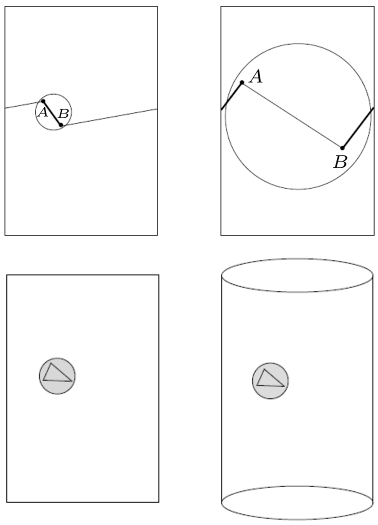
na cylindrze istnieją zamknięte linie proste – okręgi prostopadłe do tworzących, zaś na płaszczyźnie wszystkie linie proste są niezamknięte.

Na zakończenie uzasadnimy, że na cylindrze w każdym kole o pewnym promieniu geometria jest identyczna z geometrią na płaszczyźnie. Kołem na cylindrze będziemy nazywać figurę, która po rozcięciu cylindra wzdłuż tworzącej nieprzecinającej tej figury przechodzi na zwykłe koło.



Pozostaje zrozumieć, jak się mierzy odległość na cylindrze, który jest reprezentowany przez rozwinięty pas. Na rysunkach przedstawiono sytuacje, gdy odcinek łączący punkty A i B ma długość równą odległości pomiędzy tymi punktami i gdy ma długość różną od tej odległości. Odcinki zaznaczone grubszą linią są odcinkami realizującymi odległość pomiędzy punktami na cylindrze. W drugim przypadku powodem różnicy jest fakt, że kawałek prostej zaznaczonej cieńszą linią nie daje odcinka najkrótszego, a najkrótszym odcinkiem jest odcinek złożony z dwóch odcinków, które po sklejeniu utworzą właściwy najkrótszy odcinek.

Rozważmy koło o środku w dowolnym punkcie cylindra i o średnicy mniejszej niż połowa szerokości pasa, z którego jest wykonany cylinder. Jeśli rozetniemy cylinder wzdłuż tworzącej, która nie przecina koła, to dla każdych dwóch punktów z koła ich odległość jest równa długości łączącego je odcinka leżącego w kole. Otrzymujemy więc na cylindrze w dowolnym miejscu koło, w którym zachodzą wszystkie twierdzenia geometrii euklidesowej.

Oznacza to, że nawet jeśli sprawdzimy, że wszystkie twierdzenia geometrii euklidesowej zachodzą w największym możliwym do zbadania otoczeniu Ziemi, to nie możemy stąd wnioskować o globalnej naturze geometrii Wszechświata.

Artykuł powstał na podstawie książki V.V. Nikulina i I.R. Szafarewicza „Geometria i grupy”, Wyd. Nauka, Moskwa 1983.

Pozostałe trzy geometrie w przypadku dwuwymiarowym to geometrie na torusie, wstędze Möbiusa i butelce Kleina. Rozważając ten problem w przypadku trójwymiarowym, otrzymujemy osiemnaście różnych typów geometrii odpowiadających na nasze pytanie.

Zadania

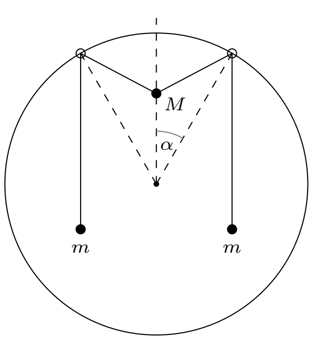
Przygotował Łukasz BOŻYK

M 1612. Dana jest liczba całkowita $n \geqslant 5$. Wykazać, że elementy zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$ można tak pokolorować na czerwono i niebiesko, że suma czerwonych liczb jest równa iloczynowi niebieskich liczb.
Rozwiązanie na str. 12

M 1613. Wyznaczyć największą liczbę naturalną, która jest wspólnym dzielnikiem liczb $n^2 + 2$ oraz $n^3 + 3$ dla pewnej liczby naturalnej n.
Rozwiązanie na str. 22

M 1614. Dany jest stos n kart oznaczonych liczbami $1, 2, \ldots, n$ ułożonych w losowej kolejności. Wielokrotnie wykonujemy następującą operację: Jeśli karta na górze stosu ma numer k, to odwracamy kolejność wierzchnich k kart. Wykazać, że w końcu na górze pojawi się karta o numerze 1.
Rozwiązanie na str. 22

Przygotował Andrzej MAJHOFER



F 983. Dwa jednakowe, nieważkie pierścienie ślizgają się bez tarcia po pionowej, kołowej obręczy. Przez pierścienie przewleczono wiotką, nierozciągliwą i nieważką nić. Na końcach nici umocowano dwa ciężarki, każdy o masie m, a w jej środku ciężarek o masie M. W stanie równowagi pierścienie znajdują się w odległości kątowej $\alpha = 30°$ od najwyższego punktu obręczy. Jaki jest stosunek mas m/M? Między nicią i pierścieniami nie występuje tarcie.
Rozwiązanie na str. 10

F 984. Bimetaliczną płytkę otrzymano w wyniku zgrzania pasków dwóch różnych metali, każdy o długości $l_0 = 10$ cm i grubości $d = 0{,}5\,\mathrm{mm}$. Jeden z końców płytki został sztywno zamocowany. O ile przesunie się jej drugi koniec po ogrzaniu płytki o $\Delta T = 100\,\mathrm{K}$? Współczynniki rozszerzalności temperaturowej metali wynoszą $\alpha_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$ i $\alpha_2 = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$. Rozszerzalność temperaturowa oznacza zmianę rozmiarów liniowych ciała według prawa: $l = l_0\,(1 + \alpha\Delta T)$.
Rozwiązanie na str. 24