Mały Gauss

*Mariusz SKAŁBA**

* Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski

Już rok po śmierci Gaussa (w 1856 r.) ukazała się książka wspomnieniowa jego wieloletniego przyjaciela Wolfganga Sartoriusa von Waltershausena *Zum Gauss Gedächtniss*. Trzeba o niej wiedzieć co najmniej z dwóch powodów. Stąd pochodzi najsłynniejszy aforyzm z matematyką w roli głównej. Jako teoretyk liczb przytoczę go z przyjemnością w pełnej postaci:

Matematyka jest królową nauk, a arytmetyka królową matematyki.

Drugi powód to tytułowy *kleiner Gauss* – tak w obszarze niemieckojęzycznym nazywa się czasem pochodzący z głębokiej starożytności wzór na sumę pierwszych n liczb naturalnych. Nazwa nawiązuje bezpośrednio do najpopularniejszej anegdoty, w której występuje matematyk, podanej właśnie w tej książce. Nie wypada tej anegdoty tu przypominać, gdyż każdy Czytelnik *Delty* na pewno ją zna. Zastanówmy się tylko, co bardziej kierowało Büttnerem, nauczycielem młodziutkiego Gaussa[1] – chęć poskromienia urwisów, czy też nadzieja wyłowienia perły?

[1]Co prawda Mozart, przez wielu uważany za większego geniusza niż Gauss, miał jeszcze trudniejsze zadanie: pamiętacie zapewne, co wyprawiał w Sykstynie jako 14-latek!

To, że ten dylemat każdego ambitnego nauczyciela jest ponadczasowy, ilustruje poniższa współczesna historia.

Matematyczka, przezywana przez uczniów Fibonaccią (czytaj: Fibonacią) z częstotliwością demaskującą jej wredny charakter[2] zadaje swoim uczniom w klasie następujące zadanie rachunkowe:

[2]Chociaż trzeba oddać jej sprawiedliwość, że nie opowiada historyjek o królikach.

Wybierz według uznania dwie liczby naturalne a oraz b, przy czym niech $a \in \{25, \ldots, 99\}$, $b \in \{101, \ldots, 199\}$. Następnie oblicz i starannie zapisz w zeszycie pierwsze 20 wyrazów ciągu danego rekurencyjnie

$$x_1 = a,\ x_2 = b,\ x_{n+2} = x_n + x_{n+1} \text{ dla } n \geqslant 1.$$

Po zebraniu zeszytów ocenia rozwiązania według schematu: odczytuje x_{11}, x_{15}, x_{17} i sprawdza, czy

$$x_{11} - 8x_{15} + 3x_{17} = 0.$$

Jeśli tak, to zalicza rozwiązanie, a jeśli nie, to nie zalicza. Tak sobie życie upraszcza, że nie sprawdza w ogóle innych wyrazów ciągu $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$. Czy godzi się tak postępować? Z tym pytaniem zwracam się do tych wszystkich, którzy nie mieli przyjemności być uczniami Fibonacci:)[3]

[3]Odpowiedź na str. 16.

Jest też Fibonaccia II, bardziej znana jako czołowa aktywistka ruchu FPNW[4], która daje zniewalanym przez siebie uczniom jeszcze większą swobodę wyboru parametrów ciągu x_n. Prawi im tak:

[4]Fibonaccia Pozwala Na Wszystko.

Wybierz dowolne liczby naturalne a, b, c, d i wypisz wyrazy x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ciągu określonego rekurencyjnie:

$$x_1 = a,\ x_2 = b,\ x_{n+2} = dx_n + cx_{n+1} \textit{ dla } n \geqslant 1.$$

Czytelniku, jeżeli uważasz, że znasz się na ciągach, to jesteś wystarczająco postępowy, aby pomóc F II: podsuń jej wielomian $F_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ weryfikujący poprawność rachunku w tym sensie, że jeśli $F_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \neq 0$, to na pewno uczeń coś pomylił![5]

[5]Odpowiedź na str. 16.