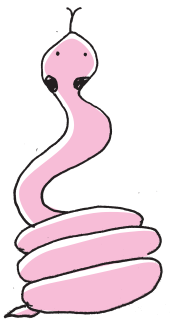
[1] Sherman K. Stein, *Mathematician as an explorer*, Scientific American, www.scientificamerican.com/article/stein-the-mathematician-as-an-explorer/
[2] Solomon Golomb, *Shift Register Sequences*, World Scientific Publishing Company, 2017.

Na przykładzie dodaliśmy bity z pierwszej i trzeciej komórki rejestru, ale tę zasadę działania możemy wybrać dowolnie, i różne wybory prowadzą do konstrukcji rejestrów o różnych własnościach. Golomb pokazał, jak wybrać komórki rejestru do sumowania tak, żeby ciąg wygenerowany przez rejestr odpowiadał kołu pamięci. W języku rejestrów mówimy o takim ciągu, że ma maksymalny okres. Ponieważ pojawiły się w nim wszystkie możliwe stany, to ten sam stan pojawił się drugi raz najpóźniej, jak to tylko możliwe – stąd cykl, który się będzie powtarzał, ma najdłuższy możliwy okres. Golomb identyfikował wybór komórek rejestru ze współczynnikami wielomianu. Na przykład rejestr z rysunku 5 przy sumowaniu wykorzystuje komórki 1 i 3, co odpowiada wielomianowi $1 + x^1 + x^3$. Można pokazać, że wygenerowany ciąg jest maksymalny wtedy i tylko wtedy, gdy wielomian odpowiadający komórkom rejestru jest *pierwotny* [2]. Oznacza to między innymi, że nie da się go rozłożyć na iloczyn wielomianów niższego stopnia. Zainteresowanego Czytelnika odsyłamy do książki Golomba zatytułowanej *Shift Register Sequences*.



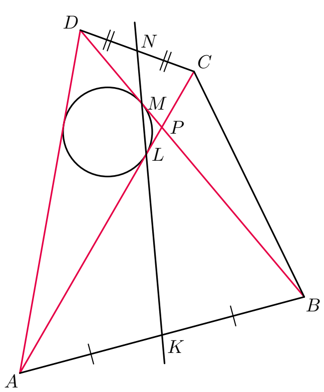
Ciągi o maksymalnym okresie generowane przez dostatecznie długie rejestry są trudne do odróżnienia od ciągów losowych (zakładając, że widzimy ich skończony fragment, niezawierający cyklu). Dzięki tej własności rejestry przesuwne ze sprzężeniem zwrotnym mają szerokie zastosowania w kryptografii, m.in. są wykorzystywane do generowania ciągów pseudolosowych i konstrukcji szyfrów strumieniowych. Na koniec zauważmy, że aby wygenerować ciąg odpowiadający zawołaniu indyjskich bębniarzy, można użyć pokazanego wcześniej rejestru. Może umiesz znaleźć rejestr, który pozwoli wygenerować koło pamięci czwórek?

Zadania

Przygotował Dominik BUREK

M 1726. Jaką najmniejszą liczbę wież szachowych można ustawić na szachownicy 8×8 tak, aby każde białe pole było zagrożone? (Wieża atakuje pole, na którym stoi, oraz każde pole w tym samym wierszu i kolumnie).
Rozwiązanie na str. 6

M 1727. W czworokącie wypukłym $ABCD$ zachodzi $AC = BD = AD$. Punkty K i N są środkami boków odpowiednio AB i CD. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie P. Okrąg wpisany w trójkąt APD jest styczny do boków PA i PD w punktach odpowiednio L i M (rys. 1). Udowodnić, że punkty K, L, M i N leżą na jednej prostej.
Rozwiązanie na str. 13



Rys. 1

M 1728. Dane są liczby rzeczywiste a, b i c takie, że
$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geqslant 2.$$
Udowodnić, że
$$|a-b| + |b-c| + |c-a| \geqslant 2.$$
Rozwiązanie na str. 14

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1059. Prędkości gwiazd układu podwójnego wynoszą v_1 i v_2, a okres, z jakim obiegają środek masy układu, wynosi T. Gwiazdy poruszają się po orbitach kołowych. Wyznacz masy gwiazd i odległość między nimi.
Rozwiązanie na str. 5

F 1060. W temperaturze T ciśnienie pary nasyconej nad płaską powierzchnią jednorodnej cieczy wynosi p_0. Ile wynosi ciśnienie pary nasyconej w temperaturze T nad powierzchnią tej samej cieczy o kształcie wycinka sfery o promieniu r (np. nad kroplą tej cieczy)? Masa molowa cieczy wynosi μ, napięcie powierzchniowe γ, stała gazowa R, przyspieszenie ziemskie g. *Wskazówka:* powierzchnia cieczy w wąskiej kapilarze o przekroju kołowym ma kształt wycinka sfery i jeśli promień tej sfery wynosi r, to dodatkowe ciśnienie pod meniskiem wypukłym wynosi $2\gamma/r$.
Rozwiązanie na str. 7