W jaki sposób iluzjonista wykorzystuje taką technikę? Podobnie jak w poprzednim triku od wybranej liczby odejmuje 1, tym razem jednak przedstawia tak otrzymaną liczbę w systemie dwójkowym: $44_{(10)} = 101100_{(2)}$. Następnie wykonuje serię tak zwanych **0**-tasowań lub **1**-tasowań (patrz rysunek na dole poprzedniej strony). W **0**-tasowaniu karty z górnej połowy stosu umieszczane są na miejscach nieparzystych z zachowaniem ich kolejności w potasowanym pliku; w **1**-tasowaniu górna połowa zajmuje odpowiednio pozycje parzyste. Iluzjonista wykonuje serię **0**-tasowań i **1**-tasowań zgodnie z kolejnymi cyframi rozwinięcia dwójkowego, od lewej do prawej. Przy wyborze Alfreda wykona zatem kolejno **1**-tasowanie, **0**-tasowanie, **1**-tasowanie, **1**-tasowanie, **0**-tasowanie i **0**-tasowanie.

Sekret działania triku ukryty jest w zapisie liczby w systemie dwójkowym i właściwej obserwacji tego, co dokładnie robią tasowania z kartami. Zauważmy, że **0**-tasowanie podwaja liczbę kart **nad** każdą z kart górnej części stosu, zaś **1**-tasowanie podwaja i dodaje jeszcze jedną nad. Dokładnie to samo dzieje się, gdy „tłumaczymy” zapis binarny na dziesiętny, czytając cyfry od lewej do prawej: czytając 0 podwajamy liczbę; czytając 1 podwajamy i dodajemy 1. W opisanym przykładzie karta na wierzchu ma 0 kart nad sobą. Po pierwszym tasowaniu będzie miała 1 kartę, po drugim 2, po trzecim 5 i tak dalej, zgodnie z poniższym schematem:

$$0 \xrightarrow{\mathbf{1}} 1 \xrightarrow{\mathbf{0}} 2 \xrightarrow{\mathbf{1}} 5 \xrightarrow{\mathbf{1}} 11 \xrightarrow{\mathbf{0}} 22 \xrightarrow{\mathbf{0}} 44.$$

Liczbę $101100_{(2)}$ można przekształcić do zapisu w systemie dziesiętnym standardowo, to jest

$$\begin{aligned} 101100_{(2)} &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 \\ &= 32 + 8 + 4 = 44, \end{aligned}$$

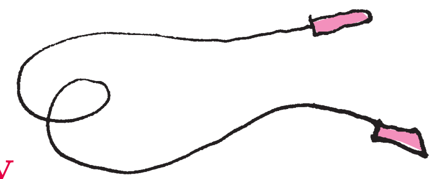
ale można również czytać liczby od lewej do prawej i, zaczynając od zera, za każdym razem podwajać liczbę (wcześniejszy wynik) i dodać przeczytaną właśnie liczbę. Mamy kolejno: 0; $2 \cdot 0 + \mathbf{1} = 1$; $2 \cdot 1 + \mathbf{0} = 2$, $2 \cdot 2 + \mathbf{1} = 5$; $5 \cdot 2 + \mathbf{1} = 11$; $11 \cdot 2 + \mathbf{0} = 22$; $22 \cdot 2 + \mathbf{0} = 44$.

Ostatecznie nad kartą będą 44 inne i iluzjonista może spokojnie rozpocząć odliczanie.

W tym triku, w odróżnieniu od poprzedniego, liczba tasowań jest zmienna i zależy od tego, ile cyfr ma reprezentacja binarna liczby.

Ilość tasowań dla dowolnej talii N kart nie przekroczy liczby $\lceil \log_2 N \rceil$.

Na zakończenie Czytelnik zapoznany z powyższymi sztuczkami pewnie nie będzie zaskoczony tym, że Trik 1. można uogólnić na więcej kart i szerszy zakres liczb, Trik 2. na liczbę kart postaci n^k, gdzie $n, k \geqslant 2$ (ile wtedy będzie rozdań i na ile stosów?) oraz Trik 3. na dowolną (!) liczbę kart. Szczegóły pozostawiamy do samodzielnego opracowania i życzymy miłego zaskakiwania kolegów, koleżanek czy rodziców w różnych okolicznościach.



Dryfujące kontynenty

*Marek GRAD**

*Instytut Geofizyki, Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

Kontynenty sprawiają wrażenie czegoś bardzo stabilnego, stałego, niezmiennego. Szczególnie w skali długości życia człowieka. W języku potocznym mówi się nawet „stały ląd”. Tymczasem przemieszczenia wzdłuż uskoków podczas silnych trzęsień ziemi wskazują na istnienie ruchów poziomych i pionowych, potwierdzonych między innymi dokładnymi pomiarami techniką GPS. Kontynenty poruszały się w przeszłości i poruszają się współcześnie.

Litosfera Ziemi dzieli się na kilka wielkich płyt (np. płyta pacyficzna, płyta euroazjatycka) uzupełnionych mozaiką mniejszych płyt i mikropłyt (np. płyta arabska, płyta karaibska, płyta Scotia). Ich granice pokrywają się ze strefami o dużej aktywności sejsmicznej. Badania wnętrza Ziemi za pomocą fal powierzchniowych pokazują, że struktura do głębokości 300 km jest bardzo zróżnicowana. Na rysunku 1 (okładka) przedstawione zostały rozkłady prędkości sejsmicznych fal S w stosunku do referencyjnego modelu ak135 dla dwóch profili: równoleżnikowego i południkowego. Dodatnie anomalie prędkości $\Delta V_S/V_S$ oznaczają większe prędkości fal w ośrodku chłodniejszym (litosfera), podczas

Więcej o modelu ak135 w Δ^{9}_{19}.

gdy anomalie ujemne oznaczają mniejsze prędkości fal w ośrodku cieplejszym (astenosfera). Głębokość granicy litosfera-astenosfera zmienia się od 10–30 km w strefach ryftowych, 50–70 km pod oceanami do około 220 km pod starymi kontynentami.

Przemieszczenia kontynentów w przeszłości możemy stwierdzić na podstawie obserwacji geologicznych (np. porównanie budowy geologicznej kontynentów, skamieniałości) czy geofizycznych (np. liniowe anomalie magnetyczne skorupy oceanicznej, badania paleomagnetyczne). Są one udokumentowane dla ostatnich setek milionów lat historii Ziemi.

Kalifornijski rozłam San Andreas jest powszechnie znany, jako że związane z nim trzęsienia ziemi zagrażają wielkim metropoliom: Los Angeles i San Francisco. Jest to miejsce „ścierania się” dwóch płyt litosferycznych: płyty pacyficznej i płyty północnoamerykańskiej. Prędkość poziomego przemieszczenia wzdłuż tego rozłamu wynosi 20–34 mm/rok. Dwa inne możliwe typy przemieszczeń to odsuwanie się płyt od siebie, jak to ma miejsce w grzbietach oceanicznych (strefy ryftowe), oraz kolizja płyt, w wyniku której jedna z płyt jest wciskana (subdukowana) pod drugą. Zimne, sztywne płyty litosferyczne przemieszczają się, „pływając” w gorącej, mniej lepkiej materii płaszcza (astenosfera). Prędkość tego przemieszczania wydaje się niewielka – wynosi ona zaledwie około 1 do 9 cm/rok, ale w czasie geologicznym prowadzi do przemieszczeń na odległość setek czy nawet tysięcy kilometrów.

Dlaczego kontynenty się poruszają? Co jest napędem dla płyt litosferycznych? Ze wzrostem głębokości we wnętrzu Ziemi rosną ciśnienie i temperatura. Temperatura w środku Ziemi jest szacowana na ok. 5000°C – tyle ile na powierzchni Słońca. Różnice temperatury i ciśnienia prowadzą do powolnych ruchów konwekcyjnych materii płaszcza. Cieplejsza, lżejsza materia jest wynoszona ku górze w prądach wstępujących, a ochłodzona, cięższa materia opada w prądach zstępujących. Mechanizm ten wprowadza w ruch sztywne płyty litosferyczne, powodując ich przemieszczanie, czyli dryf kontynentów. Schemat takiego układu komórek konwekcyjnych jest przedstawiony na rysunku 2 (okładka). Ruchy konwekcyjne w płaszczu prowadzą do powstawania nowej bazaltowej skorupy grzbietów oceanicznych i kontynentalnych stref ryftowych oraz powodują destrukcję skorupy/litosfery w strefach subdukcji. Zderzenia płyt litosferycznych w strefach subdukcji przyczyniają się do powstawania tektonicznych deformacji, których przejawem na powierzchni są potężne wypiętrzenia gór, takich jak Himalaje, Andy i Alpy. Generowane w litosferze naprężenia są również źródłem największych trzęsień ziemi.

Prędkości przemieszczania się płyt litosferycznych wynoszą średnio kilka centymetrów na rok. Prędkość rozrastania się Atlantyku wynosi około 2 cm/rok. Płyta pacyficzna napiera na Alaskę z prędkością około 6 cm/rok. Przemieszczenie wzdłuż uskoku San Andreas ma prędkość około 4 cm/rok. Największe prędkości, rzędu 10 cm/rok, obserwuje się dla oceanicznej płyty Nazca, napierającej na zachodnie wybrzeże kontynentalnej płyty Ameryki Północnej. Mapę współczesnych kierunków i prędkości płyt litosferycznych przedstawia rysunek 3 (okładka). Na podstawie danych geologicznych i geofizycznych możemy zrekonstruować położenie kontynentów w przeszłości. Około 250 mln lat temu wszystkie kontynenty tworzyły jeden superkontynent (Pangea). Z Warszawy do Teksasu można by było wtedy przejść na piechotę suchą nogą. A jak będzie wyglądała Ziemia w przyszłości? Mając wiedzę o przeszłych i współcześnie zachodzących procesach, możemy prognozować, jak będzie wyglądała Ziemia w przyszłości. Prognozy (spekulacje?) położeń kontynentów za 50, 150 i 250 mln lat przedstawił Scotese (`www.scotese.com`). Za 50 mln lat w wyniku kolizji Europy z Afryką (subdukcja) zniknie Morze Śródziemne, a w jego miejscu powstaną Góry Śródziemne. Antarktyda wyraźnie przemieści się na północ, odsuwając się od bieguna, a Atlantyk osiągnie rozmiary dzisiejszego Oceanu Spokojnego, powiększając odległość między Europą i Ameryką Północną niemal dwukrotnie. Według tej prognozy za 250 mln lat kontynenty mogą ponownie utworzyć jeden superkontynent…

Rozwiązanie zadania M 1616.
Przypuśćmy, że $4xy - x - y = z^2$ dla pewnych liczb całkowitych x, y, z. Równość tę możemy przepisać do postaci $(4x-1)(4y-1) = z^2$. Niech p będzie dzielnikiem pierwszym $4x-1$. Wówczas $(2z)^2 = 4z^2 \equiv -1 \pmod{p}$. Z Małego Twierdzenia Fermata wiemy, że $(2z)^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$, a zatem $(-1)^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$, co oznacza że $p \equiv 1 \pmod{4}$. Ponieważ p było dowolnym dzielnikiem pierwszym $4x-1$, więc $4x - 1 \equiv 1 \pmod{4}$, a to jest sprzeczność.

Rozwiązanie zadania M 1617.
Niech $P(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ spełnia warunki zadania. Zauważmy, że możemy wybrać $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}$ takie, że wielomian $W(x) := \beta P(x/\alpha)$ ma współczynniki całkowite oraz współczynnik przy najwyższej potędze wynosi 1. Niech $W(0) = c$ i niech p będzie liczbą pierwszą. Jeśli p jest dostatecznie duże, to równanie $W(x) - p - c$ ma dokładnie jedno dodatnie rozwiązanie, które zgodnie z założeniem o wielomianie P jest wymierne. Korzystając z twierdzenia o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych dostajemy, że rozwiązaniem tym może być tylko 1 lub p, zatem dla dostatecznie dużych p musi to być p. Wynika stąd, że $W(p) = p + c$ dla dostatecznie dużych liczb pierwszych p, zatem $W(x) = x + c$, co oznacza, że P jest stopnia 1.