

Permutacją rzędu 2 jest na przykład obrót dowolnej ściany o 180° . Ponieważ rząd \mathbf{RU} jest równy 105, rzędy permutacji $(\mathbf{RU})^{35}$, $(\mathbf{RU})^{21}$, $(\mathbf{RU})^{15}$ są odpowiednio równe 3, 5, 7. Permutacją rzędu 7 jest również permutacja $\mathbf{RU}'\mathbf{F}'\mathbf{U}$. Permutacja $\mathbf{RL}'\mathbf{F}'\mathbf{U}$ jest rzędu 33, zatem permutacja $(\mathbf{RL}'\mathbf{F}'\mathbf{U})^3$ jest rzędu 11, a permutacja $(\mathbf{RL}'\mathbf{F}'\mathbf{U})^{11}$ jest rzędu 3.

Znana jest pełna lista możliwych rzędów sekwencji na kostce Rubika. W kolejności od najrzadszych do najpopularniejszych (w sensie liczby permutacji o danym rzędzie) są to: 1, 11, 2, 3, 5, 7, 22, 4, 55, 110, 80, 15, 33, 14, 21, 1260, 9, 10, 35, 280, 28, 315, 44, 99, 720, 112, 6, 16, 495, 990, 77, 154, 45, 20, 165, 330, 140, 105, 504, 840, 336, 63, 8, 70, 231, 462, 630, 66; 240, 126, 18, 360, 132, 56, 252, 144, 42, 198, 48, 420, 168, 40, 210, 72, 84, 90, 120 30, 12, 180, 36, 24, 60.

Przyglądając się powyższemu ciągowi liczb, możemy dostrzec, że największym rzędem permutacji jest 1260.

Jedną z wielu permutacji o takim rzędzie jest $(\mathbf{R F 2 B' U B}')$. Permutacja w postaci rozszerzonej prezentuje się następująco:

(FU FD LU BR DR FL FR) (RU LB UR BL) (UB DB)
 (FRU DLB BRD RBU LUB UFR BDL DBR URB BLU
 RUF LBD RDB BUR UBL)
 (LFU RFD LDF FUL FDR DFL ULF DRF FLD).

Rzędy cykli są odpowiednio równe: 7, 4, 2, 15, 9, zatem rząd permutacji jest faktycznie równy $NWW(7, 4, 2, 15, 9) = 1260$. Nie jest to oczywiście jedyna permutacja o takim rzędzie – jest ich w ogólności dokładnie 51 490 480 088 678 400 (z drugiej strony jest to permutacja o takim rzędzie wymagająca najmniejszej liczby ruchów w sekwencji). Innym przykładem jest $(\mathbf{U F' U' D 2 U 2 R}')$; zachęcamy Czytelnika do sprawdzenia tego faktu (oczywiście w sposób teoretyczny, a nie empiryczny!).

Powyższe rozważania pokazują, że odpowiedni opis matematyczny pozwala czasem na wysnuć wniosków, które trudno jest uzyskać na drodze czysto doświadczalnej. O ile wyznaczenie rzędu przez postać rozszerzoną okazało się bardzo proste, to wykonanie algorytmu 1260 razy może być bardzo uciążliwe, a jeden błąd może całkowicie zniweczyć „ręczne” sprawdzenie rzędu. Zauważmy jednocześnie, że z artykułu wiemy również, że dowolna sekwencja ruchów powtarzana dostatecznie wiele razy w końcu przywróci kostkę do pozycji ułożonej, choćby nie wiadomo jak bardzo „trudna” była to sekwencja.

Mamy nadzieję, że po przeczytaniu tego artykułu kostka Rubika skrywa nieco mniej tajemnic, niemniej jest to w dalszym ciągu bardzo obszerny temat, do którego zgłębiania mocno zachęcamy.



Zadania

Przygotował Dominik BUREK

M 1738. Danych jest 21 niezerowych liczb. Dla każdej pary liczb obliczono ich sumę oraz iloczyn. Okazało się, że połowa wszystkich sum jest dodatnia, a połowa ujemna. Jaka jest największa możliwa liczba dodatnich iloczynów?
 Rozwiązanie na str. 1

M 1739. Cięciwy AB i CD okręgu Ω przecinają się w punkcie E tak, że $AD = AE = EB$. Niech F będzie punktem na odcinku CE takim, że $ED = CF$. Dwusieczna kąta AFC przecina łuk DAC okręgu Ω w punkcie P . Udowodnić, że punkty A, E, F i P leżą na jednym okręgu.
 Rozwiązanie na str. 6

M 1740. Dana jest liczba całkowita dodatnia n , która jest równa sumie $k \geq 3$ swoich dzielników (parami różnych). Niech p będzie najmniejszym dzielnikiem pierwszym liczby n . Uzasadnić, że

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p+1} + \dots + \frac{1}{p+k-1} \geq 1.$$

Rozwiązanie na str. 19

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1067. Jaki warunek muszą spełniać pojemności C_1, C_2, C_3 i C_4 w obwodzie przedstawionym na rysunku, żeby napięcie między punktami A i B wynosiło $U_{AB} = 0$?

Rozwiązanie na str. 11

F 1068. Długi, cienki, poziomy przewód jest równomiernie naładowany ładunkiem λ na jednostkę długości. Przewód znajduje się na wysokości h nad powierzchnią ziemi. Ile wynosi powierzchniowa gęstość ładunku, σ , na powierzchni ziemi w odległości x od prostej otrzymanej jako pionowy rzut przewodu na powierzchnię ziemi?

Wskazówka: powierzchnię ziemi należy traktować jak powierzchnię przewodnika.
 Rozwiązanie na str. 12

