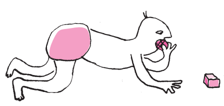
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0%	18,8%	30,7%	23,2%	13,1%	6,9%	4%	1,9%	0,9%	0,5%

W takim społeczeństwie średnia liczba rodzeństwa to

$$\sum_{i=0}^{9}(1/1{,}8\cdot p_i\cdot i)\cdot(i-1) = 18{,}8\%\cdot 0 + 30{,}7\%\cdot 1 + 23{,}2\%\cdot 2 + \\ + 13{,}1\%\cdot 3 + 6{,}9\%\cdot 4 + 4\%\cdot 5 + \\ + 1{,}9\%\cdot 6 + 0{,}9\%\cdot 7 + 0{,}5\%\cdot 8 = \\ = 1{,}86.$$

Czyli średnia liczba rodzeństwa z naiwnie spodziewanej 0,8 podniosła się do aż 1,86. To naprawdę spory efekt!



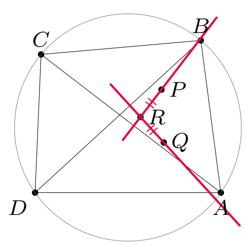
Podobny fenomen powinien zachodzić również dla ciotecznego rodzeństwa i dla dalszego kuzynostwa i wydaje się, że powinien być nawet większy niż w przypadku rodzeństwa. Gdyby każda para posiadała dokładnie dwójkę dzieci, to każdy człowiek posiadałby dokładnie czwórkę rodzeństwa ciotecznego oraz szesnaścioro kuzynostwa drugiego rzędu. Zachęcam Ambitnych Czytelników do sprawdzenia, czy w istocie przy takim założeniu średnia liczba rodzeństwa ciotecznego jest większa niż cztery. Codzienne doświadczenie podpowiada, że powinno to raczej być prawdą, zarówno dla rodzeństwa ciotecznego, jak i dla kuzynostwa dowolnie dalekiego rzędu. Kto wie, może jest to nawet temat na ciekawe badania z dziedziny nierówności bądź ze statystyki.

Zadania

Przygotował Dominik BUREK

M 1723. Niech $\psi(n)$ oznacza liczbę dzielników pierwszych liczby całkowitej dodatniej n (np. $\psi(10) = \psi(12) = 2$). Rozważmy zbiór A wszystkich par liczb całkowitych dodatnich (a, b) takich, że $a \neq b$ oraz $\psi(a+b) = \psi(a) + \psi(b)$. Rozstrzygnąć, czy zbiór A jest skończony.
Rozwiązanie na str. 10

M 1724. Prostokąt R o bokach nieparzystej długości jest podzielony na pewną liczbę prostokątów o bokach całkowitej długości i równoległych do boków R. Udowodnić, że istnieje prostokąt wewnątrz prostokąta R, dla którego odległości od boków R są albo wszystkie parzyste, albo nieparzyste.
Rozwiązanie na str. 10



M 1725. W czworokącie $ABCD$ wpisanym w okrąg punkty P i Q są środkami okręgów wpisanych w trójkąty ABC i ABD, odpowiednio. Prosta przechodząca przez P i prostopadła do prostej AC przecina prostą prostopadłą do BD przechodzącą przez Q w punkcie R. Pokazać, że trójkąt PQR jest równoramienny.
Rozwiązanie na str. 11

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1057. W stanie równowagi termodynamicznej, w temperaturze T, ciśnienie pary nad powierzchnią cieczy wynosi $p_S(T)$. Jak szybkość parowania, tj. wzrost ΔM masy pary nad elementem S powierzchni cieczy w czasie Δt, zależy od temperatury T i ciśnienia p pary znajdującej się nad powierzchnią cieczy? Dla uproszczenia modelu zakładamy, że cząsteczka pary uderzająca w powierzchnię cieczy przylega do niej (tzn. staje się cząsteczką cieczy) z prawdopodobieństwem α. Masa cząsteczki równa jest m.
Rozwiązanie na str. 5

F 1058. Ciężarek o masie m przymocowany jest do pionowej sprężyny o stałej sprężystości k. Początkowo sprężyna nie jest ani rozciągnięta ani ściśnięta, a ciężarek spoczywa na poziomej desce. W pewnej chwili deska zaczyna poruszać się w dół ze stałym przyspieszeniem a, co do wartości mniejszym od przyspieszenia ziemskiego g. Jaka będzie amplituda A drgań ciężarka po całkowitym usunięciu deski?
Rozwiązanie na str. 4