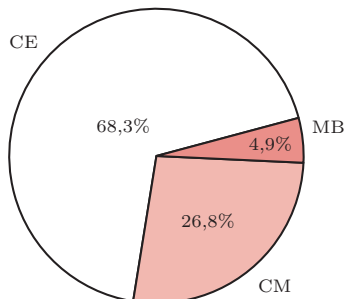


O powstawaniu pierwiastków

Michał BEJGER

Indeks dolny oznacza liczbę protonów w jądrze danego pierwiastka.



Skład Wszechświata: głównie ciemna energia (CE) i ciemna materia (CM), z niewielką domieszką „zwykłej” materii barionowej (MB), o której mowa w niniejszym artykule.

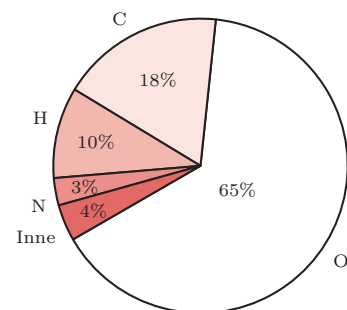
Czy zastanawiasz się czasem, Czytelniku, skąd wziął się wodór ${}^1\text{H}$ i tlen ${}^8\text{O}$ powszechne w wodzie i powietrzu, wapń ${}^{20}\text{Ca}$ wchodzący w skład kości, żelazo ${}^{26}\text{Fe}$ we krwi, a także miedź ${}^{29}\text{Cu}$, neodym ${}^{60}\text{Nd}$, terb ${}^{65}\text{Tb}$, dysproz ${}^{66}\text{Dy}$, wolfram ${}^{74}\text{W}$, platyna ${}^{78}\text{Pt}$, złoto ${}^{79}\text{Au}$ i dziesiątki innych metali „ziem rzadkich” niezbędnych do prawidłowego funkcjonowania naszych smartfonów?

Oto, co wynika z obserwacji. Nie wiemy dokładnie jak i czemu, ale w odległej przeszłości (około 13,8 miliarda lat temu) Wszechświat rozpoczął, w tzw. Wielkim Wybuchu, gwałtowną ewolucję od stanu bardzo gęstej i bardzo gorącej materii. Po około jednej milionowej sekundy materia wypełniająca szybko rosnący Wszechświat stała się dostatecznie chłodna, by swobodnie do tej pory kwarki mogły zacząć łączyć się w bariony: cząstki składające się z trzech kwarków związanych oddziaływaniami silnymi, na przykład, neutrony i protony (barion, od greckiego *βαρος*, co znaczy ciężki, w porównaniu do leptonów np. do elektronu).

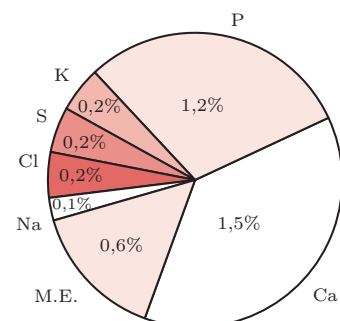
Najlżejsze atomy wodoru, ${}^1\text{H}$ (jądro składa się z jednego protonu), pojawiły się wkrótce potem, w epoce „rekombinacji”, około 380 tys. lat po Wielkim Wybuchu, gdy temperatura spadła na tyle, by pozwolić na istnienie stabilnych układów elektron-proton. Wodór stanowi około 70% „zwykłej” materii barionowej, która z kolei jest, według naszej obecnej wiedzy kosmologicznej, jedynie drobnym ułamkiem (około 5%) całej materii-energii. Pozostała większość to nieświecąca „ciemna materia” (oddziałująca grawitacyjnie, ale nie elektromagnetycznie) i jeszcze bardziej tajemnicza „ciemna energia”, proponowana w celu wyjaśnienia przyspieszonego rozszerzania się Wszechświata.

Drugim w kolejności obfitości pierwiastków jest hel (${}^2\text{He}$, 23% masy barionów), którego większość również powstała w wyniku pierwotnej nukleosyntezy związanej z Wielkim Wybuchem. Pozostała część helu powstaje w wyniku fuzji jąder wodoru we wnętrzach gwiazd („spalania się”, jak w żargonie mówią astronomowie), przy okazji produkując energię i ciśnienie promieniste (fotony). Proces fuzji powstrzymuje gwiazdy przed zapadnięciem się pod wpływem własnej grawitacji i, w zależności od masy gwiazdy, stwarza warunki (odpowiednio wysoką temperaturę) do powstawania coraz cięższych pierwiastków. Znane są dwie klasy reakcji łańcuchowych fuzji wodoru w hel: proton-proton (pp, w której powstaje krótko żyjące jądro deuteru lub berylu), oraz węgiel-azot-tlen (CNO, gdzie atomy węgla, azotu i tlenu występują w roli katalizatorów). Pierwsza z nich zachodzi w gwiazdach lżejszych od około $1,3 M_{\odot}$, druga jest możliwa w masywniejszych. Wytworzenie jednego jądra helu wiąże się w obu przypadkach z emisją około 26,7 MeV ($4,3 \cdot 10^{-12}$ J) energii.

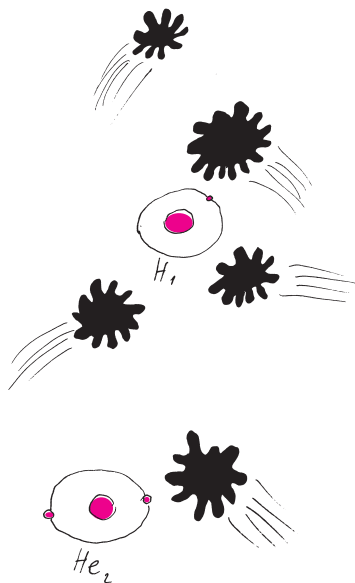
Okres, w którym gwiazda „pali” wodór w jądrze, nazywa się ciągiem głównym (w tym stanie znajduje się aktualnie Słońce). Obiekty o masach powyżej $0,5 M_{\odot}$ stają się następnie czerwonymi olbrzymami, „palącymi” wodór w otoczce jądra, a następnie (prędzej lub później, w zależności od masy – masywniejsze szybciej) hel wprost w jądrze. Gwiazdy masywniejsze od około $10 M_{\odot}$ zostają po zejściu z ciągu głównego czerwonymi nadolbrzymami, zdolnymi od razu do syntezy cięższych pierwiastków w helowym jądrze. Fuzja helu w węgiel ${}^6\text{C}$ następuje w procesie 3α : łączenia się trzech jąder helu ${}^2\text{He}$ (cząstek α). Przechwyty cząstek α przez coraz cięższe jądra w procesie nazwanym drabiną α prowadzą do powstania, kolejno, jąder o parzystej liczbie protonów: tlenu ${}^8\text{O}$, neonu ${}^{10}\text{Ne}$, magnezu ${}^{12}\text{Mg}$, krzemu ${}^{14}\text{Si}$, siarki ${}^{16}\text{S}$, argonu ${}^{18}\text{Ar}$, wapnia ${}^{20}\text{Ca}$, tytanu ${}^{22}\text{Ti}$, chromu ${}^{24}\text{Cr}$, żelaza ${}^{26}\text{Fe}$ i niklu ${}^{28}\text{Ni}$. Produkcja energii w procesie fuzji kończy się na żelazie i niklu, ponieważ jądra tych atomów mają największą energię wiązania na nukleon: dodawanie kolejnych nukleonów wymaga *dostarczenia* energii. Jest to również przyczyna względnie wysokiej obfitości tych pierwiastków w przyrodzie. W dostatecznie gorących (temperatury w centrum większe od kilkuset milionów kelwinów) i masywnych (cięższych od około $8 M_{\odot}$ przy



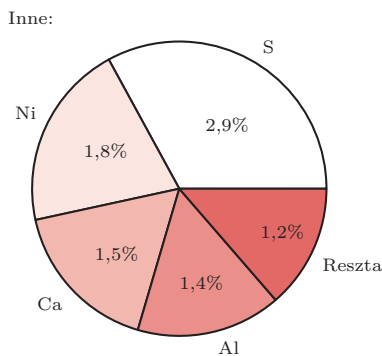
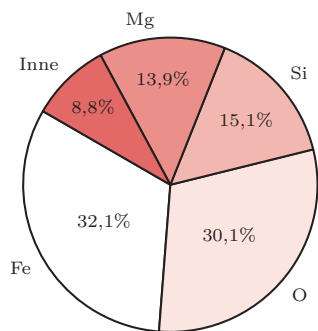
Inne:



Skład chemiczny człowieka: głównie tlen, węgiel, wodór i azot (M.E. – mikroelementy lżejsze od żelaza: bor, chrom, kobalt, fluor, żelazo, mangan, krzem, wanad, oraz cięższe: miedź, cynk, selen, brom, molibden i jod).



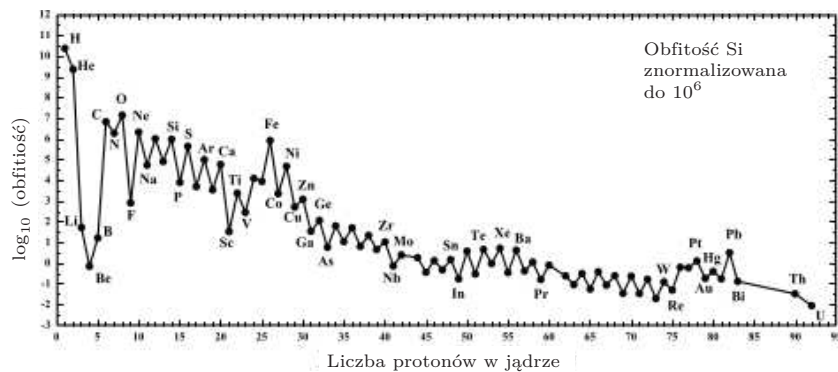
narodzinach na ciągu głównym) gwiazdach dochodzi następnie do zapłonu węgla: rozpoczęcia fuzji jąder węgla w cięższe pierwiastki – neon, sód, magnez, tlen itd. w różnego typu procesach z wydzielaniem fotonów, pojedynczych nukleonów i cząstek α , na przykład ${}^6\text{C} + {}^6\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{Mg} + \gamma$ (lub ${}^{11}\text{Na} + {}^1\text{H}$, lub ${}^{10}\text{Ne} + {}^2\text{He}$). Po etapie „palenia” węglem – jeśli warunki na to pozwalają – następuje w coraz wyższej temperaturze fuzja neonu, a następnie tlenu i krzemu. Wysoka temperatura umożliwia dodatkowe reakcje, np. fotodysocjacje, to znaczy zderzenia z energetycznymi fotonami, które wybijają z jąder nukleony lub cząstki α . Procesy te po części mają też udział w powstawaniu jąder o nieparzystej liczbie protonów, takich jak fosfor ${}^{15}\text{P}$, chlor ${}^{17}\text{Cl}$, potas ${}^{19}\text{K}$, które również powstają, między innymi, w cyklu CNO i podczas wybuchów masywnych gwiazd supernowych (o czym za chwilę). W ogólności jądra atomowe o parzystej liczbie protonów i nukleonów (sumie protonów i neutronów w jądrze) są bardziej stabilne, przez co występują częściej niż te o nieparzystej liczbie. Prawidłowość ta, zwana regułą Oddo–Harkinsa, wynika z faktu, że nukleony będące fermionami wiążą się w pary, co zwiększa energię wiązania jądra, a przez to jego stabilność.



Skład chemiczny Ziemi.

Skład skorupy ziemskiej jest inny: to przeważnie tlen O (46%), krzem Si (28%), aluminium Al (8,2%), żelazo Fe (5,6%), wapń Ca (4,2%), sód Na (2,5%), magnez Mg (2,4%), potas K (2%) i tytan Ti (0,6%).

Radioaktywność po wybuchu jest głównym źródłem energii światła supernowej, która potrafi świecić tygodnie, a nawet miesiące.



Względna obfitość pierwiastków we Wszechświecie

Podsumowując, praktycznie wszystkie pierwiastki od helu do żelaza, kobaltu i niklu powstają podczas zwyczajnej ewolucji gwiazd. Wyjątek stanowi beryl ${}^4\text{Be}$, bor ${}^5\text{B}$, oraz częściowo lit ${}^3\text{Li}$, które co prawda powstają we wnętrzu gwiazd, ale są szybko zamieniane na cięższe pierwiastki. Stabilne jądra litu, berylu i boru powstają w procesie *spalacji* (kruszenia), podczas którego cięższe jądro atomowe traci nukleony w wyniku zderzenia z cząstką promieniowania kosmicznego (np. cząstką α) o bardzo dużej energii kinetycznej.

Atomy cięższe od niklu powstają, gdy dostatecznie masywna gwiazda wypali dostępne w swoim wnętrzu paliwo, stanie się niestabilna i zacznie się zapadać. W przypadku gwiazd o masie większej od około $8 M_{\odot}$ żelazno-niklowe jądro jest zgniatanie do ogromnych gęstości przez spadające zewnętrzne warstwy i rozgrzewane do temperatur przekraczających setki miliardów kelwinów. W tych warunkach „symetryczne”, to znaczy zawierające podobną liczbę neutronów i protonów, jądra atomowe stają się wyraźnie neutrononadmiarowe: jądro zapadającej się gwiazdy zamienia się w gorącą i gęstą *gwiazdę neutronową*, najgęstszy znany nauce obiekt materialny. Jeśli masa gwiazdy nie jest zbyt duża, oddziaływania silne pomiędzy nukleonami powstrzymują kolaps spadającej materii i, wraz z emitowanym przez gwiazdę neutronową strumieniem neutrin, powodują odrzucenie jej na zewnątrz. Proces ten nazywamy wybuchem supernowej. W tych warunkach część „zwykłej” materii gwiazdy, bogate w neutrony jądra atomowe gwiazdy neutronowej oraz swobodne nukleony mają dużo okazji, by oddziaływać ze sobą z dużą energią. Kluczem do produkcji ciężkich pierwiastków są wielokrotne zderzenia jądro-nukleon, prowadzące najczęściej do powstawania izotopów o krótkim okresie połowicznego rozpadu. Procesy przechwyty nukleonu dzielą się na dwa rodzaje: procesy wolne (*slow*, s), oraz szybkie (*rapid*, r). Różnica polega na tym, że w procesach szybkich jądro zyskuje na masie, łapiąc więcej nukleonów, niż jest w stanie stracić podczas zachodzących w tym samym czasie rozpadów promieniotwórczych. Obecnie

Metale takie jak stront ${}_{38}\text{Sr}$, itr ${}_{39}\text{Y}$, cyrkon ${}_{40}\text{Zr}$, niob ${}_{41}\text{Nb}$ są tworzone również podczas procesów s w ostatnich etapach ewolucji gwiazd asymptotycznej gałęzi olbrzymów.

Kilonowa wybuchu z energią około tysiąca razy większą niż nowa klasyczna, czyli termojądrowy zapłon materii zaakreowanej w układzie podwójnym na powierzchni białego karła z towarzysza, zwykłej gwiazdy.

wiadomo, że w wybuchach supernowych, także tych związanych z termojądrową eksplozją białego karła, tzn. supernowych typu Ia, działają przeważnie procesy typu s oraz szybkie przechwyty protonów: supernowe dostarczają pierwiastków od miedzi ${}_{29}\text{Cu}$ do molibdenu ${}_{42}\text{Mo}$.

Począwszy od rutenu ${}_{44}\text{Ru}$ proces s ustępuje miejsca procesowi r: ciężkie pierwiastki tworzone są głównie podczas katastrofalnych zderzeń w *układach podwójnych gwiazd neutronowych*. Niedawna, historycznie pierwsza detekcja fal grawitacyjnych ze zderzenia się gwiazd neutronowych (sygnał GW170817, o którym pisaliśmy w Δ_{17}^{12}), zarejestrowana przez interferometry Virgo i LIGO (i przeprowadzona przez te interferometry triangulacja) umożliwiła powiązanie go z wykrytym w tym samym czasie przez satelitę Fermi krótkim błyskiem gamma, i szerokie obserwacje astronomiczne fotonów z następującej po nim emisji *kilonowej*. Dzięki temu zdobyliśmy dowody, że rozrzucona podczas zderzenia z prędkościami bliskimi prędkości światła gęsta neutronadmiarowa materia gwiazd neutronowych jest świetnym miejscem dla procesów typu r i tworzenia naprawdę ciężkich pierwiastków, w tym platyny ${}_{78}\text{Pt}$ i złota ${}_{79}\text{Au}$, a także metali z grupy ziem rzadkich (wspomnianych wcześniej dysprozu, neodymu, terbu), innych lantanowców i aktynowców, oraz pierwiastków radioaktywnych, między innymi polonu ${}_{84}\text{Po}$, radu ${}_{88}\text{Ra}$ i uranu ${}_{92}\text{U}$. Podobnie jak w przypadku supernowych kilonowe są zasilane energią fotonów z rozpadów radioaktywnych, więc badanie ich krzywych blasku umożliwia stwierdzenie, ile i jakich pierwiastków danego rodzaju świeci.

Powtarzając za nieocenionym Carlem Saganem, dosłownie pochodzimy z Kosmosu: poprzednie generacje gwiazd „umarły”, a my powstaliśmy na planecie stworzonej z ich różnorodnych pozostałości. Życie, w tej jedynej znanej nam do tej pory formie, wymaga garści różnych, przeważnie lekkich i łatwo osiągalnych pierwiastków, natomiast cywilizacja i postęp technologii korzysta z coraz bardziej egzotycznych i trudno dostępnych materiałów powstałych w największych kosmicznych katastrofach. Atomy składające się na najważniejszy obecnie element ludzkiego „fenotypu rozszerzonego” (mam, oczywiście, na myśli smartfon) przebyły niezwykle skomplikowaną drogę z wnętrza gwiazd do wnętrza naszych kieszeni; warto o tym pamiętać.

Niewąskie nierówności

Karol HOROCH*

* nauczyciel, Liceum Przymierza Rodzin w Warszawie



Nierówności między średnimi, a w szczególności nierówność między średnią arytmetyczną i geometryczną (oznaczana dalej A-G), to jedne z podstawowych narzędzi dowodowych w arsenale każdego olimpijczyka. Przypomnijmy sformułowanie A-G:

Dla dowolnego ciągu n nieujemnych liczb a_1, \dots, a_n spełniona jest nierówność

$$\sqrt[n]{a_1 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + \dots + a_n}{n},$$

przy czym równość zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Twierdzenie to dowodzone jest zwykle indukcyjnie lub za pomocą twierdzenia Jensena, ale jeśli dowody te pozostawiły w Tobie, drogi Czytelniku, niedosyt i wciąż masz wrażenie, że nierówność A-G pozostaje nieintuicyjna, być może znajdziesz ukojenie w poniższym rozumowaniu. Naturalnie, tych, którzy nie widzieli jeszcze żadnego dowodu A-G, również zapraszamy do lektury.

Na początek przedstawimy dwie obserwacje, które powinny się wydać oczywiste każdemu zaznajomionemu z pojęciem średniej arytmetycznej:

- Biorąc dowolne dwie spośród liczb a_1, \dots, a_n , a następnie zwiększając jedną z nich o ε , a drugą zmniejszając o ε (gdzie ε jest dowolną liczbą dodatnią), nie zmienimy wartości średniej arytmetycznej liczb a_1, \dots, a_n .
- Jeśli jedna z liczb a_1, \dots, a_n jest większa od średniej arytmetycznej tych liczb, to jest też spośród nich liczba mniejsza od tej średniej i *vice versa*.