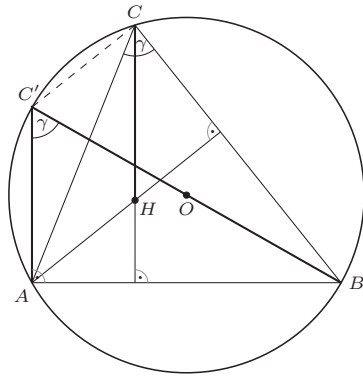
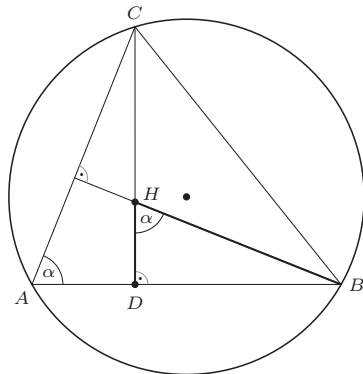


Podpowiedź do rysunku 2 z *Małej Delty*



Czworokąt  $AHCC'$  jest równoległobokiem  $|HC| = |AC'|$ ,  $|\sphericalangle AC'B| = |\sphericalangle ACB| = \gamma$ , bo są to kąty oparte na tym samym łuku.

Podpowiedź do rysunku 4 z *Małej Delty*



Z  $\triangle HDB$ :  $\frac{|HD|}{\cos \beta} = \cos \alpha$ .

twierdzeniem oznacza to, że w tej sytuacji, jeśli znamy wartość  $X_1$ , to wiedza o  $X_2$  nie dostarcza nam informacji o  $X_4$ ; byłoby jednak inaczej, gdybyśmy na początku poznali jeszcze  $X_3$ . Odpowiada to „przepływowi informacji” w sieci: między  $X_2$  a  $X_4$  są dwie ścieżki:  $S_1 = X_2 \rightarrow X_5 \rightarrow X_1 \rightarrow X_4$  oraz  $S_2 = X_2 \rightarrow X_5 \rightarrow X_6 \leftarrow X_4$ . Informacja nie przepływa przez  $S_2$ , przepływa jednak przez  $S_1$ . Zmieni się to, kiedy dowiemy się czegoś o  $X_1$  – wówczas obie ścieżki są zablokowane. Gdy jednak uzyskamy również informację na temat  $X_3$ , to dowiemy się czegoś o  $X_6$ , przez co „odblokujemy” ścieżkę  $S_2$  (na tej samej zasadzie, jak w przykładzie o alarmie przeciwpożarowym).

Należy podkreślić, że choć z sieci bayesowskiej możemy odczytać występujące między zmiennymi warunkowe niezależności, nie możemy na jej podstawie wnioskować o ich braku. Przykładem może być sytuacja, w której  $X, Y$  to wyniki dwóch niezależnych rzutów symetryczną monetą (gdzie orzeł kodowany jest przez 0, a reszka przez 1), natomiast  $Z$  to odpowiedź na pytanie o równość  $X$  i  $Y$  (0 – fałsz, 1 – prawda). Sieć bayesowska odpowiadająca tym zmiennym była przedstawiona na rysunku 3. Pomimo tego, że wierzchołki  $X$  i  $Z$  są  $d$ -połączone, są one niezależne. Wedle tej zasady działa każdy godny szacunku kryminal: pojedyncza wskazówka nic nie mówi o przestępcy, ale uwzględnienie ich wszystkich pozwala na doprowadzenie go przed oblicze sprawiedliwości.

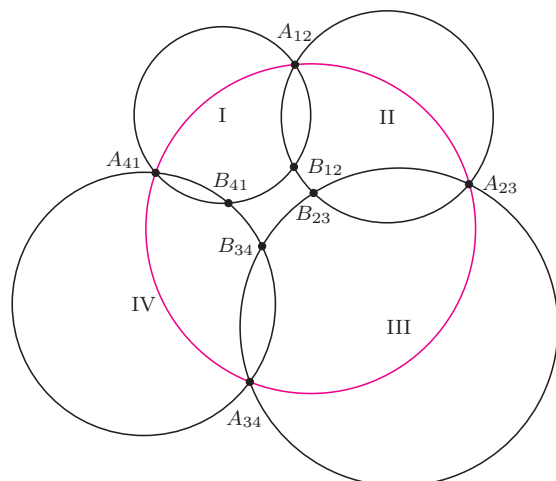
Czytelnik Pragmatyczny zapewne zaczął się już niecierpliwić – wprowadziliśmy mnóstwo nowych pojęć, a sformułowaliśmy tylko jedno twierdzenie, którego nawet nie udowodniliśmy; po co więc cały ten ambaras? Otóż sieci bayesowskie są bardzo poręcznym matematycznym wynalazkiem, pozwalającym w czytelny sposób przedstawiać zależności między zmiennymi losowymi. Są one użyteczne zwłaszcza wtedy, gdy chcemy zilustrować bezpośrednie związki między nimi. Działa to również w drugą stronę – choć na podstawie samych obserwacji nigdy nie jesteśmy w stanie zidentyfikować związków przyczynowo-skutkowych (jest to zasada, którą każda osoba przeprowadzająca analizę statystyczną powinna mieć na uwadze), zidentyfikowanie najprostszej sieci bayesowskiej można traktować jako krok w dobrym kierunku. Zauważmy bowiem, na przykład, że jeśli wśród zmiennych  $X, Y, Z$  zaobserwujemy niezależność  $X$  od  $Y$ , jednak zmienne te są zależne pod warunkiem  $Z$ , to wiemy, że mamy wówczas do czynienia ze „zderzaczem”. Stanowi to pewną mglistą przesłankę (nie zawsze słuszną), że  $X$  i  $Y$  „składają się” na  $Z$ ; wiemy jednak z całą pewnością, że  $Z$  nie może być przyczyną ani  $X$ , ani  $Y$  (wówczas bowiem mielibyśmy do czynienia z inną strukturą niezależności). Sprawę często komplikują tutaj tak zwane „ukryte zmienne” – jak, na przykład, wizyta w barze ostatniej nocy, która nie została uwzględniona podczas analizy...

## Jeśli...

Drogi Czytelniku, narysuj takie cztery okręgi, że I przecina się z II, II z III, III z IV i IV z I. Powstanie osiem punktów – wspólne punkty I i II nazwij  $A_{12}$  i  $B_{12}$  i podobnie pozostałe. Jeśli trafi Ci się tak, że – jak na rysunku – punkty  $A_{12}, A_{23}, A_{34}, A_{41}$  leżą na jednym okręgu, to wówczas punkty  $B_{12}, B_{23}, B_{34}, B_{41}$  też będą leżały na jednym okręgu (jak tutaj) lub na jednej prostej. Udowodnij to!

Podobnie gdyby punkty  $A_{12}, B_{12}, A_{34}, B_{34}$  leżały na jednej prostej lub jednym okręgu, to wówczas pozostałe punkty też leżałyby na jednej prostej lub na jednym okręgu.

A czy te prawidłowości będą miały miejsce, gdy niektóre punkty  $A_{ij}$  zamienisz z punktami  $B_{ij}$ ?



M. K.