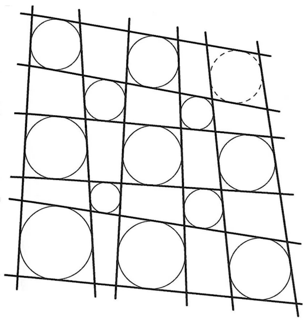
Ponieważ środkowy czworokąt nie jest rombem, więc ma parę nierównoległych boków. Bez straty ogólności rozumowania przyjmijmy, że $FG \nparallel JK$.

Oznaczmy przez $o$ okrąg styczny do odcinka $KO$ oraz półprostych $KL^{\to}$ i $OP^{\to}$. Oznaczmy okrąg wpisany w czworokąt $GHLK$ przez $o'$. Niech wspólna styczna zewnętrzna do $o$ i $o'$ różna od $KO$ przecina proste $GH$, $KL$, $OP$ w punktach $H'$, $L'$, $P'$. Z lematu 4 wynika, że proste Newtona czworokątów $FGKJ$, $GH'L'K$, $JKON$, $KL'P'O$ przecinają się w jednym punkcie. Jest nim punkt $X$.

Czworokąty $GHLK$ i $GH'L'K$ mają zatem tę samą prostą Newtona (mianowicie prostą przechodzącą przez $X$ i środek okręgu $o'$). Gdyby $H'$ i $L'$ były różne od $H$ i $L$, to na mocy lematu 5 mielibyśmy $GH \parallel KL$, co przeczyłoby wcześniej poczynionemu założeniu. W takim razie $H = H'$ i $L = L'$, więc okrąg $o$ jest styczny do prostej $HL$, co kończy rozwiązanie. □

Na zakończenie przedstawimy uogólnienie zadania 4, które znaleźliśmy w książce Arseniya Akopyana „Geometria na rysunkach” (zadanie 5.4.7). (Uogólnia je w taki sam sposób, jak zadanie 2 uogólnia zadanie 1). Niestety nie znamy rozwiązania tego zadania i nie byliśmy w stanie zastosować przedstawionych wyżej metod w tym zadaniu. Czytelnika Lubiącego Wyzwania zachęcamy do zmierzenia się z tym trudnym problemem.



Rys. 17

**Zadanie 5.** Rozważmy sytuację przedstawioną na rysunku 17. Udowodnić, że jeśli okręgi zaznaczone ciągłą kreską są styczne do zaznaczonych prostych, to w prawy górny czworokąt można wpisać okrąg.

# Zadania

*Przygotował Dominik BUREK*

**M 1735.** Niech $a_1, a_2, \ldots, a_n$ będzie ciągiem arytmetycznym liczb całkowitych takim, że $i \mid a_i$ dla $i = 1, 2, \ldots, n-1$ oraz $n \nmid a_n$. Udowodnić, że $n$ jest potęgą liczby pierwszej.
Rozwiązanie na str. 1

**M 1736.** Na planszy o wymiarach $15 \times 15$ umieszczono 15 wież, które nie atakują się nawzajem. Następnie każda wieża została przesunięta ruchem skoczka. Udowodnić, że teraz pewne dwie wieże atakują się nawzajem.
Rozwiązanie na str. 14

**M 1737.** Dane są dwie równoległe proste $a, b$ oddalone o $h$ oraz nieskończony zbiór $C$ wzajemnie rozłącznych okręgów jednostkowych znajdujących się pomiędzy $a$ i $b$. Załóżmy, że każda prosta przecinająca obie proste równoległe przecina również co najmniej dwa okręgi ze zbioru $\mathcal{C}$. Udowodnić, że $h \geqslant 2 + \sqrt{3}$.
Rozwiązanie na str. 15

*Przygotował Andrzej MAJHOFER*

**F 1065.** Ile wynosi stosunek wartości $p_f$, pędu fotonu o energii $E = 1{,}17$ eV do wartości $p_e$, pędu elektronu o energii kinetycznej równej $E$?
Masa spoczynkowa elektronu wynosi $m_e = 511$ keV/c$^2$.
Rozwiązanie na str. 9

**F 1066.** Podczas skraplania pary wodnej uwalniana jest energia parowania. Różnica energii kropli ciekłej wody i energii takiej samej masy pary składa się z energii parowania i energii powierzchniowej – tj. energii potrzebnej do utworzenia powierzchni rozdziału faz między parą i ciekłą wodą kropli. Proces skraplania pary rozpoczyna się od powstawania kropelek cieczy w wyniku przypadkowych zderzeń cząsteczek pary. W zależności od rozmiarów takie kropelki dalej rosną lub odparowują, gdy są zbyt małe. Ile wynosi maksymalny promień kropli, która „spontanicznie” wyparuje (tzn. wyparuje bez pobierania ciepła z otoczenia)?
W temperaturze 25°C ciepło parowania wody $L = 44 \cdot 10^3$ J/mol, napięcie powierzchniowe $\sigma = 72$ J/m$^2$, gęstość ciekłej wody $\rho = 10^3$ kg/m$^3$. Molowa masa wody $\mu = 18$ g/mol.
Rozwiązanie na str. 8