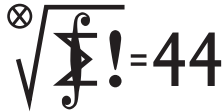


## Klub 44 M



Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2023

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 841 ( $WT = 1,42$ ) i 842 ( $WT = 2,98$ ) z numeru 5/2022

Jerzy Cisło	Wrocław	43,97
Krzysztof Maziarz	Kraków	40,67
Stanisław Bednarek	Łódź	38,92
Paweł Najman	Kraków	38,88
Marcin Kasperski	Warszawa	37,65
Tomasz Wietecha	Tarnów	37,64
Krzysztof Zygan	Lubin	36,17
Adam Woryna	Ruda Śl.	36,14
Mikołaj Pater	Opole	34,62
Radosław Kujawa	Wrocław	33,74
Norbert Porwol	Essen	32,73

## Klub 44 F



Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2023

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 734 ( $WT = 2,63$ ), 735 ( $WT=1,2$ ), 736 ( $WT=2,0$ ), 737 ( $WT=2,3$ ), 738 ( $WT=2,71$ ), 739 ( $WT=2,11$ ) z numerów 3, 4, 5/2022

Tomasz Wietecha	Tarnów	16-44+7,66
Ryszard Baniewicz	Włocławek	1-44+4,83
Piotr Adamczyk	Warszawa	2-44+3,75
Sławomir Buć	Mystków	43,68
Tomasz Rudny	Poznań	41,38
Mateusz Kapusta	Wrocław	35,59
Jacek Konieczny	Poznań	33,42
Ryszard Woźniak	Kraków	32,96
Marian Łupieżowicz	Gliwice	2-32,56
Jan Zambrzycki	Białystok	3-30,78
Paweł Perkowski	Ożarów	4-29,93

### Zadania z matematyki nr 851, 852

Redaguje Marcin E. KUCZMA

**851.** Marcin urządza spotkanie towarzyskie. Zamierza zaprosić 50 gości z szerokiego grona osób, w którym niektórzy znają się wzajemnie, inni nie. Marcin uważa trójkę ludzi za atrakcyjną towarzysko, gdy jest w niej jakaś para znajomych, a także jakaś para niezajomych. Ma chęć, by ten „warunek atrakcyjności” spełniało co najmniej 75% spośród wszystkich  $\binom{50}{3}$  trójek gości. Jaka jest najmniejsza liczba par znajomych (w owej pięćdziesiątce), przy której to nietypowe życzenie daje się zrealizować?

**852.** Dana jest liczba naturalna  $n \geq 2$  oraz liczba rzeczywista  $a$ , przy czym  $a \neq n - 1$ . Niech  $z_1, \dots, z_n$  będą zespolonymi pierwiastkami wielomianu  $z^n - nz + a$ . Wykazać, że

$$\frac{1}{z_1 - 1} + \dots + \frac{1}{z_n - 1} = 0.$$

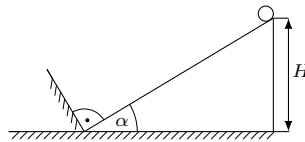
Zadanie 852 zaproponował pan Witold Bednarek z Łodzi.

### Zadania z fizyki nr 748, 749

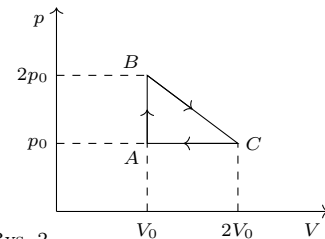
Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

**748.** Obręcz o promieniu  $r$  stacza się bez poślizgu z wysokości  $H$  ( $r \ll H$ ) po równi pochyłej nachylonej do poziomu pod kątem  $\alpha$  i zderza się sprężysto z gładką ścianką, prostopadłą do powierzchni równi (rys. 1). Na jaką wysokość wzniesie się obręcz po zderzeniu, jeśli współczynnik tarcia poślizgowego między obręczą a równią wynosi  $\mu$ ?

**749.** Jednoatomowy gaz doskonały podlega przemianom A–B–C–A przedstawionym na rysunku 2. Oblicz sprawność cyklu.



Rys.1



Rys. 2

### Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n + 2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n + 4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem [delta@mimuw.edu.pl](mailto:delta@mimuw.edu.pl) (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy

przez współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , przy czym  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a  $N$  – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie [deltami.edu.pl](http://deltami.edu.pl).

## Niebo w grudniu

Przez cały miesiąc Słońce wędruje bardzo nisko i przebywa krótko nad widnokregiem. Słońce osiągnie najbardziej na południe wysunięty punkt ekliptyki 21 grudnia i wtedy zacznie się astronomiczna zima. Rozpocznie się także półroczny okres wznoszenia się Słońca na niebie. Wcześniej, 13 grudnia, nastąpi najwcześniejszy zachód Słońca, 30 grudnia zaś – najpóźniejszy wschód. Od początku nowego roku dnia zacznie przybywać zarówno rano, jak i wieczorem.

Najlepiej widoczną planetą w grudniu jest **Mars**. Już 1 dnia miesiąca znajdzie się on najbliżej Ziemi podczas tegorocznego sezonu obserwacyjnego, a tydzień później przejdzie przez opozycję względem Słońca. Niestety nie jest to najmniejsza odległość, ale również nie jest to jeszcze ta największa. Tym razem Ziemia zbliży się do Marsa na nieco ponad 82 miliony kilometrów. W opozycji Czerwona Planeta osiągnie jasność  $-1,9^m$ , a jej tarcza przekroczy średnicę  $17''$ , czyli porównywalnie do średnicy

tarczy Saturna. Do końca miesiąca Mars przemierzy  $10^\circ$  na tle gwiazdozbioru Byka ze wschodu na zachód, mijając Hiady od północy. Pod koniec miesiąca Czerwona Planeta utworzy trójkąt równoramienny prostokątny z Aldebaranem i Plejadami o długości ramion  $9^\circ$ .

W momencie górowania po godzinie 23 Mars znajduje się na wysokości zdecydowanie przekraczającej  $60^\circ$ . Niestety tak samo, jak szybko jego jasność rosła przed opozycją, tak po niej szybko spada. Do końca roku blask Marsa osłabnie do  $-1,2^m$ , a jego tarcza skurczy się do  $15''$ .

Pełnia Księżyca przypada 8 grudnia i (analogicznie, jak to było miesiąc temu z Uranem) tej nocy dojdzie do dużego zbliżenia się tych ciał niebieskich na niebie, a nawet do zakrycia Marsa przez Srebrny Glob. Tym razem szczęście do możliwości obserwacji zjawiska ma Europa, a także prawie cała Kanada i północno-zachodnia część USA. W Polsce zakrycie zacznie się około godziny 6 rano, na jaśniejącym już niebie, i potrwa ponad 50 minut, kończąc się jeszcze przed ich zniknięciem za horyzontem.

Na wieczornym niebie wciąż widoczne są planety **Saturn**, **Neptun** i **Jowisz** oraz planetoida (4) Westa, jednak wyraźnie krócej niż w listopadzie. Saturn świeci na tle gwiazdozbioru Koziorożca i do końca roku przesunie się o prawie  $3^\circ$  na północny wschód, przechodząc  $100'$  na północ od Nashiry ( $\gamma$  Cap). W tym czasie jego jasność utrzyma się na poziomie  $+0,8^m$ , a średnica tarczy – na poziomie  $16''$ . Na początku nocy astronomicznej Saturn zbliży się już do horyzontu i przebywa na wysokości  $18^\circ$ .

Planetoida Westa przesunie się o  $11^\circ$  wzdłuż ekliptyki na północny wschód i 18 grudnia przetnie linię łączącą gwiazdy Skat ( $\delta$  Aqr) i  $\tau$  Aqr. Dwie godziny po zachodzie Słońca Westa znajduje się nadal ponad  $20^\circ$  nad południowo-zachodnim widnokresem, a znika za nim kolejne 4 godziny później. Do jej dostrzeżenia potrzebny jest już nieco większy sprzęt optyczny, gdyż jej jasność spadnie do około  $8,5^m$ .

Planety Jowisz i Neptun przebywają w odległości około  $7^\circ$  od siebie. Dzieli je jeszcze granica gwiazdozbiorów: Neptun znajduje się w Wodniku, Jowisz zaś – w Rybach. Neptun jest o tyle łatwy do odszukania, że znajduje się wewnątrz równoległoboku jaśniejszych odcień gwiazd 6. i 7. wielkości, zbliżając się do najbardziej na wschód wysuniętej z nich. Jasność samej planety wynosi  $+7,9^m$ . Jowisz zaczyna opuszczać okolice układu gwiazd przypominających miniaturowy Mały Wóz. Do końca miesiąca jasność planety spadnie do  $-2,4^m$ , a średnica jej tarczy zmniejszy się do  $40''$ . Jowisza i Neptuna najlepiej obserwować około godziny 18:30, gdy znajdują się niedaleko południka lokalnego, na wysokości przekraczającej  $30^\circ$ .

Przed pełnią Srebrny Glob także jest dominującym obiektem na nocnym niebie. I tak 1 grudnia przejdzie on w odległości mniej więcej  $4^\circ$  od Jowisza i Neptuna w fazie przekraczającej 60%. Cztery dni później, prezentując tarczę oświetloną w 95%, zbliży się do przebywającej na tle gwiazdozbioru Barana planety **Uran**, która jest tuż po opozycji. Ta planeta również zniknie na godzinę za księżycową tarczą, a owe zjawisko da się dostrzec z całej Europy i północno-zachodniej Azji. Polska znajdzie się tym razem po zachodniej stronie pasa

zakrycia, stąd nad naszym krajem dojdzie doń wieczorem. Księżyc zasłoni Urana około godziny 17:40. Jego bardzo duża faza nie ułatwi jednak obserwacji zjawiska. Jest to zadanie dla najwytrwalszych obserwatorów. Zachęcam jednak do podjęcia próby, gdyż następne takie widoczne z Polski zakrycie zdarzy się za miesiąc, a potem nastąpi przerwa aż do marca 2030 roku.

Po zakryciu Urana Srebrny Glob odwiedzi gwiazdozbiór Byka, 6 grudnia przechodząc  $3^\circ$  na południe od Plejad i dobę później  $8^\circ$  na północ od Aldebarana. Po zakryciu Marsa naturalny satelita Ziemi zawita do gwiazdozbioru Bliźniąt. Tam właśnie 11 grudnia rano przy fazie zmniejszonej do 92% zbliży się na  $3^\circ$  do Polluksa, najjaśniejszej gwiazdy konstelacji. Trzy dni później o tej samej porze Księżyc dotrze na odległość  $4^\circ$  do Regulusa, najjaśniejszej gwiazdy Lwa. Do tego czasu faza jego tarczy spadnie do 70%.

Ostatnia kwadra Księżyca przypada 16 grudnia przed południem naszego czasu, a potem Srebrny Glob podąży ku nowiu. W grudniu ekliptyka na porannym niebie nadal tworzy duży kąt z horyzontem, i Księżyc pozostanie widoczny bardzo długo. Rano 19 grudnia jego tarcza w fazie 23% wzejdzie w odległości  $6^\circ$  na godz. 8 względem Spiki, najjaśniejszej gwiazdy Panny. Dobę później natomiast jego sierp zwięzi się do 14% i pokaże się niewiele ponad  $1^\circ$  od Zuben Elgenubi, drugiej co do jasności gwiazdy Wagi. O świcie 21 grudnia tarcza Księżyca w fazie 7% pokaże się na wysokości  $7^\circ$ . Jakies  $4^\circ$  na lewo od niej znajdą się gwiazdy Graffias i Dschubba, czyli dwie najjaśniejsze gwiazdy charakterystycznego łuku gwiazd z północno-zachodniej części Skorpiona.

Księżyc przejdzie przez now 23 grudnia, a potem przeniesie się na niebo wieczorne, gdzie w trzeciej dekadzie miesiąca pojawią się obie planety wewnętrzne. **Merkury** osiągnie maksymalną elongację wschodnią 21 grudnia, wynoszącą  $20^\circ$ . Ekliptyka pod koniec grudnia jest do wieczornego nieba nachylona całkiem sporo, stąd planeta 45 minut po zachodzie Słońca pozostanie na wysokości około  $5^\circ$ . Maksymalną wysokość nad widnokresem planeta osiągnie 26 grudnia. Wtedy w odległości  $3^\circ$  na godzinie 5 Merkuremu towarzyszą dotrzyma powracająca na niebo wieczorne **Wenus**, która w styczniu bardzo szybko wzniesie się wysoko ponad horyzont, stając się ozdobą wieczornego nieba. Dobę wcześniej w odległości  $12^\circ$ , lecz na godz. 10 od Merkurego, pokaże się Księżyc w fazie 7%.

Jak zawsze podczas widoczności wieczornej Merkury z dnia na dzień traci na jasności i fazie, rośnie za to jego tarcza. Dwudziestego grudnia jasność planety wyniesie  $-0,5^m$ , średnica tarczy  $7''$ , faza zaś – 64%. Ostatniej doby grudnia odpowiednie wielkości zmienią się na:  $+1,1^m$ ,  $9''$  i 18%. Wenus w tym czasie pokaże tarczę o jasności  $-3,9^m$ , średnicy  $10''$  i fazie 96%. Wenus i Merkury miną się 29 grudnia w odległości  $1,5^\circ$ . Tego wieczora Merkurego należy szukać na godzinie 1:30 względem bardzo jasnej Wenus.

Do końca roku Księżyc w fazie 15% zbliży się na  $5^\circ$  do Saturna 26 grudnia, a 29 grudnia, tuż przed I kwadrą – na  $3^\circ$  do Jowisza.

*Ariel MAJCHER*