



*Pierwszym jest, aby nie przyjmować nigdy żadnej rzeczy za prawdziwą, dopóki nie poznam jej oczywiście jako takiej: to znaczy, aby unikać starannie pośpiechu i uprzedzenia i nie zawierać w swoim sądzie nic, jak tylko to, co się przedstawi temu umysłowi tak jasno i wyraźnie, iż nie będę miał żadnej możliwości podania tego w wątpliwość.*

*Drugim, aby każdą z rozpatrywanych trudności podzielić na tyle części, na ile się da, i ile będzie potrzeba dla lepszego jej rozwiązania.*

*Trzecim, aby prowadzić myśli po porządku, zaczynając od przedmiotów najprostszych i najłatwiejszych do poznania, i pomału, jak gdyby po stopniach, wstępować aż do poznania bardziej złożonych; przy czym należy przypuszczać porządek nawet między tymi, które nie tworzą naturalnego szeregu.*

*Ostatnie, aby wszędzie czynić wyszczególnienia tak dokładne i przeglądy tak powszechne, abym był pewny, iż nic nie opuściłem.*

Kartezjusz, *Rozprawa o metodzie* (przeł. T. Boy-Żeleński)

Powyższe cztery prawa są podstawą współczesnej logiki i wyznacznikiem tego, jaki powinien być dowód. W tym – jubileuszowym – odcinku kacika zamieszczamy kilka cennych porad na temat tego, jak redagować rozwiązania zadań olimpijskich, które w większości polegają właśnie na dowodzeniu. Czytelną i przejrzystą redakcją rozwiązań z pewnością ułatwimy pracę i zyskamy sympatię osoby, która je potem sprawdza.

Dowodzenie twierdzeń to trudna sztuka. Niełatwo również zapisać swój tok rozumowania w taki sposób, by ktoś inny mógł go bezboleśnie przeczytać i zrozumieć. Złotą, choć banalnie brzmiącą zasadą jest pisanie komentarzy, czyli informowanie czytelnika o tym, co się w rozumowaniu dzieje: jaką stosujemy metodę, jakie rozważamy przypadki, z jakich korzystamy twierdzeń...

Z formalnego punktu widzenia dowód to ciąg stwierdzeń, w którym każde kolejne wynika ze stwierdzeń poprzednich lub przyjętych założeń i aksjomatów, a dowiedziona teza jest w nim ostatnim stwierdzeniem. Przyjęto więc redagowanie tekstu matematycznego rozumowania w taki sposób, że to, co jest napisane niżej, wynika z tego, co napisano wyżej. Każde odstępstwo od tej reguły powinno być opatrzone odpowiednim komentarzem. Najczęstsze z nich to rozumowanie redukcyjne, w którym zastępujemy tezę innym stwierdzeniem – takim, z którego ona wynika. Tu niezbędny jest komentarz *wystarczy udowodnić, że...* Podobnie jest, gdy przekształcamy tezę równoważnościowo; dowód ma być zakończony otrzymaniem tezy, więc rozpoczynanie od niej wymaga usprawiedliwienia.

Bardzo istotna jest jednoznaczność logiczna tekstu. W dowodach używamy najczęściej sformułowań typu *z warunków A i B wynika C*. Można zapisać je na wiele sposobów, ale niektóre, niestety powszechnie stosowane, nie są dobre. Na przykład w stwierdzeniu *ponieważ A, B, C nie jest jasne, czy warunek C wynika z A i B, czy może to B i C wynikać z A*.

W wielu rozwiązaniach konieczne jest korzystanie z różnych twierdzeń. Jeżeli to robimy, zawsze piszemy nie tylko o tym, jakie twierdzenie stosujemy, ale też w jakiej sytuacji. Dla przykładu, używając twierdzenia Pitagorasa, należy napisać, dla którego trójkąta się je stosuje. Problemem są egzotyczne twierdzenia, których czytelnik naszej pracy wcale nie musi znać. W takim przypadku należy twierdzenie zacytować oraz podać źródło, w którym się ono znajduje. Najbezpieczniej postępować tak ze wszystkimi twierdzeniami spoza szkolnego programu nauczania, choć istnieje niepisany kanon olimpijski – nikt nie odważył się w sposób ścisły takowego zdefiniować – i raczej nikt nie będzie miał zastrzeżeń, gdy nie zacytujemy, na przykład, małego twierdzenia Fermata. Odnośnie źródeł – podręczniki i czasopisma naukowe przechodzą rygorystyczny proces recenzji, dlatego bez żadnych wątpliwości można się na nie powołać. Jeśli chcemy skorzystać w rozwiązaniu

z twierdzenia znalezionego, powiedzmy, gdzieś w Internecie, to lepiej zamieścić je w pracy wraz z dowodem.

Każdy olimpijczyk bez przerwy staje przed dylematem – czego dowodzić, a czego nie dowodzić? Tu nie ma jednoznacznej odpowiedzi i trzeba w dużej mierze kierować się intuicją. Najlepsza jest tu zasada, by nie dowodzić rzeczy oczywistych dla każdego matematyka, choć niestety nie jest ona precyzyjna. Na pewno nie należy dowodzić podręcznikowych wzorów i twierdzeń. W drugą stronę również nie można przesadzać. Nie wolno zostawiać ćwiczeń dla czytelnika – czyli zamiast pisać *z równości A po kilku przekształceniach otrzymamy równość B*, należy pokazać te przekształcenia. Zanim powołamy się na tak zwany dobrze znany fakt, upewnijmy się, że on rzeczywiście jest dobrze znany, czy można go znaleźć w książkach poświęconych matematyce.

Rysunek to istotny element rozwiązania zadania z geometrii, chyba że dana konfiguracja geometryczna jest naprawdę bardzo prosta, a rozwiązanie praktycznie czysto algebraiczne. Niektórzy sądzą, że nie trzeba robić rysunku, jeśli położenie wszystkich obiektów geometrycznych w rozwiązaniu zadania jednoznacznie wynika z tekstu. Brak rysunku jest jednak dość uciążliwy dla czytelnika – musi sam go zrobić, by prześledzić rozumowanie. Tu można stosować zasadę: jeśli był mi potrzebny rysunek, by rozwiązać zadanie, to umieszczę go w pracy. Pamiętajmy, że nie tylko zadania geometryczne wymagają rysunków; rozwiązania niektórych zadań z kombinatoryki również warto zilustrować.

Aby rozwiązać zadanie, zazwyczaj musimy wprowadzić jakieś oznaczenia – zmienne algebraiczne lub geometryczne, które nie pojawiły się w treści zadania. Każde nowe oznaczenie należy opisać; w przypadku obiektów geometrycznych można się odnieść do rysunku. Należy unikać dziwnych, ekscentrycznych oznaczeń. Jeśli istnieją powszechnie przyjęte oznaczenia jakiegoś obiektu lub relacji, stosujemy je.

Naszą pracę z pewnością przeczyta jakiś matematyk; pamiętajmy, że jest to człowiek, a nie maszyna dekodująca. Dlatego bardzo ważna jest czytelność i przejrzystość tekstu. Wpuśćmy trochę światła – każdą nową myśl warto rozpocząć od nowego akapitu. Niektóre formuły matematyczne zaleca się umieszczać w oddzielnej linijce – szczególnie te bardzo długie i te, do których będziemy się często odnosić. Te ostatnie dobrze jest ponumerować.

Ostatnim, lecz również ważnym aspektem pracy jest jej język. Należy posługiwać się poprawną, ale niezbyt kwiecistą polszczyzną. W razie wątpliwości, czy konstrukcja danego zdania jest poprawna, można zastosować patent Krzysztofa Ciesielskiego – sprawdzić, czy ta konstrukcja dobrze funkcjonuje w mowie potocznej.

O błędach ortograficznych pewnie nie warto wspominać; każdy przecież wie, jak pisać *nie wprost*.