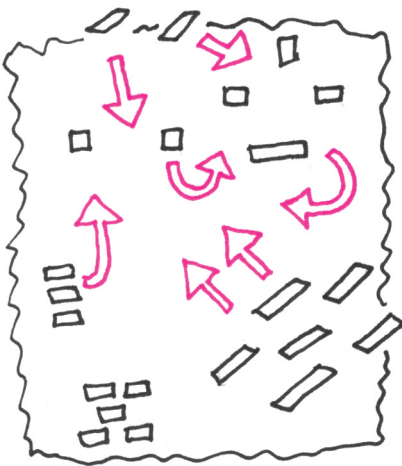
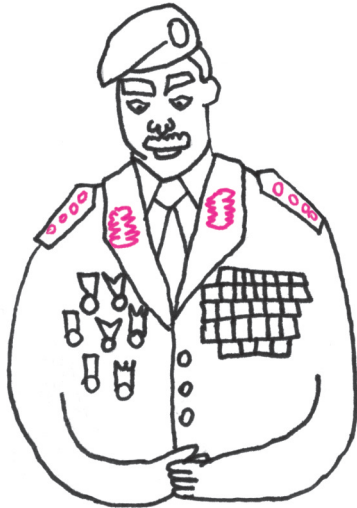


Jak silne są wrogie siły?

Łukasz RAJKOWSKI



– O żesz krzywa jego źle uwarunkowana macierz! – zakrzyknął generał Estymer, po czym zaklął szpetnie. Na jego biurku leżał stos raportów opisujących kolejny dzień bitwy pomiędzy klanami Częstościowców i Bajesistów. Te dwie frakcje, dzielące między sobą władzę w Statogrodzie, dawno dawno temu pokłóciły się o to, czyje estymatory są dokładniejsze i tak zrodził się konflikt od lat nękający spokojną wcześniej krainę. – Bajesiści wprowadzili nową funkcję straty?! – zawołał Estymer zachrypniętym głosem, po czym zwrócił się do zacienionego kąta – Fisher, raportuj! I w tym momencie Cię z Kąta zafalował, zadrzał i nagle przybrał kształt generalskiego doradcy. – Niestety, to prawda. Nowa funkcja straty tratuje nasze oddziały skuteczniej niż dotychczasowe. Nazywają ją LINEX i cechuje się tym, że wysokie jednostki są tratowane dużo bardziej dotkliwie niż jednostki niskie. Straty wynikające ze stratowania idą już w tysiące! – powiedział Fisher. – Fatalna sprawa! Nasz wywiad donosi, że bajesiści mają w swoim arsenale około 5 tysięcy linexów! Jak można stawić czoła takiej sile? – generał opadł na fotel zrezygowany. – Coś mi się tutaj nie zgadza – zaczął Fisher po chwili przytłaczającej ciszy, a następnie wskazał na jeden ze zwitków papieru, leżących na biurku. – Spójrz, generale, ten raport zawiera numery seryjne przechwyconych dotychczas linexów. Czy nie uważasz, że coś z nim jest nie tak? Generał spojrzał na szereg liczb znajdujących się na kartce

76, 125, 254, 20, 132, 98, 173, 323.

– Mhm mhm mhm – zamruczał przytakująco Estymer w nadziei, że Fisher sam powie, co powinno wzbudzić niepokój generała. Nie zawiódł się. – Zakładając, że podane numery faktycznie odpowiadają kolejności powstawania linexów, a za to mogę ręczyć, gdyż sam zgromadziłem w tym zakresie odpowiednie informacje wywiadowcze, co te numery mówią nam o liczbie linexów u bajesistów? – zapytał Fisher. – Cóż, na pewno to, że mają ich co najmniej 323... – zaczął generał. – Z całą pewnością! Zauważ jednak, generale, że byłoby dość zaskakujące, gdyby bajesiści mieli dokładnie 323 linexy. Oznaczałoby to wówczas, że udało nam się trafić w linexa o najwyższym numerze. Oczywiście, jest to możliwe, jednak intuicyjnie tych linexów powinno być więcej. Załóżmy bowiem, że bajesiści mają ich N . Jeśli wypisane numery seryjne pochodzą z 8 losowo wybranych linexów, to jak ocenilibyś szanse na to, że największy numer wynosi m ? – Mhm mhm mhm – kontynuował generał, nie zmieniając swojej strategii postępowania z pytaniami Fishera. – Dokładnie, wszystkich możliwych opcji losowego wyboru 8 linexów spośród N jest $\binom{N}{8}$, a wyborów, w których największy numer seryjny to m , jest $\binom{m-1}{7}$. W tej sytuacji szansa na maksimum równe m wynosi $\frac{\binom{m-1}{7}}{\binom{N}{8}}$. Pozwala nam to obliczyć wartość oczekiwaną tego maksimum, czyli... – Fisher sięgnął po kartkę papieru i zaczął na niej pisać

$$\frac{1}{\binom{N}{8}} \left(8 \binom{7}{7} + 9 \binom{8}{7} + \dots + N \binom{N-1}{7} \right) = \dots$$

– ... czyli $\frac{8}{9}(N+1)$ – stwierdził triumfalnie Fisher po kilku liniijkach skomplikowanych zawiąsów, które tak zaintrygowały generała, że aż zapomniał o mhmowaniu. – Skoro tyle wynosi oczekiwana wartość maksimum, a my zaobserwowaliśmy, że jest ono równe 323, niezgorszym pomysłem wydaje się przyrównanie tych dwóch wielkości! Wartość oczekiwana będzie równa obserwowanej dla około 362 czołgów i to jest moim zdaniem dużo bliższe prawdy niż sugerowane przez nasz wywiad 5 tysięcy!

W tym momencie w pokoju rozległ się dzwonek telefonu, który wyrwał generała ze stanu osłupienia, w jaki zawsze wpędzały go rozważania doradcy. Generał podniósł słuchawkę, pokiwał głową, rzucił kilka przekleństw dla przyzwyczajenia, po czym odłożył słuchawkę i zwrócił się do Fishera. – Fisher! Nie będę udawał, że wiem, jak to zrobiłeś, ale nie pierwszy raz mnie zaskakujesz. Najnowsze informacje wywiadowcze szacują liczbę linexów na około 400, co ma wynikać z osobistego pamiętniczka Głównego Inżyniera Bajesistów. Wydaje się, że sytuacja faktycznie nie jest tak dramatyczna, jak wydawało się jeszcze godzinę temu! – Cieszę się, że mogłem się przydać... – powiedział usłużnie Fisher. – Ja też się cieszę, no ale przecież za to ci płacę. No, a teraz znikaj, wojna z bajesistami sama się nie wygra... – rzucił Estymer, w myślach rozważając już, w jaki sposób wynagrodzi się za swój wspianały pomysł uczynienia z Fishera swojego doradcy.

Przedstawiona historia, choć humorystyczna, ilustruje bardzo poważne zastosowanie statystyki matematycznej. Czytelnikom, chcącym zgłębić temat, polecamy rozpocząć poszukiwania pod hasłem *German tank problem*.