Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2017

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 721 ($WT = 2{,}44$) i 722 ($WT = 1{,}32$) z numeru 5/2016

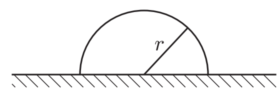
Paweł Kubit	Kraków	46,53
Grzegorz Karpowicz	Wrocław	44,09
Piotr Kumor	Olsztyn	41,91
Tomasz Wietecha	Tarnów	38,66
Franciszek S. Sikorski	Warszawa	38,08
Marek Gałecki	USA	37,76
Zbigniew Skalik	Wrocław	36,43
Witold Bednarek	Łódź	35,27
Roksana Słowik	Knurów	34,50

Jak miesiąc temu: dwaj panowie mijają linię mety, obaj nie pierwszy raz. Paweł Kubit – już po raz szósty; Grzegorz Karpowicz – po raz drugi.

Zadania z fizyki nr 628, 629

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

628. Rura o promieniu r zakopana jest do połowy w ziemi. Z jaką minimalną prędkością powinna odbić się od ziemi żaba, która chce przeskoczyć przez tę rurę?



629. Kondensator naładowano do napięcia U_0 i po odłączeniu od źródła napięcia podłączono do niego opornik. W pewnym przedziale czasu na oporniku wydzieliła się w postaci ciepła energia W_1, a w następnym takim samym przedziale czasu energia W_2. Znaleźć pojemność kondensatora.

Zadania z matematyki nr 731, 732

Redaguje Marcin E. KUCZMA

731. Znaleźć wszystkie funkcje f, określone na zbiorze wszystkich liczb rzeczywistych różnych od zera, przyjmujące wartości w tym samym zbiorze, i spełniające równanie funkcyjne

$$f\big(xy\,f(x+y)\big) = f(x) + f(y)$$

dla każdej pary liczb $x, y \neq 0$ takiej, że $x + y \neq 0$.

732. Ciąg liczb naturalnych $a_0, a_1, a_2, \ldots$ jest określony wzorem rekurencyjnym: $a_{n+1} = 2^{a_n} - 1$; wyraz początkowy a_0 jest liczbą pierwszą. Dowieść, że dla każdego n różnica $a_{n+1} - 1$ jest podzielna przez a_n.

Zadanie 732 zaproponował pan Tomasz Ordowski.

Rozwiązanie zadania F 917. Ciśnienie p wywierane na stół w momencie, gdy woda zaczyna wyciekać dołem, wynosi dgR, a siła parcia na stół wynosi $F = pS = \pi dgR^3$. Siła ta jest zarazem równa wspólnej masie dzwonu i wody $F = mg + \frac{2}{3}\pi dgR^3$.

Stąd

$$mg + \frac{2}{3}dgR^3 = \pi dgR^3$$

i ostatecznie

$$m = \frac{1}{3}\pi dgR^3.$$

Rozwiązanie zadania F 918. Przyjmujemy, że całkowita masa powietrza nie zmienia się przy połączeniu baniek, czyli $m_3 = m_1 + m_2$.

Zgodnie z równaniem gazu doskonałego $m = \frac{pV\mu}{RT}$, gdzie p to ciśnienie powietrza w bańce, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – objętość bańki, μ – masa cząsteczkowa powietrza.

Warunek równowagi bańki można zapisać jako $p = p_0 + \Delta p = p_0 + \frac{2\sigma}{r}$, gdzie $\Delta p = \frac{2\sigma}{r}$ to dodatkowe ciśnienie pod sferyczną powierzchnią błonki o niewielkim promieniu r, a p_0 to ciśnienie atmosferyczne.

Stąd dla mas m_1, m_2, m_3 mamy $m_i = \left(p_0 + \frac{2\sigma}{r_i}\right) \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi r_i^3\mu}{RT}$ $(i = 1, 2, 3)$. Korzystając z tego, że $m_3 = m_1 + m_2$, dostajemy ostatecznie

$$p_0 = 2\sigma\frac{r_3^2 - r_1^2 - r_2^2}{r_1^3 + r_2^3 + r_3^3}.$$