Przypomnijmy teraz wzory Viète'a: jeśli $-x_1, \ldots, -x_n$ są pierwiastkami wielomianu $P(x)$ i $a_n = 1$, to

$$a_{n-1} = \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad a_{n-2} = \sum_{i<j}^{n} x_i x_j, \quad \ldots, \quad a_0 = x_1 x_2 \ldots x_n.$$

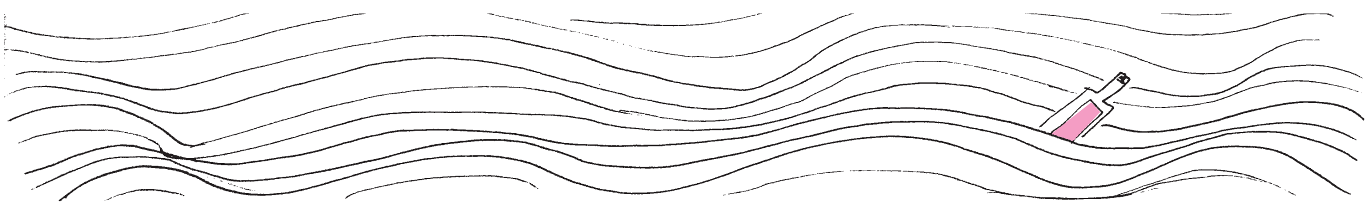
Jeśli wszystkie liczby x_i są dodatnie, to spełnione są założenia dla nierówności Maclaurina. Zwróćmy uwagę, że wówczas

$$A_0 = x_1 x_2 \ldots x_n \text{ oraz } A_{n-1} = \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n}.$$

W tej sytuacji nierówność Maclaurina stanowi uogólnienie dobrze znanej nierówności między średnią geometryczną a arytmetyczną. Warto zwrócić uwagę, że popularny dowód tej nierówności poprzez zastosowanie indukcji wstecznej pochodzi od matematyka Augustina Cauchy'ego i został opublikowany dopiero w 1827 roku. Czytelnikom, którzy nie są zaznajomieni z tym pięknym rozumowaniem, polecamy artykuł *Indukcja wsteczna* z Δ^2_{11}.

O *innej, dłuższej historii* Zainteresowany Czytelnik może poczytać w artykule *A new look at Newton's inequalities* autorstwa Constantina Niculescu, z którego korzystałem, pisząc niniejszy tekst. Inspirację zaczerpnąłem z cyklu wykładów Nikhila Srivastavy wygłoszonych na Uniwersytecie Warszawskim pod tytułem *Geometry of Polynomials*. Nagrania z tych wykładów są udostępnione w serwisie YouTube – gorąco polecam skorzystać.

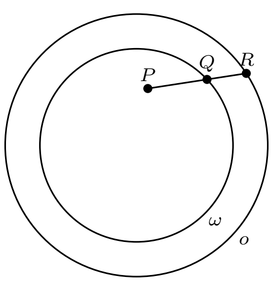
Na zakończenie warto zaznaczyć, że przedstawione twierdzenie *nie charakteryzuje* najedzonych wielomianów. Dla przykładu, wielomian $4x^3 + 4x^2 - 3x - 5 = (x-1)\big(4(x+1)^2 + 1\big)$ nie jest najedzony, ale spełnia opisane przez $(*)$ nierówności. Czy w ogóle istnieją takie charakteryzacje? I tak i nie, ale to już inna, dłuższa historia.



Zadania

Przygotował Łukasz RAJKOWSKI

M 1651. Zaprojektować dwie różne sześcienne kości do gry, dające te same prawdopodobieństwa wyrzucenia poszczególnych sum oczek co dwie kości standardowe. Na każdej ścianie nowej pary kości ma znaleźć się dodatnia liczba oczek.
Rozwiązanie na str. 11



M 1652. Okrąg ω leży wewnątrz okręgu o i współdzieli z nim środek. W kole ograniczonym przez ω znajduje się punkt P. Znaleźć taki punkt R na okręgu o, by długość odcinka QR, gdzie Q jest punktem przecięcia okręgu ω z odcinkiem PR, była jak największa.
Rozwiązanie na str. 15

M 1653. Jaś wymyślił pewien wielomian P o nieujemnych współczynnikach całkowitych. Małgosia może pytać Jasia o wartość $P(a)$ dla wybranego przez nią całkowitego argumentu a. Ile pytań potrzebuje Małgosia, aby wyznaczyć wielomian P?
Rozwiązanie na str. 12

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1009. Jak wykazują badania, czas τ skutecznej reakcji kierowcy na nagłe zdarzenie to około 2 s. (a) Jaką bezpieczną odległość s_0 od jadącego przed nim pojazdu powinien zachować kierowca, jeśli oba pojazdy jadą z tą samą prędkością v? (b) Jaki odcinek drogi powinien widzieć kierowca jadący z prędkością v, żeby uniknąć zderzenia z nieruchomą przeszkodą? Przyspieszenie ziemskie wynosi g, współczynnik tarcia opon o asfalt wynosi f.
Rozwiązanie na str. 14

F 1010. Bardzo daleko od Ziemi meteoroid porusza się z prędkością v_0 wzdłuż prostej mijającej Ziemię w odległości d od jej środka. Jaka będzie najmniejsza odległość D, na jaką meteoroid zbliży się do środka Ziemi? Przyspieszenie ziemskie wynosi g, promień Ziemi R.
Rozwiązanie na str. 13