić, że każdy punkt jest końcem parzystej liczby odcinków.
Rozwiązanie na str. 6

M 1773. Dany jest ostrosłup $SA_1A_2\ldots A_n$, którego podstawą jest wypukły wielokąt $A_1A_2\ldots A_n$. Dla każdego $i = 1, 2, \ldots, n$ w płaszczyźnie podstawy ostrosłupa konstruujemy trójkąt $X_iA_iA_{i+1}$ przystający do trójkąta SA_iA_{i+1} i leżący po tej samej stronie prostej A_iA_{i+1} co podstawa (przyjmujemy $A_{n+1} = A_1$). Udowodnić, że skonstruowane trójkąty pokrywają w całości podstawę.
Rozwiązanie na str. 8

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1089. Jak zmieni się prędkość propagacji fal na powierzchni jeziora, jeśli wodę zastąpimy rtęcią, a jak, gdyby przyspieszenie ziemskie g wzrosło czterokrotnie? Gęstość rtęci: $\rho_{Hg} \approx 13{,}55$ g/cm^3.
Rozwiązanie na str. 9

F 1090. Napięcie powierzchniowe roztworu wody z mydłem graniczącego z powietrzem wynosi: $\sigma = 3 \cdot 10^{-2}$ N/m. Roztwór posłużył do „produkcji” baniek mydlanych. Jaki warunek musi spełniać temperatura powietrza T_b w bańce o promieniu $r = 2$ cm, żeby zaczęła unosić się w powietrzu o temperaturze $T = 300$ K? Ciśnienie atmosferyczne $p_0 = 10^5$ N/m^2.
Rozwiązanie na str. 7