Aby oszacować wartość x w terminach n oraz m, wprowadzimy pojęcie potencjału. Dla danego przedziału bazowego możemy policzyć, ile jest w nim różnych wartości. Potencjałem dla ciągu nazwijmy sumę tych wartości, liczoną po wszystkich przedziałach bazowych. Potencjał ten będzie największy, jeśli wszystkie wartości w ciągu będą różne. Będzie on wtedy wynosił tyle, ile suma długości przedziałów bazowych, czyli $\mathcal{O}(n \log n)$.

Najpierw zastanówmy się, kiedy nasz potencjał może się zwiększyć za względu na dany przedział bazowy P. Przy operacji **update**(i, j, k) zbiór wartości w P może się powiększyć co najwyżej o jeden element – o element o wartości k. Aby tak się stało, musi zachodzić $k >$ `min`, w przeciwnym razie żaden element w P nie otrzyma nowej wartości k. Ponadto przedział $[i..j]$ nie może zawierać całego P, w przeciwnym razie usuniemy wartość `min` ze zbioru wartości z P i potencjał się nie zwiększy. Liczba przedziałów bazowych, które przecinają się z $[i..j]$, a nie są zawarte w $[i..j]$, wynosi $\mathcal{O}(\log n)$, a są to dokładnie te przedziały, które odwiedzamy rekurencyjnie, rozkładając $[i..j]$ na przedziały bazowe. Ze względu na każdy z tych $\mathcal{O}(\log n)$ przedziałów potencjał zwiększy się o co najwyżej jeden.

Nasz potencjał na początku wynosił co najwyżej $\mathcal{O}(n \log n)$, a podczas każdej z m operacji wzrośnie o co najwyżej $\mathcal{O}(\log n)$, a więc może też zmaleć co najwyżej $\mathcal{O}(n \log n) + m \cdot \mathcal{O}(\log n) = \mathcal{O}((n+m) \log n)$ razy.

Wróćmy do naszego problematycznego przypadku, czyli gdy w aktualizowanym o wartość k przedziale zachodzi `second_min` $\leqslant k$. Wszystkie elementy o wartościach `min` oraz `second_min` będę po aktualizacji miały wartość równą k, czyli liczba różnych wartości w aktualizowanym przedziale bazowym zmaleje i zmaleje też potencjał. W ten sposób ograniczyliśmy x przez $\mathcal{O}((n+m) \log n)$, a cały algorytm, tak jak postulowaliśmy, zadziała w czasie $\mathcal{O}((n+m) \log n)$.

Marcin SMULEWICZ

Zadania

Redaguje Łukasz BOŻYK

M 1576. Mając daną siatkę czworościanu, skonstruować punkty styczności sfery wpisanej w ten czworościan do jego ścian.
Rozwiązanie na str. 14

W kolejnych dwóch zadaniach rozważamy trójkąt równoboczny ABC o boku n podzielony na n^2 trójkątów równobocznych o boku 1. Każdy punkt, który jest wierzchołkiem co najmniej jednego z tych n^2 trójkątów, nazwijmy *węzłem*.

M 1577. Wyznaczyć liczbę równoległoboków o wierzchołkach w węzłach, których dwa boki są równoległe do AC, a dwa do BC.
Rozwiązanie na str. 17

M 1578. Wyznaczyć liczbę trójkątów równobocznych o wierzchołkach w węzłach (ale bokach niekoniecznie równoległych do boków ABC).
Rozwiązanie na str. 15

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 959. Struny leżącej poziomo gitary uginają się nieznacznie pod wpływem siły ciężkości. Oszacuj, o ile obniży się środek struny G o częstości podstawowej $f = 196\,\mathrm{Hz}$. Przyspieszenie ziemskie $g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$.
Rozwiązanie na str. 3

F 960. Jak zmieni się wysokość tonu piszczałki organowej (tzw. piszczałka otwarta), dającej dźwięk o częstości $f_0 = 196\,\mathrm{Hz}$ w temperaturze $T_0 = 20°C$, gdy temperatura w kościelnej nawie spadnie do $T_1 = 0°C$?
Rozwiązanie na str. 3