

* Instytut Matematyki Stosowanej
i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski



Edwin Abbott Abbott (1838–1926)



Flatland. A Romance of Many Dimensions, okładka szóstego wydania, 1950 r.



Flatlandia, czyli Kraina Płaszczyzaków, okładka polskiego wydania, 2008 r.

Flatlandia

Grzegorz LUKASZEWICZ*

Edwin Abbott po chwalebnym ukończeniu szkół i studiów poświęcił się nauczaniu i pedagogice, będąc wieloletnim (1865–1889) dyrektorem City of London School. Wśród ponad 50 książek: podręczników szkolnych, tekstów literackich i teologicznych, które napisał, *Flatlandia* jest rodzynkiem, fantazją matematyczną, ale nie tylko. W Anglii książka początkowo nie zyskała szerszego oddźwięku i tak naprawdę została odkryta dopiero znacznie później (pierwsze dwa wydania w 1884 r., a z nazwiskiem autora na okładce dopiero trzecie w 1926). Co do pomysłów, *Flatlandia* dużo zaczerpnęła z wydanej cztery lata wcześniej, w 1880 roku, książki Charlesa Howarda Hintona noszącej tytuł *Co to jest czwarty wymiar?*. Tematyka „czwartego wymiaru” należała nie tylko do matematyki, ale także była częścią szeroko pojętego wiktoriańskiego spirytualizmu, psychologii, religii czy duchowości. Oznaczała również rozmaite tajemnicze, niezbadane zjawiska lub też wyobrażenia o nich, jak np. telepatia i jasnowidztwo oraz zagadnienia dotyczące czasu i podróży w czasie [Wells]. Wiele z tych pomysłów postępowało za niedawnymi odkryciami matematycznymi (np. geometrie nieeuklidesowe, powierzchnie Riemanna) i przenosiło je na inne pola, ale także wyprzedzało niedalekie już fundamentalne zmiany w fizyce – w rozumieniu przestrzeni i czasu – które przyniosła teoria względności.

W największym skrócie: *Flatlandia* ma dwie części. W pierwszej opisany jest świat płaszczyzaków ograniczonych do swojej płaszczyzny, która jest dla nich całym światem. W drugiej części natomiast jeden z płaszczyzaków, Kwadrat, zostaje zabrany w przestrzeń trójwymiarową, a my śledzimy jego reakcje i refleksje wynikłe z tego nowego dlań doświadczenia.

Podtytuł *Flatlandii* „Romance in many dimensions” – co można tłumaczyć jako „przedsięwzięcie o wielu wymiarach” – jest zagadkowy, a okładka kilku pierwszych oryginalnych wydań angielskich sugeruje, że rzecz nie będzie tylko o matematyce.

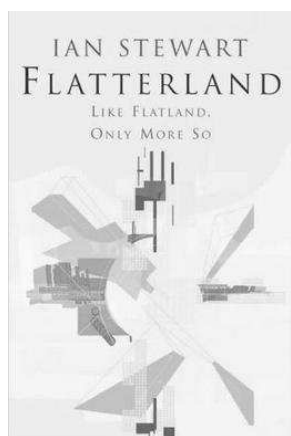
Widzimy Flatlandię wylaniającą się z chmur i dwa cytaty z Szekspira. Pierwszy („Na Boga, to są niepojęte dziwy!”) to słowa Horacja wypowiedziane w trakcie rozmowy Hamleta z duchem Ojca, drugi to odpowiedź Hamleta („Przyjmij je zatem i nie próbuj pojąć”), za którym kryje się – następane linijki w tekście *Hamleta* – słynne „There are more things, Horatio, that are dreamed of in your philosophy” („Więcej jest rzeczy w niebie i na ziemi, niż się wydaje naszym filozofom, drogi Horacjo”, akt 1, scena 5, tłumaczenie: Stanisław Barańczak).

Ponadto wydania z 1884 roku ukazały się pod pseudonimem „A Square”. Kwadrat to bohater opowieści, jednak ów pseudonim można również odczytać jako żartobliwe nawiązanie do nazwiska i (tak samo brzmiącego) drugiego imienia prawdziwego autora [Rucker].

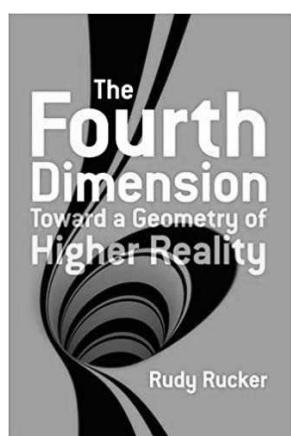
Nie sposób wymienić wszystkich odcieni interpretacyjnych i domniemyanych zamierzeń autora przypisywanych dziełku skierowanemu do czytelnika epoki wiktoriańskiej. Interpretacje z epoki mówiły o *nauczeniu młodych ludzi zasad elementarnej geometrii, o przypomnieniu istnienia nowych geometrii i prądów, znajdujących się poza ówczesnym systemem edukacji w Anglii (jak np. geometria n-wielowymiarowa z $n > 3$ czy Riemannowska), a poza matematyką – o oczywistej satyrze na ówczesne społeczeństwo i o wycieczkach metafizycznych autora pod płaszczykiem geometrii* [Bayley].

Pomysły z *Flatlandii* zawsze były też powiązane z obecnym w świadomości społecznej (wtedy i dziś) szerokim problemem „czwartego wymiaru”. Omówienie dzisiejszych interpretacji jest jedną z intencji książki Iana Stewarta *The Annotated Flatland* [Stewart], który uważa, że „znaczenie *Flatlandii* rośnie z każdym upływającym rokiem”.

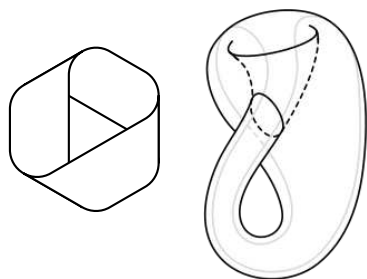
Autor niniejszego tekstu uważa podobnie, choćby dlatego, że jeden z głównych problemów *Flatlandii* dotyczy granic poznania racjonalnego wyznaczonych



Flatterland I. Stewarta, okładka pierwszego wydania z 2001 roku



The Fourth Dimension R. Ruckera, okładka wydania z 2014 roku (pierwsze wydanie 1984 r.)



Wstęga Möbiusa i butelka Kleina

Bibliografia

- Edwin A. Abbott, *Flatlandia, czyli Kraina Płaszczków*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 2008.
- M. Bayley, *Faith and Flatland*, in *Mathematicians and their Gods: Interactions between mathematics and religious beliefs*, Edited by S. Lawrence, M. McCartney, Oxford University Press, 2015.
- Ch. H. Hinton, *What is the fourth dimension?*, Dublin University Magazine, 1880.
- B. Pascal, *De l'Esprit géométrique et de l'art de persuader*, Wikisource.
- R. Rucker, *The Fourth Dimension: Toward a Geometry of Higher Reality*, Dover Books on Science, 2014.
- I. Stewart, *The Annotated Flatland: A Romance of Many Dimensions*, The Perseus Press, 2001.
- I. Stewart, *Flatterland: Like Flatland, Only More So*, Macmillan, 2001.
- H. G. Wells, *Wehikul czasu [The Time Machine, 1895. Reprinted in Selected Short Stories, H. G. Wells. Penguin, New York 1958.]*

przez nasze własne ograniczenia; nasza logika i wszelkie wyobrażenia są wszak ograniczone już choćby przez strukturę naszego mózgu, nasze doświadczenia i nasz język. Z ograniczeń własnej logiki zdał sobie sprawę Kwadrat, zabrany przez Kulę w świat trójwymiarowy. Brakowało mu pojęć i języka, aby wyrazić to, co zobaczył, jako że logika w przestrzeni trójwymiarowej była zupełnie inna niż jego logika płaszczaka.

A może my sami jesteśmy takimi płaszczakami? Zawsze dobrze mieć taką ewentualność na uwadze przy ferowaniu „racjonalnych” wyroków w różnych kwestiach.

W tym miejscu bezpieczniej będzie wrócić do matematyki, zgodnie ze wskazaniem Pascala, „car ce qui passe la géométrie nous surpasse” [Pascal] (*ponieważ to, co wykracza poza geometrię [tzn. matematykę], przerasta nas*). Przenieśmy się więc w czasie do wiktoriańskiej Anglii. Wykształceni ludzie tamtego okresu mogli mieć sporo trudności z pojęciem *wymiaru* w obrębie ówczesnej matematyki wyższej. W gruncie rzeczy, *Flatlandia* w dużej mierze dotyczy właśnie problemu wymiaru, cztero- i więcej wymiarowej geometrii euklidesowej oraz geometrii powierzchni Riemanna.

Na te dwie rzeczy autor *Flatlandii* zwracał uwagę czytelnika, posługując się historyjką o płaszczakach. Sam nie będąc matematykiem, dobrze rozumiał ważność tej tematyki.

System edukacyjny w wiktoriańskiej Anglii w zakresie matematyki był bardzo tradycyjny. Królowało liczenie i mierzenie oraz *geometria euklidesowa* w zakresie wymiarów nie przekraczających *trzy*. Specjalny status tej ostatniej wynikał z przekonania, że po pierwsze jest ona wbudowana w nasz system myślenia, po drugie można za jej pomocą opisać całą fizykę (co wykazał przecież Newton, nieprawdaż?) oraz po trzecie jest wzorem wszelkiego rozumowania, również w zakresie metafizyki. Wyobrażenia były przed wzorami. Każdy wie, co to jest okrąg o promieniu a , jego opis wzorem $x^2 + y^2 = a^2$ jest wtórny. Uogólnienie tego wzoru do czterech wymiarów mogło być co najwyżej *anomalią algebraiczną* i niczym więcej. Sam Newton takich dziwactw nie potrzebował, będąc bardzo sceptycznym wobec wartości algebry Kartezjusza, grożącej zerwaniem ze „zdrową” geometrią (które zresztą później nastąpiło).

Był już zatem najwyższy czas, aby unowocześnić edukację matematyczną w Anglii i pokazać nowe idee w zakresie geometrii. Nauczanie po staremu powodowało zapóźnienie Anglii w stosunku do Europy w nauczaniu matematyki, a także w rozwoju fizyki i zastosowań w przemyśle. Zdawali sobie z tego sprawę znakomici uczeni angielscy, wśród nich Charles Babbage, James J. Sylvester, Arthur Cayley czy William K. Clifford, próbujący uświadomić ten problem decydemtom oraz publice i wpłynąć na zmianę przestarzałego systemu edukacji. Na przykład w 1873 roku W. K. Clifford przetłumaczył na angielski tekst wykładu Riemanna *O hipotezach, które leżą u podstaw geometrii*. *Flatlandia* również służyła świetnie temu celowi.

Świat płaszczaków to także prosty przykład różnorodności dwuwymiarowej rozpatrywanej jako rzecz sama w sobie, w duchu idei Riemanna. Płaszczeni nie mają przecież pojęcia, że może istnieć inny świat poza ich własnym. Nie wiedzą, że nie trzeba nawet opuszczać dwóch wymiarów, aby eksplorować zaskakujące światy, np. „dziwolągi” w rodzaju *wstęgi Möbiusa* i *butelki Kleina* (zob. artykuł Michała Miśkiewicza w Δ_{21}^7).

„Czwarty wymiar” nie utracił do dziś w oczach szerszej publiki swojego powabu, czego jednym z wyrazów są popularnonaukowe książki inspirowane nowymi odkryciami w fizyce, które to książki można traktować jako dalsze ciągi *Flatlandii*. Na przykład *Flatterland* [Stewart, Flatterland], gdzie można się dowiedzieć, jak uciec z czarnej dziury (gdyby ktoś miał taką potrzebę).