

$S_t, S_{t+h^2}$  były liczbami różniącymi się o  $\pm h$ . Skoro tak, to prawdziwy jest również analogiczny wzór, w którym  $S_t$  i  $S_{t+h^2}$  zamienimy miejscami. Te dwa wzory – równość ( $\star\star$ ) i jej odwróconą wersję – możemy odjąć stronami i podzielić przez 2, otrzymując

$$f(S_{t+h^2}) - f(S_t) = (S_{t+h^2} - S_t) \cdot \frac{Df(S_t) + Df(S_{t+h^2})}{2} + \frac{h^2}{4} (D^2 f(S_t) - D^2 f(S_{t+h^2})).$$

Jeśli teraz zsumujemy po  $0 \leq t < T$  jak poprzednio, to feralna poprawka przyjmuje postać  $\frac{h^2}{4} (D^2 f(S_0) - D^2 f(S_T))$ . Co prawda nie znika zupełnie, ale jest dużo mniejsza niż poprzednio, bo zamiast  $N$  wyrazów są tylko 2. To oznacza, że w granicy  $h \rightarrow 0$  otrzymujemy (znów: formalnie) wzór Itô, ale tym razem bez żadnej poprawki.

Gdzie tkwi haczyk? Otóż brzemienne w skutkach okazała się niewinna zamiana  $Df(S_t)$  na  $\frac{Df(S_t) + Df(S_{t+h^2})}{2}$ . Zmiennosc  $S_t$  (i podobnie zmiennosc  $W_t$ ) jest na tyle duża, że powstała różnica nie znika przy przejściu do granicy  $h \rightarrow 0$ . Otrzymany przez nas wzór zapisuje się zazwyczaj jako

$$f(W_T) - f(W_0) = \int_0^T f'(W_t) \circ dW_t,$$

przez użycie symbolu  $\circ$  sygnalizując, że mamy tu do czynienia z tak zwaną całką Stratonowicza, a nie całką Itô.

Skoro dla procesów stochastycznych mamy dwa różne pojęcia całki, to które wybrać? To pytanie pozostawiam już Czytelnikowi, bo za każdą z możliwości przemawiają pewne zalety, które tutaj zostały ledwo zarysowane.

Czytelnik znający całkę Riemanna  $\int_0^T g(t) dt$  wie, że jest ona pozbawiona haczyka, o którym tu mowa. Całkę tę przybliżamy, dzieląc  $[0, T]$  na drobne przedziały  $[t_k, t_{k+1}]$  i sumując  $a_k \cdot (t_{k+1} - t_k)$ , przy czym za  $a_k$  możemy przyjąć wartość  $g$  w dowolnym punkcie z  $[t_k, t_{k+1}]$ , lub też średnią tych wartości.

## Recenzja książki *Czy Wszechświat myśli? I inne ważne pytania nauki*



*Czy Wszechświat myśli?* bardziej niż książką o tym, co wiemy, jest książką o tym, czego nie wiemy, i być może dowiedzieć się nie jesteśmy w stanie. Sabine Hossenfelder w przystępny sposób pokazuje czytelnikowi dzisiejsze granice poznania oraz jasno określa, w którym momencie kończy się nauka, a zaczyna naukowy bełkot. Jednocześnie czyni to ze swadą i nie wdając się zbytnio w szczegóły, dzięki czemu odbiorcy nie dopada senność. Gdyby Jeremy Clarkson pisał o fizyce, z pewnością robiłby to właśnie tak.

Autorka nie uznaje żadnych świętości („naukowości”?) i nawet częściej niż bioenergoterapeutów czy wróżki punktuje uczonych, którzy zbyt daleko odpłynęli w regiony niemożliwej do zweryfikowania spekulacji (np. głosiciele koncepcji wieloświata). Podczas lektury miałem nieodparte skojarzenie z telewizyjnymi *Pogromcami mitów*: w każdym rozdziale pisarka bierze na warsztat jakiś „mit”, tj. pytanie (np. czy nasze zmarłe babcie wciąż żyją dzięki kwantom), po czym określa, czy w ogóle da się na nie odpowiedzieć, wykorzystując metody naukowe, a jeśli tak – to jak ta odpowiedź brzmi.

Dla kogo tę książkę przeznaczono? Dla fizyków chyba nie, za bardzo prześlizguje się po tematach, choć z pewnością może służyć za lekką lekturę wakacyjną. Dla kompletnych laików tym bardziej nie, gdyż z nadmierną dezynwolturą skacze z wątku na wątek, co osobie bez chociaż zgrubnego pojęcia o przedstawianych zagadnieniach raczej uniemożliwi połapanie się w nich. Dla amatorów, którzy może nie nabyli biegłości w całkach i różniczkach, ale za to nieobce im są nazwiska Feynmana, Gödla czy Hoyle’a – tak, ci powinni poczuć się nią usatysfakcjonowani.

*Czy Wszechświat myśli?* rozpoczyna się od cytatu z Carla Sagana\*, mnie na zakończenie recenzji również przychodzi na myśl passus tego autora: *Zakładając, że będę czytał jedną książkę tygodniowo, w ciągu swojego życia przeczytam ich kilka tysięcy,*

*co stanowi jedynie promień zbiorów dobrej biblioteki. Sztuka polega na tym, by wiedzieć, które przeczytać.* Książka Sabiny Hossenfelder raczej nie należy do pozycji „obowiązkowych” i nie sądzę, by za kilkadziesiąt lat dorobiła się takiego statusu, jak twórczość popularnonaukowa Sagana, Hawkinga czy Goulda. Niemniej istnieje bardzo dobry powód, aby ją przeczytać: dzięki niej macie szansę dowiedzieć się, ile jest „cukru w cukrze” w przebijających się do masowych mediów popularnonaukowych stwierdzeniach. I że czasem są one jedynie ubranym w naukowy język wyznaniem wiary.

Mateusz RAJKOWSKI

\*„Moim zdaniem dalece bardziej rozsądne jest pojmowanie wszechświata takim, jaki jest w rzeczywistości, niż pozostawianie przy urojeniach, choćby przynosiły one satysfakcję i uspokojenie.” Carl Sagan, *Świat nawiedzany przez demony: nauka jako światło w mroku*, Poznań 1999, s. 26.