



Rozwiązanie zadania M 1586.

Niech A_i będzie wierzchołkiem kostki, odległym od stołu o i . Oznaczmy długość krawędzi kostki przez x . Łatwo zauważyć, że odcinki A_0A_1 , A_0A_2 oraz A_0A_4 muszą być krawędziami sześcianu (wynika to z faktu, że jeśli krawędziami są A_0A_i i A_0A_j , to $A_0A_iA_{i+j}A_j$ jest ścianą). Niech x będzie długością krawędzi sześcianu. Dobierzmy układ współrzędnych tak, by $A_1 = (x, 0, 0)$, $A_2 = (0, x, 0)$ i $A_4 = (0, 0, x)$. Oznaczmy przez A'_i rzut prostokątny punktu A_i na prostą prostopadłą do stołu, przechodzącą przez A_0 ; wówczas $|A_0A'_i| = i$. Przyjmijmy $A'_1 = (a, b, c)$, wtedy $A'_2 = (2a, 2b, 2c)$ i $A'_4 = (4a, 4b, 4c)$. Korzystając z twierdzenia Pitagorasa dla trójkątów prostokątnych $A_0A'_iA_i$ dla $i = 1, 2, 3$ dostajemy

$$\begin{cases} (a-x)^2 + b^2 + c^2 + 1 = x^2 \\ 4a^2 + (2b-x)^2 + 4c^2 + 4 = x^2 \\ 16a^2 + 16b^2 + (4c-x)^2 + 16 = x^2. \end{cases}$$

Wykorzystując powyższe równości oraz $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, dostajemy $ax = 1$, $bx = 2$ i $cx = 4$. Po podniesieniu ostatnich trzech równości do kwadratu i zsumowaniu, otrzymamy $x^2 = 1^2 + 2^2 + 4^2$, zatem $x = \sqrt{21}$.

nadprzewodnictwa w ceramicznym materiale tlenkowym zawierającym lantan, bar, miedź i tlen – $(\text{La,Ba})_2\text{CuO}_{4-x}$. Temperatura krytyczna wynosiła 35 K, była więc istotnie większa niż poprzedni „rekord”. Znaczenie ich odkrycia polegało jednak przede wszystkim na tym, że zwrócono uwagę na nową grupę materiałów, zupełnie nie „podejrzewaną” o to, że może wykazywać nadprzewodnictwo. W krótkim czasie, na początku roku 1987, Amerykanin Paul Chu odkrył nadprzewodnictwo w związku $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$. W tym przypadku kluczowa jest wartość $T_c = 92$ K. Z punktu widzenia zastosowań jest to odkrycie przełomowe. Jest to bowiem temperatura wyższa od temperatury ciekłego azotu, która wynosi 77 K. Aby wykorzystać w praktyce nadprzewodnik (na przykład do przesyłania prądu bez strat), konieczne jest utrzymywanie go przez cały czas w temperaturze niższej od T_c . Oznacza to, że nadprzewodnik konwencjonalny musi być zanurzony w ciekłym helu, natomiast nadprzewodnik $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ może być zanurzony w ciekłym azocie. Jest to różnica zasadnicza. Ciekły hel jest dużo droższy i dużo mniej dostępny od ciekłego azotu, jego wytwarzanie, przechowywanie, przelewanie do zbiorników jest dużo bardziej skomplikowane niż w przypadku azotu.

Zostały przebadane różne materiały wykazujące nadprzewodnictwo w temperaturach wyższych od temperatury ciekłego azotu. Wiemy o tych materiałach już dosyć dużo. Ciągłe jednak nie znamy odpowiedzi na dwa podstawowe, związane zresztą ze sobą, pytania. Jaki jest mechanizm nadprzewodnictwa wysokotemperaturowego? Wiadomo, że nośnikami prądu są pary elektronów, nie jest jednak jasne, jaki jest mechanizm łączenia się elektronów w pary. Teoria BCS, która tłumaczyła to dobrze w przypadku nadprzewodników klasycznych, nie wystarcza. Drugie pytanie: jaka jest możliwa najwyższa temperatura krytyczna w tej grupie materiałów, czy możliwe jest nadprzewodnictwo w temperaturze pokojowej? Też na razie pozostaje bez odpowiedzi. A odpowiedzi na te pytania są na wagę Nagrody Nobla.

Eksperyment przeprowadzony w 2015 r. pokazał jednak, że rekordową obecnie temperaturę krytyczną, $T_c = 203$ K, wykazuje... siarkowodór (H_2S). Tyle że stan nadprzewodzący obserwuje się tylko pod ogromnymi ciśnieniami około 150 GPa (ciśnienie w jądrze Ziemi wynosi około 360 GPa). Co ciekawe, za nadprzewodnictwo w tak wysokiej temperaturze odpowiedzialny jest klasyczny – fononowy mechanizm łączenia się elektronów w pary Coopera.

Końcowa uwaga: zjawisko nadprzewodnictwa możemy traktować jak coś egzotycznego – niskie temperatury, wysokie ciśnienia... Jednak tak naprawdę, to temperatury i ciśnienia, do których przyzwyczailiśmy się na Ziemi, są wyjątkowo egzotyczne. Stan nadprzewodzący może być więc dużo bardziej fundamentalnym stanem materii, niż się nam wydaje.

Protokół posiedzenia Jury XL Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki im. Pawła Domańskiego

Jury Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki w składzie: Andrzej Komisarki – przewodniczący jury, Bartłomiej Bzdęga, Adam Dzedzej, Andrzej Grzesik, Kamila Łyczek, Zdzisław Pogoda po wysłuchaniu w dniu 27 września 2018 roku prezentacji prac dopuszczonych do finału, biorąc pod uwagę dobór tematów, treść prac i sposób ich przedstawienia, postanowiło, co następuje:

- Złoty medal i nagrodę w wysokości 1500 zł otrzymuje Stanisław Hauke *Czworokąty bliźniacze* (XIV LO im. Stanisława Staszica w Warszawie, opiekun Waldemar Pompe).
- Srebrny medal i nagrody w wysokości 1000 zł otrzymują Filip Rękawek *O trójkątach kapp i ich własnościach* (Katolickie Liceum Ogólnokształcące im. C. K. Norwida w Garwolinie, opiekun Michał Szurek) oraz Mariusz Trela *Kolorowanie prostych w \mathbb{F}_{p^2}* (V LO w Krakowie, opiekun Dominik Burek).

- Brązowy medal i nagrodę w wysokości 500 zł otrzymuje Paweł Sawicki *Hexapawn wydłużony* (III LO w Gdyni im. Marynarki Wojennej RP, opiekun Wojciech Tomalczyk).

Finalista: Jakub Szulc *O wielomianach symetrycznych* (Zespół Szkół Uniwersytetu Mikołaja Kopernika Gimnazjum i Liceum Akademickie w Toruniu, opiekun Daniel Strzelecki).

Finaliści i opiekunowie prac otrzymują również nagrody rzeczowe ufundowane przez: Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Wydawnictwo PWN, Wydawnictwo Szkolne Omega, Wydawnictwo Aksjomat.

Prace nadsyłane na Konkurs powinny być samodzielnie przygotowanymi przez uczniów opracowaniami, zawierającymi nowe wyniki lub nowe twórcze ujęcie tematu. Szczegółowy regulamin Konkursu znajduje się na stronie del.tami.edu.pl. Termin nadsyłania prac w kolejnej edycji konkursu to 30 kwietnia 2019 roku.