psując urodziny. Tych pojedynczych osób jest nie więcej niż krajów, więc czułość nie przekracza m.

- „Prawie udana” nieudana impreza jest zaś wtedy, gdy z jakiegoś (ale tylko jednego) kraju nikt nie przyszedł. Wtedy czekamy, aż ktoś z m zaproszonych z tego kraju gości jednak się pojawi – tu czułość wynosi m.

Ostatecznie czułość całej funkcji to $s(f) = m = \sqrt{n} = \sqrt{\deg f}$.

Po wprowadzeniu powyższych pojęć możemy już powiedzieć, że problem rozstrzygnięty przez Huanga pierwotnie wcale nie dotyczył mrówek na kostce:

Hipoteza o czułości (obecnie **twierdzenie Huanga**):
Dla każdej funkcji boolowskiej f zachodzi nierówność $s(f) \geqslant \sqrt{\deg(f)}$.

Związek funkcji boolowskich z kostkami jest dość prosty: podobnie jak zwykły sześcian możemy umieścić tak, by jego wierzchołkami były punkty $(0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (0,1,1), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0)$ i $(1,1,1)$, i powiedzieć, że jest to dziedzina trójargumentowej funkcji boolowskiej, tak możemy uważać złożone z zer i jedynek ciągi długości n za współrzędne wierzchołków n-wymiarowej kostki.

Wracając na razie do geometrii, możemy sformułować następujące twierdzenie:

Twierdzenie (Huang): Jeśli ponad połowę z 2^n wierzchołków n-wymiarowej kostki (czyli co najmniej $2^{n-1}+1$ wierzchołków) zajmują mrówki, to co najmniej jedna z nich ma co najmniej $\sqrt{n}$ sąsiadek.

Hao Huang, *Induced subgraphs of hypercubes and a proof of the Sensitivity Conjecture*, arxiv.org/abs/1907.00847.

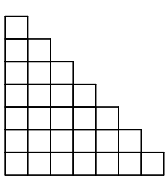
Dowód tego twierdzenia, wymagający jedynie znajomości podstaw algebry liniowej, w tym mnożenia macierzy, omówimy w kolejnej części artykułu, w następnym numerze. Powiemy wówczas również, jak z powyższego faktu wydedukować twierdzenie Huanga o czułości.

Zadania

Przygotował Łukasz BOŻYK

M 1642. Chcemy zaplanować turniej badmintona dla czterech osób, w którym każde dwie rozegrają dokładnie jeden mecz. Mamy do dyspozycji dwa korty i trzy rundy (w każdej rundzie odbywają się dwa mecze). Czy można zaplanować rozgrywki w taki sposób, aby nikt nie grał dwa razy na tej samej połówce?
Rozwiązanie na str. 8

M 1643. Chcemy zaplanować turniej badmintona dla sześciu osób, w którym każde dwie rozegrają dokładnie jeden mecz. Mamy do dyspozycji trzy korty i pięć rund (w każdej rundzie odbywają się trzy mecze). Czy można zaplanować rozgrywki w taki sposób, aby nikt nie grał dwa razy na tej samej połówce?
Rozwiązanie na str. 8



M 1644. *Schodkowy trójkąt* o wysokości n to figura złożona z $1+2+\ldots+n$ pól jednostkowych (patrz rysunek). Ile jest prostokątów złożonych z całych pól takiego trójkąta?
Rozwiązanie na str. 9

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1003. Podczas rzeczywistych zderzeń ciał sprężystych część energii kinetycznej jest tracona na ciepło i trwałe odkształcenia zderzających się ciał. W badaniach zderzeń Newton uwzględniał ten efekt poprzez wprowadzenie współczynnika restytucji $k = v/u$, gdzie u oznacza prędkość względną ciał przed zderzeniem, a v – prędkość po zderzeniu. Ile, według takiego modelu, trwa ruch stalowej kulki upuszczonej na poziomą, żelazną płytę z wysokości $h_0 = 1$ m od chwili jej upuszczenia do ustania „podskoków”? Współczynnik restytucji $k = 0{,}7$, przyspieszenie ziemskie $g = 9{,}81$ m/s^2.
Rozwiązanie na str. 4

F 1004. Po jakim czasie grubość lodu na powierzchni stawu wzrośnie od 5 cm do 10 cm, jeżeli temperatura powietrza pozostaje stała i wynosi $-10°$C? Gęstość lodu wynosi $\rho = 917$ kg/m^3, ciepło topnienia $L = 334$ kJ/kg, współczynnik przewodnictwa cieplnego lodu wynosi $k = 2{,}2$ W/(K $\cdot$ m).
Rozwiązanie na str. 10