

Porzućcie wszelką klasyczną intuicję, wy, którzy tu wchodzić!

Rafał DEMKOWICZ-DOBRZAŃSKI*

* Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

Nagrodę Nobla z Fizyki w roku 2022 otrzymało trzech fizyków: Alain Aspect, John F. Clauser i Anton Zeilinger za „eksperymenty ze splątanymi fotonami, wykazanie łamania nierówności Bella i pionierskie badania w dziedzinie informacji kwantowej”. Z pozoru jest to kolejna z wielu Nagród Nobla z dziedziny fizyki kwantowej, ale nic bardziej mylnego – jest wyjątkowa! W rzeczywistości dotyczy samych fundamentów naszego poznania i można by z powodzeniem określić ją jako pierwszą Nagrodę Nobla z filozofii eksperymentalnej! Wykazanie łamania nierówności Bella, o których mowa w ogłoszeniu komitetu noblowskiego, oznacza, że musimy porzucić nasze głęboko zakorzenione klasyczne intuicje dotyczące poznania świata i pogodzić się z jego kwantowym opisem jako swego rodzaju nieuchronną koniecznością.

O nierównościach Bella pisał również Adam Bednorz w Δ_{21}^2 .

O tzw. *Demonie Laplace’a* pisał Szymon Charzyński w Δ_{15}^7 .

Zacznijmy od wyjaśnienia, co rozumiemy przez klasyczny opis świata. Lapidarnie ujął to na początku XIX wieku Pierre Simon de Laplace, mówiąc: „Dajcie mi położenia i prędkości wszystkich cząstek we Wszechświecie, a przewidzę przyszłość”. W tym cytacie na pierwszy plan wybija się przede wszystkim stwierdzenie dotyczące determinizmu Wszechświata, gdzie nie ma miejsca na żadną losowość ani wolną wolę. Cytat ten zawiera jednak znacznie więcej treści niż powyższe stwierdzenie. Zawiera on również z pozoru oczywiste założenie, że Wszechświat złożony jest z obiektów (cząstek traktowanych jako byty obiektywne) mających jednocześnie dobrze określone wszystkie wielkości fizyczne, o które moglibyśmy „je zapytać” (położenie, prędkość, masę, ładunek elektryczny itp.). Nie ma w tym opisie ani słowa o obserwatorze, który ten Wszechświat opisuje, ani o pomiarze, który pozwala obserwatorowi poznać własności tych obiektów. W klasycznym opisie pomiar jest jedynie „sprawdzeniem z góry dobrze określonych własności fizycznych obiektów” – coś w stylu dyskretnego podniesienia pokrywki garnka i zajrzenia do wnętrza, żeby sprawdzić, co będzie na obiad. Nie ma więc w nim nic fundamentalnego, o czym warto by wspominać, formułując teorię Wszechświata.



Rozwiązanie zadania F 1080.

Podstawowa częstość drgań struny o długości l i liniowej gęstości (stosunku masy do długości) $\mu = m/l$, napiętej siłą F_0 wynosi:

$$f_0 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F_0}{\mu}}.$$

Jeśli długość i masa struny pozostają niezmiennicze, to do wyznaczenia częstości w niższej temperaturze musimy znaleźć siłę naciągu F utrzymującą stałą długość. Niech l_0 oznacza długość nierozciągniętej struny w temperaturze T_0 , a S pole jej przekroju poprzecznego. Prawo Hooke’a pozwala obliczyć długość po naciągnięciu siłą F_0 :

$$l = l_0 \left(1 + \frac{F_0}{YS} \right).$$

W temperaturze T długość struny wyniesie l , ale teraz będzie to wynik dwóch efektów: rozszerzalności cieplnej i naciągnięcia siłą F :

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta T) \left(1 + \frac{F}{YS} \right) = l_0 \left(1 + \frac{F_0}{YS} \right).$$

Otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{F_0}{YS} &= \alpha\Delta T + \frac{F}{YS} + \alpha\Delta T \frac{F}{YS} \approx \\ &\approx \alpha\Delta T + \frac{F}{YS}. \end{aligned}$$

Przybliżenie wynika z faktu, że oba czynniki, $\alpha\Delta T$ i $F/(YS)$, są znacznie mniejsze od jedności. W tym przybliżeniu

$$F = F_0 - \alpha Y S \Delta T.$$

Ponieważ $\Delta T = -20^\circ\text{C}$ jest ujemna, to $F > F_0$. Ostatecznie:

$$f = \sqrt{f_0^2 - \frac{\alpha Y S \Delta T}{4\mu l^2}} = \sqrt{f_0^2 - \frac{\alpha Y \Delta T}{4\rho l^2}}.$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy $f \approx 404,4$ Hz.

Taki obraz Wszechświata, rysowany przez fizykę klasyczną, stał się pod koniec XIX wieku dominującym poglądem filozoficznym, przynajmniej w kręgach naukowych. Byłby nim pewnie do dzisiaj, gdyby nie niespodziewane kłopoty związane z jego wykorzystaniem do opisu własności mikroświata. Próby wyjaśnienia struktury atomowej i własności promieniowania rozgrzanych ciał doprowadziły do powstania mechaniki kwantowej, która oferowała zupełnie nowe narzędzia matematyczne pozwalające na uzyskanie doskonałej zgodności wyników eksperymentalnych z przewidywaniami teoretycznymi.

Mimo doskonałych przewidywań mechaniki kwantowej wiązało się z nią wiele koncepcyjnych kłopotów. Przykładowo, zgodnie ze słynną zasadą nieoznaczoności Heisenberga cząstka nie może mieć jednocześnie dobrze określonego położenia i prędkości. Pojawiło się więc naturalne pytanie, czy zasada nieoznaczoności ma charakter fundamentalny, czy też jest związana z niedoskonałością naszego opisu.

Część fizyków, w tym sam Einstein, stała na stanowisku, że opis kwantowy jest niekompletny i obiekty fizyczne mają nieobserwowane przez nas na tym etapie rozwoju nauki tzw. parametry ukryte, których znajomość pozwoliłaby na powrót do w pełni klasycznego opisu. Z tej perspektywy wszelkie „kwantowe nieoznaczoności” byłyby jedynie efektem naszej niepełnej wiedzy.

Aby wykazać niekompletność opisu kwantowego, Einstein, wspólnie z Podolskim i Rosenem, zaproponował w 1935 roku następujący eksperyment myślowy, nazywany argumentem EPR [1]. Rozważmy dwie punktowe cząstki A i B poruszające się w jednym wymiarze, przygotowane w takim stanie kwantowym, że każda cząstka z osobna ma bardzo słabo określony pęd i położenie, ale już

różnica ich położen i suma ich pędów mają bardzo dobrze określone wartości: $x_B - x_A = d$ (cząstki znajdują się zawsze w odległości d od siebie), $p_A + p_B = 0$ (mają zawsze przeciwne pędy). Oznacza to, że stan cząstek jest niezwykle silnie skorelowany (w języku mechaniki kwantowej moglibyśmy użyć określenia splątany). Mierzając położenie jednej cząstki, możemy spodziewać się znaleźć ją we względnie dużym obszarze, ale gdy już stwierdzimy, że znajduje się ona w punkcie x_A , wiemy natychmiast, że druga cząstka znajduje się praktycznie dokładnie w punkcie $x_B = x_A + d$. Mierząc z kolei pęd cząstek, uzyskamy duży rozrzut wartości pędów danej cząstki, gdy jednak zmierzmy pędy obu cząstek, ich wartości będą zawsze przeciwne, $p_A = -p_B$. Oznacza to, że cząstki zawsze będą lecieć z tym samym pędem w przeciwne strony. Okazuje się, że taki stan kwantowy jest faktycznie dopuszczalny przez mechanikę kwantową i jego istnienie nie przeczy zasadzie nieoznaczoności Heisenberga.

Żeby zrozumieć, dlaczego istnienie opisanego tu stanu nie stoi w sprzeczności z zasadą nieoznaczoności Heisenberga, zwróćmy uwagę, że od strony matematycznej zasada nieoznaczoności związana jest z faktem, że wielkości fizyczne położenia i pędu są reprezentowane przez operatory \hat{x} , \hat{p} , których składanie nie jest przemienne: $[\hat{x}, \hat{p}] := \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar \neq 0$, gdzie i jest wielkością urojoną, a \hbar stałą Plancka podzieloną przez 2π . Wielkość $[\hat{x}, \hat{p}]$ reprezentującą stopień nieprzemienności mnożenia dwóch operatorów nazywamy ich komutatorem. W przypadku układu dwóch cząstek mamy analogiczne reguły komutacyjne dla każdej z nich, $[\hat{x}_A, \hat{p}_A] = i\hbar$, $[\hat{x}_B, \hat{p}_B] = i\hbar$, a dodatkowo operatory dotyczące różnych cząstek zawsze komutują ze sobą. Jeśli teraz rozważymy operator odpowiadający różnicy położen $\hat{x}_- = \hat{x}_A - \hat{x}_B$ oraz sumie pędów $\hat{p}_+ = \hat{p}_A + \hat{p}_B$, otrzymamy po bezpośrednim rachunku $[\hat{x}_-, \hat{p}_+] = 0$, a to oznacza, że te dwie wielkości fizyczne nie są związane żadną zasadą nieoznaczoności i może istnieć stan, gdzie obie z nich mają dobrze określone wartości.

Następnie autorzy EPR zdefiniowali dość precyzyjnie, co rozumieją przez *realne istnienie pewnych wielkości fizycznych*:

Jeżeli, nie zakłócając w żaden sposób układu, możemy przewidzieć z całą pewnością (tj. z prawdopodobieństwem równym jedności) wartość danej wielkości fizycznej, to istnieje element rzeczywistości fizycznej odpowiadający tej wielkości fizycznej.

Oznacza to w szczególności, że jeśli w pewnej sytuacji, bez zaburzania stanu cząstki, potrafimy przewidzieć z pewnością, że cząstka ma daną wartość położenia, to położenie jest *realną* cechą tej cząstki. Wyobraźmy sobie teraz sytuację, w której rozważane dwie cząstki znajdują się w dwóch różnych galaktykach.

Ścisłe rzecz biorąc, oznacza to, że coś jednak wiemy na temat ich położen, skoro możemy powiedzieć, że cząstka A jest w jednej galaktyce, a cząstka B w drugiej. Tak, to prawda, możemy jednak myśleć, że to jest jedynie taka bardzo niedokładna lokalizacja w skali makro i nie wpływa na dalszy przebieg argumentu, który dotyczy pomiarów położen w skali mikro.

Obserwator w galaktyce A może teraz przeprowadzić pomiar położenia na swojej cząstce. Jeśli otrzyma wyniki x_A , wie, dzięki własnościom skorelowanego stanu cząstek, że druga cząstka musi znajdować się w punkcie $x_B = x_A + d$. Przy założeniu, że żadne sygnały nie mogą rozchodzić się szybciej niż światło, oznacza to, że może on przewidzieć dokładne położenie cząstki B bez żadnego jej zaburzania. Obserwator

dochodzi do wniosku, że cząstka B musiała mieć dobrze określone położenie już wcześniej, zanim dokonał pomiaru, bo przecież sam akt pomiaru nie mógł w żaden sposób wpłynąć na stan cząstki znajdującej się w innej galaktyce. Nieoznaczoność wyniku była rezultatem jedynie braku wiedzy o tym, jakie dokładnie są położenia cząstek w momencie ich przygotowania. Z tego wynika, że można myśleć o położeniu cząstki jako o *realnym elemencie rzeczywistości fizycznej*.

Zauważmy teraz, że obserwator mógł zdecydować się zmierzyć pęd cząstki A zamiast jej położenia. W tej sytuacji rozumowanie byłoby zupełnie analogiczne i doprowadziłoby nas do wniosku, że pęd cząstki też jest *realnym elementem rzeczywistości fizycznej*. Gdy połączymy kropki, zobaczymy, że argument EPR prowadzi nas do stwierdzenia, iż mechanika kwantowa jest niekompletna, skoro odmawia możliwości istnienia obiektu o jednocześnie dobrze określonym położeniu i pędzie, a jak przecież widzimy, cząstka w drugiej galaktyce musiała mieć te obie wielkości dobrze określone, skoro mogliśmy, wykonując odpowiedni pomiar (niezaburzający cząstki B), stwierdzić z zupełną pewnością, jaką mają wartość.

Argument EPR stał się ciężkim orzechem do zgryzienia dla fizyków. Część z nich, sympatyzując z Einsteinem, zaczęła poszukiwać alternatywy dla mechaniki kwantowej, która miałaby fundamentalnie klasyczny charakter, cząstki miałyby zawsze dobrze określone położenia i pędy, a ich pozornie kwantowe zachowanie wynikałoby z wpływu nieobserwowanych w tym momencie *parametrów ukrytych*, które w szczególności tak każą poruszać się cząstkom, aby po wielu powtórzeniach eksperymentu tworzyły piękne obrazy interferencyjne na ekranie.

Co ciekawe, już Luis de Broglie w latach 20. XX wieku rozwijał taką teorię, która ostatecznie została dopracowana przez Davida Bohma w 1952 roku. Teoria ta była w pełni równoważna z przewidywaniami ortodoksyjnej mechaniki kwantowej! Część fizyków reagowała na tego typu nowinki podejściem „zamknij się i licz”, uznając nadmierne dywagacje filozoficzne za szkodliwe dla rozwoju nauki. Wydawało się to zdrowe podejście, bo skoro obie teorie są sobie równoważne, to jak rozstrzygnąć, która jest lepsza. Z jednej strony teoria parametrów ukrytych zaspokaja nasz ideał klasycznego obrazu świata, ale za cenę wprowadzenia bytów nieobserwowalnych (póki co przynajmniej). Z drugiej strony mechanika kwantowa mimo swoich niejasnych fundamentów filozoficznych charakteryzuje się matematyczną prostotą i elegancją, pozwalającą na efektywne przewidywanie zachowania się obiektów mikroświata.

Tego typu spory są plagą całej filozofii, które złośliwi podają za przykład bezowocności dociekań filozoficznych i przywołują w tym miejscu dowcip o tym, czym się różnią fizycy od filozofów ... (... fizycy używają koszy na śmieci). Można przez tysiąclecia spierać się o istnienie świata idei, duszy, wolnej woli

oraz czy Wszechświat musiał istnieć – i każdy może mieć swoje jedynie słuszne zdanie na ten temat. I podobnie mogłoby być w przypadku powyższego sporu, gdyby nie pewien szalony fizyk, który wcale nie miał zamiaru „zamknąć się i liczyć”.

John Bell, bo o nim mowa, w 1964 roku opublikował przełomową pracę [2], w której udowodnił, że żadna teoria parametrów ukrytych, która jednocześnie byłaby lokalna (czyli nie pozwalała na natychmiastowe oddziaływanie na odległość), nie jest w stanie reprodukcować wszystkich przewidywań mechaniki kwantowej dotyczących zachowania się splątanych cząstek.

Poniżej przedstawimy argument Bella w wersji zmodyfikowanej kilka lat później między innymi przez jednego z naszych noblistów – J. F. Clausera [3], jako że jest zarówno bardziej elegancki, jak i praktyczny z punktu widzenia testów eksperymentalnych.

Rozważmy, analogicznie jak w argumente EPR, dwie cząstki A i B znajdujące się w różnych galaktykach oraz dwójkę obserwatorów dokonujących na nich pomiarów, Atteę i Borga (autor jest już zmęczony wszechobecną Alicją i Bobem). Założymy, że każde z nich może wykonać jeden z dwóch możliwych pomiarów, A_1 lub A_2 w przypadku Attei i B_1 lub B_2 w przypadku Borga. Jest to analogiczne do sytuacji z argumentu EPR, gdzie mogliśmy wybrać, czy dokonujemy pomiaru położenia, czy pędu. W odróżnieniu od pomiaru położenia i pędów w tym przypadku założymy jednak, że wynikiem pomiaru może być tylko jedna z dwóch wartości: $+1$ lub -1 (patrz rysunek).

Oznaczmy przez λ parametry ukryte, które determinują to, jak zachowują się cząstki, gdy zostanie wykonany na nich dany pomiar. Innymi słowy, zakładamy *realizm* Einsteina i uznajemy, że wszystkie wielkości fizyczne są fundamentalnie dobrze określone, a wszelkie nieoznaczoności pomiarowe wynikają z naszej nieznajomości precyzyjnej wartości parametrów ukrytych. Dodatkowo zakładamy *lokalność*, która wymaga, by wyniki pomiaru Attei nie zależały od wyboru pomiaru Borga i vice-versa – w przeciwnym razie mielibyśmy maszynkę do natychmiastowej komunikacji międzygalaktycznej. Oznacza to, że wyniki pomiarów Attei a_i i Borga b_j można zapisać jako:

$$a_i = a(A_i, \lambda), \quad b_j = b(B_j, \lambda),$$

gdzie a, b są pewnymi jednoznacznie określonymi funkcjami, zależącymi od wartości parametru ukrytego i wyboru pomiaru. Rozważmy teraz następującą

„funkcję korelacji” wyników pomiarów uzyskiwanych przy różnych wyborach pomiarów dla danej wartości λ :

$$C(\lambda) = a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1 - a_2 \cdot b_2.$$

Dla danego λ wszystkie wyniki pomiaru mają dobrze określone wartości ± 1 , a sama wielkość $C(\lambda) = \pm 2$. Żeby się o tym przekonać, zapiszmy ją w postaci:

$$C(\lambda) = a_1 \cdot (b_1 + b_2) + a_2 \cdot (b_1 - b_2)$$

i zauważmy, że są możliwe dwa przypadki. Albo (1) $b_1 = b_2$, i wtedy drugi człon znika, a pierwszy oczywiście może dać tylko ± 2 , albo (2) $b_1 = -b_2$, i wtedy pierwszy człon znika, a drugi daje ± 2 .

Jeśli teraz uśrednimy wyniki pomiarów po wielu realizacjach, gdzie parametr ukryty λ będzie zmienną losową o rozkładzie prawdopodobieństwa zadanym przez $p(\lambda)$, wtedy wartość oczekiwaną funkcji korelacji obliczymy jako:

$$\langle C \rangle = \int d\lambda p(\lambda) C(\lambda).$$

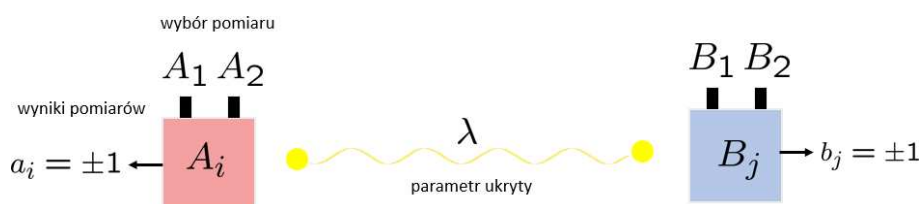
Ponieważ uśredniamy wielkości, które mogą przyjmować jedynie wartości ± 2 , wynika z tego natychmiast, że sama wartość oczekiwana musi znajdować się w przedziale $[-2, 2]$, czyli:

$$|\langle C \rangle| \leq 2.$$

W ten sposób wyprowadziliśmy słynną nierówność Bella w wersji CHSH (skrót od pierwszych liter nazwisk autorów pracy [3]). Powyższą nierówność możemy traktować jako pewnego rodzaju ograniczenie na maksymalną możliwą siłę korelacji pomiędzy wynikami różnych pomiarów wykonywanych na odległych cząstkach, w ramach jakiegokolwiek lokalnej teorii parametrów ukrytych.

Należy docenić geniusz Bella, który głęboki i pozornie nierozstrzygalny problem filozoficzny potrafił zapisać w postaci prostej nierówności matematycznej. Jeśli teraz udałoby nam się przeprowadzić eksperyment, w którym wyniki pomiarów łamałyby powyższą nierówność, mielibyśmy dowód, że niemożliwy jest opis naszego Wszechświata w ramach żadnej lokalnej teorii parametrów ukrytych.

Czy tego typu eksperymenty zostały przeprowadzone? Owszem i właśnie za przeprowadzenie tego typu eksperymentów J.F. Clauser, A. Aspect i A. Zeilinger otrzymali Nagrodę Nobla z fizyki w roku 2022. Przeprowadzili oni eksperymenty na splątanych parach fotonów rozesłanych na pewną odległość i dokonywali na nich odpowiednich pomiarów polaryzacji.



Schemat pomiarowy pozwalający na wyprowadzenie nierówności Bella typu CHSH

Najprostszy pomiar polaryzacji fotonu polega na ustawieniu polaryzatora oraz bezpośrednio za nim detektora. Przyjmijmy, że polaryzator jest ustawiony poziomo. Jeśli polaryzacja fotonu jest również pozioma, co oznaczmy jako stan $|\leftrightarrow\rangle$, foton zawsze przejdzie i detektor kliknie. Jeśli polaryzacja fotonu jest pionowa, $|\updownarrow\rangle$, foton zostanie zawsze pochłonięty. Jeśli polaryzacja fotonu jest pod kątem α do kierunku ustawienia polaryzatora, matematycznie taki stan zapisujemy jako kwantową superpozycję stanu o polaryzacji poziomej i pionowej $|\alpha\rangle = \cos\alpha|\leftrightarrow\rangle + \sin\alpha|\updownarrow\rangle$, a współczynniki stojące przed stanami $|\leftrightarrow\rangle, |\updownarrow\rangle$ nazywamy amplitudami prawdopodobieństwa (formalnie stany są elementami pewnej przestrzeni wektorowej). Foton, trafiając na polaryzator, zachowa się w sposób probabilistyczny: przejdzie z prawdopodobieństwem $\cos^2\alpha$, a zostanie pochłonięty z prawdopodobieństwem $\sin^2\alpha$ (prawdopodobieństwa są równe kwadratam odpowiednich amplitud). Można takim zdarzeniom przypisać umowne wartości wyników pomiaru odpowiednio ± 1 .

Rozważmy teraz splątany stan dwóch fotonów postaci:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle_A \otimes |\leftrightarrow\rangle_B + |\updownarrow\rangle_A \otimes |\updownarrow\rangle_B),$$

który jest kwantową superpozycją stanów, gdzie oba fotony mają polaryzacje poziome oraz oba fotony mają polaryzacje pionowe. Symbol \otimes oznacza formalnie iloczyn tensorowy, ale wystarczy, że będziemy przez niego rozumieć oznaczenie rozdzielające stany poszczególnych cząstek.

Prawdopodobieństwa zdarzeń w mechanice kwantowej liczymy, obliczając kwadrat (modułu, jeśli mamy do czynienia z liczbami zespolonymi) iloczynu skalarnego pomiędzy wektorem naszego stanu a wektorem odpowiadającym obserwowanemu zdarzeniu. Przykładowo, chcąc obliczyć prawdopodobieństwo, że oba fotony przejdą przez polaryzatory ustawione pod kątami α i β , zapisujemy najpierw stan odpowiadający fotonom o takiej właśnie polaryzacji:

$$|\alpha\rangle_A \otimes |\beta\rangle_B = (\cos\alpha|\leftrightarrow\rangle + \sin\alpha|\updownarrow\rangle) \otimes (\cos\beta|\leftrightarrow\rangle + \sin\beta|\updownarrow\rangle).$$

Korzystając z rozdzielności dodawania względem iloczynu tensorowego oraz z faktu, że wektory $|\updownarrow\rangle, |\leftrightarrow\rangle$ tworzą bazę ortonormalną w przestrzeni stanów polaryzacyjnych pojedynczego fotonu, możemy obliczyć iloczyn skalarny tego stanu ze stanem $|\psi\rangle$, który wynosi: $\langle\alpha| \otimes \langle\beta| |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta)$. Prawdopodobieństwo będzie kwadratem powyższego wyrażenia i wyniesie:

$$p(+1, +1) = \frac{1}{2}\cos^2(\alpha - \beta) = \frac{1}{4}(1 + \cos(2(\alpha - \beta))),$$

gdzie skorzystaliśmy ze wzorów na cosinus różnicy kątów oraz cosinus podwojonego kąta. Analogicznie liczymy pozostałe prawdopodobieństwa, zastępując kąty α, β , odpowiednio, kątami $\alpha + 90^\circ, \beta + 90^\circ$.

Stan ten ma taką własność, że jeśli cząstkę A zmierzmy polaryzatorem ustawionym pod kątem α do poziomu, a cząstkę B zmierzmy polaryzatorem ustawionym pod kątem β do poziomu, to prawdopodobieństwa odpowiednich zdarzeń będą miały postać:

$$p(a, b) = \frac{1}{4}(1 + a \cdot b \cdot \cos(2(\alpha - \beta))),$$

gdzie $a = \pm 1, b = \pm 1$ oznaczają, odpowiednio, zdarzenia, w których foton A, B przeszedł lub nie przeszedł przez polaryzator. Jeśli teraz obliczymy wartość oczekiwaną iloczynu wyników otrzymanych przez dwójkę obserwatorów, otrzymamy:

$$\langle ab \rangle = \sum_{a=\pm 1, b=\pm 1} p(a, b) a \cdot b = \cos(2(\alpha - \beta)).$$

A jeśli teraz chcemy zmaksymalizować wielkość wyrażenia

$$\langle C \rangle = \cos(2(\alpha_1 - \beta_1)) + \cos(2(\alpha_1 - \beta_2)) + \cos(2(\alpha_2 - \beta_1)) - \cos(2(\alpha_2 - \beta_2)),$$

musimy inteligentnie wybrać kąty $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$. Jakie to kąty? Spróbuj znaleźć samodzielnie! (Odpowiedź na końcu artykułu). Okazuje się, że dla optymalnego wyboru otrzymamy wartość $\langle C \rangle = 2\sqrt{2}$, co jest istotnie więcej niż 2 i dowodzi, że przewidywań mechaniki kwantowej nie da się odtworzyć w ramach lokalnych teorii parametrów ukrytych.

Wynika z tego, że musimy porzucić jedno z dwóch założeń leżących u podstaw wyprowadzenia nierówności Bella. Mamy dwa wyjścia. Możemy przyjąć, że parametry ukryte istnieją i cieszymy się klasycznym opisem świata, ale za cenę nielokalności. Oznacza to, że potencjalnie istnieje możliwość komunikacji natychmiastowej między dowolnymi miejscami Wszechświata i cała struktura przyczynowa, na której oparta jest teoria względności oraz cała współczesna fizyka, musi leć w gruzach. Drugim wariantem jest odrzucenie realizmu i przyjęcie do wiadomości, że obiekty fizyczne nie mają dobrze określonych wszystkich wielkości fizycznych, i dopiero kontekst pomiarowy pozwala mówić o pewnych wielkościach fizycznych w sposób sensowny.

Innymi słowy, to odpowiednie sprzężenie obserwatora z układem daje kontekst, w ramach którego mówimy np. „cząstka ma prędkość v ”. Prędkość cząstki nie jest jej autonomiczną cechą, a pewną relacją pomiędzy cząstką a urządzeniem pomiarowym. Tym samym opis świata w ramach mechaniki kwantowej jest opisem Wszechświata niejako „od środka” i niezwykle trudno usunąć z tego opisu samego obserwatora. Wydaje się, że jedynym na to sposobem są wspomniane wyżej nielocalne teorie parametrów ukrytych lub tzw. teorie wielu światów, ale każda z tych propozycji pozostawia duży niedosyt poznawczy. Musimy czekać na kolejny przebłysk geniuszu, w rodzaju nowych nierówności Bella, aby lepiej ugruntować fundamenty naszego poznania.

Wracając do pomiarów polaryzacji splątanych fotonów: Z powyższej dyskusji wynika w szczególności, że stany polaryzacyjne splątanych fotonów nie są ustalone „zawczasu”. Co ciekawe, można ten fakt wykorzystać w praktyce – do tzw. kwantowej dystrybucji klucza wykorzystującej stany splątane. Fakt nieistnienia parametrów ukrytych oznacza, że określone stany polaryzacyjne fotonów „dookreślają” się dopiero w wyniku wykonywania pomiarów. Jeśli wykorzystać wyniki pomiarów jako pewien współdzielony klucz kryptograficzny, można udowodnić, że pod warunkiem, że łamane są nierówności Bella, klucz taki jest fundamentalnie bezpieczny i żadna trzecia strona nie może mieć dostępu do informacji w nim zawartej! Ta obserwacja jest podstawą zaproponowanego przez Artura Ekerta protokołu kwantowej dystrybucji klucza E91 [4]. Widać, że nawet najbardziej szalone pomysły mogą kryć w sobie praktyczne zastosowania.

A na zakończenie, w ramach refleksji filozoficznej, cytaty z Witkacego, który tak naprawdę, w głębi duszy, był fizykiem... (patrz: *Witkacy i Fizyka*, Δ_{19}^3):

„Jeszcze jaskrawiej występuje problem obserwatora w mikrofizyce w związku z eksplisytym wymaganiem brania pod uwagę tylko tego, co obserwowalne. [...] obserwator nie tylko wślizgnął się tu [...], on po prostu rozsiadł się w odnośnych równaniach jak w fotelach [...]. Obserwator [...] musi być przyjęty jako zanawiasowy element konieczny poglądu fizykalnego, który przez to traci swój charakter pseudoobiektywności absolutnej [...] Wróg czystego fizykalizmu, którego pozorne niegdyś pokonanie było złudnym tryumfem materializmu, znajduje się już wewnątrz fortecy.”

Optymalne kąty to: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 45^\circ$,
 $\beta_1 = 22,5^\circ$, $\beta_2 = -22,5^\circ$.

Obserwatorze i Obserwatorko, obserwujcie!

Literatura

- [1] A. Einstein, B. Podolski and N. Rosen, *Physical Review* 47, 777 (1935).
- [2] J.S. Bell, *Physics* 1, 195 (1964).
- [3] J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony and R.A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* 23, 880 (1969).
- [4] A.K. Ekert, *Phys. Rev. Lett.* 67, 661 (1991).



Zadania

Przygotował Dominik BUREK

M 1756. Rozwiązać w liczbach rzeczywistych x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 następujący układ równań

$$\begin{cases} (x_1 - x_2 + x_3)^2 = x_2(x_4 + x_5 - x_2) \\ (x_2 - x_3 + x_4)^2 = x_3(x_5 + x_1 - x_3) \\ (x_3 - x_4 + x_5)^2 = x_4(x_1 + x_2 - x_4) \\ (x_4 - x_5 + x_1)^2 = x_5(x_2 + x_3 - x_5) \\ (x_5 - x_1 + x_2)^2 = x_1(x_3 + x_4 - x_1). \end{cases}$$

Rozwiązanie na str. 2

M 1757. Dane są liczby całkowite dodatnie a, b takie, że

$$NWW(a, b) + NWW(a + 2, b + 2) = 2 \cdot NWW(a + 1, b + 1).$$

Udowodnić, że $a \mid b$ lub $b \mid a$.

Rozwiązanie na str. 5

M 1758. Wielokąt wypukły \mathcal{F} po obrocie o kąt 90° wokół pewnego punktu przekształca się w siebie. Udowodnić, że istnieją dwa koła o stosunku promieni równym $\sqrt{2}$, z których jedno zawiera \mathcal{F} , a drugie jest zawarte w \mathcal{F} .

Rozwiązanie na str. 12

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1079. W notatce prasowej na temat Dzwonu Zygmunta napisano, że podczas dzwonienia jego „ciężar zwiększa się trzykrotnie”. Jaki jest kąt φ_0 największego odchylenia od pionu osiągnięty przez dzwon podczas dzwonienia? Dla jakiego kąta wychylenia φ na oś zawieszenia dzwonu działa największa siła pozioma?

Rozwiązanie na str. 1

F 1080. W temperaturze $T_0 = 20^\circ\text{C}$ naciągnięta nylonowa struna długości $l = 1$ m drga z podstawową częstością $f_0 = 440$ Hz. Oszacuj, jak zmieni się wysokość dźwięku, gdy temperatura spadnie do $T = 0^\circ\text{C}$, a długość struny pozostanie bez zmiany? Przydatne dane dla nylonu: gęstość $\rho = 1,14 \cdot 10^3$ kg/m³, moduł Younga $Y = 2,9$ GPa, współczynnik rozszerzalności cieplnej $\alpha = 30 \cdot 10^{-3}$ K⁻¹.

Rozwiązanie na str. 15