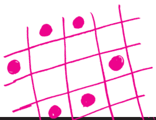
John Horton Conway (1937–2020)

Józef H. PRZYTYCKI, Witold ROSICKI***

*George Washington University i Uniwersytet Gdański

**Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki, Uniwersytet Gdański



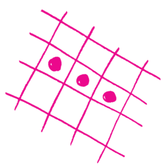
11 kwietnia 2020 roku zmarł w New Brunswick, w stanie New Jersey w USA, znakomity i wszechstronny angielski matematyk John Horton Conway.

Urodził się 26 grudnia 1937 roku w Liverpoolu. Studiował matematykę w Gonville and Caius College na Uniwersytecie Cambridge. W 1959 roku uzyskał z wyróżnieniem licencjat, w 1964 roku obronił pracę doktorską zatytułowaną *Homogeneous ordered sets*. W 1981 roku Conway został wybrany na członka The Royal Society of London, w 1983 roku otrzymał stanowisko profesora matematyki Uniwersytetu Cambridge, a od roku 1986 pracował jako profesor matematyki w Uniwersytecie Princeton, gdzie objął katedrę imienia Johna von Neumana.

John H. Conway miał bardzo rozległe zainteresowania matematyczne: uzyskał wiele wyników w teorii grup skończonych, teorii węzłów, teorii liczb, teorii gier kombinatorycznych i teorii kodowania. Wniósł także znaczący wkład do matematyki rekreacyjnej.

W roku 1970 stworzył „Grę w życie” (*Game of Life*), jeden z najbardziej znanych automatów komórkowych. W tej grze nie ma przeciwników; na nieskończonej planszy podzielonej na kwadraty jak szachownica znajdują się „żywe” i „martwe” komórki. Człowiek ustala tylko stan początkowy, a następujące reguły wyznaczają jej wygląd w przyszłości:

- Martwa komórka, która ma dokładnie trzech żywych sąsiadów, spośród ośmiu, staje się żywa w następnej jednostce czasu (rodzi się).
- Żywa komórka z dwoma albo trzema żywymi sąsiadami pozostaje nadal żywa; przy innej liczbie sąsiadów umiera (z „samotności” albo „zatłoczenia”).



Zarówno ta gra, jak i jej modyfikacje doskonale obrazują pewne procesy biologiczne i fizyczne.

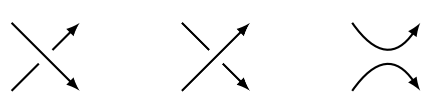
Historia powstania „Game of life” sięga początku lat 60. XX wieku; Conway zainspirowany pracami Stanisława Ulama i Roberta Schrandta eksperymentował z układami sąsiadów i regułami zmian. Zasady obowiązujące w „Grze w życie” wybrał dlatego, że pozwalały utrzymać równowagę pomiędzy rozrastaniem się struktur z jednej strony a znikaniem komórek z drugiej.

Jeszcze jako uczeń szkoły średniej Conway zafascynował się węzłami. Jego jedyna opublikowana praca na ten temat [2] ma swoje źródła już w tym okresie. W swoim artykule Conway wprowadza notację nazwaną dziś jego nazwiskiem. Zacytujmy z [2]: *Opisujemy notację, która pozwala na ręczne wyliczenie wszystkich węzłów, które mają nie więcej niż 11 skrzyżowań, i wszystkich splotów, które mają ich nie więcej niż 10. Rozważamy też pewne własności algebraicznych niezmienników węzłów, których odkrycie było konsekwencją jej wprowadzenia.*

Co istotniejsze, praca zawiera wielomianowy niezmiennik, również nazywany dziś nazwiskiem Conwaya, a także pojęcie supła (*tangle*).

Wprowadzony przez Conwaya wielomian jest niezmiennikiem węzłów i splotów, czyli położenia krzywej (rozważamy tylko krzywe gładkie lub wielościenne) zwykłej zamkniętej lub kilku takich rozłącznych krzywych w przestrzeni $\mathbb{R}^3$, a wylicza się go z diagramu. (Diagramem nazywamy tu taki rzut splotu na płaszczyznę, że wszystkie przecięcia łuków są transwersalne i nie ma punktów o większej krotności niż dwa; łuk dolny w każdym skrzyżowaniu zaznaczamy przerwą). Wielomian $\Delta_L(t)$ splotu L definiuje się mianowicie następująco:

- Jeśli L jest niezawęźloną krzywą zwykłą zamkniętą, to $\Delta_L(t) = 1$.
- Jeśli sploty L_+, L_- i L_0 różnią się tylko na jednym skrzyżowaniu, tak jak na rysunku,

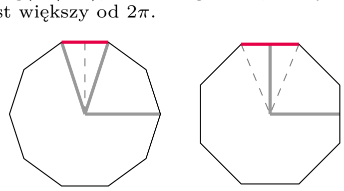


L_+ $\quad$ L_- $\quad$ L_0

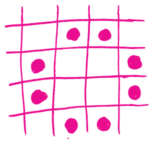
Rozwiązania zadań, a w zasadzie szkice rozwiązań z artykułu „$3 \leqslant \pi \leqslant 4$”

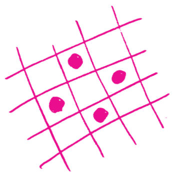
Rozwiązanie zadania 1. Dla $(x, y) \neq (0, 0)$ zachodzi nierówność $\|A\|^2 > 0$, skąd można wywnioskować $ac > b^2$. Postać kanoniczna $ax^2 + 2bxy + cy^2 = a\left(x + \frac{b}{a}y\right)^2 + \frac{ac-b^2}{a}y^2$ sugeruje postać przekształcenia liniowego $(x, y) \mapsto (z, w)$, dla którego $(x, y) \in \mathbb{S}$ jest równoważne $z^2 + w^2 = 1$. Pozostaje sprawdzić, że długość dowolnej łamanej (liczona zgodnie z normą $\|\cdot\|$) jest równa długości jej obrazu (liczonej zgodnie z twierdzeniem Pitagorasa).

Rozwiązanie zadania 2. W obu przypadkach długość okręgu jednostkowego to po prostu $2n$ razy długość boku, ale obliczona zgodnie z normą. Aby wyznaczyć długość pojedynczego boku (czerwony odcinek), porównujemy go z równoległym odcinkiem długości 1 (szary odcinek). Dla nieparzystego n ta proporcja wynosi $2\sin\frac{2\pi}{4n}$, więc jako obwód otrzymujemy $4n\sin(2\pi/4n)$. Ponieważ $\sin x < x$, jest to mniejsze od 2π. Dla parzystego n sytuacja jest jakościowo inna. Niemniej łatwo wyznaczyć obwód równy $4n\,\mathrm{tg}(2\pi/4n)$, a skoro $\mathrm{tg}\,x > x$, to wynik jest większy od 2π.



$n = 5$ $\quad$ $n = 4$





to zachodzi tak zwana relacja motkowa:

$$(*) \qquad \Delta_{L_+}(t) - \Delta_{L_-}(t) = (\sqrt{t} - 1/\sqrt{t})\Delta_{L_0}(t).$$

Warunki te jednoznacznie wyznaczają niezmiennik splotu.

Wielomian Conwaya jest wariantem wielomianu Alexandera umiejętnie znormalizowanym poprzez dobór $\Delta_{L_+}, \Delta_{L_-}$ i Δ_{L_0}, co sprawia, że można go wyliczyć bezpośrednio z diagramu; Conway podkreśla w [2], że jego metoda jest dobra do obliczeń komputerowych. Zaznaczmy, że James W. Alexander w swej pracy wzmiankuje relację motkową, która jednak z wyłuszczonych wyżej powodów zależy u niego od wyboru wielomianów $\Delta_{L_+}, \Delta_{L_-}$ i Δ_{L_0}, a to powoduje, że jej użyteczność nie jest widoczna. Dopiero Conway zauważył, że – dzięki omówionej wyżej normalizacji – rozszerzając pierścień o $\sqrt{t}$, zależność motkową można zapisać uniwersalnie, w postaci $(*)$, z warunkiem początkowym $\Delta_{L_0} = 1$.

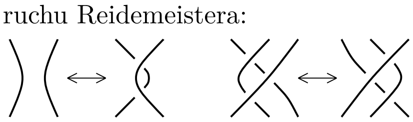
W roku 1984 Vaughan Jones skonstruował wielomianowy niezmiennik splotów, który spełnia relację motkową podobną do $(*)$, ale który nie ma widocznych związków z grupą podstawową dopełnienia splotu. Za swój wielomian i jego ramifikację otrzymał w 1990 roku medal Fieldsa. Wkrótce potem ukazało się pięć prac, których autorami byli Hoste, Ocneanu, Lickorish i Millett, Freyed i Yetter oraz Przytycki i Traczyk; wprowadzono w nich ogólniejszą relację w przestrzeni wielomianów dwóch zmiennych, z warunkiem początkowym $P_{T_1}(v, z) = 1$ dla T_1 będącego trywialnym węzłem. Otrzymano w ten sposób tak zwany wielomian HOMFLYPT (akronim stworzony z pierwszych liter ww. nazwisk) i oznaczany $P_L(v, z)$, który także jest niezmiennikiem. Zazwyczaj powiązana z nim relacja motkowa zapisywana jest jako

$$v^{-1}P_{L_+}(v, z) - vP_{L_-}(v, z) = zP_{L_0}(v, z).$$

Innym ważnym odkryciem Conwaya z zakresu teorii węzłów jest algebraiczny obiekt nazywany przez niego wrakiem; wrak to magma, to znaczy zbiór z dwuargumentową operacją $*$, która jest odwracalna i spełnia warunek prawej samorozdzielności:

$$(a * b) * c = (a * c) * (b * c).$$

Aksjomaty wraka są algebraicznym odbiciem drugiego i trzeciego ruchu Reidemeistera:



Minęło wiele lat, nim pojęcie to doczekało się rozkwitu badań mu poświęconych. W szczególności wiąże się ono ściśle z równaniem Yanga–Baxtera, znanym w mechanice statystycznej [6].

Ostatnie znane twierdzenie J. H. Conwaya to „Free Will Theorem”, wynik z pogranicza fizyki. Siobhan Roberts [9] wyjaśnia je następująco. *Twierdzenie, które Conway i Simon B. Kochen udowodnili w 2004 roku, obrazuje zasadę (tak podejrzaną dla Einsteina), że nie ma ukrytych parametrów rządzących mechaniką kwantową: jeśli eksperymentator może dowolnie decydować, które wartości mierzyć w danym eksperymencie, to cząstki elementarne mogą „wybierać” swoje spiny tak, aby pomiar był zgodny z zasadami fizyki kwantowej. W skrócie – „Jeśli eksperymentator ma wolną wolę, to mają ją także cząstki elementarne”.*

Wkrótce po publikacji tego twierdzenia J. H. Conway przeszedł udar mózgu, po którym tylko częściowo wrócił do zdrowia.

Nagrody i wyróżnienia

Dokonania Conwaya zyskały olbrzymie uznanie w świecie nauki. Był on wielokrotnie wyróżniany i nagradzany: otrzymał Berwick Prize (1971), został Fellow of the Royal Society (1981) i członkiem American Academy of Arts and Sciences (1992), otrzymał Pólya Prize (LMS) (1987), Nemmers Prize in Mathematics (1998) i przyznawaną przez American Mathematical Society nagrodę Leroy P. Steele Prize for Mathematical Exposition (2000). W 2001 przyznano mu doktorat honorowy University of Liverpool, a w roku 2014 doktorat honorowy Alexandru Ioan Cuza University. W 2017 otrzymał też honorowe członkostwo British Mathematical Association.

Literatura

[1] J. W. Alexander, *Topological invariants of knots and links*, Trans. Amer. Math. Soc. 30 (1928), 275–306.

[2] J. H. Conway, *An enumeration of knots and links*, Computational Problems in Abstract Algebra (ed. J. Leech), Pergamon Press, 1969, 329–358.

[3] J. H. Conway, G. Wraith, Korespondencja między Conwayem i Wraithem, 1959, *Wrak spełnia dwa aksjomaty: odwracalność i prawą samo-rozdzielność.*

[4] L. H. Kauffman, *Recalling John Conway*, ukaże się w Notices of the American Mathematical Society.

[5] H. R. Morton, *Mutant knots,* In: New ideas in low dimensional topology, 379412, Ser. Knots Everything 56, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2015.

[6] J. H. Przytycki, *Knots and distributive homology: from arc colorings to Yang–Baxter homology*, Chapter in: New Ideas in Low Dimensional Topology, World Scientific 56 (2015), 413–488, e-print: arXiv:1409.7044 [math.GT].

[7] J. H. Przytycki, P. Traczyk, *Invariants of links of Conway type*, Kobe J. Math. 4 (1987), 115–139.

[8] J. H. Przytycki, P. Traczyk, *Conway algebras and skein equivalence of links*, Proc. Amer. Math. Soc. 100 (1987), no. 4, 744–748.

[9] S. Roberts, *Genius at Play, The Curious Mind of John Horton Conway,* Bloomsbury, 2015.

[10] A. S. Sikora, *On Conway algebras and the Homflypt polynomial*, J. Knot Theory Ramifications 6 (1997), no. 6, 879–893.

[11] P. Traczyk, *Conway polynomial and oriented rotant links*, Geom. Dedicata 110 (2005), 49–61.

[12] Autorzy wykorzystali także materiały z Wikipedii.