Z twierdzenia Talesa, $\frac{|RC|}{|RK|} = \frac{|RD|}{|RL|}$, więc $|RD| = \sqrt{\frac{355}{113}}$. Wówczas kwadrat o boku RD ma pole bliskie polu koła jednostkowego,

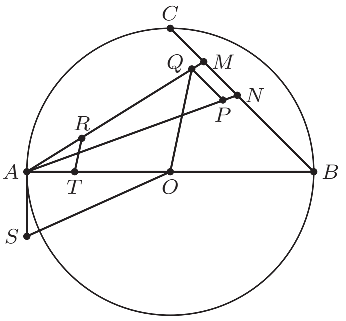
$$|RD|^2 = \frac{355}{113} \approx \mathbf{3{,}141592}9203\ldots,$$

jest przybliżeniem liczby π z dokładnością do szóstego miejsca po przecinku.

Ramanujan w swoich obliczeniach korzystał (co widać na reprodukcji) z lepszego przybliżenia liczby π w postaci $\frac{355}{113}\left(1 - \frac{0{,}0003}{3533}\right)$, które jest dokładne do czternastego miejsca po przecinku.

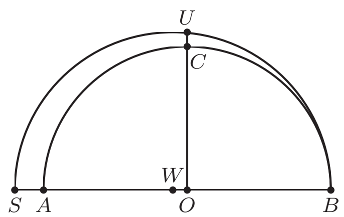
Ułamek $\frac{355}{113}$ jako przybliżenie wartości π został wskazany już w V wieku przez chińskiego astronoma Tsu Ch'ung-chih (430–501). Tysiąc lat później, w 1573 roku ponownie odkrył to przybliżenie Valentinus Otho (1545–1603) oraz w 1585 roku holenderski matematyk Adriaen Anthonisz (1527–1607).

Konstrukcja 2 (Rektyfikacja okręgu według Ramanujana)



Rys. 2

Niech AB będzie średnicą okręgu jednostkowego o środku w punkcie O. Niech punkt C dzieli łuk ACB na połowę i odcinek AT ma długość $\frac{1}{3}$ (rys. 2). Na odcinku BC odkładamy odcinki $|CM| = |MN| = \frac{1}{3}$. Łączymy punkty AM i AN, $|AM| = \frac{\sqrt{19}}{3}$, $|AN| = \frac{\sqrt{22}}{3}$, i na odcinku AN odkładamy taki odcinek AP, że $|AP| = |AM|$. Kreślimy odcinek $PQ \| NM$. Z twierdzenia Talesa uzyskujemy $\frac{|AQ|}{|AM|} = \frac{|AP|}{|AN|}$, więc $|AQ| = \frac{19}{3\sqrt{22}}$. Łączymy O z Q i z punktu T prowadzimy równoległą do OQ, która przecina odcinek AM w punkcie R. Wówczas, $|AR| = \frac{1}{3}|AQ| = \frac{19}{9\sqrt{22}}$. W punkcie A kreślimy styczną do okręgu i odkładamy taki odcinek AS, że $|AS| = |AR| = \frac{19}{9\sqrt{22}}$. Wtedy odcinek OS ma długość $|OS| = \sqrt{1 + \frac{19^2}{9^2 \cdot 22}}$. Średnia proporcjonalna (geometryczna) między odcinkami $|OS|$ i $|OB|$, czyli odcinek OU (rys. 3), jest równa w przybliżeniu szóstej części długości okręgu, gdyż



Rys. 3

$$3\sqrt{1 \cdot \sqrt{1 + \frac{19^2}{9^2 \cdot 22}}} = \left(9^2 + \frac{19^2}{22}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{2143}{22}\right)^{\frac{1}{4}} = \mathbf{3{,}14159265}25826\ldots,$$

co jest przybliżeniem wartości π z dokładnością do ośmiu cyfr po przecinku.

Ułamek $\frac{2143}{22}$ otrzymamy, przyjmując przybliżenie $\pi^4 \approx 97{,}4(09)$.

Zainteresowanym postacią Srinivasa Ramanujana polecamy książkę Roberta Kanigela *Człowiek który poznał nieskończoność*, której recenzję można znaleźć w Δ^9_{17}.

Literatura

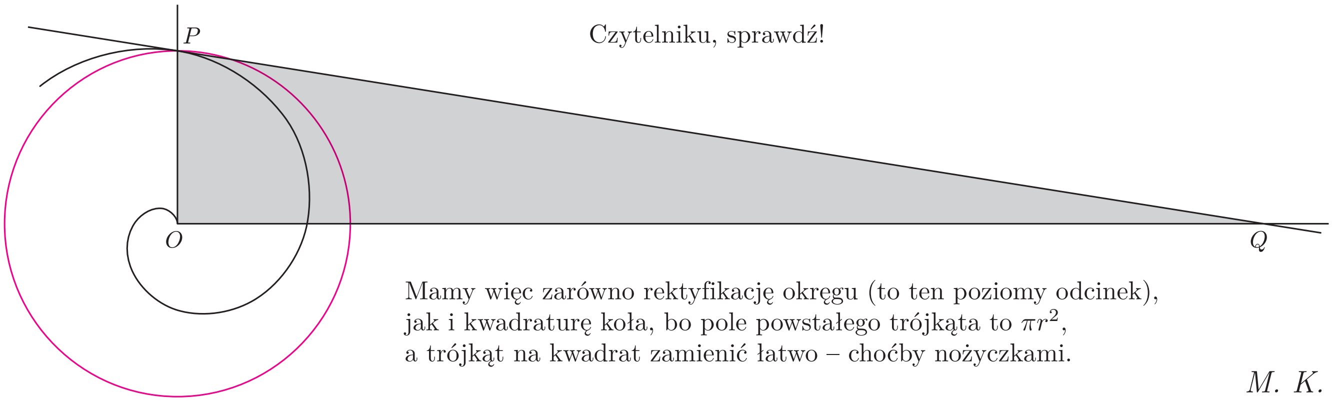
[1] J.M. Borwein, P.B. Borwein, D.H. Bailey: Ramanujan, modular equations, and approximations to pi or how to compute one billion digits of pi, *Amer. Math. Monthly* 96 (1989), 201–219.

[2] G.H. Hardy: *Ramanujan. Twelve lectures on subjects suggested by his life and work*, Cambridge Univ. Press, London 1940.

[3] S. Ramanujan: Squaring the circle, *J. Indian Math.* 5 (1913), 132.

[4] S. Ramanujan: Modular equations and approximations to pi, *Quart. J. Math.* 45 (1914), 350–372.

Archimedes rektyfikację okręgu i kwadraturę koła wykonał za pomocą swojej spirali, czyli krzywej opisanej w układzie biegunowym przez $r(\varphi) = a \cdot \varphi$. Jeśli odcinek OP, łączący punkt spirali odpowiadający 2π z jej początkiem, będzie miał długość r, to styczna do spirali w tym punkcie przetnie wychodzącą z O półprostą prostopadłą do OP w takim punkcie Q, że $|OQ| = 2\pi r$.



Czytelniku, sprawdź!

Mamy więc zarówno rektyfikację okręgu (to ten poziomy odcinek), jak i kwadraturę koła, bo pole powstałego trójkąta to πr^2, a trójkąt na kwadrat zamienić łatwo – choćby nożyczkami.

M. K.