

Mało przekątnych – duży problem

Jerzy *BEDNARCZUK**

*Redaktor *Delty* w roku 1974, pełniący wówczas funkcję zastępcy redaktora naczelnego.

Ille przekątnych może mieć wielościan wypukły?

Może ich nie mieć wcale. Na przykład ostrosłup nie ma przekątnych. Jeśli natomiast do jednej ściany bocznej ostrosłupa $(n + 2)$ -kątnego tak dokleimy czworościan, aby otrzymany wielościan był wypukły i miał $n + 5$ ścian, to ten wielościan będzie miał n przekątnych. Tak możemy w szczególności otrzymać wielościan z jedną przekątną oraz wielościan z dwiema przekątnymi.

Czy istnieją inne wielościany wypukłe z jedną przekątną? A z dwiema przekątnymi?

Wiemy, że istnieją co najmniej 3 wielościany wypukłe z jedną przekątną oraz co najmniej 8 wielościanów z dwiema przekątnymi. Poniżej podajemy ich opis. Wszystkie prezentowane wielościany otrzymujemy z graniastosłupa trójkątnego po odcięciu od niego jednego lub dwóch czworościanów.

Prawdopodobnie są to już wszystkie takie wielościany. Nie znamy dowodu, że nie ma ich więcej.

Podanie opisu wszystkich wielościanów z jedną i wszystkich wielościanów z dwiema przekątnymi wraz z dowodem, że to są rzeczywiście wszystkie takie wielościany, mogłoby być treścią ciekawej pracy, godnej zgłoszenia na Konkurs Uczniowskich Prac z Matematyki, którego 46. edycja zapowiadana jest na tylnej okładce niniejszego wydania *Delty*.

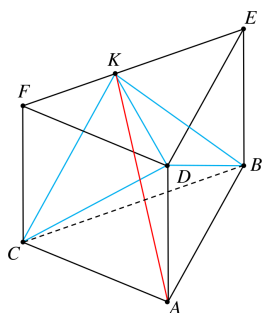


Wielościany wypukłe z jedną przekątną

Przykład 1

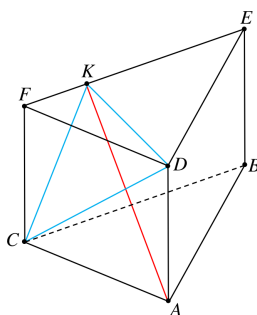
Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościany $CDKF$ i $BDKE$. Przekątna to AK .

Uwaga: Na wielościan ten można także patrzeć jak na dwa czworościany, $BCDA$ i $BCDK$, o wspólnej ścianie BCD .



Przykład 2

Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościan $CDKF$. Przekątna to AK .



Przyjmujemy oznaczenia:

k : liczba krawędzi wielościanu,

w : liczba wierzchołków,

w_n : liczba wierzchołków, w których schodzi się n krawędzi,

s : liczba ścian,

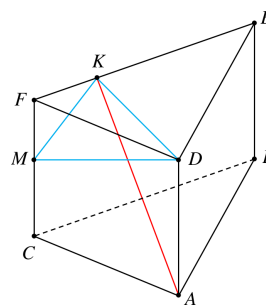
s_n : liczba ścian n -kątnych.

Zestawienie parametrów trzech wielościanów wypukłych z jedną przekątną.

przykład	w	w_3	w_4	k	s	s_3	s_4	s_5
1	5	2	3	9	6	6		
2	6	4	2	10	6	4	2	
3	7	6	1	11	6	3	2	1
?								

Przykład 3

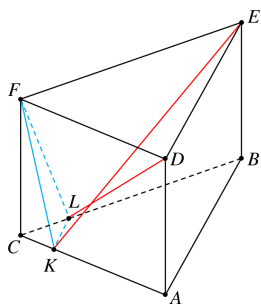
Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościan $MDKF$. Przekątna to AK .



Wielościany wypukłe z dwiema przekątnymi

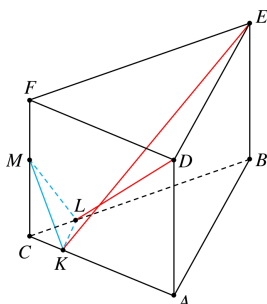
Przykład 4

Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościan $CKLF$. Przekątne to KE i LD .



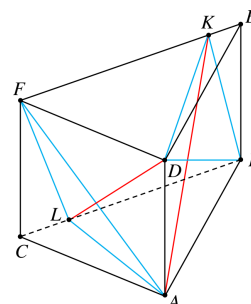
Przykład 5

Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościan $CKLM$. Przekątne to KE i LD .



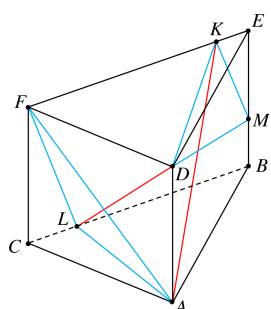
Przykład 6

Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościany $CALF$ i $DBEK$. Przekątne to KA i LD .



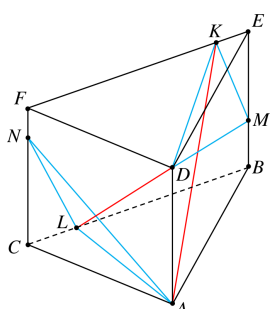
Przykład 7

Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościany $CALF$ i $DMEK$. Przekątne to KA i LD .



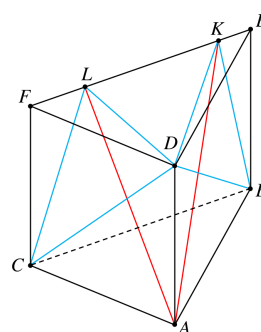
Przykład 8

Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościany $CALN$ i $DMEK$. Przekątne to KA i LD .



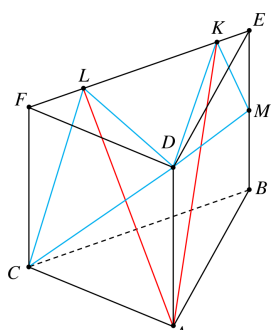
Przykład 9

Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościany $CDLF$ i $DBEK$. Przekątne to KA i LA .



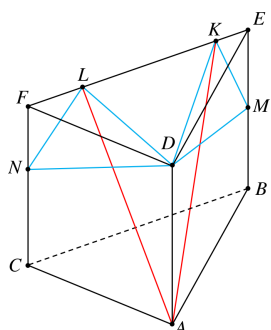
Przykład 10

Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościany $CDLF$ i $DMEK$. Przekątne to KA i LA .



Przykład 11

Od graniastosłupa trójkątnego odcinamy czworościany $NDLF$ i $DMEK$. Przekątne to KA i LA .



Poniżej zestawienie parametrów ośmiu wielościanów wypukłych z dwiema przekątnymi.

Typ X to taki wielościan, że dwie jego przekątne nie mają wspólnego wierzchołka, typ V to taki wielościan, że dwie jego przekątne mają wspólny wierzchołek.

przykład	w	w_3	w_4	w_5	k	s	s_3	s_4	s_5	s_6	typ
4	7	6	1		11	6	2	4			X
5	8	8			12	6	2	2	2		X
6	6	2	4		11	7	6	1			X
7	7	4	3		12	7	5	1	1		X
8	8	6	2		13	7	4	2		1	X
9	6	3	2	1	11	7	6	1			V
10	7	5	1	1	12	7	5	1	1		V
11	8	7		1	13	7	4	2		1	V
?											