

wprowadza się niezerowe prawdopodobieństwo „teleportacji” – przed kliknięciem w dowolny odnośnik mamy szansę  $(1 - \alpha)$  (lub 1, jeśli na danej stronie nie ma odnośników) na przeskoczenie do losowo wybranej strony, każdej z jednakowym prawdopodobieństwem. W odróżnieniu od wcześniejszego przykładu, nie możemy jednak w prosty sposób wskazać rozkładu stacjonarnego, a dokładne rozwiązanie odpowiedniego układu równań nie wchodzi w grę ze względu na ogromną liczbę stron internetowych. Wiemy jednak, że zgodnie z twierdzeniem Banacha o punkcie stałym możemy przybliżyć rozkład stacjonarny poprzez rozpoczęcie od dowolnego rozkładu (np.  $\pi_i^{(0)} = 1/N$ ) i powtarzanie

$$(4) \quad \pi_i^{(n+1)} = \sum_{j \rightarrow i} \frac{\alpha \cdot \pi_j^{(n)}}{\deg(j)} + \sum_{\deg(j)=0} \frac{\alpha \cdot \pi_j^{(n)}}{N} + \sum_{j=1}^N \frac{(1 - \alpha) \cdot \pi_j^{(n)}}{N},$$

gdzie pierwsza suma obejmuje wszystkie strony wskazujące na  $i$ , a druga wszystkie „strony puste”. Ten sposób mierzenia i obliczania ważności strony został zaproponowany przez Larry’ego Page’a i Sergeya Brina w 1997 roku, ochrzczoney *PageRank* i wykorzystany w stworzonej przez nich wyszukiwarce Google jako istotny czynnik przy decydowaniu o kolejności wyświetlanych stron internetowych. I chociaż informacja o wartościach PageRanku nie jest już dostępna publicznie, wiele wskazuje na to, że ciągle odgrywa on niemałą rolę w sposobie, w jaki Google sortuje wyniki. Czytelnikom Zainteresowanym polecam samodzielne wygugłanie szczegółów.

O algorytmie PageRank z odrobinę innej perspektywy można przeczytać w artykule Krzysztofa Diksa w  $\Delta_{08}^s$ . Zachęcamy do lektury!



## Zadania

Przygotował Łukasz BOŻYK

**M 1618.** Do dyspozycji mamy  $n$  jednakowych świeczek. Pierwszego dnia zapalamy jedną świeczkę na dokładnie godzinę. Drugiego dnia wybieramy dwie świeczki i zapalamy je również na godzinę. Ogólnie  $k$ -tego dnia pewnych  $k$  świeczek pali się przez godzinę. Przypuśćmy, że  $n$ -tego dnia po upływie godziny wszystkie świeczki wypaliły się równocześnie. Wyznaczyć wszystkie wartości  $n$ , dla których taka sytuacja jest możliwa.

Rozwiązanie na str. 4

**M 1619.** Dwa rozłączne podzbiory zbioru  $\{1, 2, \dots, n\}$  mają tę samą sumę elementów. Wykazać, że każdy z tych podzbiorów ma mniej niż  $n/\sqrt{2}$  elementów.

Rozwiązanie na str. 7

**M 1620.** Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite  $n \geq 2$  o następującej własności: Liczby całkowite od 1 do 16 można tak wpisać w pola tablicy  $4 \times 4$ , aby sumy liczb w wierszach i kolumnach były ośmioma parami różnymi liczbami całkowitymi, z których każda jest podzielna przez  $n$ .

Rozwiązanie na str. 15

Przygotował Andrzej MAJHOFER

**F 987.** Podczas rozładunku wagonów dębowe belki staczane są z pochylni wykonanej z dębowych desek. Jaka jest największa wartość kąta  $\alpha$  między pochylnią i poziomem, dla której belki staczają się bez poślizgu? Należy przyjąć, że belki mają kształt walców, a współczynnik tarcia statycznego drzewa między powierzchniami z drzewa dębowego wynosi  $f = 0,58$ .

Rozwiązanie na str. 5

**F 988.** Dwa kółka (walce) o promieniach  $R$  i  $r$  ( $R > r$ ) wycięte z tego samego arkusza blachy osadzone są na dwóch równoległych osiach, wokół których mogą się swobodnie obracać. Większe z kółek wprawiono w ruch obrotowy, nadając mu prędkość kątową  $\Omega_0$ , a następnie osie zsunięto tak, że kółka stykały się. Jaka ustaliła się końcowa prędkość kątowa większego z kółek? Przyjmij, że współczynnik tarcia kinetycznego między powierzchniami bocznymi kółek wynosi  $f$  i pominiń pozostałe opory ruchu (tarcie w zamocowaniu osi, opór powietrza itp.).

Rozwiązanie na str. 14

