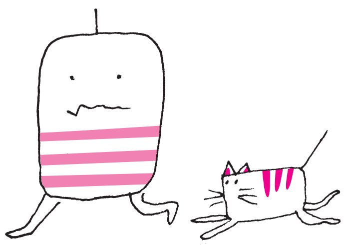
Na szczęście w praktyce jest dużo lepiej niż w teorii. Rozważmy następujący algorytm. Na początku wszystkie wierzchołki G i H otrzymują ten sam kolor. Niech $c(v)$ oznacza kolor v. Następnie dla każdego wierzchołka v tworzymy multizbiór (tj. zbiór z powtórzeniami) kolorów jego sąsiadów $S(v)$ i zapamiętujemy parę $(c(v), S(v))$. Pokolorujemy teraz graf na nowo w ten sposób, by dwa wierzchołki miały ten sam kolor tylko wtedy, gdy utworzyły wcześniej tę samą parę $(c(v), s(v))$. Postępujemy w ten sposób tak długo, dopóki zwiększa się liczba kolorów. Jeśli multizbiory kolorów wierzchołków G i H są inne, mamy pewność, że G i H nie są izomorficzne (dlaczego?). Zauważmy, że już po pierwszym kroku algorytm ten rozróżni grafy o innych posortowanych ciągach stopni wierzchołków. Łatwo wykazać, że poprawnie rozróżnia on drzewa. Z drugiej strony, nie rozróżnia grafów regularnych. Okazuje się jednak, że można ten pomysł uogólnić, kolorując wszystkie ciągi k wierzchołków. Jest to *algorytm Weisfeilera–Lehmana wymiaru k* i świetnie sprawdza się w praktyce. Już wymiar $k = 3$ wystarcza, aby rozróżnić grafy planarne. Niestety, okazuje się, że aby rozróżnić dowolne grafy w pesymistycznym przypadku potrzeba wymiaru co najmniej liniowego od n, a więc nie tędy droga do rozwiązania naszego problemu otwartego. Na szczęście pesymistyczne przypadki zdarzają się niezwykle rzadko w rzeczywistych danych.

Zadania

Redaguje Łukasz BOŻYK

M 1585. Na ile sposobów można rozmieścić $3n$ kamieni na szachownicy $n \times n$ w taki sposób, aby w każdym wierszu i w każdej kolumnie znalazły się dokładnie trzy kamienie i były one rozłożone na co najwyżej dwóch polach?
Rozwiązanie na str. 4

M 1586. Kostkę postawiono na stole w taki sposób, że odległości jej wierzchołków od stołu to 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Oblicz długość jej krawędzi.
Rozwiązanie na str. 5



M 1587. Wyznaczyć wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych (n, p) o tej własności, że p jest liczbą pierwszą większą od n oraz $n^2 + np + p^2$ jest kwadratem liczby całkowitej.
Rozwiązanie na str. 4

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 965. W miejscu tłustej plamy kartka robi się „przezroczysta”. Fakt ten wykorzystuje się do budowy prostego fotometru – przyrządu do porównywania natężenia światła emitowanego przez dwa źródła. Kartkę papieru z tłustą plamą w jej środku należy oświetlić prostopadle, z dwóch stron, dwoma źródłami światła – nazwijmy je A i B. Odległości źródeł od kartki dobieramy tak, aby (przy prostopadłej obserwacji) zniknęła różnica jasności plamy i reszty kartki. Wówczas natężenia światła źródeł mają się do siebie, w przybliżeniu, jak kwadraty ich odległości od kartki: $I_A/I_B = (L_A/L_B)^2$. Wspomniane przybliżenie polega na założeniu, że tłusta plama przepuszcza całe padające na nią światło, a reszta kartki całkowicie je odbija. Jak należy zmodyfikować metodę pomiaru, żeby uzyskać poprawną wartość I_A/I_B bez tego założenia?
Rozwiązanie na str. 6

F 966. Samochód jadący w obszarze zabudowanym, po suchej drodze (współczynnik tarcia $f_0 = 0{,}6$) z maksymalną dozwoloną prędkością $v_0 = 50\,\mathrm{km/godz.}$ zatrzymuje się tuż przed pieszym. Z jaką prędkością v uderzyłby w pieszego, gdyby:

a) jechał z prędkością $v_1 = 60\,\mathrm{km/godz.}$

b) jechał z prędkością v_0, ale droga była mokra i współczynnik tarcia zmalałby do $f_1 = 0{,}4$?

Rozwiązanie na str. 9